



UNIVERSIDAD VERACRUZANA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

"Identificación de parámetros
en sistemas no lineales"



TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA DE ESTRUCTURAS

PRESENTA

ING. LORENZO BRICEÑO GAMBOA

H. VERACRUZ, VER.

OCTUBRE 1997

Proyecto de Digitalización de Tesis
Responsable M.B. Alberto Pedro Morandi Medina

Colaboradores: Estanislao Ferman Garcia
M.B. Enrique Rodriguez Magaña



UNIVERSIDAD VERACRUZANA INSTITUTO DE INGENIERIA

H. Veracruz, Ver., a 22 de Octubre de 1997
DI445/97

Al candidato al Grado:
ING. LORENZO BRICEÑO GAMBOA
PRESENTE:

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a Usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Dr. Bonifacio C.A. Peña Pardo, para que lo desarrolle como tesis, para obtener el Grado de Maestro en Ingeniería de Estructuras:

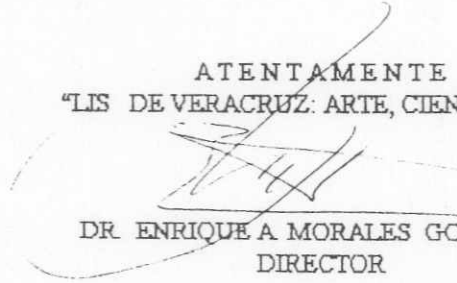
T E M A:

"IDENTIFICACION DE PARAMETROS EN SISTEMAS NO LINEALES"

- I.- Introducción
- II.- Definición del problema
- III.- Objetivo
- IV.- Hipótesis
- V.- Consideraciones para el análisis dinámico de estructuras
- VI.- Análisis de sistemas lineales
- VII.- Análisis de sistemas no lineales
- VIII.- Conclusiones
- Apéndices
- Bibliografía

Sin otro particular, me es grato quedar de Usted como su atento y seguro servidor.

ATENTAMENTE
"LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ"


DR. ENRIQUE A. MORALES GONZALEZ
DIRECTOR

EMG/apm*.



*Todo tiene su tiempo y todo lo
que se quiere debajo del cielo tiene su hora*

*Así, pues, he visto que no hay cosa mejor
para el hombre que alegrarse en su trabajo
porque ésta es su parte.*

Ec. 3 : 1,22

Dedicatoria

A mis padres

Sr. Gildardo Briceño Cervantes

Sra. Rosario de Fátima Perera

Gracias por su cariño, comprensión y apoyo.

A mis hermanas

Aurora, Rosa, Berna, Ariana y Dianela

Amigas y compañeras de mi vida.

A mi novia

Peregrina Lugo Chan

Por la dicha de contar contigo.

A mis amigos

*De todos por igual, agradecido estoy por la
ayuda brindada.*



Agradecimientos

Primeramente doy gracias a Dios, por haberme dado la vida y capacidad para realizar este trabajo.

A mis padres por su invaluable amor y constante apoyo en todos los aspectos de mi vida, a mis hermanas, a mi novia y a toda mi familia que siempre estuvo al pendiente de mi superación y del esfuerzo que implica.

A los catedráticos Dr. Bonifacio C. A. Peña Pardo, Dr. Ismael Muñoz Maya, M. I. Guadalupe Riquier Trujillo, Ing. Jorge E. Cruz Torres y al Ing. Agustín Flores Fuentes, por haber compartido incondicionalmente sus conocimientos y opiniones en las aulas y fuera de ellas.

Al Instituto de Ingeniería de la Universidad Veracruzana, por las atenciones prestadas durante mis estudios en la maestría en Ingeniería de Estructuras.

Al M. I. Luis E. Peña Alba por su valioso y desinteresado apoyo que desde los inicios de mi carrera me proporcionó.

Reconocimientos

A mi asesor y director de tesis Dr. Bonifacio C. A. Peña Pardo por sus atenciones y consejos positivos que dieron lugar a la terminación de este trabajo.

Al M. J. Francisco Williams Linera, M. J. Guadalupe Riquer Trujillo por sus asesorías y apuntes correctivos.



ÍNDICE

	Página
I Introducción	1
II Definición del problema	3
III Objetivo	4
IV Hipótesis	4
V Consideraciones para el análisis dinámico de estructuras	5
5.1 Grados de libertad	5
5.2 Modelación matemática	6
5.3 Fuerzas del sistema	7
5.3.1 Fuerza de inercia	7
5.3.2 Fuerza de rigidez	8
5.3.3 Fuerza de amortiguamiento	9
5.3.4 Fuerza externa	9
VI Análisis de sistemas lineales	11
6.1 Sistemas de un grado de libertad	11
6.1.1 Ecuación de movimiento	12
6.1.2 Solución de la ecuación de movimiento	13
VII Análisis de sistemas no lineales	16
7.1 Estructura de un grado de libertad	16
7.2 Estructura de un grado de libertad con efecto de rigidez no lineal	17
7.2.1 Procedimiento de identificación	19
7.2.2 Evaluación numérica mediante simulación	23

7.3	Estructura de un grado de libertad con efecto de amortiguamiento no lineal	24
7.3.1	Evaluación numérica mediante simulación	26
7.4	Estructura de un grado de libertad con la combinación de los efectos de rigidez y amortiguamiento no lineales	27
7.4.1	Evaluación numérica mediante simulación	28
7.5	Estructura de un grado de libertad con comportamiento histéretico	29
7.5.1	Procedimiento de identificación	30
7.5.2	Evaluación numérica mediante simulación	32
7.6	Modelo experimental de tres grados de libertad	34
7.6.1	Estabilidad del modelo	35
7.7	Estructura de nueve grados de libertad	36
7.7.1	Evaluación numérica mediante simulación	39
VIII	Conclusiones	42
APÉNDICE A	Subrutina y datos para la identificación	44
APÉNDICE B	Resultados obtenidos para una estructura de un grado de libertad	53
APÉNDICE C	Resultados obtenidos para una estructura de nueve grados de libertad	75
	Bibliografía	

I INTRODUCCIÓN

La identificación de parámetros en sistemas lineales ha sido objeto de investigación profunda dentro del contexto estructural sísmico, sin embargo hoy en día, mediante el uso de la computadora, ha sido posible realizar estudios intensos en lo referente a sistemas no lineales.

En este trabajo se emplean sistemas de un grado y varios grados de libertad, para ilustrar el procedimiento y probar la exactitud y estabilidad del método de identificación. Estos sistemas considerados están en términos de las aceleraciones dadas y de las fuerzas de cortante, las cuales están en función de los desplazamientos relativos laterales, las velocidades relativas laterales y de los parámetros a identificar.

Primeramente se tiene en consideración un sistema de un grado de libertad, con el cual se puede llevar a cabo la identificación por medio de una simulación con parámetros propuestos del sistema, el cual puede tener una función de fuerza resistente lineal o no lineal, siendo que para una función lineal se puede obtener su respuesta por medio de integración con la solución general de la ecuación de movimiento y para el caso no lineal, debemos recurrir a los métodos de paso a paso, o bien los métodos de pasos múltiples.

Otro caso que se presenta para su estudio, es el correspondiente a los modelos experimentales a escala que representan de manera aproximada a la estructura real de un edificio. En este caso se introducen como datos los desplazamientos relativos y velocidades relativas, medidos de manera directa en cada nivel de la estructura modelada durante un ensayo en una mesa de vibraciones.

De manera similar otro caso en el que se podría realizar el estudio de identificación, es el correspondiente a un edificio real en el que las mediciones físicas son reales, esto es posible solamente con la instrumentación adecuada del edificio, colocando los aparatos de medición en los niveles que se deseen, para luego llevar a cabo la identificación con estos datos. En este caso se tiene poco avance, debido a que se tiene registros de algunos edificios en estudio, sujetos a la acción de cierto sismo. No son muchos los registros que se tienen, debido al costo que esto implica ; pero de ser así, sería posible evaluar las condiciones de rigidez y amortiguamiento del edificio con registros de sismos durante su vida útil.

II DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

En lo que respecta a sistemas lineales y no lineales, la identificación de parámetros consiste en encontrar los valores que representan la cantidad de energía que puede absorber una estructura bajo la acción de fuerzas sísmicas, expresadas como unas constantes de las ecuaciones de movimiento. Estas ecuaciones están en función de las masas de cada uno de los niveles, de la aceleración del terreno proporcionada por un registro sísmico y de una función fuerza que proporciona el comportamiento lineal o no lineal y que incluye dichos parámetros, así como también los desplazamientos y las velocidades de la estructura.

Para llevar a cabo esta identificación se considerará estructuras de uno, tres, cinco, siete y nueve niveles, discretizando sus grados de libertad con la consideración de trabes rígidas, sustituyéndolo posteriormente por un modelo matemático que da lugar a un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden llamadas ecuaciones de movimiento, las cuales se resuelven por integración paso por paso, para poder así llevar a efecto el proceso de identificación de parámetros, según el caso de que se trate.

III OBJETIVO

La determinación de los parámetros asociados con la absorción de energía en edificios ha sido el objetivo de muchos estudios experimentales, desde vibraciones forzadas por el hombre hasta los registros de la respuesta del edificio durante una acción sísmica.

El objetivo de este trabajo es mostrar que la obtención de los parámetros a través de una simulación del comportamiento dinámico de estructuras de uno, tres y nueve grados de libertad, con comportamientos no lineales y sometidas a la acción de fuerzas sísmicas, puede llevarse a cabo mediante un procedimiento por computadora.

IV HIPÓTESIS

Para sistemas no lineales de uno, tres y nueve grados de libertad, se obtendrán los parámetros correspondientes a la rigidez y amortiguamiento, mediante el procedimiento de identificación con un porcentaje mínimo de error.

V CONSIDERACIONES PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DE ESTRUCTURAS

5.1 Grados de libertad

En dinámica estructural el número de coordenadas independientes necesarias para especificar la configuración o posición de un sistema en cualquier tiempo es referido al número de grados de libertad. En general, una estructura continua tiene un número infinito de grados de libertad como se puede ver en la figura 5.1. No obstante, el proceso de idealización o selección de un modelo matemático apropiado permite la reducción en el número de grados de libertad a un número discreto y en algunos casos solamente a un grado de libertad.

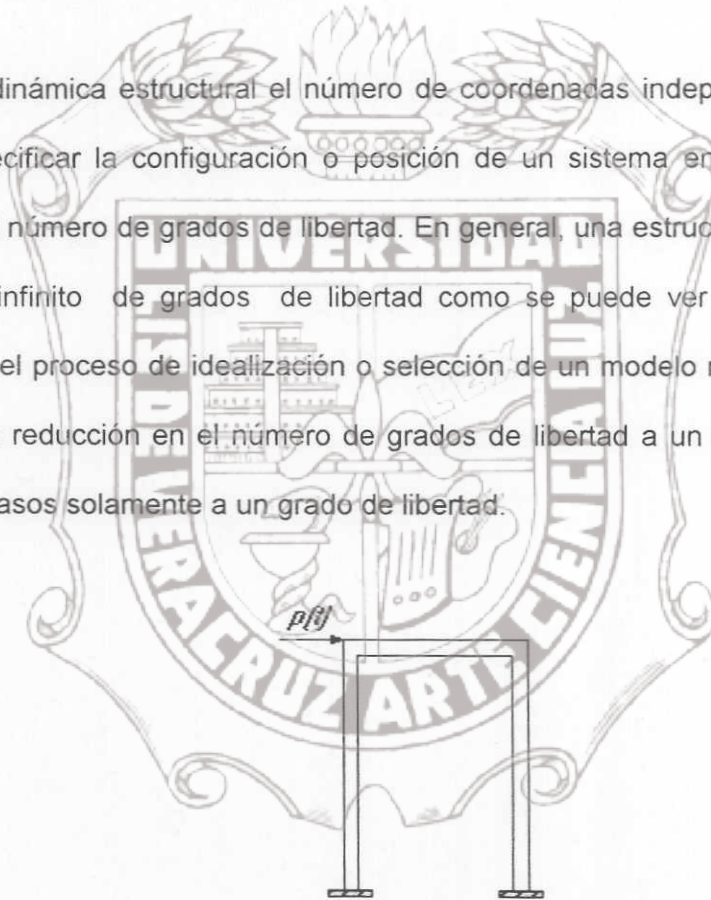


Fig. 5.1 Representación de una estructura continua.

La figura anterior muestra una estructura que puede ser representada para el análisis dinámico como un sistema de un grado de libertad; esto es, una estructura

modelada como un sistema con una sola coordenada de desplazamiento. Estos sistemas de un grado de libertad pueden ser descritos convenientemente por un modelo matemático.

5.2 Modelación matemática

No siempre es posible obtener soluciones matemáticas para todos los problemas en ingeniería. En realidad, soluciones analíticas pueden ser obtenidas solamente en ciertas situaciones simplificadas. Para problemas que envuelven propiedades complejas del material, con características no lineales y fuerzas externas que produzcan respuestas no lineales, el ingeniero introduce consideraciones e idealizaciones necesarias para tener un problema matemáticamente manejable, pero capaz aun de proporcionar soluciones suficientemente aproximadas y resultados satisfactorios desde el punto de vista de seguridad. La relación entre el sistema físico real y la solución matemáticamente factible es proporcionada por un modelo matemático que es la designación simbólica para la sustitución del sistema idealizado incluyendo todas las consideraciones impuestas al problema físico. Esto puede verse en la siguiente figura.

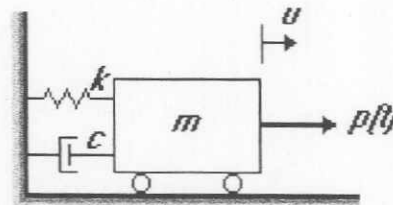


Fig. 5.2 Modelo matemático para sistemas de un grado de libertad.

Adoptando el modelo matemático lineal mostrado en la fig. 5.2, se considera que cada elemento en el sistema representa una sola propiedad; esto es, la masa m representa solamente la propiedad de inercia, mientras el resorte k representa exclusivamente la elasticidad y finalmente, el amortiguador c solamente la energía disipada. Se debe tener en cuenta que tales elementos "puros" no existen en nuestro mundo físico y que los modelos matemáticos son solamente idealizaciones conceptuales de estructuras reales. No obstante desde un punto de vista práctico, la información adquirida por el análisis del modelo matemático debe ser suficientemente bueno para un adecuado entendimiento del comportamiento dinámico del sistema físico, incluyendo el diseño y los requerimientos de seguridad.

5.3 Fuerzas del sistema

5.3.1 Fuerza de inercia

Entre las fuerzas que actúan en el sistema dinámico de la figura 5.2 se tiene la fuerza inercial. Para la obtención de ésta, se hace necesario la aplicación de la Segunda Ley de Newton, con la cual se tiene que la variación del momento de la masa m , es igual a la fuerza que actúa sobre ella. Esta relación puede ser expresada matemáticamente, considerando que la masa no varía con respecto al tiempo, esto es,

$$F_i = m \ddot{u} \quad (5.1)$$

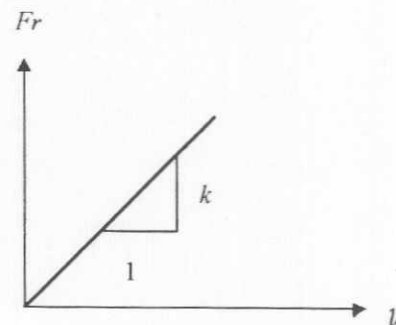
donde F_i es la fuerza de inercia. Esta fuerza, en que la masa desarrolla una fuerza de inercia opuesta y proporcional a su aceleración, es conocido como el Principio de D'Alembert.

5.3.2 Fuerza de rigidez

Para el caso de un resorte con un comportamiento lineal, la deformación es directamente proporcional a la fuerza aplicada y la representación gráfica de ésta característica es una línea recta, obedeciendo así la Ley de Hooke. La constante de proporcionalidad entre la fuerza y el desplazamiento del resorte lineal es referida a la constante del resorte, usualmente designada por la letra k . Consecuentemente, se puede escribir la relación entre la fuerza y el desplazamiento para un resorte lineal como

$$F_r = k u \quad (5.2)$$

El resorte lineal es el más simple para el manejo analítico; en otras palabras, las características elásticas del sistema estructural son en realidad, esencialmente lineales o simplemente por su factibilidad analítica, esto es usualmente considerado que las propiedades fuerza-deformación del sistema son lineales. La representación gráfica para éste caso es la siguiente :



5.3.3 Fuerza de amortiguamiento

Como puede verse en el modelo dinámico empleado, existe un elemento amortiguador que genera una fuerza con un comportamiento lineal, la cual es directamente proporcional a la magnitud de la velocidad \dot{u} y opuesta a la dirección del movimiento, siendo c la constante de proporcionalidad entre la fuerza y la velocidad, la cual representa las características friccionales y la pérdida de energía del sistema. La expresión que se obtiene finalmente es

$$F_a = c\dot{u} \quad (5.3)$$

pudiendo representarse el comportamiento antes descrito en la figura siguiente



5.3.4 Fuerza externa

En el análisis del modelo, se tiene en consideración la acción de una fuerza externa $P(t)$ aplicada directamente en la masa, la cual es una función que puede variar con respecto al tiempo, dependiendo del tipo que sea.

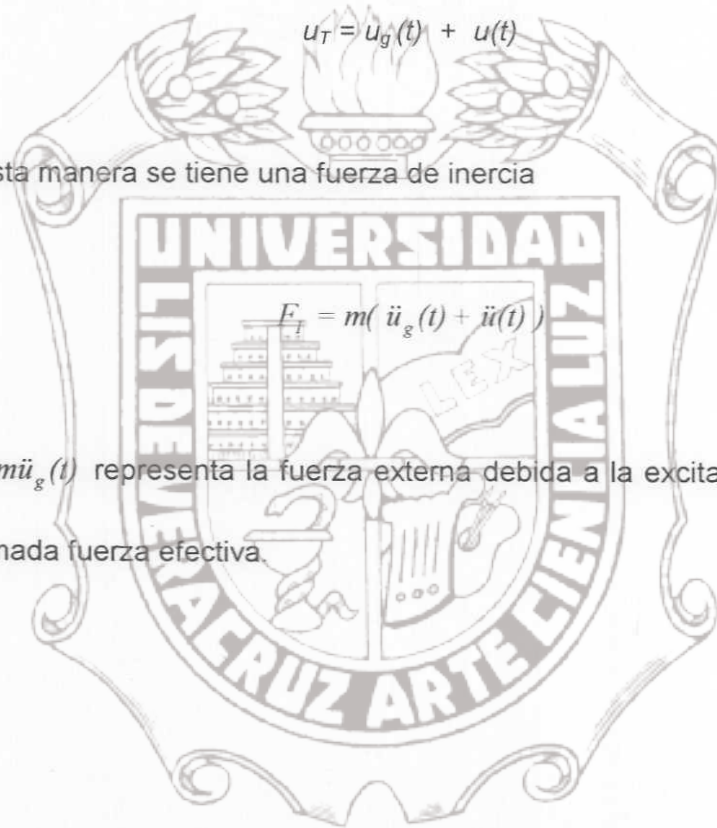
Es importante considerar de igual manera en éste punto, la fuerza provocada por la excitación de la base de la estructura, debido a un movimiento sísmico. Debido a la influencia de tal excitación, la base de la estructura es desplazada una cantidad $u_g(t)$, mientras que el cabezal se desplaza una cantidad $u(t)$, por lo que el desplazamiento total de la estructura es

$$u_T = u_g(t) + u(t)$$

De ésta manera se tiene una fuerza de inercia

$$F_I = m(\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t))$$

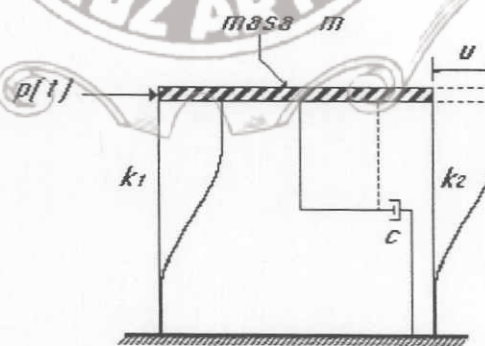
de donde $m\ddot{u}_g(t)$ representa la fuerza externa debida a la excitación de la base, la cual es llamada fuerza efectiva.



VI ANÁLISIS DE SISTEMAS LINEALES

6.1 Sistemas de un grado de libertad

El marco continuo de la Fig. 5.1, en general tiene un número infinito de grados de libertad, podemos discretizarlo a seis grados de libertad, considerando tres grados en cada nudo (dos desplazamientos y un giro); también podemos considerar la estructura como un marco de trabe rígida, reduciéndose así a un grado de libertad como se puede ver en la Fig. 6.1. En esta idealización se considera que las columnas que soportan la trabe son de masa despreciable y flexibles a la deformación lateral, pero rígidas en la deformación vertical y la masa global de la estructura se considera concentrada en la trabe. La estructura es considerada asentada sobre un suelo rígido.



$$k = k_1 + k_2$$

Fig. 6.1 Marco idealizado a un grado de libertad.

Puede verse que si la trabe de la estructura se desplaza una distancia u y después es liberada, se tendrán oscilaciones alrededor de su posición inicial de equilibrio.

6.1.1 Ecuación de movimiento

El movimiento de la estructura de un nivel idealizada debido a la excitación dinámica, será gobernada por una ecuación diferencial ordinaria. La ecuación que rige, o ecuación de movimiento, es derivada por dos tipos de excitación dinámica: fuerza externa o movimiento del suelo.

La Fig. 6.1, muestra una estructura de masa m , rigidez lateral k y un amortiguamiento viscoso c ; dicha estructura está sujeta a una fuerza dinámica $p(t)$ aplicada externamente y que varía con respecto al tiempo t . Bajo la influencia de ésta fuerza, la trabe de la estructura se desplaza en la dirección lateral una cantidad u , éste desplazamiento también es función del tiempo.

Las fuerzas que actúan sobre la masa en un mismo instante t como se muestra en el diagrama de cuerpo libre de la Fig. 6.2, en el que se incluye la fuerza del resorte F_r , la fuerza del amortiguador F_a , la fuerza externa $p(t)$ y la fuerza de inercia F_i . Las fuerzas F_r , F_a y F_i actúan en sentido contrario al desplazamiento.

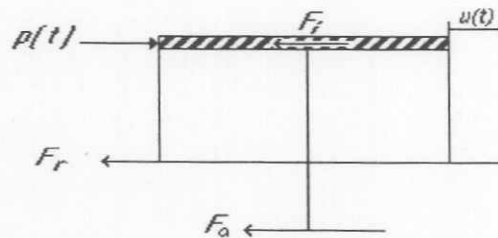


Fig. 6.2 Diagrama de cuerpo libre.

En cada instante t , la masa está en equilibrio bajo la acción de éstas fuerzas en ese tiempo. Aplicando la Segunda Ley de Newton para el equilibrio dinámico se tiene

$$\begin{aligned}\Sigma F &= m\ddot{u} \\ p(t) - F_r - F_a &= m\ddot{u}\end{aligned}$$

sustituyendo las ecuaciones 5.2 y 5.3, se llega a la ecuación de movimiento:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (6.1)$$

donde \ddot{u} es la aceleración del centro de masas.

6.1.2 Solución de la ecuación de movimiento

La respuesta del sistema de un grado de libertad sujeto a un tipo de fuerza general constará de dos partes: primero por una solución de la ecuación diferencial homogénea y segundo, por una solución de la ecuación diferencial del sistema bajo la acción de una fuerza externa. La fuerza a la que está sujeta la estructura es la representada por la Fig. 6.3, y cuya ecuación de movimiento fue dada por la

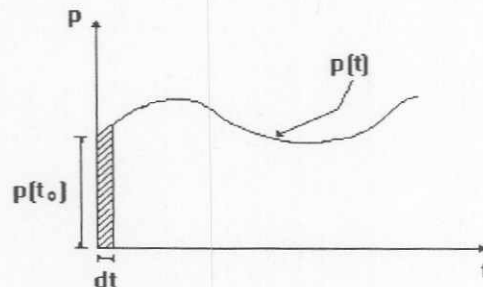


Fig. 6.3 Representación gráfica de la carga general.

ecuación (6.1), quedando expresada la solución homogénea cuando $P(t) = 0$, en términos de funciones exponenciales y trigonométricas de la siguiente manera:

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} \left[u_0 \text{Cos } \omega_D t + \frac{\dot{u}_0 + u_0 \xi \omega}{\omega_D} \text{Sen } \omega_D t \right] \quad (6.2)$$

Prosiguiendo con la solución del sistema, cuya fuerza general es la representada por la Fig. 6.3, se tiene la consideración de la historia de carga como una serie de impulsos cortos, con incrementos sucesivos de tiempo dt , produciendo cada uno su respuesta diferencial en un tiempo t . Partiendo de la ecuación (6.1) y considerando la condición inicial $u_0 = 0$, se tiene por integración:

$$\dot{u}_0 = \frac{1}{m} \int_0^t p(t) dt \quad (6.3)$$

y por medio de las ecuaciones (6.2) y (6.3) se llega a la expresión:

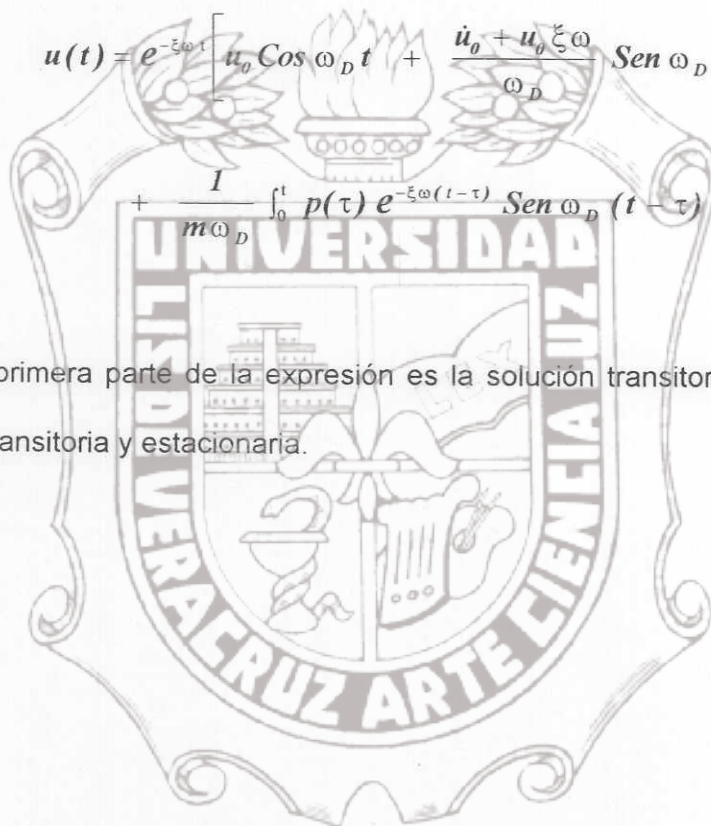
$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \text{Sen } \omega_D (t-\tau) d\tau \quad (6.4)$$

Esta última expresión representa el desplazamiento total producido por la excitación de la fuerza $p(\tau)$ actuando sobre el sistema, ésta es obtenida en términos de una integral conocida como "Integral de Duhamel", la cual podrá ser evaluada analíticamente para funciones simples de carga.

Ahora podemos escribir la solución general del movimiento en dos partes, siendo el primer término la solución homogénea de la ecuación (6.2), bajo condiciones iniciales no nulas y el segundo término la solución dada en la ecuación (6.4). Así, el desplazamiento total de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento sujeto a una carga arbitraria es dado por

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} \left[u_0 \cos \omega_D t + \frac{\dot{u}_0 + u_0 \xi \omega}{\omega_D} \text{Sen } \omega_D t \right] + \frac{I}{m\omega_D} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \text{Sen } \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (6.5)$$

donde la primera parte de la expresión es la solución transitoria y la segunda es la solución transitoria y estacionaria.



VII ANÁLISIS DE SISTEMAS NO LINEALES

7.1 Estructura de un grado de libertad

El movimiento de un sistema general no lineal, es regido por la ecuación diferencial

$$m_k (\ddot{u}_k + \ddot{u}_g) + F_k(x_k, \dot{x}_k, c) = P_k(t) \quad (7.1)$$

donde \ddot{u}_k es la aceleración de la masa m_k y \ddot{u}_g es la aceleración del suelo y $F_k(x_k, \dot{x}_k, c)$ es una función de fuerza que depende del desplazamiento relativo x_k , de la velocidad relativa \dot{x}_k y de los parámetros a identificar c , para lo cual

$$x_k = u_k - u_{k-1}$$

$$\dot{x}_k = \dot{u}_k - \dot{u}_{k-1}$$

Esta función proporciona el comportamiento no lineal de la estructura mediante ecuaciones constitutivas que la relacionan con el desplazamiento y velocidad relativos, éstas deben ser consideradas de tal manera, que representen de la mejor manera, el comportamiento elástico, plástico, viscoso o bien una combinación de ellos como es el caso de la curva histerética elastoplástica.

En los sistemas no lineales la función de fuerza que los rige, puede tener

términos no lineales de desplazamiento y de velocidad, o bien, una combinación de ellos; estando afectados por los parámetros que representan la rigidez y amortiguamiento de la estructura.

7.2 Estructura de un grado de libertad con efecto de rigidez no lineal

La función considerada para este caso particular, proporciona un comportamiento no lineal de la estructura, siendo ésta:

$$F_k(x_k, \dot{x}_k, c) = c_1 x_k + c_2 x_k^3 + c_3 \dot{x}_k \quad (7.2)$$

La ecuación (7.1) puede aplicarse para un sistema de n grados de libertad. Para el caso de una estructura de un grado de libertad (Figura 1, APÉNDICE B), el problema se simplifica, ya que solamente una función de fuerza es aplicable, cuyo vector de parámetros a identificar es

$$\{c\}^T = (c_1 \quad c_2 \quad c_3) \quad (7.3)$$

Sustituyendo los desplazamientos y velocidades relativas, la fuerza externa $P(t) = 0$ y la masa m constante en la ecuación de movimiento, la ecuación diferencial de segundo orden se puede escribir en función de los parámetros por estimar

$$\{a\}^T = (a_1 \quad a_2 \quad a_3)$$

como se muestra a continuación:

$$m\ddot{u}_1 + F(u_1 - u_0, \dot{u}_1 - \dot{u}_0, a) = -m\ddot{u}_g \quad (7.4)$$

Esta expresión puede ser escrita como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, para esto, cada una de las variables originales y sus derivadas son asignadas a una nueva variable, reduciéndose de ésta forma el orden de las ecuaciones; pero duplicando el número de ellas, esto es:

$$\dot{u} = g(u, c) \quad (7.5)$$

donde u es de dimensión $2N$ y c es un vector de dimensión NC , esto es expresado en el nuevo vector de estado:

$$\{u\}^T = (u_1 \ \dot{u}_1 \ c_1 \ c_2 \ c_3)$$

el cual es de dimensión $NEQ = 2N + NC$ donde N es el número de grados de libertad del sistema y NC es el número de parámetros a identificar.

Introduciendo la ecuación (7.2) en (7.4) con el cambio de variable, se tiene un sistema de 2 ecuaciones diferenciales de primer orden,

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= u_2 \\ \dot{u}_2 &= -\frac{1}{m} F \left[a_1 (u_1 - u_0) + a_2 (u_1 - u_0)^3 + a_3 (\dot{u}_1 - \dot{u}_0) \right] - \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (7.6)$$

7.2.1 Procedimiento de identificación

Para iniciar el proceso de identificación, primeramente se hace uso de un vector de observación w , el cual incluye el error η dado por la diferencia entre el valor verdadero y el valor calculado que resulta de los parámetros estimados, pudiendo asumir que la ecuación que relaciona dicho vector de observación con el desplazamiento lateral, es lineal.

$$\{w\} = [\Gamma] \{u\} + \{\eta\} \quad (7.7)$$

siendo el vector w de orden $L = 2N$, donde $L < NEQ$, Γ es una matriz rectangular de orden $L \times NEQ$ en la cual $\Gamma_{ij} = \Gamma_i \delta_{ij}$ donde δ_{ij} es la delta de kronecker, $\Gamma_i = 1$ si la componente de desplazamiento u_i o de velocidad \dot{u}_i es observada, $\Gamma_i = 0$ en caso contrario y el vector η es de orden $2N$. Para el caso particular de una estructura con un grado de libertad, la matriz Γ es de (2×5) ; siendo observados los desplazamientos y velocidades relativas y no observando los parámetros por identificar, quedando de la siguiente manera:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El problema de identificación requiere de la optimización de los errores que resultan al comparar lo observado con lo calculado utilizando el modelo, siendo necesario para esto la introducción del funcional del error cuadrático dado por :

$$J(u(t)) = \int_0^t (w - \Gamma u)^T (w - \Gamma u) dt + (u(0) - u_0)^T \Lambda(0) (u(0) - u_0) \quad (7.8)$$

donde u_0 es la mejor estimada de $u(0)$ y $\Lambda(0)$ es una matriz simétrica no singular de factores de peso que denotan el grado de confianza de cada una de las estimadas.

El propósito de la identificación consiste en encontrar el desplazamiento $u(t)$ que al compararlo con $w(t)$, satisfaga el sistema de ecuaciones diferenciales tal que la ecuación (7.8) sea un mínimo, esto puede ser resuelto mediante la integración del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de valores iniciales:

$$\dot{e} = g(e) + Q(t)\Gamma^T(w - \Gamma e) \quad e(0) = u_0 \quad (7.9)$$

que son las ecuaciones que determinan $e(t)$. Se puede demostrar que $Q(t)$ es una matriz simétrica que satisface el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\dot{Q} = g_u(e) Q(t) + Q(t) g_u^T(e) - Q(t)\Gamma^T \Gamma Q(t) \quad Q(0) = \Lambda^{-1}(0) \quad (7.10)$$

donde $e(t) = \text{Arg. min}, J(u(t))$ es el filtro óptimo del estado $u(t)$ y $g_u(e)$ es la matriz jacobiana. El número de ecuaciones a integrar dada la simetría de Q es :

$$NET = NEI + NEQ \left(\frac{NEQ + 1}{2} \right) \quad (7.11)$$

donde:

$$NEI = 4N + NC + 2$$

Este es el procedimiento a seguir para la identificación de los parámetros, siendo posible obtenerlos por medio de un programa de computadora, el cual será empleado para tal propósito, obteniéndose éstos parámetros en una forma rápida y con muy buena aproximación.

El programa de computadora a emplear, está codificado en FORTRAN 77 y consiste en un conjunto de subrutinas enlazadas, que permiten ejecutar el procedimiento descrito.

Primeramente hace uso de una subrutina de lectura de datos, a través de un archivo externo. Estos datos son: los grados de libertad, los valores de las masas, los parámetros reales c_i y los parámetros estimados a_i .

Posteriormente, emplea una subrutina de definición llamada DIFFUN y otra llamada DRIVES, que son en sí las subrutinas principales del programa para el proceso de identificación.

En la subrutina DIFFUN (APÉNDICE A) se definen las variables que operan en la identificación, como es la matriz Q , en la cual se especifican los parámetros que se quieren identificar; la matriz I en la que se fijan las observaciones de los desplazamientos y/o velocidades y la matriz jacobiana que se obtiene de las derivadas parciales del sistema de ecuaciones diferenciales, la cual varía según la función de fuerza y el grado de libertad del sistema en estudio, para esto es necesario realizar el cálculo en forma manual y luego codificarlo e introducirlo a la subrutina.

En la subrutina DRIVES se realizan las operaciones matriciales propias del procedimiento, así como también la solución del sistema de ecuaciones por medio de una subrutina interna de integración.

La matriz jacobiana se calcula como sigue:

$$g(1,2) = \frac{\partial g_1}{\partial u_2} = 1.0$$

$$g(2,1) = \frac{\partial g_2}{\partial u_1} = -\frac{1}{m} [a_1 + 3a_2(u_1 - u_0)^2] = -\frac{1}{m} [y(7) + 3 * y(8) * (D_1)^2]$$

$$g(2,2) = \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = \frac{\partial g_2}{\partial \dot{u}_1} = -\frac{1}{m} [a_3] = -\frac{1}{m} [y(9)]$$

$$g(2,3) = \frac{\partial g_2}{\partial u_3} = \frac{\partial g_2}{\partial a_1} = -\frac{1}{m} [(u_1 - u_0)] = -\frac{1}{m} [D_1]$$

$$g(2,4) = \frac{\partial g_2}{\partial u_4} = \frac{\partial g_2}{\partial a_2} = \frac{1}{m} [(u_1 - u_0)^3] = \frac{1}{m} [(D_1)^3]$$

$$g(2,5) = \frac{\partial g_2}{\partial u_5} = \frac{\partial g_2}{\partial a_3} = \frac{1}{m} [(u_1 - u_0)] = \frac{1}{m} [(D D_1)]$$

donde:

$$y(1) = u_0$$

$$y(2) = \dot{u}_0$$

$$y(3) = u_1$$

$$y(4) = \dot{u}_1$$

$$y(5) = e_1$$

$$y(6) = \dot{e}_1$$

$$y(7) = a_1$$

$$y(8) = a_2$$

$$y(9) = a_3$$

son las variables correspondientes a éste sistema de un grado de libertad.

7.2.2 Evaluación numérica mediante simulación

Con el propósito de realizar la simulación relativa a la confiabilidad y precisión del método se consideraran los siguientes parámetros como reales:

$$c_1 = 30.0 \quad , \quad c_2 = 3.0 \quad , \quad c_3 = 2.0$$

y la aceleración del suelo \ddot{u}_g es considerada como

$$\ddot{u}_g = (a_{EC40}) \cdot g$$

donde a_{EC40} corresponde al registro de la componente N-S del sismo de El Centro, California, ocurrido el 18 de mayo de 1940 (Tabla 1, APÉNDICE A); y $g = 981 \text{ cm/seg}^2$ es el valor de la gravedad.

Los parámetros estimados del proceso son:

$$a_1 = 25.0 \quad , \quad a_2 = 1.0 \quad , \quad a_3 = 0.5$$

pudiendo si se quiere, iniciar con otros valores diferentes.

Los resultados así obtenidos en la identificación al final de 20 segundos (ver Tabla 1, APÉNDICE B), tienen una aproximación a los parámetros reales muy cercana, por lo que la exactitud es considerablemente buena (Gráfico 1, APÉNDICE B). Estos valores obtenidos son:

$$a_1 = 29.9810 \quad , \quad a_2 = 3.0019 \quad , \quad a_3 = 1.9998$$

pudiendo observarse que los errores son de 0.06 %, 0.06 % y 0.01 % respectivamente en relación con los parámetros reales. Cabe hacer notar que a los 7.16 seg. los parámetros están plenamente identificados.

Otros resultados obtenidos, son los correspondientes a los desplazamientos de la estructura (Gráfico 4, APÉNDICE B), los cuales reflejan su comportamiento durante el proceso de identificación.

7.3 Estructura de un grado de libertad con efecto de amortiguamiento no lineal

En lo que respecta a éste caso, la función de fuerza considera tiene un término no lineal que corresponde al amortiguamiento, siendo muy particularmente un término cúbico que proporciona un comportamiento no lineal de la estructura, siendo ésta:

$$F(x, \dot{x}, c) = c_1 x + c_2 \dot{x} + c_3 \dot{x}^3 \quad (7.12)$$

Sustituyendo ésta función en la ecuación de movimiento, se tiene :

$$m \ddot{u}_1 + F(u_1 - u_0, \dot{u}_1 - \dot{u}_0, a) = -m \ddot{u}_g \quad (7.13)$$

Partiendo de ésta ecuación diferencial, mediante un cambio de variable, se llega a las siguientes dos ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= u_2 \\ \dot{u}_2 &= -\frac{1}{m} F \left[a_1 (u_1 - u_0) + a_2 (\dot{u}_1 - \dot{u}_0) + a_3 (\dot{u}_1 - \dot{u}_0)^3 \right] - \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (7.14)$$

De esta manera, se obtiene la matriz jacobiana correspondiente a éste caso particular, siendo ésta:

$$\begin{aligned} g(1,2) &= \frac{\partial g_1}{\partial u_2} = 1.0 \\ g(2,1) &= \frac{\partial g_2}{\partial u_1} = -\frac{1}{m} [a_1] = -\frac{1}{m} [y(7)] \\ g(2,2) &= \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = \frac{\partial g_2}{\partial \dot{u}_1} = -\frac{1}{m} [a_2 + 3a_3(\dot{u}_1 - \dot{u}_0)^2] = -\frac{1}{m} [y(8) + 3 * y(9) * (DD_1)^2] \\ g(2,3) &= \frac{\partial g_2}{\partial u_3} = \frac{\partial g_2}{\partial a_1} = -\frac{1}{m} [(u_1 - u_0)] = -\frac{1}{m} [D_1] \\ g(2,4) &= \frac{\partial g_2}{\partial u_4} = \frac{\partial g_2}{\partial a_2} = -\frac{1}{m} [(\dot{u}_1 - \dot{u}_0)] = -\frac{1}{m} [(DD_1)] \\ g(2,5) &= \frac{\partial g_2}{\partial u_5} = \frac{\partial g_2}{\partial a_3} = -\frac{1}{m} [(\dot{u}_1 - \dot{u}_0)^3] = -\frac{1}{m} [(DD_1)^3] \end{aligned}$$

7.3.1 Evaluación numérica mediante simulación

Introduciendo la matriz jacobiana en la subrutina de identificación y los cambios correspondientes al sistema que se estudia, podemos iniciar el proceso considerando como parámetros

$$c_1 = 30.0, \quad c_2 = 3.0, \quad c_3 = 2.0$$

y además los parámetros estimados

$$a_1 = 25.0, \quad a_2 = 1.0, \quad a_3 = 0.5$$

obteniéndose de esta manera, al final de 20 segundos, los resultados de los parámetros con una precisión considerablemente buena (ver Tabla 2, APÉNDICE B), siendo los valores obtenidos:

$$a_1 = 29.4440, \quad a_2 = 3.0142, \quad a_3 = 1.9967$$

observándose que los errores de 1.85%, 0.47% y 0.17 % respectivamente, son mínimos, estando plenamente identificados a los 8.18 seg.

La tendencia de los parámetros estimados a los parámetros reales, se puede ver claramente en el gráfico 2, así como también la serie de datos de los desplazamientos simulados en el gráfico 5 (APÉNDICE B).

7.4 Estructura de un grado de libertad con la combinación de los efectos de rigidez y amortiguamiento no lineales

La función a considerar relaciona los términos no lineales que corresponden a la rigidez y amortiguamiento, siendo ésta función del tipo:

$$F(x, \dot{x}, c) = c_1 x + c_2 x^3 + c_3 \dot{x} + c_4 \dot{x}^3 \quad (7.15)$$

Mediante ésta función y la ecuación de movimiento, el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= u_2 \\ \dot{u}_2 &= -\frac{1}{m} F \left[a_1 (u_1 - u_0) + a_2 (u_1 - u_0)^3 + a_3 (\dot{u}_1 - \dot{u}_0) + a_4 (\dot{u}_1 - \dot{u}_0)^3 \right] - \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (7.16)$$

De la misma manera, mediante éste sistema de ecuaciones, se obtiene la matriz jacobiana que se expresa como:

$$g(1,2) = \frac{\partial g_1}{\partial u_2} = 1.0$$

$$g(2,1) = \frac{\partial g_2}{\partial u_1} = -\frac{1}{m} \left[a_1 + 3a_2 (u_1 - u_0)^2 \right] = -\frac{1}{m} \left[y(7) + 3 * y(8) * (D_1)^2 \right]$$

$$g(2,2) = \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = \frac{\partial g_2}{\partial \dot{u}_1} = -\frac{1}{m} \left[a_3 + 3a_4 (\dot{u}_1 - \dot{u}_0)^2 \right] = -\frac{1}{m} \left[y(9) + 3 * y(10) * (DD_1)^2 \right]$$

$$g(2,3) = \frac{\partial g_2}{\partial u_3} = \frac{\partial g_2}{\partial a_1} = -\frac{1}{m} \left[(u_1 - u_0) \right] = -\frac{1}{m} \left[D_1 \right]$$

$$g(2,4) = \frac{\partial g_2}{\partial u_4} = \frac{\partial g_2}{\partial a_2} = -\frac{I}{m}[(u_1 - u_0)^3] = -\frac{I}{m}[(D_1)^3]$$

$$g(2,5) = \frac{\partial g_2}{\partial u_5} = \frac{\partial g_2}{\partial a_3} = -\frac{I}{m}[(\dot{u}_1 - \dot{u}_0)] = -\frac{I}{m}[(DD_1)]$$

$$g(2,6) = \frac{\partial g_2}{\partial u_6} = \frac{\partial g_2}{\partial a_4} = -\frac{I}{m}[(\ddot{u}_1 - \ddot{u}_0)^3] = -\frac{I}{m}[(DD_1)^3]$$

7.4.1 Evaluación numérica mediante simulación

Los valores de los parámetros para éste proceso de identificación, son considerados como:

$$c_1 = 30.0 \quad c_2 = 3.0 \quad c_3 = 2.0 \quad c_4 = 0.2$$

mientras que los parámetros estimados, a partir de los cuales se inicia tal proceso, son los siguientes:

$$a_1 = 25.0 \quad , \quad a_2 = 0.0 \quad , \quad a_3 = 0.0 \quad , \quad a_4 = 0.0$$

siendo muy aproximados los valores obtenidos al final del proceso (20 segundos):

$$a_1 = 29.9220 \quad , \quad a_2 = 3.0128 \quad , \quad a_3 = 1.9992 \quad , \quad a_4 = 0.1999$$

observándose una clara tendencia de los parámetros estimados a los reales (ver Tabla 3 y Gráfico3 del APÉNDICE B), presentando errores de 0.26%, 0.43%, 0.04% y 0.05% respectivamente y siendo plenamente identificados a los 8.92 segundos.

También se pueden ver de igual manera, los desplazamientos resultantes de la estructura bajo éste tipo de función no lineal, en el gráfico 6 (APÉNDICE B).

7.5 Estructura de un grado de libertad con comportamiento histerético

El procedimiento de identificación antes empleado para los diferentes sistemas no lineales, puede emplearse también para el caso de un modelo histerético, el cual representa el comportamiento de la estructura bajo una acción sísmica, que en éste caso particular es un modelo bilineal del tipo cinemático.

El presente modelo (Fig. 2, APÉNDICE B), consta de cuatro funciones lineales con respecto a los desplazamientos, que representan las fuerzas elastoplásticas que aparecen como consecuencia de la deformación del sistema en ambos procesos de carga y descarga. Las funciones son representadas matemáticamente por la serie de ecuaciones en función de los desplazamientos relativos:

Si $\dot{x} \geq 0$: (Función carga)

$$F = \alpha + a_2 x , \text{ donde } \alpha + a_2 x \leq a_1 + a_3 x \quad (7.17)$$

$$F = a_1 + a_3 x , \text{ donde } \alpha + a_2 x \geq a_1 + a_3 x \quad (7.18)$$

Si $\dot{x} \leq 0$: (Función descarga)

$$F = \alpha + a_2 x , \text{ donde } \alpha + a_2 x \geq -a_1 + a_3 x \quad (7.19)$$

$$F = -a_1 + a_3 x , \text{ donde } \alpha + a_2 x \leq -a_1 + a_3 x \quad (7.20)$$

7.5.1 Procedimiento de identificación

La determinación de las constantes del modelo, usando los datos simulados, se realizará de la misma manera, solamente que el proceso se divide en dos pasos. Primero para la determinación de la rigidez elástica a_2 , y luego para la determinación de los demás parámetros a_1 y a_3 .

La razón de esta división en el procedimiento, es la falta de unicidad en las funciones, lo cual se refleja en el cálculo del error, esto hace necesario considerar, que el modelo primeramente sea lineal para la determinación del valor a_2 que mejor ajuste los datos, es decir identificando a_2 únicamente, en consecuencia a_2 es variable pero a_1 y a_3 son constantes. Encontrando a_2 permanecemos fijo éste parámetro y procedemos a identificar a_1 y a_3 .

De las funciones de fuerza obtenidas en las ecuaciones (7.17 - 7.20), se obtienen las matrices jacobianas, de la misma manera que los casos estudiados, a diferencia que se tendrán ahora cuatro matrices, una para cada función.

Para las funciones (7.17) y (7.19) se tiene:

$$g(1,2) = 1.0$$

$$g(2,1) = -\frac{1}{m} [a_2] = -\frac{1}{m} [y(8)]$$

$$g(2,4) = -\frac{1}{m} [(u_1 - u_0)] = -\frac{1}{m} [(D_1)]$$

$$g(2,j) = 0, \quad j=2,3,5$$

Para la función (7.18) se tiene:

$$g(1,2) = 1.0$$

$$g(2,1) = -\frac{1}{m} [a_3] = -\frac{1}{m} [y(9)]$$

$$g(2,3) = -\frac{1}{m}$$

$$g(2,5) = -\frac{1}{m} [(u_1 - u_0)] = -\frac{1}{m} [(D_1)]$$

$$g(2,j) = 0, \quad j=2,4$$



Para la función (7.20), los elementos de la matriz son:

$$g(1,2) = 1.0$$

$$g(2,1) = -\frac{1}{m} [a_3] = -\frac{1}{m} [y^{(9)}]$$

$$g(2,3) = \frac{1}{m}$$

$$g(2,5) = -\frac{1}{m} [u_1 - u_0] = -\frac{1}{m} [D_1]$$

$$g(2,j) = 0, \quad j=2,4$$

7.5.2 Evaluación numérica mediante simulación

Para llevar a cabo la experimentación en éste modelo, fueron adoptados los siguientes parámetros:

$$c_1 = 8.0, \quad c_2 = 25.0, \quad c_3 = 5.0$$

siendo los valores de los parámetros estimados:

$$a_1 = 4.0, \quad a_2 = 15.0, \quad a_3 = 15.0$$



obteniéndose la identificación de a_2 en un tiempo de 12 segundos, con los siguientes valores:

$$a_1 = 4.0 \quad , \quad a_2 = 24.52 \quad , \quad a_3 = 15.0$$

Como se puede ver, los valores de a_1 y a_3 en ésta fase no variaron, mientras que a_2 tendió hacia su valor de 25. Para mejorar éste último valor, se pueden tomar los tres valores obtenidos como parámetros iniciales y repitiendo el proceso se obtienen

$$a_1 = 4.0 \quad , \quad a_2 = 24.989 \quad , \quad a_3 = 15.0$$

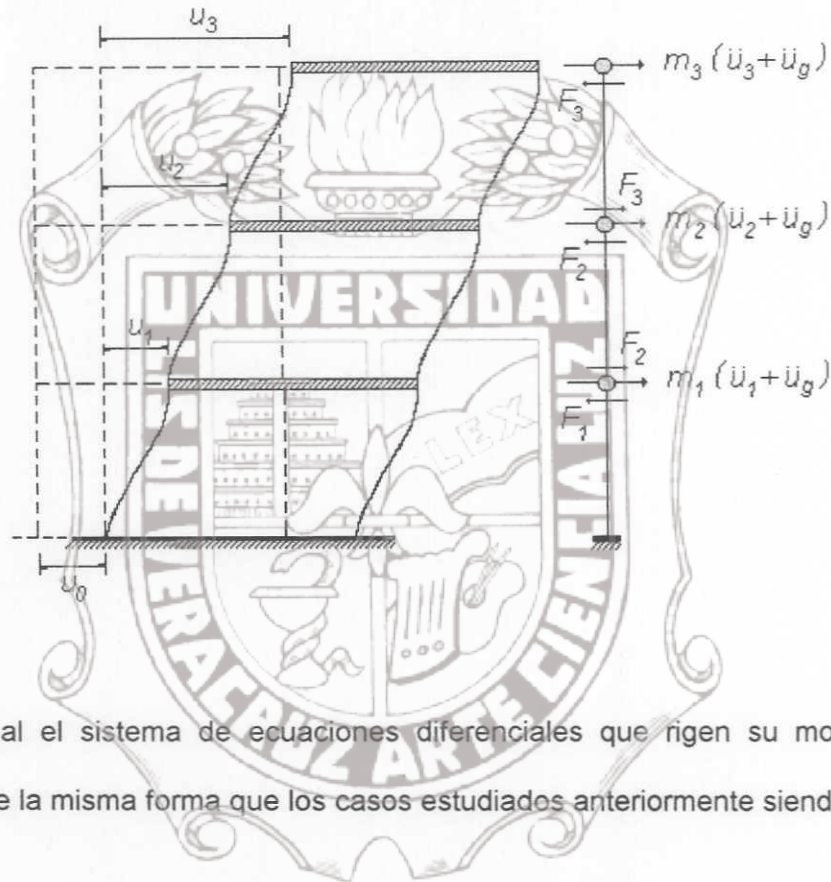
Ahora para la segunda fase de identificación, se parte de estos valores obtenidos, fijando el segundo parámetro para identificar el primer y tercer valor, siendo los resultados

$$a_1 = 7.998 \quad , \quad a_2 = 24.989 \quad , \quad a_3 = 5.011$$

Estos valores obtenidos son aproximadamente los que se estimaron como reales, teniendo errores mínimos de 0.025%, 0.044% y 0.22% respectivamente.

7.6 Modelo experimental de tres grados de libertad

El modelo físico consiste en una estructura de acero de tres niveles discretizado a tres grados de libertad como se muestra en la figura



para lo cual el sistema de ecuaciones diferenciales que rigen su movimiento es obtenido de la misma forma que los casos estudiados anteriormente siendo éste:

$$\begin{aligned} m\ddot{u}_1 + F_1(u_1 - u_0, \dot{u}_1 - \dot{u}_0, a) - F_2(u_2 - u_1, \dot{u}_2 - \dot{u}_1, a) &= -m\ddot{u}_g \\ m\ddot{u}_2 + F_2(u_2 - u_1, \dot{u}_2 - \dot{u}_1, a) - F_3(u_3 - u_2, \dot{u}_3 - \dot{u}_2, a) &= -m\ddot{u}_g \\ m\ddot{u}_3 + F_3(u_3 - u_2, \dot{u}_3 - \dot{u}_2, a) &= -m\ddot{u}_g \end{aligned}$$

donde

$$F_k(x_k, \dot{x}_k, c) = c_1 x_k + c_2 x_k^3 + c_3 \dot{x}_k + c_4 \dot{x}_k^3$$

Estas expresiones pueden escribirse como un sistema de primer orden, esto es, por medio de un cambio de variable, para lo cual se duplica el número de ecuaciones, es decir

$$\dot{u} = g(u, c)$$

siendo el vector de estado

$$\{u\}^T = (u_1, \dot{u}_1, u_2, \dot{u}_2, u_3, \dot{u}_3, c_1, c_2, c_3, c_4)$$

7.6.1 Estabilidad del modelo

Para probar la estabilidad de éste modelo, se realiza la identificación fijando los cuatro parámetros de la función carga como

$$c_1 = 25, \quad c_2 = 2.5, \quad c_3 = 1.0, \quad c_4 = 0.1$$

siendo integrado el sistema de ecuaciones usando \ddot{u}_g como la aceleración de la componente Norte-Sur del sismo de El Centro, California. Los desplazamientos y velocidades registradas en cada nivel fueron afectados con la adición de un ruido de $\pm 5\%$ y posteriormente empleado para realizar las estimaciones. Se procedió a la identificación con la observación de los desplazamientos y velocidades en los tres niveles, siendo los valores de las estimadas:

$$a_1 = 22 \quad , \quad a_2 = 0.0 \quad , \quad a_3 = 0.0 \quad , \quad a_4 = 0.0$$

obteniéndose los siguientes valores de los parámetros, al final del proceso de identificación (20 seg.):

$$a_1 = 24.9690 \quad , \quad a_2 = 2.5141 \quad , \quad a_3 = 1.0140 \quad , \quad a_4 = 0.1010$$

Se puede observar en los resultados obtenidos, tienen muy buena aproximación y alcanzan valores muy cercanos a los fijados.

7.7 Estructura de nueve grados de libertad

Para mostrar de una manera más amplia la aplicación de la identificación de parámetros, se hace uso de una estructura de nueve grados de libertad (Figura 1, APENDICE C) con la finalidad de llevar a cabo con ella, simulación correspondiente a las diferentes observaciones que se pueden realizar en cada uno de sus niveles. La función a considerar proporcionará un comportamiento no lineal en x_k y \dot{x}_k siendo ésta:

$$F_k(x_k, \dot{x}_k, c) = c_{1k} x_k + c_{2k} x_k^3 + c_{3k} \dot{x}_k + c_{4k} \dot{x}_k^3 \quad (7.21)$$

Para éste caso en que la estructura es de nueve niveles, discretizada a nueve grados de libertad por la consideración de trabes rígidas, pudiendo representarse el sistema de ecuaciones diferenciales de movimiento con una función de fuerza diferente en cada nivel, así como también masas diferentes. Considerando desplazamientos absolutos y la fuerza externa $P(t) = 0$, se tiene:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{u}_1 + F_1(u_1 - u_0, \dot{u}_1 - \dot{u}_0, a) - F_2(u_2 - u_1, \dot{u}_2 - \dot{u}_1, a) &= -m_1 \ddot{u}_g \\
 m_2 \ddot{u}_2 + F_2(u_2 - u_1, \dot{u}_2 - \dot{u}_1, a) - F_3(u_3 - u_2, \dot{u}_3 - \dot{u}_2, a) &= -m_2 \ddot{u}_g \\
 m_3 \ddot{u}_3 + F_3(u_3 - u_2, \dot{u}_3 - \dot{u}_2, a) - F_4(u_4 - u_3, \dot{u}_4 - \dot{u}_3, a) &= -m_3 \ddot{u}_g \\
 m_4 \ddot{u}_4 + F_4(u_4 - u_3, \dot{u}_4 - \dot{u}_3, a) - F_5(u_5 - u_4, \dot{u}_5 - \dot{u}_4, a) &= -m_4 \ddot{u}_g \\
 m_5 \ddot{u}_5 + F_5(u_5 - u_4, \dot{u}_5 - \dot{u}_4, a) - F_6(u_6 - u_5, \dot{u}_6 - \dot{u}_5, a) &= -m_5 \ddot{u}_g \\
 m_6 \ddot{u}_6 + F_6(u_6 - u_5, \dot{u}_6 - \dot{u}_5, a) - F_7(u_7 - u_6, \dot{u}_7 - \dot{u}_6, a) &= -m_6 \ddot{u}_g \\
 m_7 \ddot{u}_7 + F_7(u_7 - u_6, \dot{u}_7 - \dot{u}_6, a) - F_8(u_8 - u_7, \dot{u}_8 - \dot{u}_7, a) &= -m_7 \ddot{u}_g \\
 m_8 \ddot{u}_8 + F_8(u_8 - u_7, \dot{u}_8 - \dot{u}_7, a) - F_9(u_9 - u_8, \dot{u}_9 - \dot{u}_8, a) &= -m_8 \ddot{u}_g \\
 m_9 \ddot{u}_9 + F_9(u_9 - u_8, \dot{u}_9 - \dot{u}_8, a) &= -m_9 \ddot{u}_g
 \end{aligned}$$

Simplificando el problema consideraremos una función de fuerza del mismo tipo en cada uno de los niveles, siendo los parámetros $c_{jk} = c_j$ y que la masa m es constante; se tiene, que el vector de parámetros a identificar es

$$c = (c_1, c_2, c_3, c_4)^T \quad (7.22)$$

y el sistema de ecuaciones diferenciales es:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{u}_1 + F(u_1 - u_0, \dot{u}_1 - \dot{u}_0, a) - F(u_2 - u_1, \dot{u}_2 - \dot{u}_1, a) &= -m\ddot{u}_g \\
 m\ddot{u}_2 + F(u_2 - u_1, \dot{u}_2 - \dot{u}_1, a) - F(u_3 - u_2, \dot{u}_3 - \dot{u}_2, a) &= -m\ddot{u}_g \\
 m\ddot{u}_3 + F(u_3 - u_2, \dot{u}_3 - \dot{u}_2, a) - F(u_4 - u_3, \dot{u}_4 - \dot{u}_3, a) &= -m\ddot{u}_g \\
 m\ddot{u}_4 + F(u_4 - u_3, \dot{u}_4 - \dot{u}_3, a) - F(u_5 - u_4, \dot{u}_5 - \dot{u}_4, a) &= -m\ddot{u}_g \\
 m\ddot{u}_5 + F(u_5 - u_4, \dot{u}_5 - \dot{u}_4, a) - F(u_6 - u_5, \dot{u}_6 - \dot{u}_5, a) &= -m\ddot{u}_g \\
 m\ddot{u}_6 + F(u_6 - u_5, \dot{u}_6 - \dot{u}_5, a) - F(u_7 - u_6, \dot{u}_7 - \dot{u}_6, a) &= -m\ddot{u}_g \\
 m\ddot{u}_7 + F(u_7 - u_6, \dot{u}_7 - \dot{u}_6, a) - F(u_8 - u_7, \dot{u}_8 - \dot{u}_7, a) &= -m\ddot{u}_g \\
 m\ddot{u}_8 + F(u_8 - u_7, \dot{u}_8 - \dot{u}_7, a) - F(u_9 - u_8, \dot{u}_9 - \dot{u}_8, a) &= -m\ddot{u}_g \\
 m\ddot{u}_9 + F(u_9 - u_8, \dot{u}_9 - \dot{u}_8, a) &= -m\ddot{u}_g
 \end{aligned} \tag{7.23}$$

Escribiendo estas expresiones en términos de ecuaciones diferenciales de primer orden, esto es posible por medio de un cambio de variable que duplica el número de ecuaciones, esto es:

$$\dot{u} = g(u, c) \tag{7.24}$$

donde u es de dimensión $2N$ y c es un vector de dimensión NC , esto es expresado en el nuevo vector de estado:

$$\{u\}^T = (u_1 \ \dot{u}_1 \ u_2 \ \dot{u}_2 \ \dots \ u_9 \ \dot{u}_9 \ c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4)$$

el cual es de dimensión $NEQ = 2N + NC$ donde N es el número de grados de libertad del sistema y NC es el número de parámetros a identificar.

Introduciendo la ecuación (7.21) en (7.23) con el cambio de variable se tiene un sistema de 18 ecuaciones diferenciales de primer orden.

7.7.1 Evaluación numérica mediante simulación

Para éste propósito se consideran los siguientes parámetros:

$$c_1 = 15 \quad , \quad c_2 = 1.5 \quad , \quad c_3 = 1.0 \quad , \quad c_4 = 0.1$$

y además los parámetros estimados

$$a_1 = 10 \quad , \quad a_2 = 0.0 \quad , \quad a_3 = 0.0 \quad , \quad a_4 = 0.0$$

pudiendo partir si se quiere, de valores diferentes. De esta manera, el proceso de identificación se aplica a ésta estructura, haciendo observaciones en sus diferentes niveles, para lo cual se tienen los siguientes casos:

CASO I. Observación de un sólo nivel:

- Observando el nivel 1, se tiene que a los 17 seg. los parámetros están plenamente identificados, siendo sus valores al cabo de 20 seg.

$$a_1 = 14.901 \quad , \quad a_2 = 1.530 \quad , \quad a_3 = 1.003 \quad , \quad a_4 = 0.101$$

teniendo el primer parámetro un error de identificación de 0.66 %, el segundo de 2 %, el tercero de 0.27 % y por ultimo el cuarto con un error de 0.54 %. Se observa que el mayor error es de 2% , pudiendo mejorarse éste valor, así como los demás, iniciando una nueva identificación con los valores obtenidos.

- Observando el nivel 6 o el 9, los parámetros no pueden ser identificados, mientras que para los demás niveles sí es posible.

A manera de resumen se tienen los siguientes casos estudiados:

CASO II. Observación de dos niveles:

- Observando los niveles 1 y 2, los parámetros son identificados
- Observando los niveles 5 y 6, los parámetros son identificados
- Observando los niveles 8 y 9, los parámetros son identificados

CASO III. Observación de tres niveles:

- Observando los niveles 1,2 y 3; los parámetros son identificados
- Observando los niveles 7,8 y 9; los parámetros son identificados

CASO IV. Observación de cuatro niveles:

- Observando los niveles 1,2,3 y 4; los parámetros son identificados
- Observando los niveles 6,7,8 y 9; los parámetros son identificados

CASO V. Observación de cinco niveles:

- Observando los niveles 1,2,3,4 y 5; los parámetros son identificados

CASO VI. Observación de seis niveles:

- Observando los niveles 4,5,6,7,8 y 9; los parámetros son identificados

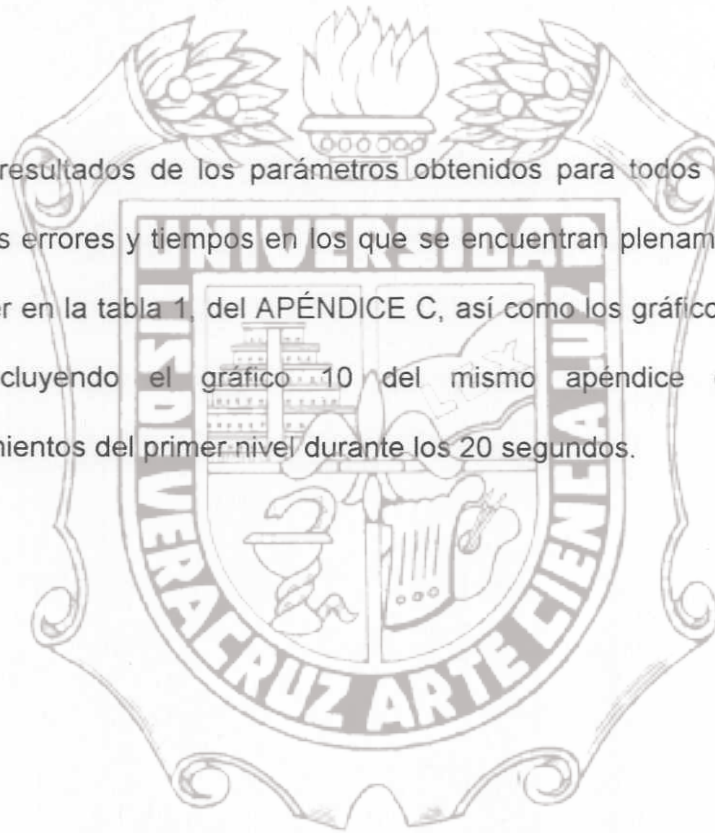
CASO VII. Observación de siete niveles:

- Observando los niveles 3,4,5,6,7,8 y 9; los parámetros son identificados

CASO VIII. Observación de nueve niveles:

Los parámetros son identificados

Los resultados de los parámetros obtenidos para todos éstos casos con sus respectivos errores y tiempos en los que se encuentran plenamente identificados, se pueden ver en la tabla 1, del APÉNDICE C, así como los gráficos de cada uno de los casos, incluyendo el gráfico 10 del mismo apéndice que representa los desplazamientos del primer nivel durante los 20 segundos.



VIII CONCLUSIONES

El trabajo presentado es un seguimiento de estudios realizados con anterioridad por Distefano, Rath y Peña Pardo, habiendo estado dedicados a la identificación de parámetros en sistemas lineales. Es por esto que en el presente trabajo se realizan estudios en sistemas no lineales, permitiendo evaluar dichos parámetros cuando se tiene información suficiente de las estructuras, para el caso de modelos experimentales y edificios reales o simplemente por la simulación del comportamiento mecánico de la estructura bajo la acción de fuerzas sísmicas, obteniéndose información valiosa para la investigación.

Cabe hacer notar que los resultados de los parámetros, presentan errores mínimos, mostrando con esto que el procedimiento empleado está en un rango de exactitud tolerable, siendo esto posible por el programa de computadora empleado para tales cálculos. También se puede observar por medio de las gráficas, que la tendencia de los valores de los parámetros estimados hacia los valores de los parámetros reales, es muy clara en todos los casos de simulación; habiéndose comprobado para estructuras de uno, tres y nueve niveles, a excepción de dos casos en los que los parámetros no se pudieron identificar, esto se debe a que el algoritmo se vuelve inestable ante la poca información proporcionada, ya que se observan únicamente uno de los niveles superiores de la estructura.

Este trabajo presenta los resultados en base a valores estimados, los cuales se mantuvieron fijos en casi todos los casos probados, observando diferentes niveles de

la estructura, esto es con el fin de poder comparar dichos resultados; no queriendo decir que siempre se deba tomar ésta consideración, ya que se puede hacer variar los parámetros a manera de experimentación, obteniendo de igual forma buenos resultados. Estos resultados obtenidos en la identificación, fueron a manera de simulación, siendo posible lograr un registro sísmico en un edificio real por medio de la instrumentación en todos o en algunos de los niveles; que nos permita estudiar su comportamiento y compararlo con estudios futuros con otros registros durante su vida útil y así poder diagnosticar las condiciones de rigidez y de amortiguamiento de tal edificio.





APÉNDICE A

Subrutina y datos para la identificación

SUBROUTINA de identificación de parámetros.

```

SUBROUTINE DIFFUN (N,T,Y,DY)
COMMON/SFORCE/TIM(1000),FOR(1000),NFOR
DIMENSION D(22,22),DT(22,22),QG(22,22),GQ(22,22),DQ(22,22)
DIMENSION QD(22,22),YDIF(18)
DIMENSION Y(1),DY(1)
COMMON/DIFF1/NMASA,NE1,NIC,NIG,NEQ
COMMON/DIFF2/Q(22,22),G(22,22),C(4),XM(9),P(9)
COMMON/DRIV/YDFF(18)

C      DIFERENCIAS ENTRE u y e
      NE=2*NMASA+2

      DO 100 I=1,NIG-1
C      CALL RAND (ALEAT)
C      DIST=ALEAT/2.0 - 0.5
C      DIST=RANF(0)/2.0 - 0.5
C      ZN=0.1
C      Y(I+2)=Y(I+2)*(1.0+ZN*DIST)
C      YDIF(I)=Y(I+2)-Y(I+NE)
100    CONTINUE

C      PARA LAS OTRAS YDIF(I) SE HACEN CERO
      DO 200 I=NIG,NEQ
200    YDIF(I)=0.0
      CONTINUE

C      DIFERENCIAS RELATIVAS
      D1=Y(3)-Y(1)
      D2=Y(5)-Y(3)
      D3=Y(7)-Y(5)
      D4=Y(9)-Y(7)
      D5=Y(11)-Y(9)
      D6=Y(13)-Y(11)
      D7=Y(15)-Y(13)
      D8=Y(17)-Y(15)
      D9=Y(19)-Y(17)

      DD1=Y(4)-Y(2)
      DD2=Y(6)-Y(4)
      DD3=Y(8)-Y(6)
      DD4=Y(10)-Y(8)
      DD5=Y(12)-Y(10)
      DD6=Y(14)-Y(12)
      DD7=Y(16)-Y(14)
      DD8=Y(18)-Y(16)
      DD9=Y(20)-Y(18)

```

S1=SYS(D1,DD1,C)
 S2=SYS(D2,DD2,C)
 S3=SYS(D3,DD3,C)
 S4=SYS(D4,DD4,C)
 S5=SYS(D5,DD5,C)
 S6=SYS(D6,DD6,C)
 S7=SYS(D7,DD7,C)
 S8=SYS(D8,DD8,C)
 S9=SYS(D9,DD9,C)

P(1)=FORCE(T,2)
 P(2)=FORCE(T,2)
 P(3)=FORCE(T,2)
 P(4)=FORCE(T,2)
 P(5)=FORCE(T,2)
 P(6)=FORCE(T,2)
 P(7)=FORCE(T,2)
 P(8)=FORCE(T,2)
 P(9)=FORCE(T,2)

C

CONDICIONES INICIALES Y DERIVADAS

Y(1)=0.0
 Y(2)=0.0
 DY(1)=Y(2)
 DY(2)=0.0
 DY(3)=Y(4)
 DY(4)=(-S1+S2+P(1))/XM(1)
 DY(5)=Y(6)
 DY(6)=(-S2+S3+P(2))/XM(2)
 DY(7)=Y(8)
 DY(8)=(-S3+S4+P(3))/XM(3)
 DY(9)=Y(10)
 DY(10)=(-S4+S5+P(4))/XM(4)
 DY(11)=Y(12)
 DY(12)=(-S5+S6+P(5))/XM(5)
 DY(13)=Y(14)
 DY(14)=(-S6+S7+P(6))/XM(6)
 DY(15)=Y(16)
 DY(16)=(-S7+S8+P(7))/XM(7)
 DY(17)=Y(18)
 DY(18)=(-S8+S9+P(8))/XM(8)
 DY(19)=Y(20)
 DY(20)=(-S9+P(9))/XM(9)

C

TRANSFERENCIA DE Y(NE1+1=43) A Y(NET=295) DENTRO DE Q(I,J)

NK=NE1
 DO 300 I=1,NEQ
 DO 300 J=I,NEQ
 NK=NK+1
 Q(I,J)=Y(NK)
 Q(J,I)=Q(I,J)
 300 CONTINUE

300



CALL MATMUL (Q,G,QQ,NEQ,NEQ,NEQ)
CALL MATMUL (QG,YDIF,YDFF,NEQ,NEQ,1)

C PARTIENDO DE LAS ECUACIONES DE FILTRADO SE TIENE:

C DIFERENCIAS ENTRE LAS e y \acute{e}

$$D1=Y(21)-Y(1)$$

$$D2=Y(23)-Y(21)$$

$$D3=Y(25)-Y(23)$$

$$D4=Y(27)-Y(25)$$

$$D5=Y(29)-Y(27)$$

$$D6=Y(31)-Y(29)$$

$$D7=Y(33)-Y(31)$$

$$D8=Y(35)-Y(33)$$

$$D9=Y(37)-Y(35)$$

$$DD1=Y(22)-Y(2)$$

$$DD2=Y(24)-Y(22)$$

$$DD3=Y(26)-Y(24)$$

$$DD4=Y(28)-Y(26)$$

$$DD5=Y(30)-Y(28)$$

$$DD6=Y(32)-Y(30)$$

$$DD7=Y(34)-Y(32)$$

$$DD8=Y(36)-Y(34)$$

$$DD9=Y(38)-Y(36)$$

$$S1=SYS(D1,DD1,Y(NIC))$$

$$S2=SYS(D2,DD2,Y(NIC))$$

$$S3=SYS(D3,DD3,Y(NIC))$$

$$S4=SYS(D4,DD4,Y(NIC))$$

$$S5=SYS(D5,DD5,Y(NIC))$$

$$S6=SYS(D6,DD6,Y(NIC))$$

$$S7=SYS(D7,DD7,Y(NIC))$$

$$S8=SYS(D8,DD8,Y(NIC))$$

$$S9=SYS(D9,DD9,Y(NIC))$$

C CONTINUACION DE LAS DERIVADAS

$$DY(21)=YDFF(1)+Y(22)$$

$$DY(22)=YDFF(2)+(-S1+S2+P(1))/XM(1)$$

$$DY(23)=YDFF(3)+Y(24)$$

$$DY(24)=YDFF(4)+(-S2+S3+P(2))/XM(2)$$

$$DY(25)=YDFF(5)+Y(26)$$

$$DY(26)=YDFF(6)+(-S3+S4+P(3))/XM(3)$$

$$DY(27)=YDFF(7)+Y(28)$$

$$DY(28)=YDFF(8)+(-S4+S5+P(4))/XM(4)$$

$$DY(29)=YDFF(9)+Y(30)$$

$$DY(30)=YDFF(10)+(-S5+S6+P(5))/XM(5)$$

$$DY(31)=YDFF(11)+Y(32)$$

$$DY(32)=YDFF(12)+(-S6+S7+P(6))/XM(6)$$

$$DY(33)=YDFF(13)+Y(34)$$

$$DY(34)=YDFF(14)+(-S7+S8+P(7))/XM(7)$$

$$DY(35)=YDFF(15)+Y(36)$$



$DY(36)=YDFF(16)+(-S8+S9+P(8))/XM(8)$
 $DY(37)=YDFF(17)+Y(38)$
 $DY(38)=YDFF(18)+(-S9+P(9))/XM(9)$
 $DY(39)=YDFF(19)$
 $DY(40)=YDFF(20)$
 $DY(41)=YDFF(21)$
 $DY(42)=YDFF(22)$

C

ELEMENTOS DE LA MATRIZ JACOBIANA

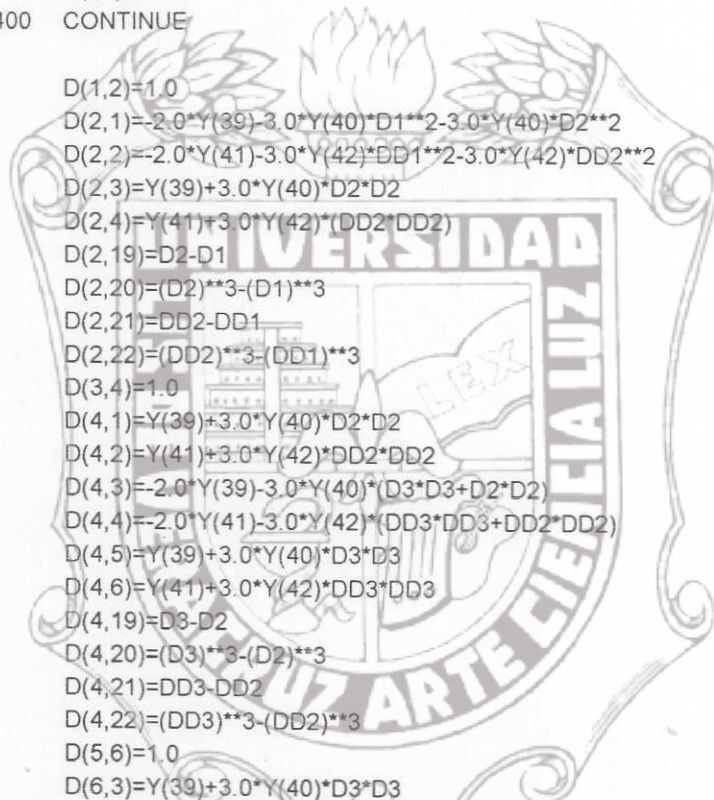
DO 400 I=1,NEQ

DO 400 J=1,NEQ

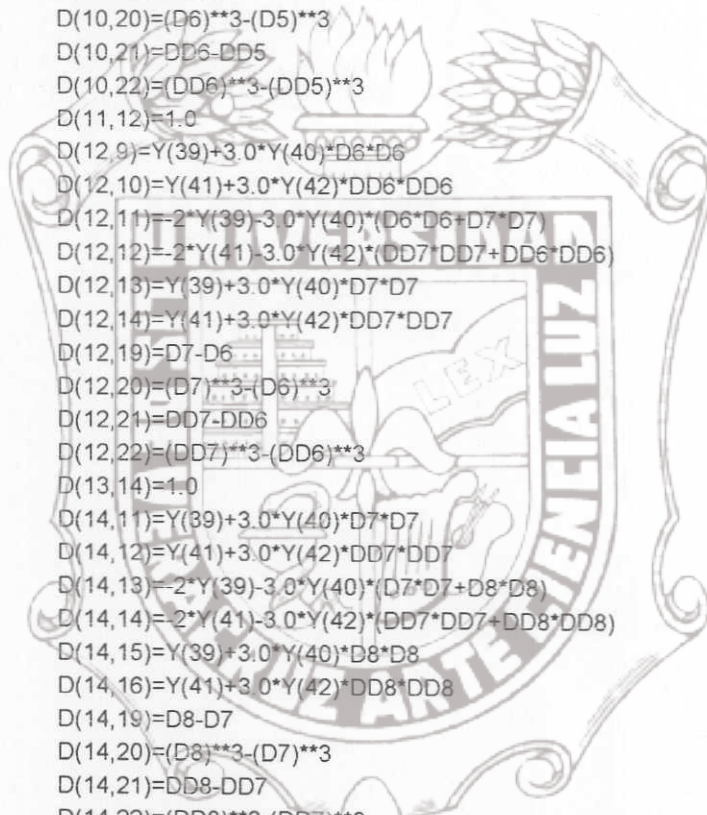
D(I,J)=0.0

400 CONTINUE

$D(1,2)=1.0$
 $D(2,1)=-2.0*Y(39)-3.0*Y(40)*D1**2-3.0*Y(40)*D2**2$
 $D(2,2)=-2.0*Y(41)-3.0*Y(42)*DD1**2-3.0*Y(42)*DD2**2$
 $D(2,3)=Y(39)+3.0*Y(40)*D2*D2$
 $D(2,4)=Y(41)+3.0*Y(42)*(DD2*DD2)$
 $D(2,19)=D2-D1$
 $D(2,20)=(D2)**3-(D1)**3$
 $D(2,21)=DD2-DD1$
 $D(2,22)=(DD2)**3-(DD1)**3$
 $D(3,4)=1.0$
 $D(4,1)=Y(39)+3.0*Y(40)*D2*D2$
 $D(4,2)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD2*DD2$
 $D(4,3)=-2.0*Y(39)-3.0*Y(40)*(D3*D3+D2*D2)$
 $D(4,4)=-2.0*Y(41)-3.0*Y(42)*(DD3*DD3+DD2*DD2)$
 $D(4,5)=Y(39)+3.0*Y(40)*D3*D3$
 $D(4,6)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD3*DD3$
 $D(4,19)=D3-D2$
 $D(4,20)=(D3)**3-(D2)**3$
 $D(4,21)=DD3-DD2$
 $D(4,22)=(DD3)**3-(DD2)**3$
 $D(5,6)=1.0$
 $D(6,3)=Y(39)+3.0*Y(40)*D3*D3$
 $D(6,4)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD3*DD3$
 $D(6,5)=-2.0*Y(39)-3.0*Y(40)*(D3*D3+D4*D4)$
 $D(6,6)=-2.0*Y(41)-3.0*Y(42)*(DD3*DD3+DD4*DD4)$
 $D(6,7)=Y(39)+3.0*Y(40)*D4*D4$
 $D(6,8)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD4*DD4$
 $D(6,19)=D4-D3$
 $D(6,20)=(D4)**3-(D3)**3$
 $D(6,21)=DD4-DD3$
 $D(6,22)=(DD4)**3-(DD3)**3$
 $D(7,8)=1.0$
 $D(8,5)=Y(39)+3.0*Y(40)*D4*D4$
 $D(8,6)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD4*DD4$
 $D(8,7)=-2.0*Y(39)-3.0*Y(40)*(D5*D5+D4*D4)$
 $D(8,8)=-2.0*Y(41)-3.0*Y(42)*(DD5*DD5+DD4*DD4)$
 $D(8,9)=Y(39)+3.0*Y(40)*D5*D5$
 $D(8,10)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD5*DD5$



$D(8,19)=D5-D4$
 $D(8,20)=(D5)**3-(D4)**3$
 $D(8,21)=DD5-DD4$
 $D(8,22)=(DD5)**3-(DD4)**3$
 $D(9,10)=1.0$
 $D(10,7)=Y(39)+3.0*Y(40)*D5*D5$
 $D(10,8)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD5*DD5$
 $D(10,9)=-2*Y(39)-3.0*Y(40)*(D5*D5+D6*D6)$
 $D(10,10)=-2*Y(41)-3.0*Y(42)*(DD5*DD5+DD6*DD6)$
 $D(10,11)=Y(39)+3.0*Y(40)*D6*D6$
 $D(10,12)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD6*DD6$
 $D(10,19)=D6-D5$
 $D(10,20)=(D6)**3-(D5)**3$
 $D(10,21)=DD6-DD5$
 $D(10,22)=(DD6)**3-(DD5)**3$
 $D(11,12)=1.0$
 $D(12,9)=Y(39)+3.0*Y(40)*D6*D6$
 $D(12,10)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD6*DD6$
 $D(12,11)=-2*Y(39)-3.0*Y(40)*(D6*D6+D7*D7)$
 $D(12,12)=-2*Y(41)-3.0*Y(42)*(DD7*DD7+DD6*DD6)$
 $D(12,13)=Y(39)+3.0*Y(40)*D7*D7$
 $D(12,14)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD7*DD7$
 $D(12,19)=D7-D6$
 $D(12,20)=(D7)**3-(D6)**3$
 $D(12,21)=DD7-DD6$
 $D(12,22)=(DD7)**3-(DD6)**3$
 $D(13,14)=1.0$
 $D(14,11)=Y(39)+3.0*Y(40)*D7*D7$
 $D(14,12)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD7*DD7$
 $D(14,13)=-2*Y(39)-3.0*Y(40)*(D7*D7+D8*D8)$
 $D(14,14)=-2*Y(41)-3.0*Y(42)*(DD7*DD7+DD8*DD8)$
 $D(14,15)=Y(39)+3.0*Y(40)*D8*D8$
 $D(14,16)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD8*DD8$
 $D(14,19)=D8-D7$
 $D(14,20)=(D8)**3-(D7)**3$
 $D(14,21)=DD8-DD7$
 $D(14,22)=(DD8)**3-(DD7)**3$
 $D(15,16)=1.0$
 $D(16,13)=Y(39)+3.0*Y(40)*D8*D8$
 $D(16,14)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD8*DD8$
 $D(16,15)=-2*Y(39)-3.0*Y(40)*(D9*D9+D8*D8)$
 $D(16,16)=-2*Y(41)-3.0*Y(42)*(DD9*DD9+DD8*DD8)$
 $D(16,17)=Y(39)+3.0*Y(40)*D9*D9$
 $D(16,18)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD9*DD9$
 $D(16,19)=D9-D8$
 $D(16,20)=(D9)**3-(D8)**3$
 $D(16,21)=DD9-DD8$
 $D(16,22)=(DD9)**3-(DD8)**3$
 $D(17,18)=1.0$
 $D(18,15)=Y(39)+3.0*Y(40)*D9*D9$
 $D(18,16)=Y(41)+3.0*Y(42)*DD9*DD9$
 $D(18,17)=-Y(39)-3.0*Y(40)*D9*D9$



```

D(18,18)=-Y(41)-3.0*Y(42)*DD9*DD9
D(18,19)=-D9
D(18,20)=-D9**3
D(18,21)=-DD9
D(18,22)=-DD9**3

```

```

DO 500 J=1,NEQ
D(2,J)=D(2,J)/XM(1)
D(4,J)=D(4,J)/XM(2)
D(6,J)=D(6,J)/XM(3)
D(8,J)=D(8,J)/XM(4)
D(10,J)=D(10,J)/XM(5)
D(12,J)=D(12,J)/XM(6)
D(14,J)=D(14,J)/XM(7)
D(16,J)=D(16,J)/XM(8)
D(18,J)=D(18,J)/XM(9)

```

```
500 CONTINUE
```

```
C FIN DEL CALCULO DE LAS DERIVADAS
```

```
C TRANSPUESTA DE LA MATRIZ D EN DT
```

```
DO 600 I=1,NEQ
```

```
DO 600 J=1,NEQ
```

```
DT(I,J)=D(J,I)
```

```
600 CONTINUE
```

```
C FINALMENTE LA NUEVA MATRIZ Q(I,J) ES CALCULADA
```

```
CALL MATMUL (D,Q,DQ,NEQ,NEQ,NEQ)
```

```
CALL MATMUL (Q,DT,QD,NEQ,NEQ,NEQ)
```

```
CALL MATMUL (Q,G,QG,NEQ,NEQ,NEQ)
```

```
CALL MATMUL (G,Q,GQ,NEQ,NEQ,NEQ)
```

```
CALL MATMUL (QG,GQ,Q,NEQ,NEQ,NEQ)
```

```
DO 700 I=1,NEQ
```

```
DO 700 J=1,NEQ
```

```
Q(I,J)=DQ(I,J)+QD(I,J)-Q(I,J)
```

```
Q(J,I)=Q(I,J)
```

```
700 CONTINUE
```

```
C ANTES QUE Q SEA CALCULADA ES RETRANSFERIDO Y(I),I=NE1+1,NET
```

```
NK=NE1
```

```
DO 800 I=1,NEQ
```

```
DO 800 J=1,NEQ
```

```
NK=NK+1
```

```
DY(NK)=Q(I,J)
```

```
800 CONTINUE
```

```
RETURN
```

```
END
```


Tabla 1. Aceleraciones sísmicas de El Centro, California (18 de mayo de 1940).

t	\ddot{u}	t	\ddot{u}	t	\ddot{u}	t	\ddot{u}	t	\ddot{u}	t	\ddot{u}		
0.000	0.011	0.042	0.001	0.097	0.016	0.161	0.000	0.221	0.019	0.263	0.000	EC40N	1
0.291	0.006	0.332	-0.001	0.374	0.020	0.429	-0.024	0.471	0.008	0.581	0.043	EC40N	2
0.623	0.009	0.665	0.014	0.720	-0.009	0.720	-0.026	0.789	-0.039	0.789	-0.057	EC40N	3
0.872	-0.023	0.872	-0.034	0.941	-0.040	0.941	-0.060	0.997	-0.079	1.066	-0.067	EC40N	4
1.066	0.038	1.094	-0.043	1.168	0.090	1.315	-0.170	1.384	-0.083	1.412	-0.083	EC40N	5
1.440	-0.095	1.481	-0.089	1.509	-0.108	1.537	-0.128	1.628	0.114	1.703	0.236	EC40N	6
1.800	0.143	1.855	0.178	1.924	-0.261	2.007	-0.319	2.215	0.295	2.270	0.263	EC40N	7
2.320	-0.298	2.395	0.005	2.450	0.287	2.519	-0.047	2.575	0.152	2.652	0.208	EC40N	8
2.708	0.109	2.769	-0.033	2.893	0.103	2.976	-0.080	3.068	0.052	3.129	-0.155	EC40N	9
3.212	0.007	3.253	-0.206	3.386	0.193	3.419	-0.094	3.530	0.171	3.599	-0.036	EC40N	10
3.668	0.037	3.738	-0.074	3.835	0.031	3.904	-0.183	4.014	0.023	4.056	-0.044	EC40N	11
4.106	0.022	4.222	-0.197	4.314	-0.176	4.416	0.146	4.471	-0.005	4.618	0.257	EC40N	12
4.665	-0.205	4.756	0.061	4.831	-0.273	4.970	0.178	5.039	0.030	5.108	0.218	EC40N	13
5.199	0.027	5.233	0.125	5.302	0.129	5.330	0.109	5.343	-0.024	5.454	0.172	EC40N	14
5.510	-0.102	5.606	0.014	5.690	-0.195	5.773	-0.024	5.800	-0.005	5.809	-0.028	EC40N	15
5.869	-0.057	5.883	-0.033	5.925	0.022	5.990	0.011	6.013	0.024	6.085	-0.067	EC40N	16
6.132	0.001	6.174	0.049	6.188	0.015	6.188	-0.020	6.229	-0.038	6.279	0.021	EC40N	17
6.326	-0.006	6.368	-0.060	6.382	-0.016	6.409	0.020	6.459	-0.018	6.478	-0.003	EC40N	18
6.520	0.004	6.534	-0.004	6.562	-0.010	6.575	-0.002	6.603	-0.017	6.645	0.037	EC40N	19
6.686	0.046	6.714	0.039	6.728	0.001	6.769	-0.029	6.769	0.002	6.811	0.011	EC40N	20
6.852	0.002	6.908	0.009	6.991	-0.100	7.074	0.036	7.121	0.008	7.143	-0.028	EC40N	21
7.149	0.003	7.171	0.027	7.226	0.058	7.295	-0.049	7.370	0.030	7.406	0.011	EC40N	22
7.425	0.019	7.461	-0.025	7.525	-0.035	7.572	0.004	7.600	-0.063	7.641	-0.028	EC40N	23
7.669	-0.020	7.691	0.007	7.752	-0.005	7.794	-0.060	7.835	-0.036	7.877	-0.072	EC40N	24
7.960	-0.014	7.987	-0.006	8.001	0.022	8.070	0.047	8.126	0.026	8.126	-0.034	EC40N	25
8.195	-0.013	8.223	0.066	8.278	0.031	8.334	0.025	8.403	0.035	8.458	-0.037	EC40N	26
8.533	-0.034	8.596	-0.010	8.638	-0.026	8.735	0.153	8.818	-0.003	8.860	0.023	EC40N	27
8.882	-0.026	8.915	-0.002	8.956	-0.185	9.053	0.126	9.095	0.032	9.123	0.096	EC40N	28
9.150	0.125	9.253	-0.033	9.289	-0.045	9.427	0.130	9.441	-0.166	9.510	0.042	EC40N	29
9.635	-0.094	9.704	0.082	9.815	-0.088	9.898	0.006	9.939	-0.001	9.995	0.059	EC40N	30
10.022	-0.071	10.050	-0.045	10.050	-0.022	10.105	0.009	10.105	0.002	10.188	0.051	EC40N	31
10.272	-0.124	10.382	0.059	10.424	0.013	10.452	0.039	10.465	0.116	10.507	-0.037	EC40N	32
10.534	-0.057	10.645	0.031	10.701	0.022	10.714	0.052	10.770	0.090	10.839	-0.019	EC40N	33
10.922	0.047	10.922	-0.068	10.964	-0.079	10.991	-0.012	11.074	0.061	11.088	-0.027	EC40N	34
11.116	-0.042	11.207	0.029	11.207	0.055	11.227	0.076	11.268	0.043	11.324	0.021	EC40N	35
11.434	0.118	11.573	-0.100	11.656	-0.125	11.725	-0.209	11.725	-0.142	11.780	-0.116	EC40N	36
11.808	0.000	11.877	0.076	11.919	0.057	11.988	0.135	12.043	0.067	12.113	0.087	EC40N	37
12.168	0.064	12.168	-0.008	12.209	-0.027	12.209	-0.060	12.254	-0.016	12.254	-0.049	EC40N	38
12.362	-0.009	12.376	-0.053	12.431	-0.020	12.473	-0.041	12.556	0.018	12.625	-0.014	EC40N	39
12.702	0.041	12.763	-0.048	12.841	-0.013	12.957	-0.069	13.012	-0.101	13.040	-0.020	EC40N	40
13.137	0.050	13.220	-0.059	13.234	0.004	13.275	0.056	13.317	-0.001	13.331	-0.060	EC40N	41
13.358	0.018	13.358	0.070	13.414	0.109	13.428	-0.017	13.483	0.008	13.525	0.035	EC40N	42
13.538	0.027	13.608	-0.001	13.622	0.002	13.691	-0.128	13.718	-0.021	13.732	0.005	EC40N	43
13.829	0.112	13.857	0.043	13.912	-0.003	13.954	-0.060	14.004	0.031	14.037	0.069	EC40N	44
14.106	0.054	14.106	-0.079	14.142	-0.154	14.175	-0.122	14.203	-0.112	14.203	-0.047	EC40N	45
14.300	0.031	14.363	-0.032	14.363	-0.070	14.369	-0.033	14.438	0.026	14.494	-0.010	EC40N	46

Tabla 1. (Continuación).

t	\ddot{u}	t	\ddot{u}	t	\ddot{u}	t	\ddot{u}	t	\ddot{u}	t	\ddot{u}		
14.563	0.029	14.563	0.070	14.604	0.079	14.646	0.069	14.646	0.004	14.687	-0.016	EC40N	47
14.715	-0.057	14.771	-0.002	14.771	0.050	14.812	0.080	14.826	0.050	14.853	0.004	EC40N	48
14.853	-0.053	14.909	0.017	14.937	0.034	14.950	0.018	14.950	-0.079	14.978	-0.092	EC40N	49
15.020	-0.073	15.047	0.000	15.117	0.028	15.144	0.001	15.144	-0.022	15.186	-0.032	EC40N	50
15.214	0.031	15.249	0.054	15.296	0.036	15.310	-0.031	15.366	0.005	15.393	-0.003	EC40N	51
15.393	-0.042	15.407	-0.066	15.476	-0.035	15.518	-0.086	15.573	-0.048	15.629	0.077	EC40N	52
15.670	0.068	15.692	-0.019	15.753	0.054	15.781	0.058	15.836	-0.024	15.933	0.042	EC40N	53
15.961	-0.009	16.003	-0.009	16.016	-0.050	16.052	-0.070	16.080	-0.060	16.091	0.083	EC40N	54
16.135	0.091	16.155	0.082	16.210	-0.050	16.252	-0.012	16.293	-0.039	16.321	-0.018	EC40N	55
16.349	-0.008	16.390	-0.019	16.440	0.042	16.446	0.030	16.473	0.034	16.501	-0.024	EC40N	56
16.542	0.027	16.584	0.034	16.625	0.027	16.667	0.010	16.695	-0.009	16.750	0.021	EC40N	57
16.750	-0.019	16.764	-0.060	16.764	-0.086	16.805	-0.103	16.833	-0.090	16.833	-0.059	EC40N	58
16.847	-0.021	16.944	0.023	16.971	0.019	17.013	-0.027	17.068	0.041	17.138	0.072	EC40N	59
17.207	0.010	17.207	-0.008	17.235	0.010	17.248	0.047	17.262	0.031	17.304	0.025	EC40N	60
17.359	0.051	17.498	0.018	17.553	-0.025	17.553	-0.099	17.595	-0.099	17.733	0.013	EC40N	61
17.769	-0.005	17.863	-0.025	17.941	0.013	17.996	-0.023	18.107	0.025	18.134	-0.027	EC40N	62
18.217	0.033	18.231	0.041	18.259	0.006	18.494	-0.024	18.550	-0.039	18.583	-0.055	EC40N	63
18.702	0.019	18.738	0.008	18.757	-0.015	18.785	0.009	18.840	0.067	18.896	0.012	EC40N	64
18.909	-0.049	18.951	-0.005	18.979	0.007	19.042	0.018	19.090	0.056	19.145	0.022	EC40N	65
19.145	-0.018	19.186	-0.018	19.214	-0.046	19.214	-0.025	19.339	0.027	19.380	0.024	EC40N	66
19.422	0.030	19.436	-0.024	19.463	-0.053	19.602	0.035	19.671	-0.070	19.740	-0.009	EC40N	67
19.851	0.037	19.920	0.051	20.017	0.021	20.045	-0.011	20.114	0.020	20.169	-0.024	EC40N	68
20.197	-0.080	20.308	-0.026	20.377	0.049	20.432	0.049	20.501	-0.026	20.501	-0.056	EC40N	69
20.585	-0.047	20.668	0.049	20.737	0.025	20.737	-0.021	20.751	-0.057	20.958	0.100	EC40N	70
21.008	-0.073	21.111	-0.030	21.185	0.020	21.221	0.017	21.263	-0.067	21.374	0.000	EC40N	71
21.498	0.055	21.567	0.013	21.664	-0.012	21.747	0.008	21.767	0.040	21.817	0.023	EC40N	72
21.872	0.049	21.941	0.065	21.955	-0.046	21.996	-0.071	22.080	-0.036	22.121	-0.038	EC40N	73
22.218	0.058	22.273	0.015	22.273	-0.041	22.315	-0.056	22.398	0.005	22.453	0.005	EC40N	74
22.509	-0.016	22.592	0.005	22.642	-0.005	22.675	0.001	22.772	0.075	22.791	0.025	EC40N	75
22.799	-0.048	22.841	-0.060	22.938	-0.030	23.090	0.041	23.132	0.020	23.215	0.036	EC40N	76
23.251	0.022	23.298	-0.027	23.353	-0.011	23.422	-0.011	23.533	0.052	23.630	-0.017	EC40N	77
23.685	-0.017	23.768	0.034	23.810	-0.038	23.865	0.026	23.926	0.008	23.976	-0.056	EC40N	78
24.073	0.058	24.101	-0.002	24.142	-0.037	24.211	0.054	24.294	0.085	24.322	0.074	EC40N	79
24.322	-0.104	24.378	-0.121	24.461	-0.062	24.461	0.081	24.544	0.132	24.558	0.088	EC40N	80
24.571	0.049	24.585	-0.056	24.682	-0.004	24.751	-0.062	24.779	-0.051	24.834	-0.064	EC40N	81
24.862	-0.051	24.904	0.017	24.987	0.040	25.097	0.086	25.125	0.055	25.125	-0.047	EC40N	82
25.167	-0.057	25.236	-0.009	25.264	-0.075	25.305	-0.046	25.333	0.002	25.374	0.004	EC40N	83
25.527	0.086	25.554	-0.041	25.596	-0.084	25.651	-0.037	25.762	-0.097	25.845	-0.024	EC40N	84
25.859	0.063	25.928	0.152	25.928	0.056	25.956	0.027	25.956	-0.066	25.970	-0.092	EC40N	85
26.011	-0.044	26.108	0.057	26.122	-0.133	26.149	-0.117	26.316	-0.034	26.329	0.025	EC40N	86
26.426	0.135	26.490	0.060	26.662	-0.010	26.786	0.013	26.828	-0.019	26.828	-0.052	EC40N	87
26.855	-0.060	26.925	-0.046	26.952	-0.005	27.021	0.011	27.091	0.029	27.160	-0.027	EC40N	88
27.271	0.028	27.326	0.008	27.381	0.029	27.423	0.031	27.487	0.013	27.506	0.020	EC40N	89
27.520	0.033	27.589	0.052	27.672	-0.007	27.811	0.042	27.852	0.054	27.880	0.044	EC40N	90
27.921	-0.011	28.004	-0.042	28.052	-0.014	28.060	0.017	28.129	0.035	28.198	-0.010	EC40N	91
28.240	-0.032	28.337	-0.004	28.337	0.014	28.351	0.043	28.392	-0.012	28.433	-0.017	EC40N	92
28.447	-0.028	28.530	0.001	28.669	0.025	28.724	0.001	28.821	0.037	28.890	-0.037	EC40N	93
28.960	-0.036	29.126	0.015	29.167	0.013	29.278	0.038	29.389	-0.024	0.000	0.000	EC40N	94



APÉNDICE B

Resultados obtenidos para una estructura de un grado de libertad

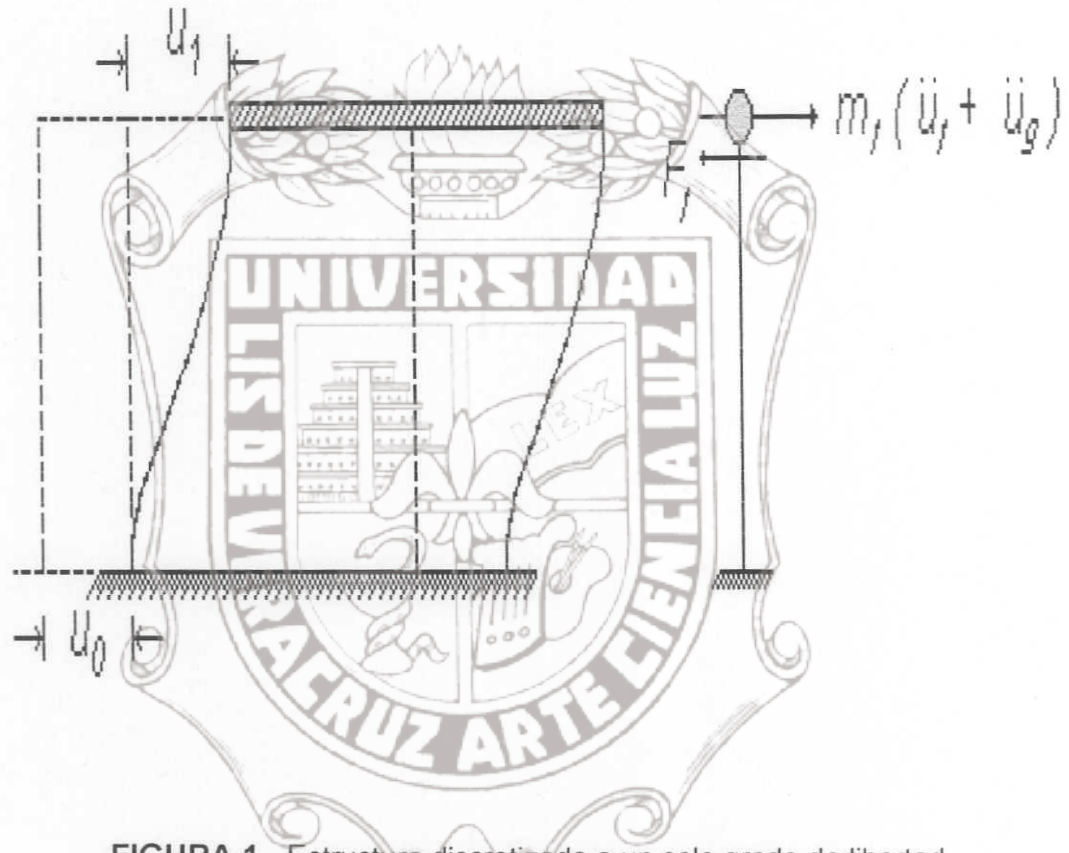


FIGURA 1. Estructura discretizada a un solo grado de libertad

(para éste caso $u_0 = 0$)

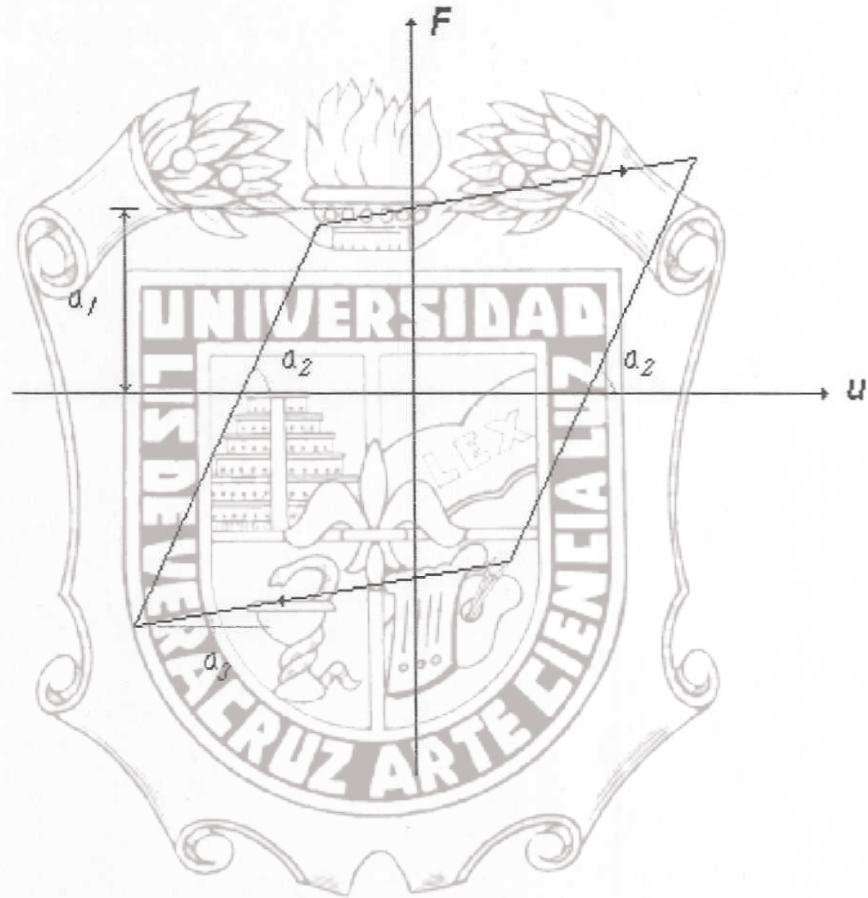


FIGURA 2. Comportamiento histerético bi-lineal para una estructura de un grado de libertad

Tabla 1. Resultados obtenidos en la identificación, para un grado de libertad con efecto de rigidez no lineal.

t	U_1	C_1	C_2	C_3
0.0233	0.0009	25.0000	1.0000	0.5000
0.1018	0.0118	25.0000	1.0000	0.5039
0.1471	0.0268	25.0010	1.0000	0.5220
0.2072	0.0483	25.0060	1.0000	0.5830
0.2710	0.0788	25.0190	1.0001	0.6942
0.3844	0.1174	25.0750	1.0007	0.9393
0.4499	0.1244	25.1270	1.0016	1.0354
0.5404	0.1079	25.1980	1.0030	1.0273
0.6214	0.1405	25.2560	1.0043	0.9864
0.7379	0.1959	25.4330	1.0106	1.0449
0.7696	0.1882	25.4890	1.0136	1.0669
0.8329	0.1145	25.5470	1.0167	1.0568
0.8725	0.0351	25.5390	1.0159	1.2127
0.9457	-0.1485	25.5940	1.0185	1.7184
1.0153	-0.3776	25.7500	1.0266	2.0310
1.0907	-0.6599	26.0500	1.0722	2.2446
1.1678	-0.8179	26.7300	1.3527	2.3595
1.2093	-0.7887	27.3630	1.6989	2.3375
1.2685	-0.6752	28.3180	2.2094	2.1984
1.3632	-0.6422	28.9960	2.4954	2.0341
1.4536	-0.7932	29.1140	2.5471	1.9979
1.5454	-1.0033	29.1350	2.5814	1.9946
1.6204	-1.1303	29.1480	2.5965	1.9956
1.6954	-0.8738	29.1600	2.6121	1.9967
1.7933	0.1811	29.1890	2.6403	2.0147
1.8854	1.4519	29.1940	2.8510	2.0536
1.9199	1.8275	29.1780	3.0255	2.0641
1.9723	1.9994	29.1390	3.2525	2.0641
2.0435	1.4160	29.1310	3.3367	2.0553
2.1168	0.2681	29.1980	3.3376	2.0360
2.2438	-1.0976	29.2800	3.2943	2.0178
2.3568	-0.9158	29.2820	3.3056	2.0194
2.4869	-0.5714	29.3160	3.3144	2.0180
2.6197	0.5391	29.3480	3.3072	2.0143
2.7606	1.9803	29.3590	3.3057	2.0161
2.8413	2.2216	29.3850	3.2863	2.0152
2.9505	1.7759	29.4690	3.2297	2.0143
3.0640	0.6429	29.4910	3.2182	2.0127
3.2598	-1.4566	29.5960	3.1607	2.0063
3.3500	-2.1425	29.6080	3.1526	2.0060
3.5246	-1.1378	29.6350	3.1376	2.0065
3.7513	1.5016	29.6700	3.1197	2.0038
3.8513	1.7013	29.6740	3.1170	2.0038
3.9664	0.9493	29.6750	3.1168	2.0036

Tabla 1. (Continuación).

4.1401	-0.8637	29.6810	3.1138	2.0027
4.3176	-2.1477	29.6810	3.1144	2.0028
4.4628	-1.9475	29.7100	3.1023	2.0031
4.5428	-1.0149	29.7170	3.0996	2.0033
4.6872	1.2927	29.7260	3.0953	2.0028
4.8028	2.0872	29.7400	3.0887	2.0025
5.0094	0.2531	29.7600	3.0805	2.0026
5.3380	-0.0137	29.7640	3.0781	2.0022
5.5633	1.2918	29.7670	3.0772	2.0023
5.7774	0.2214	29.7750	3.0751	2.0025
5.8957	-0.6949	29.7770	3.0747	2.0025
6.0836	-1.4506	29.7980	3.0675	2.0026
6.3619	-0.0574	29.8200	3.0605	2.0025
6.5618	-0.1950	29.8270	3.0579	2.0025
6.6922	-2.1299	29.8330	3.0541	2.0024
6.7818	-3.8998	29.8730	3.0404	2.0016
6.8551	-4.0154	29.9340	3.0166	2.0004
6.9214	-2.8074	29.9470	3.0117	2.0002
7.0211	-0.3352	29.9480	3.0111	2.0002
7.1552	2.1948	29.9540	3.0087	2.0000
7.2865	2.7646	29.9600	3.0064	1.9999
7.5091	-0.0636	29.9610	3.0060	1.9999
7.6167	-1.4031	29.9610	3.0058	1.9998
7.7377	-2.0703	29.9610	3.0058	1.9998
7.8948	-1.3791	29.9610	3.0059	1.9998
8.1405	0.5861	29.9610	3.0059	1.9998
8.2957	1.2571	29.9610	3.0060	1.9998
8.4952	0.9385	29.9610	3.0059	1.9997
8.7744	-0.3965	29.9610	3.0059	1.9997
9.0028	-0.1810	29.9620	3.0057	1.9997
9.3039	0.4212	29.9620	3.0057	1.9996
9.5727	0.8260	29.9630	3.0055	1.9997
9.8102	0.0524	29.9640	3.0054	1.9996
10.0620	-0.7743	29.9650	3.0053	1.9997
10.2990	-0.2863	29.9650	3.0050	1.9997
10.5160	0.3386	29.9660	3.0050	1.9997
10.7800	0.5670	29.9670	3.0047	1.9997
10.9700	0.5419	29.9670	3.0047	1.9997
11.3940	-0.0051	29.9680	3.0045	1.9997
11.5700	1.2374	29.9680	3.0045	1.9997
11.7960	0.0694	29.9690	3.0043	1.9998
12.0040	-1.2240	29.9690	3.0043	1.9998
12.4630	1.3603	29.9710	3.0041	1.9998
12.7210	-0.7622	29.9720	3.0039	1.9999
12.8930	-2.6996	29.9720	3.0038	1.9999
13.0860	-1.8339	29.9730	3.0038	1.9999
13.3410	1.0895	29.9730	3.0038	1.9999
13.4890	1.7548	29.9730	3.0038	1.9999
13.7610	-0.0898	29.9740	3.0038	1.9999

Tabla 1. (Continuación).

13.9170	-1.5694	29.9740	3.0038	1.9999
14.1490	-0.8782	29.9750	3.0037	1.9999
14.2890	-0.1980	29.9750	3.0036	1.9999
14.6400	0.6891	29.9760	3.0035	1.9999
15.0220	2.2099	29.9760	3.0034	1.9999
15.1930	3.0884	29.9770	3.0031	1.9999
15.4640	3.0810	29.9780	3.0030	1.9999
15.6350	3.5056	29.9780	3.0029	1.9999
15.8060	3.9561	29.9790	3.0027	1.9999
15.9930	3.9387	29.9790	3.0026	1.9999
16.1010	4.1077	29.9790	3.0025	1.9999
16.2710	4.4505	29.9790	3.0024	1.9999
16.3790	4.4761	29.9790	3.0024	1.9999
16.5180	4.5657	29.9800	3.0023	1.9999
16.6970	4.8296	29.9800	3.0023	1.9999
16.8360	4.9043	29.9800	3.0023	1.9999
16.9050	4.9597	29.9800	3.0023	1.9999
16.9970	5.0534	29.9800	3.0023	1.9999
17.0790	5.1281	29.9800	3.0022	1.9999
17.1200	4.7106	29.9800	3.0022	1.9999
17.2000	2.4237	29.9800	3.0022	1.9999
17.3680	-2.6163	29.9810	3.0020	1.9999
17.5090	-3.1753	29.9810	3.0020	1.9999
17.7540	0.7784	29.9810	3.0020	1.9999
18.0140	-1.7186	29.9800	3.0021	1.9999
18.2700	-0.4537	29.9800	3.0020	1.9998
18.5940	-1.0030	29.9800	3.0021	1.9998
18.8540	0.0620	29.9800	3.0021	1.9998
19.0560	0.7030	29.9810	3.0020	1.9998
19.3540	0.3844	29.9810	3.0020	1.9998
19.9520	-0.2165	29.9810	3.0019	1.9998

Tabla 2. Resultados obtenidos en la identificación, para un grado de libertad con efecto de amortiguamiento no lineal.

t	u_1	c_1	c_2	c_3
0.0229	0.0009	25.0000	1.0000	0.5000
0.0598	0.0041	25.0000	1.0005	0.5000
0.1026	0.0115	25.0000	1.0047	0.5001
0.1358	0.0220	25.0010	1.0185	0.5010
0.1890	0.0394	25.0050	1.0749	0.5073
0.2527	0.0648	25.0170	1.1863	0.5252
0.2915	0.0803	25.0310	1.2810	0.5470
0.3499	0.0971	25.0610	1.4171	0.5784
0.3846	0.1053	25.0830	1.4802	0.5911
0.4539	0.1106	25.1340	1.5684	0.6057
0.5769	0.1054	25.1780	1.5833	0.6099
0.6280	0.1353	25.2060	1.5744	0.6153
0.6776	0.1636	25.2660	1.5854	0.6588
0.7294	0.1823	25.3510	1.6487	0.7401
0.8059	0.1424	25.4420	1.6897	0.7979
0.8373	0.0991	25.4160	1.7910	0.9530
0.8838	0.0261	25.3900	1.9873	1.6455
0.9112	-0.0179	25.4050	2.0161	1.8716
0.9543	-0.0884	25.4370	2.0242	2.0645
0.9762	-0.1272	25.4540	2.0192	2.1279
1.0262	-0.2251	25.4880	1.9836	2.2313
1.0701	-0.3112	25.5130	1.9512	2.2883
1.1149	-0.3740	25.5650	1.9470	2.3332
1.1790	-0.3905	25.8370	2.1045	2.3241
1.2522	-0.2928	26.2180	2.1480	2.2599
1.3017	-0.2721	26.3610	2.1020	2.2287
1.3333	-0.3113	26.4430	2.0935	2.2055
1.3665	-0.3829	26.4780	2.0827	2.2160
1.4123	-0.4811	26.4920	2.0551	2.2404
1.4643	-0.5827	26.5100	2.0303	2.2676
1.5400	-0.7268	26.5520	2.0044	2.3070
1.6174	-0.8239	26.6560	2.0179	2.3323
1.6501	-0.7850	26.7880	2.0550	2.3203
1.6709	-0.7297	26.8460	2.0855	2.2970
1.6972	-0.6430	26.8840	2.1794	2.2397
1.7115	-0.5919	26.8960	2.2372	2.2075
1.7370	-0.5008	26.9110	2.3179	2.1644
1.7624	-0.4130	26.9210	2.3677	2.1386
1.7878	-0.3297	26.9290	2.3963	2.1241
1.8132	-0.2502	26.9370	2.4137	2.1156
1.8459	-0.1493	26.9450	2.4284	2.1092
1.8640	-0.0934	26.9490	2.4351	2.1065
1.8963	-0.0114	26.9570	2.4424	2.1048
1.9437	-0.0067	26.9740	2.4591	2.1071

Tabla 2. (Continuación).

1.9708	-0.0838	26.9850	2.4710	2.1039
2.0020	-0.1959	26.9930	2.4981	2.0927
2.0203	-0.2637	26.9960	2.5141	2.0862
2.0540	-0.3789	27.0020	2.5330	2.0788
2.0674	-0.4199	27.0040	2.5368	2.0773
2.1096	-0.5251	27.0120	2.5415	2.0765
2.1768	-0.5545	27.0400	2.5503	2.0798
2.2008	-0.4969	27.0540	2.5492	2.0804
2.2200	-0.4312	27.0610	2.5529	2.0786
2.2442	-0.3404	27.0680	2.5635	2.0746
2.2660	-0.2590	27.0730	2.5730	2.0712
2.2858	-0.1887	27.0780	2.5799	2.0688
2.3163	-0.1161	27.0850	2.5850	2.0676
2.3525	-0.1346	27.0940	2.5906	2.0683
2.4291	-0.2573	27.1130	2.5963	2.0670
2.4613	-0.2141	27.1210	2.6000	2.0660
2.4933	-0.1203	27.1270	2.6038	2.0656
2.5400	-0.0189	27.1360	2.6115	2.0654
2.5706	0.0359	27.1440	2.6256	2.0647
2.6205	0.1656	27.1560	2.6397	2.0647
2.6612	0.2891	27.1640	2.6409	2.0654
2.6928	0.3832	27.1710	2.6410	2.0661
2.7564	0.5283	27.1930	2.6503	2.0676
2.8019	0.5689	27.2700	2.7045	2.0618
2.8787	-0.5794	27.6540	2.9021	2.0256
2.9756	0.6185	28.1190	3.1225	1.9758
3.0240	0.5496	28.2680	3.1284	1.9678
3.0914	0.4392	28.3310	3.0912	1.9688
3.1247	0.3773	28.3440	3.0796	1.9696
3.1628	0.2750	28.3480	3.0778	1.9700
3.2090	0.1613	28.3530	3.0771	1.9710
3.2365	0.1062	28.3560	3.0779	1.9715
3.2735	0.0087	28.3600	3.0782	1.9724
3.3118	-0.0942	28.3660	3.0757	1.9739
3.3661	-0.1734	28.3760	3.0787	1.9752
3.4108	-0.1313	28.3950	3.0804	1.9761
3.4694	-0.0768	28.4350	3.0537	1.9797
3.5251	-0.0032	28.4790	3.0155	1.9843
3.5495	0.0569	28.4840	3.0104	1.9845
3.5808	0.1333	28.4850	3.0100	1.9843
3.6438	0.2213	28.4860	3.0107	1.9842
3.7412	0.2696	28.4860	3.0174	1.9836
3.8530	0.1381	28.4910	3.0160	1.9841
3.9003	0.0572	28.4910	3.0169	1.9841
3.9303	-0.0241	28.4920	3.0179	1.9842
3.9724	-0.1351	28.4940	3.0174	1.9849
4.0469	-0.2570	28.4990	3.0231	1.9855
4.1294	-0.3239	28.5150	3.0549	1.9819
4.2050	-0.3948	28.5460	3.0968	1.9756

Tabla 2. (Continuación).

4.2462	-0.4952	28.5540	3.1028	1.9754
4.2737	-0.5734	28.5570	3.1009	1.9764
4.3079	-0.6698	28.5610	3.0975	1.9779
4.3391	-0.7504	28.5650	3.0944	1.9792
4.4265	-0.8112	28.6040	3.0870	1.9826
4.4548	-0.7490	28.6240	3.0785	1.9835
4.4953	-0.6546	28.6350	3.0734	1.9832
4.5442	-0.5323	28.6400	3.0709	1.9827
4.5775	-0.4320	28.6410	3.0712	1.9825
4.6101	-0.3222	28.6420	3.0712	1.9826
4.6333	-0.2426	28.6420	3.0708	1.9828
4.6609	-0.1704	28.6430	3.0705	1.9830
4.7368	-0.1737	28.6440	3.0715	1.9832
4.8031	-0.2073	28.6460	3.0713	1.9835
4.8311	-0.2549	28.6470	3.0710	1.9835
4.8498	-0.3087	28.6470	3.0712	1.9835
4.8707	-0.3725	28.6470	3.0710	1.9836
4.9213	-0.4928	28.6490	3.0702	1.9842
4.9920	-0.4755	28.6560	3.0695	1.9851
5.0271	-0.3855	28.6580	3.0685	1.9851
5.0723	-0.2746	28.6600	3.0686	1.9850
5.1218	-0.1289	28.6610	3.0686	1.9850
5.1465	-0.0504	28.6620	3.0681	1.9853
5.2032	0.0993	28.6640	3.0675	1.9858
5.2376	0.1735	28.6650	3.0684	1.9859
5.2852	0.2905	28.6680	3.0697	1.9861
5.3397	0.4250	28.6720	3.0702	1.9866
5.3832	0.4925	28.6770	3.0735	1.9866
5.4502	0.5927	28.6930	3.0908	1.9842
5.4690	0.6344	28.6960	3.0938	1.9839
5.5097	0.7017	28.7040	3.0982	1.9836
5.5834	0.6346	28.7540	3.0970	1.9833
5.6256	0.5558	28.7770	3.0851	1.9841
5.6788	0.4291	28.7890	3.0777	1.9843
5.7010	0.3605	28.7890	3.0778	1.9841
5.7305	0.2680	28.7890	3.0779	1.9840
5.7817	0.1335	28.7900	3.0778	1.9841
5.8386	0.0259	28.7900	3.0778	1.9841
5.9214	-0.1155	28.7900	3.0793	1.9841
6.0373	-0.1758	28.7940	3.0918	1.9826
6.1146	-0.1969	28.8090	3.0995	1.9817
6.2189	-0.2070	28.8380	3.1035	1.9809
6.3252	-0.1775	28.8790	3.0779	1.9845
6.4388	-0.1530	28.9040	3.0493	1.9887
6.4917	-0.1363	28.9080	3.0443	1.9895
6.6354	-0.0671	28.9110	3.0494	1.9887
6.7240	0.0350	28.9140	3.0564	1.9877
6.8437	0.1400	28.9240	3.0624	1.9870
6.9652	0.1373	28.9620	3.0501	1.9891

Tabla 2. (Continuación).

7.0168	0.0595	28.9760	3.0380	1.9909
7.0684	-0.0321	28.9790	3.0344	1.9913
7.1420	-0.0932	28.9790	3.0339	1.9913
7.2535	-0.0884	28.9780	3.0408	1.9903
7.4084	-0.0091	28.9830	3.0403	1.9903
7.5607	0.0101	28.9840	3.0378	1.9907
7.6458	-0.0622	28.9850	3.0371	1.9909
7.7997	-0.2065	28.9850	3.0378	1.9907
7.8958	-0.3277	28.9860	3.0426	1.9900
8.0446	-0.4296	28.9960	3.0490	1.9894
8.0966	-0.3657	29.0070	3.0448	1.9901
8.1800	-0.2375	29.0140	3.0393	1.9907
8.2365	-0.1677	29.0160	3.0371	1.9910
8.2930	-0.0686	29.0170	3.0370	1.9910
8.3910	0.0889	29.0190	3.0392	1.9908
8.4539	0.1709	29.0210	3.0420	1.9906
8.5521	0.1531	29.0410	3.0470	1.9898
8.7094	0.0186	29.0690	3.0313	1.9919
8.7717	0.1060	29.0720	3.0287	1.9922
8.8113	0.1875	29.0720	3.0286	1.9923
8.9438	0.2849	29.0740	3.0314	1.9920
8.9850	0.2083	29.0760	3.0318	1.9919
9.0170	0.1329	29.0760	3.0318	1.9918
9.0814	0.0712	29.0760	3.0318	1.9918
9.1505	0.1312	29.0760	3.0318	1.9918
9.2197	0.2676	29.0760	3.0318	1.9918
9.3419	0.3187	29.0790	3.0330	1.9920
9.4764	0.3199	29.0920	3.0300	1.9928
9.5616	0.2364	29.0980	3.0263	1.9934
9.6613	0.0752	29.1010	3.0243	1.9937
9.8140	-0.0519	29.1090	3.0270	1.9938
9.9212	-0.1940	29.1180	3.0303	1.9936
9.9748	-0.2263	29.1240	3.0322	1.9934
10.0980	-0.2072	29.1570	3.0258	1.9943
10.2010	-0.1335	29.1860	3.0108	1.9966
10.2850	-0.0753	29.1910	3.0058	1.9973
10.3340	-0.1301	29.1920	3.0055	1.9974
10.4300	-0.1774	29.1920	3.0052	1.9974
10.5140	-0.0940	29.1930	3.0054	1.9974
10.6340	-0.0652	29.1950	3.0071	1.9972
10.7690	0.0530	29.1970	3.0096	1.9967
10.8550	0.1968	29.1980	3.0102	1.9968
10.9670	0.2444	29.2050	3.0118	1.9968
11.0220	0.1744	29.2100	3.0096	1.9971
11.1140	0.1042	29.2170	3.0036	1.9981
11.2270	0.0045	29.2200	2.9995	1.9987
11.3590	0.1011	29.2200	2.9996	1.9987
11.4300	0.2210	29.2200	2.9993	1.9988
11.4600	0.2881	29.2200	2.9994	1.9988

Tabla 2. (Continuación).

11.5260	0.4029	29.2210	2.9996	1.9989
11.5900	0.3948	29.2230	3.0008	1.9989
11.6800	0.1715	29.2250	3.0011	1.9987
11.7090	0.0813	29.2250	3.0010	1.9987
11.7300	0.0153	29.2250	3.0010	1.9988
11.7640	-0.0829	29.2250	3.0008	1.9989
11.8550	-0.2633	29.2270	3.0005	1.9992
11.9390	-0.2159	29.2340	3.0012	1.9993
11.9880	-0.1084	29.2370	3.0007	1.9992
12.0380	0.0206	29.2370	3.0009	1.9991
12.1260	0.2190	29.2370	3.0009	1.9991
12.1770	0.3184	29.2370	3.0009	1.9992
12.2980	0.2913	29.2420	3.0004	1.9997
12.3930	0.1526	29.2460	2.9983	2.0001
12.4830	0.0008	29.2460	2.9980	2.0001
12.6000	-0.1339	29.2480	2.9994	2.0001
12.7920	-0.1262	29.2670	2.9997	2.0002
12.9100	-0.1462	29.2810	2.9934	2.0013
13.0440	-0.3258	29.2850	2.9927	2.0014
13.1750	-0.3295	29.2880	2.9926	2.0016
13.2730	-0.2554	29.2900	2.9908	2.0019
13.3440	-0.1577	29.2910	2.9903	2.0020
13.3910	-0.0892	29.2920	2.9905	2.0020
13.4650	0.0482	29.2930	2.9906	2.0022
13.5920	0.2092	29.2980	2.9924	2.0022
13.7030	0.1940	29.3120	2.9934	2.0021
13.7410	0.1252	29.3150	2.9925	2.0022
13.8090	0.0657	29.3170	2.9905	2.0023
13.9300	0.1870	29.3200	2.9889	2.0025
14.0300	0.1912	29.3220	2.9893	2.0025
14.1530	0.2604	29.3260	2.9898	2.0024
14.2150	0.1397	29.3280	2.9898	2.0023
14.3040	-0.0061	29.3280	2.9902	2.0023
14.5060	-0.1410	29.3330	2.9976	2.0008
14.6650	0.0127	29.3420	2.9992	2.0001
14.7630	0.0783	29.3420	2.9996	2.0001
14.8710	0.1604	29.3430	3.0015	1.9998
14.9560	0.2055	29.3440	3.0042	1.9993
15.0410	0.1149	29.3470	3.0055	1.9990
15.1600	-0.0155	29.3470	3.0050	1.9990
15.2650	-0.0733	29.3470	3.0063	1.9988
15.4040	0.0025	29.3490	3.0068	1.9987
15.5070	-0.0658	29.3500	3.0063	1.9988
15.5510	-0.1398	29.3510	3.0064	1.9988
15.6650	-0.2594	29.3510	3.0067	1.9989
15.7610	-0.1532	29.3530	3.0058	1.9991
15.8080	-0.0701	29.3540	3.0054	1.9991
15.8890	0.0343	29.3540	3.0054	1.9991
16.0510	0.1354	29.3560	3.0078	1.9988

Tabla 2. (Continuación).

16.1560	0.0954	29.3590	3.0071	1.9990
16.2170	0.1403	29.3610	3.0069	1.9990
16.5250	-0.0322	29.3650	3.0056	1.9992
16.7210	0.1097	29.3670	3.0053	1.9993
16.7940	0.1316	29.3680	3.0051	1.9993
16.8590	0.0252	29.3680	3.0052	1.9993
16.9770	-0.0995	29.3680	3.0055	1.9993
17.1300	-0.0768	29.3690	3.0069	1.9989
17.2570	0.1197	29.3700	3.0066	1.9989
17.4770	0.3904	29.3730	3.0098	1.9985
17.5860	0.4005	29.3810	3.0119	1.9981
17.6480	0.2659	29.3830	3.0116	1.9980
17.7200	0.1162	29.3840	3.0117	1.9979
17.8470	-0.0427	29.3840	3.0126	1.9978
18.0130	-0.1753	29.3880	3.0171	1.9968
18.1240	-0.1923	29.3960	3.0209	1.9956
18.2870	-0.0758	29.4100	3.0177	1.9959
18.3640	0.0014	29.4110	3.0170	1.9960
18.5170	0.0338	29.4130	3.0195	1.9955
18.6860	-0.1562	29.4170	3.0187	1.9956
18.8710	-0.1395	29.4170	3.0193	1.9955
18.9380	-0.0577	29.4180	3.0192	1.9955
19.0180	0.0008	29.4180	3.0190	1.9955
19.1630	0.1556	29.4180	3.0197	1.9954
19.2710	0.1611	29.4210	3.0204	1.9953
19.4160	0.1226	29.4300	3.0169	1.9961
19.5470	0.0319	29.4340	3.0142	1.9966
19.6720	-0.0494	29.4340	3.0146	1.9966
19.7250	-0.1086	29.4350	3.0152	1.9965
19.8290	-0.1917	29.4370	3.0161	1.9963
19.9970	0.0002	29.4440	3.0142	1.9967

Tabla 3. Resultados obtenidos en la identificación, para un grado de libertad con la combinación de los efectos de rigidez y amortiguamiento no lineales.

t	u_1	c_1	c_2	c_3	c_4
0.0001	0.0000	25.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0005	0.0000	25.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0069	0.0000	25.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0889	0.0080	25.0000	0.0000	0.0017	0.0000
0.1139	0.0157	25.0000	0.0000	0.0077	0.0004
0.1639	0.0355	25.0020	0.0000	0.0534	0.0065
0.2044	0.0512	25.0080	0.0000	0.1240	0.0187
0.2660	0.0819	25.0260	0.0001	0.2799	0.0576
0.3124	0.1022	25.0490	0.0003	0.4226	0.1038
0.3778	0.1223	25.0970	0.0010	0.5955	0.1560
0.4536	0.1319	25.1730	0.0025	0.7300	0.1873
0.5151	0.1189	25.2320	0.0040	0.7400	0.1920
0.5897	0.1301	25.2850	0.0052	0.7123	0.1894
0.6322	0.1556	25.3280	0.0064	0.6935	0.1917
0.6841	0.1847	25.4070	0.0091	0.6893	0.2228
0.7739	0.1853	25.5740	0.0176	0.7172	0.2964
0.8024	0.1574	25.6030	0.0192	0.7063	0.2960
0.8287	0.1173	25.6070	0.0192	0.7253	0.3246
0.8477	0.0818	25.6060	0.0191	0.7535	0.4184
0.8764	0.0217	25.6160	0.0196	0.7656	0.5322
0.9043	-0.0419	25.6270	0.0201	0.7658	0.5549
0.9466	-0.1467	25.6400	0.0205	0.7809	0.5377
1.0258	-0.3829	25.6480	0.0203	0.9225	0.4532
1.0620	-0.5021	25.6520	0.0188	1.0200	0.4138
1.0800	-0.5574	25.6540	0.0176	1.0472	0.4036
1.1108	-0.6343	25.6720	0.0212	1.0379	0.4065
1.1721	-0.7066	26.0460	0.1557	1.0473	0.4250
1.2155	-0.6579	26.7640	0.4318	1.0933	0.4167
1.2806	-0.5392	27.7430	0.7878	0.9182	0.4084
1.3562	-0.5477	28.2880	0.9395	0.7727	0.3958
1.4448	-0.7319	28.6530	1.0492	0.9535	0.3494
1.4866	-0.8341	28.7410	1.1280	1.0433	0.3354
1.5403	-0.9724	28.8000	1.2962	1.1277	0.3270
1.5915	-1.0931	28.8060	1.5527	1.1691	0.3277
1.6255	-1.1132	28.7870	1.8470	1.2289	0.3222
1.6640	-1.0305	28.7500	2.1816	1.2693	0.3158
1.6904	-0.9043	28.7570	2.3357	1.4051	0.2872
1.7014	-0.8378	28.7900	2.3412	1.5523	0.2586
1.7226	-0.6934	28.8520	2.2828	1.7701	0.2187
1.7484	-0.5063	28.8800	2.2542	1.8395	0.2072
1.7827	-0.2607	28.8930	2.2595	1.8539	0.2054
1.8411	0.1278	28.9090	2.2875	1.8571	0.2058
1.8696	0.3078	28.9180	2.3026	1.8586	0.2061
1.9119	0.5135	28.9390	2.3280	1.8664	0.2066

Tabla 3. (Continuación).

1.9668	0.5143	29.0300	2.3954	1.9144	0.2060
2.0218	0.1996	29.1330	2.4659	1.9470	0.2038
2.0424	0.0468	29.1480	2.4738	1.9583	0.2027
2.0813	-0.2254	29.1590	2.4805	1.9719	0.2014
2.1548	-0.5766	29.1630	2.4917	1.9766	0.2007
2.2371	-0.4774	29.1630	2.5019	1.9766	0.2005
2.2770	-0.2165	29.1630	2.5056	1.9774	0.2005
2.3010	-0.0565	29.1640	2.5080	1.9773	0.2005
2.3631	0.0999	29.1670	2.5175	1.9814	0.2007
2.4776	0.2680	29.1970	2.5412	2.0137	0.2003
2.5540	0.5484	29.2180	2.5389	2.0406	0.1997
2.6349	0.8486	29.2460	2.5334	2.0694	0.1989
2.7430	1.3316	29.2570	2.6231	2.0793	0.1989
2.8048	1.4159	29.2180	2.8783	2.0666	0.1992
2.8761	1.3036	29.1720	3.1579	2.0255	0.2000
3.0003	0.9008	29.1740	3.2399	1.9878	0.2008
3.0885	0.4951	29.1800	3.2386	1.9837	0.2008
3.1723	0.0988	29.1810	3.2435	1.9834	0.2009
3.2708	-0.3591	29.1800	3.2574	1.9844	0.2010
3.3493	-0.6900	29.1900	3.2684	1.9855	0.2011
3.4448	-0.6627	29.2480	3.2843	1.9853	0.2011
3.5567	-0.3276	29.3290	3.2823	1.9578	0.2017
3.6127	-0.0658	29.3350	3.2802	1.9550	0.2017
3.6993	0.2222	29.3370	3.2794	1.9570	0.2017
3.8632	0.3378	29.3930	3.2499	1.9752	0.2012
3.9587	0.0591	29.4380	3.2215	1.9701	0.2014
4.0706	-0.3605	29.4440	3.2178	1.9689	0.2015
4.1848	-0.5992	29.4550	3.2131	1.9828	0.2010
4.2886	-0.9801	29.4750	3.2043	1.9952	0.2006
4.4041	-1.3911	29.4780	3.2093	1.9959	0.2006
4.4868	-1.1710	29.4750	3.2167	1.9954	0.2007
4.5511	-0.8325	29.4750	3.2185	1.9948	0.2007
4.6246	-0.3319	29.4760	3.2180	1.9962	0.2006
4.6737	-0.0356	29.4760	3.2179	1.9971	0.2005
4.8341	0.1339	29.4750	3.2273	2.0024	0.2003
4.9279	-0.2628	29.4770	3.2313	2.0050	0.2002
5.0488	-0.3161	29.4780	3.2310	2.0049	0.2002
5.1164	-0.0752	29.4800	3.2287	2.0037	0.2003
5.1705	0.2287	29.4810	3.2282	2.0036	0.2003
5.2507	0.6104	29.4820	3.2280	2.0035	0.2003
5.3792	1.0689	29.4890	3.2272	2.0060	0.2002
5.5350	1.2453	29.4950	3.2390	2.0148	0.1998
5.6506	0.8037	29.4970	3.2448	2.0143	0.1998
5.7001	0.5170	29.4990	3.2441	2.0141	0.1998
5.7807	0.0226	29.4990	3.2439	2.0145	0.1998
5.8896	-0.4264	29.5000	3.2460	2.0153	0.1998
6.1363	-0.5433	29.5540	3.2368	2.0298	0.1990
6.4341	-0.1139	29.6030	3.2156	2.0197	0.1992
6.5613	-0.2486	29.6160	3.2099	2.0188	0.1992

Tabla 3. (Continuación).

6.7616	-0.3701	29.6410	3.1989	2.0088	0.1996
7.0805	-1.0307	29.6460	3.1982	2.0094	0.1996
7.2294	-1.4529	29.6470	3.1989	2.0099	0.1996
7.4182	-1.8677	29.7040	3.1326	2.0112	0.1995
7.5221	-1.9818	29.7490	3.0866	2.0111	0.1994
7.5826	-1.8153	29.7620	3.0745	2.0120	0.1994
7.6487	-1.4893	29.7630	3.0731	2.0124	0.1994
7.7574	-0.9142	29.7650	3.0706	2.0122	0.1994
7.8558	-0.5015	29.7700	3.0661	2.0114	0.1994
7.9542	-0.2654	29.7750	3.0607	2.0095	0.1994
8.1277	0.1208	29.7780	3.0569	2.0078	0.1995
8.4392	0.4575	29.7880	3.0555	2.0072	0.1995
8.5773	0.2881	29.7970	3.0514	2.0033	0.1996
8.7415	-0.0296	29.7980	3.0507	2.0028	0.1996
8.9249	0.2498	29.8020	3.0500	2.0026	0.1996
9.1868	0.1195	29.8050	3.0491	2.0012	0.1997
9.4487	0.3840	29.8060	3.0489	2.0020	0.1996
9.5273	0.2572	29.8070	3.0485	2.0020	0.1996
9.6629	-0.0735	29.8090	3.0482	2.0013	0.1997
9.7626	-0.2723	29.8090	3.0481	2.0019	0.1997
9.9047	-0.4762	29.8130	3.0467	2.0038	0.1996
10.1020	-0.3687	29.8230	3.0434	2.0032	0.1996
10.3450	0.0560	29.8260	3.0423	2.0026	0.1996
10.4970	0.1882	29.8320	3.0401	2.0040	0.1996
10.6880	0.1725	29.8420	3.0366	2.0027	0.1996
10.9290	0.3117	29.8450	3.0357	2.0014	0.1997
11.2300	-0.1020	29.8480	3.0345	2.0024	0.1996
11.4410	0.2174	29.8520	3.0332	2.0018	0.1997
11.5620	0.5697	29.8520	3.0331	2.0020	0.1997
11.6620	0.4033	29.8530	3.0326	2.0026	0.1997
11.7320	0.0296	29.8540	3.0324	2.0027	0.1996
11.8470	-0.5656	29.8540	3.0324	2.0025	0.1997
12.0320	-0.3406	29.8570	3.0317	2.0029	0.1997
12.1200	0.0988	29.8570	3.0316	2.0029	0.1997
12.2340	0.4651	29.8570	3.0315	2.0029	0.1997
12.4020	0.3912	29.8620	3.0304	2.0026	0.1997
12.5270	0.0367	29.8640	3.0297	2.0020	0.1997
12.8100	-0.3669	29.8670	3.0286	2.0025	0.1998
13.0610	-0.5507	29.8750	3.0260	2.0014	0.1998
13.3440	-0.2513	29.8760	3.0255	2.0014	0.1998
13.4700	0.1171	29.8770	3.0252	2.0019	0.1998
13.6280	0.4444	29.8800	3.0241	2.0022	0.1998
13.8070	0.2053	29.8860	3.0222	2.0010	0.1998
14.0140	0.1389	29.8870	3.0218	2.0004	0.1999
14.1300	0.1800	29.8870	3.0217	2.0005	0.1999
14.2710	-0.2234	29.8880	3.0214	2.0005	0.1999
14.4140	-0.4628	29.8900	3.0208	2.0004	0.1999
14.6610	-0.1732	29.8940	3.0194	1.9995	0.1999
14.8010	0.1599	29.8940	3.0193	1.9997	0.1999

Tabla 3. (Continuación).

14.9230	0.3330	29.8950	3.0187	2.0002	0.1999
15.0600	0.1406	29.8990	3.0175	2.0000	0.1999
15.2830	-0.1550	29.9000	3.0171	1.9997	0.1999
15.3950	-0.0150	29.9000	3.0169	1.9998	0.1999
15.5540	-0.2087	29.9010	3.0165	1.9998	0.1999
15.7170	-0.3320	29.9020	3.0163	1.9998	0.1999
15.8180	-0.1290	29.9020	3.0162	1.9997	0.1999
15.9880	0.2476	29.9020	3.0161	1.9999	0.1999
16.1110	0.2584	29.9040	3.0156	2.0002	0.1999
16.2670	0.2899	29.9060	3.0147	2.0000	0.1999
16.5660	0.2176	29.9070	3.0143	1.9997	0.1999
16.7370	0.5817	29.9070	3.0142	1.9997	0.1999
16.9470	0.7398	29.9070	3.0142	1.9997	0.1999
17.0730	1.1534	29.9070	3.0142	1.9998	0.1999
17.2360	1.4731	29.9070	3.0146	1.9998	0.1999
17.3860	0.9919	29.9070	3.0148	1.9997	0.1999
17.5290	0.4980	29.9070	3.0150	1.9997	0.1999
17.6000	0.2087	29.9070	3.0151	1.9997	0.1999
17.8590	-0.6125	29.9090	3.0157	1.9996	0.1999
18.0370	-0.5219	29.9120	3.0158	1.9994	0.1999
18.3240	0.0695	29.9130	3.0157	1.9993	0.1999
18.5710	0.0988	29.9160	3.0152	1.9993	0.1999
18.7080	-0.1703	29.9170	3.0150	1.9989	0.1999
18.9190	-0.1863	29.9170	3.0148	1.9992	0.1999
19.1060	0.1307	29.9180	3.0146	1.9990	0.1999
19.2750	0.3347	29.9180	3.0145	1.9991	0.1999
19.5060	0.1985	29.9190	3.0140	1.9991	0.1999
19.9000	-0.3073	29.9210	3.0133	1.9994	0.1999
20.0350	-0.0267	29.9220	3.0128	1.9992	0.1999



Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

GRÁFICO 2. Valores correspondientes a un grado de libertad con efecto de amortiguamiento no lineal

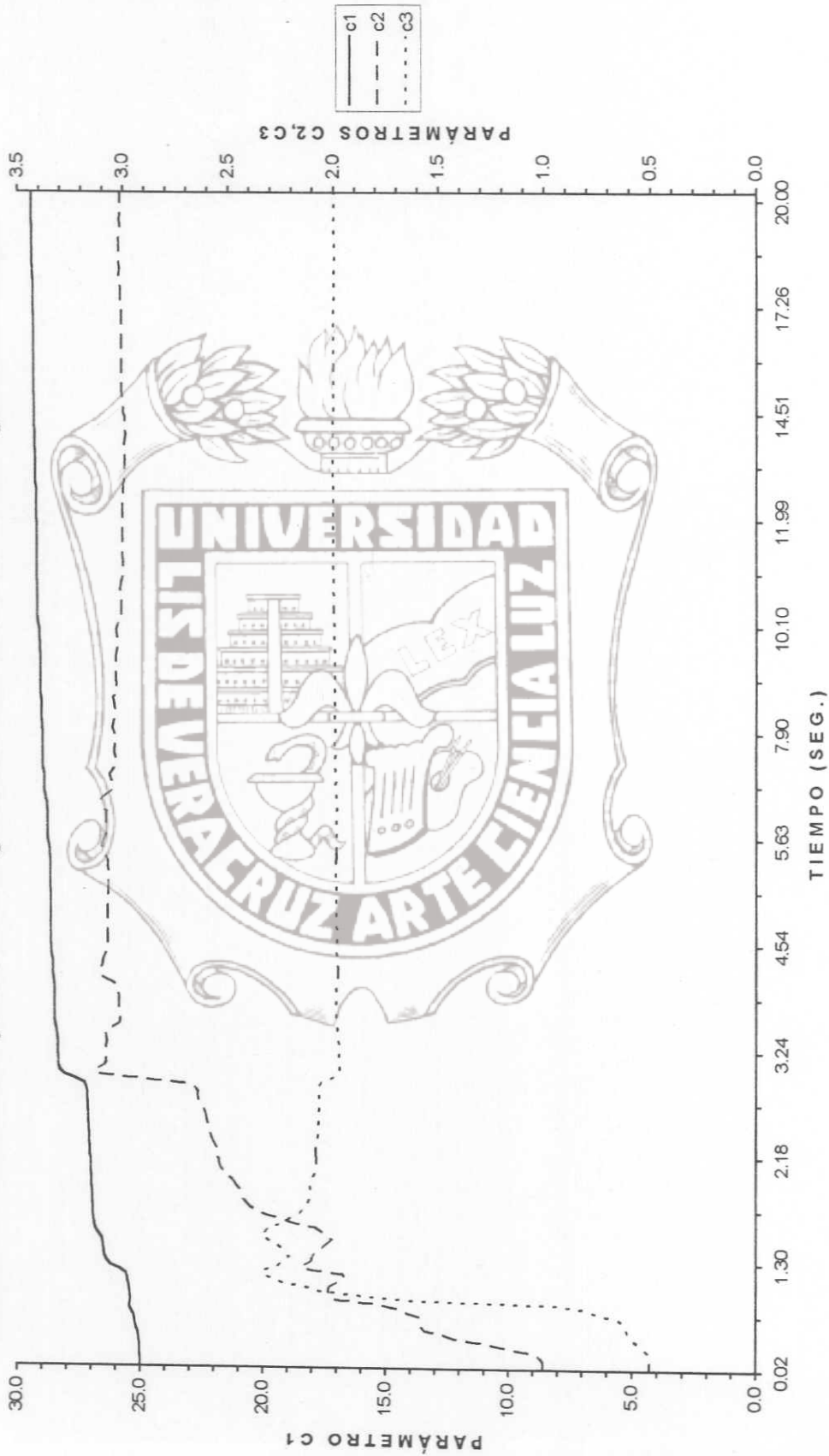


GRAFICO 3. Valores correspondientes a un grado de libertad con la combinación de los efectos de rigidez y amortiguamiento no lineales



Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

GRÁFICO 4. Desplazamientos de la estructura de un grado de libertad con efecto de rigidez no lineal

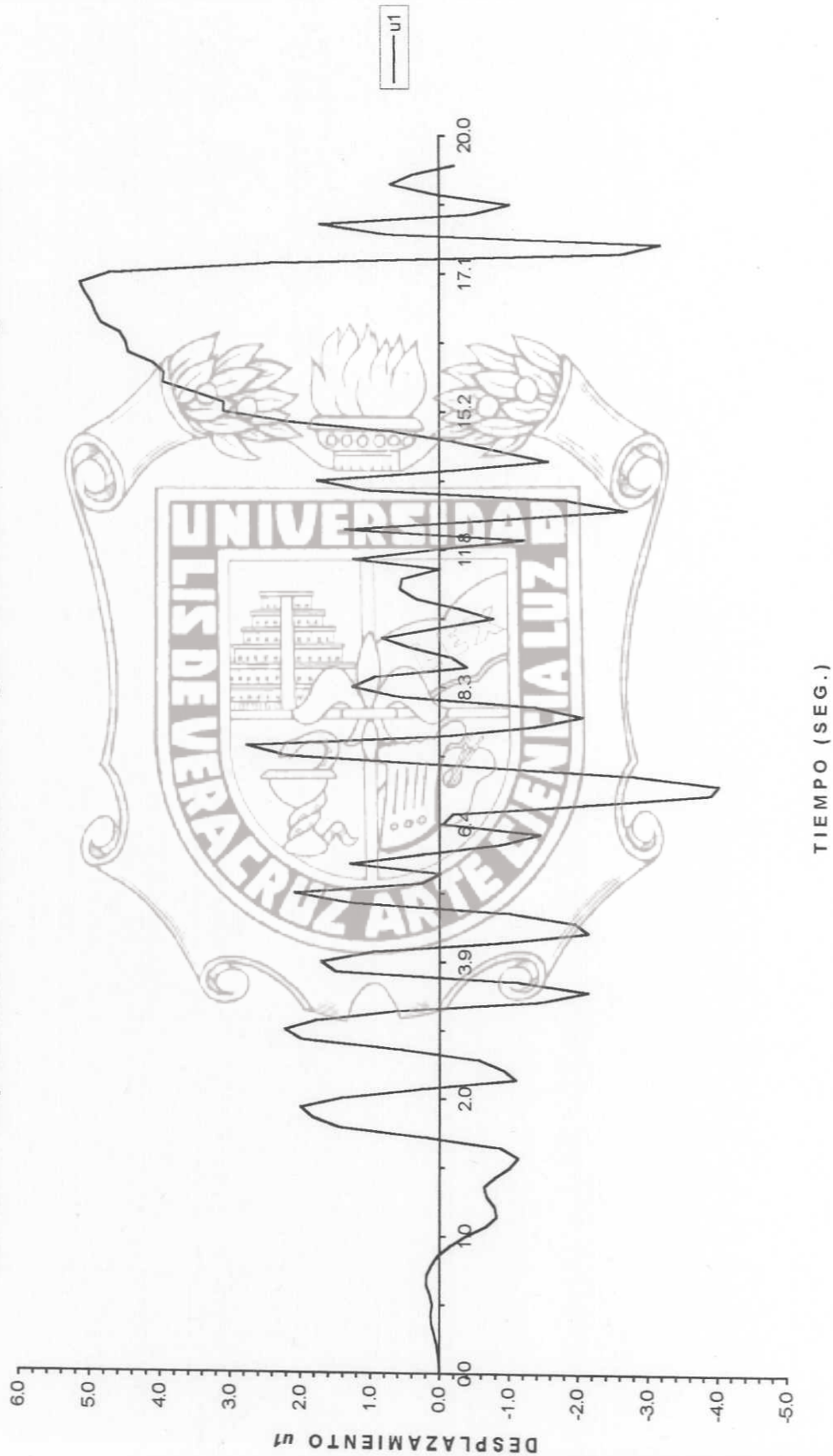


GRÁFICO 5. Desplazamientos de la estructura de un grado de libertad con efecto de amortiguamiento no lineal

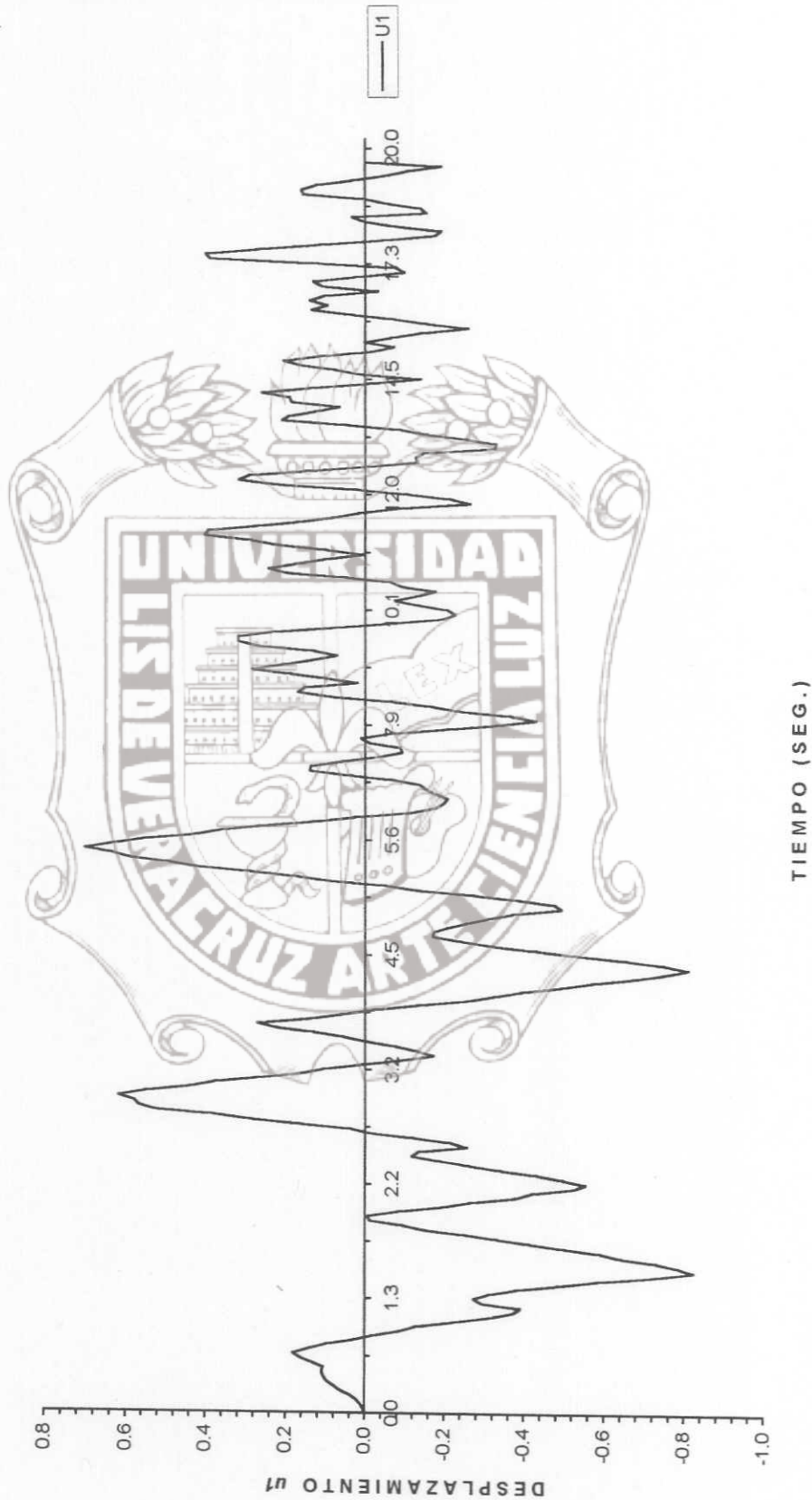
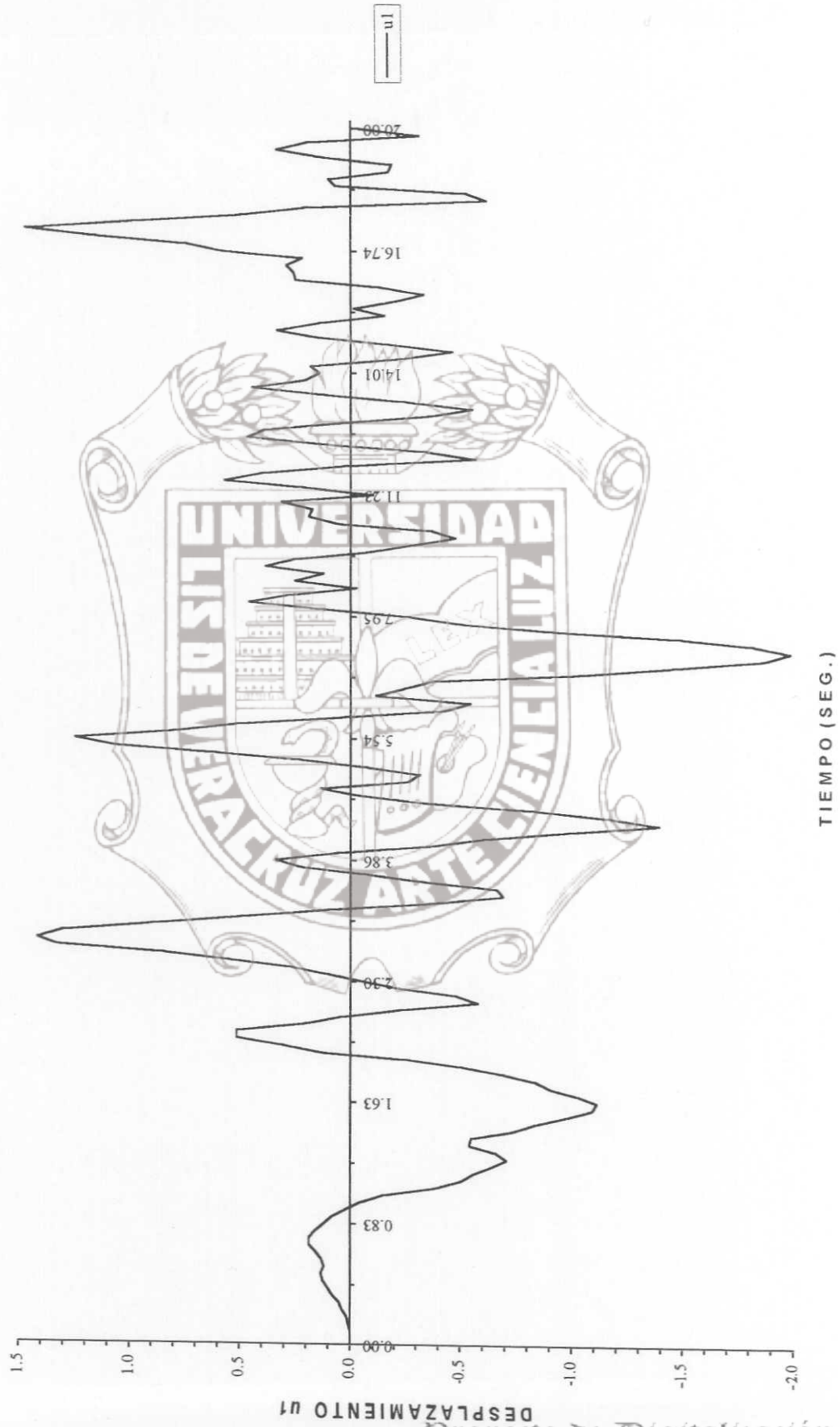


GRAFICO 6. Desplazamientos de la estructura de un grado de libertad con la combinación de los efectos de rigidez y amortiguamiento no lineales





APÉNDICE C

Resultados obtenidos para una estructura de
nueve grados de libertad

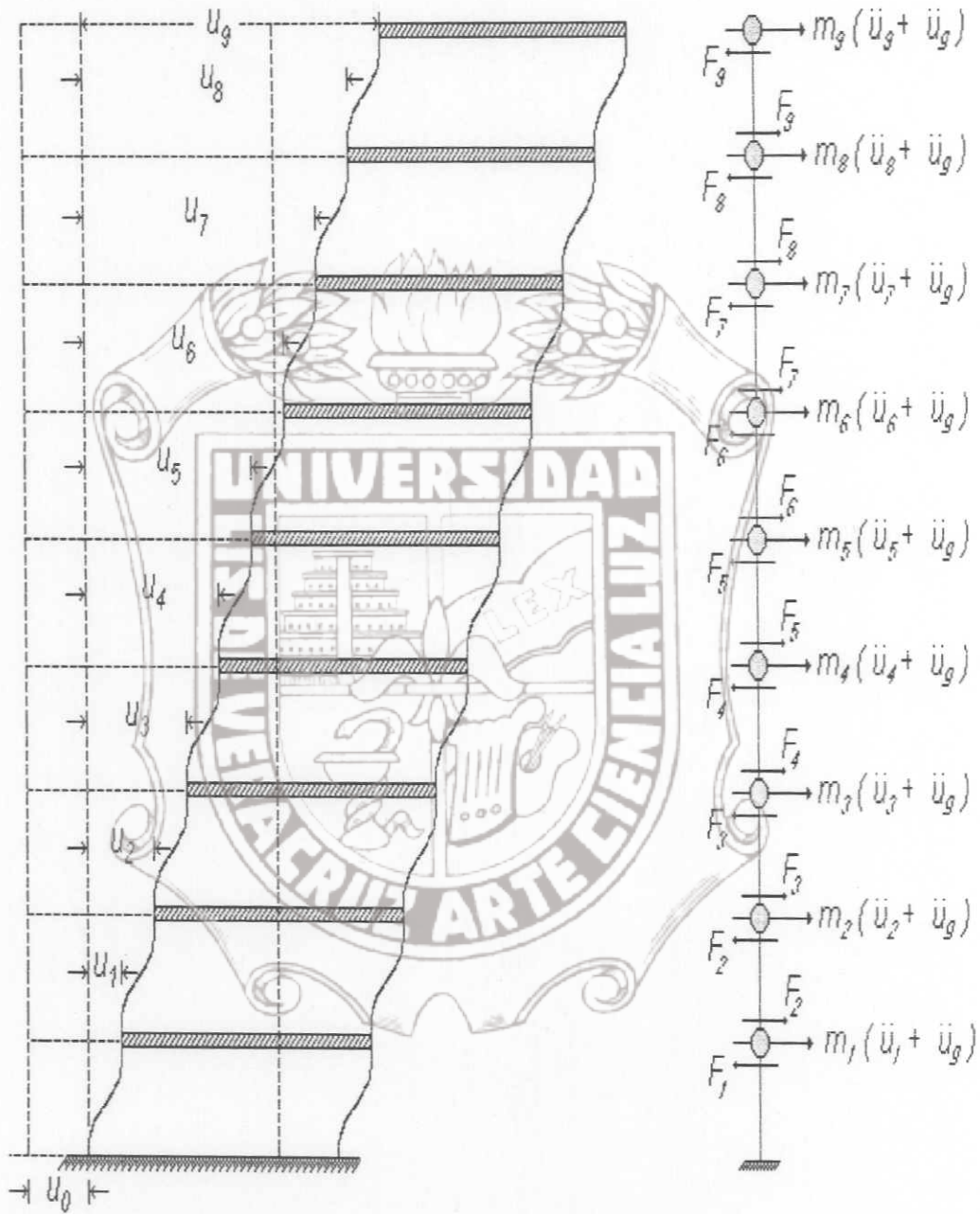


FIGURA 1. Estructura discretizada a nueve grados de libertad

(para éste caso $u_0 = 0$).

TABLA 1. Resultados correspondientes a los parámetros de la estructura de nueve grados de libertad identificados a los 20 seg.

<i>H₀</i> = 0.1	<i>c₁</i>	<i>c₂</i>	<i>c₃</i>	<i>c₄</i>	
<i>EPS</i> = 0.1	15.0	1.5	1.0	0.1	
<i>CORRIDA</i>	<i>a₁</i>	<i>a₂</i>	<i>a₃</i>	<i>a₄</i>	<i>t-ident</i> (seg.)
I91-1	14.901	1.530	1.003	0.101	17.00
% ERROR	0.660	-2.000	-0.270	-0.540	
I91-6	NO IDENTIFICA				
I91-9	NO IDENTIFICA				
I92-12	14.970	1.510	0.998	0.100	15.42
% ERROR	0.200	-0.687	0.180	-0.300	
I92-56	14.978	1.512	1.006	0.099	14.08
% ERROR	0.147	-0.800	-0.600	1.250	
I92-89	15.157	1.431	0.967	0.107	15.89
% ERROR	-1.047	4.627	3.260	-6.860	
I93-123	14.995	1.502	0.999	0.100	6.24
% ERROR	0.033	-0.133	0.100	-0.050	
I93-789	15.074	1.474	1.011	0.098	9.66
% ERROR	-0.493	1.733	-1.070	1.720	
I94-1234	14.992	1.503	1.000	0.100	6.00
% ERROR	0.053	-0.200	0.040	-0.010	
I94-6789	15.003	1.500	1.003	0.100	6.49
% ERROR	-0.020	0.033	-0.340	0.310	
I95-1A5	14.994	1.502	1.000	0.100	4.44
% ERROR	0.040	-0.133	0.040	-0.020	
I96-4A9	14.999	1.500	1.000	0.100	5.27
% ERROR	0.007	-0.013	-0.020	0.040	
I97-3A9	14.997	1.501	1.000	0.100	4.55
% ERROR	0.020	-0.067	-0.030	0.060	
I99	14.998	1.501	1.000	0.100	3.73
% ERROR	0.013	-0.047	0.020	-0.030	

Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

GRAFICO 1. Tendencia de los parámetros estimados a los reales observando el primer nivel

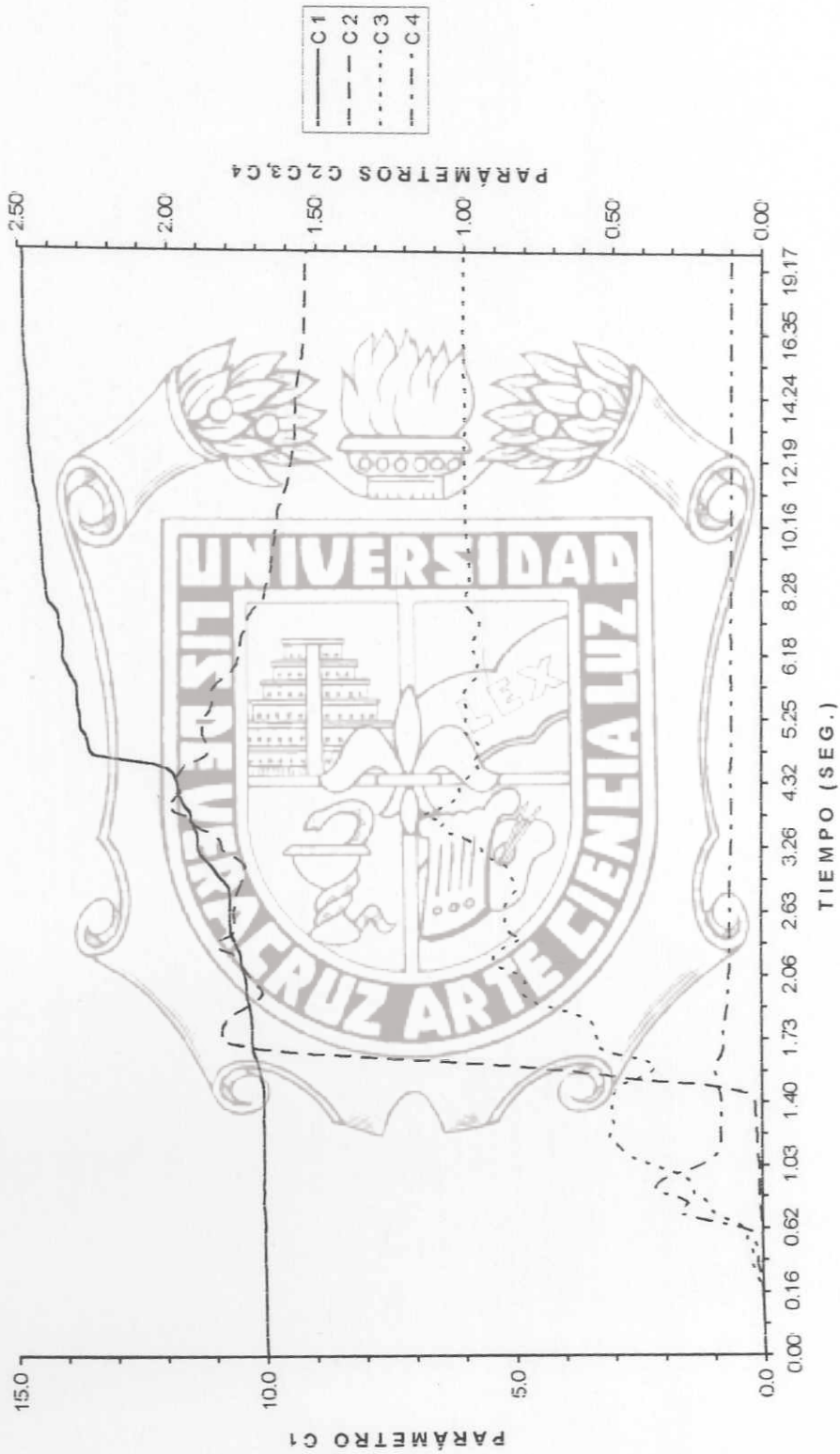
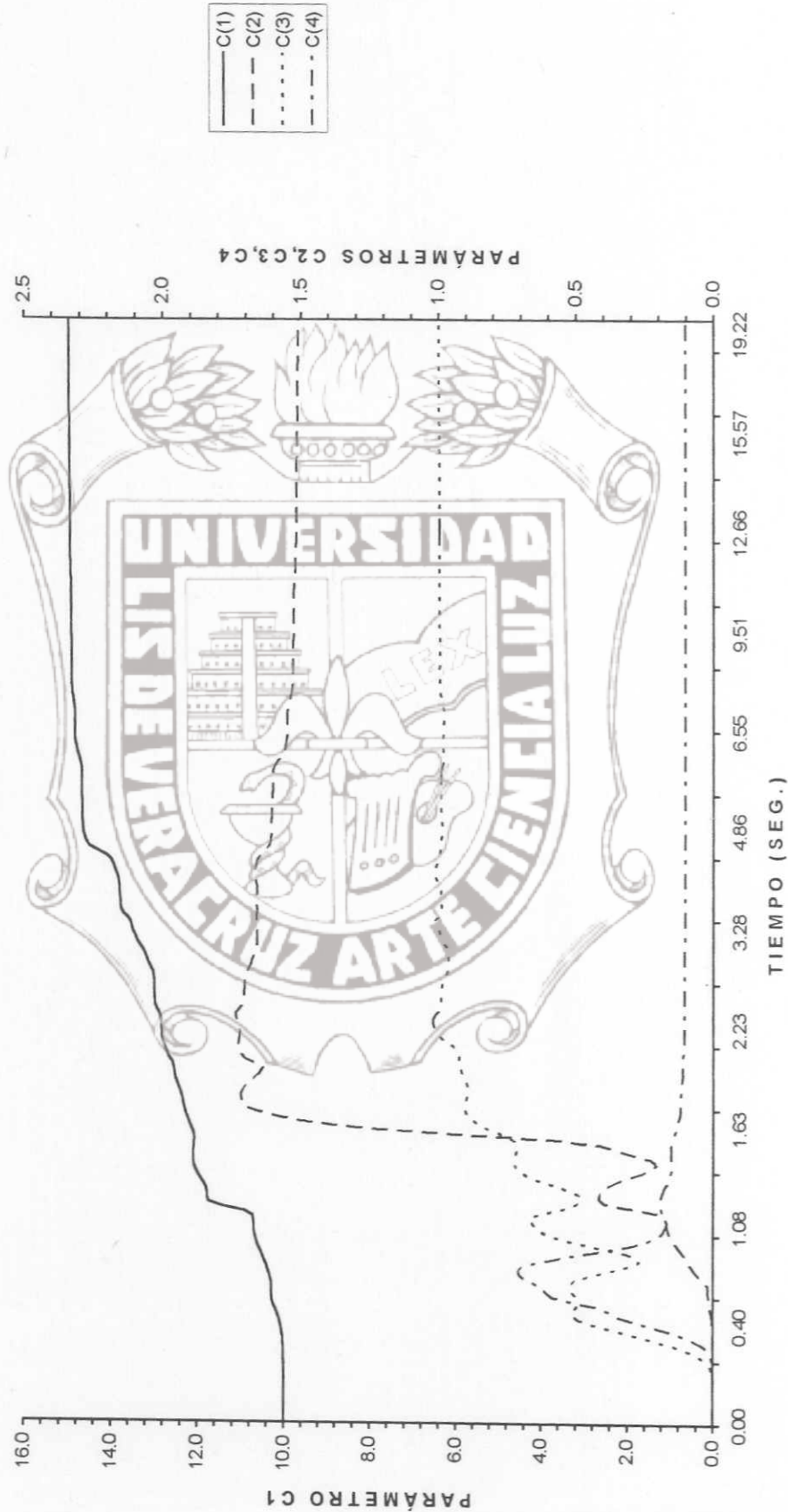


GRÁFICO 2. Tendencia de los parámetros estimados a los reales observando los niveles 1 Y 2

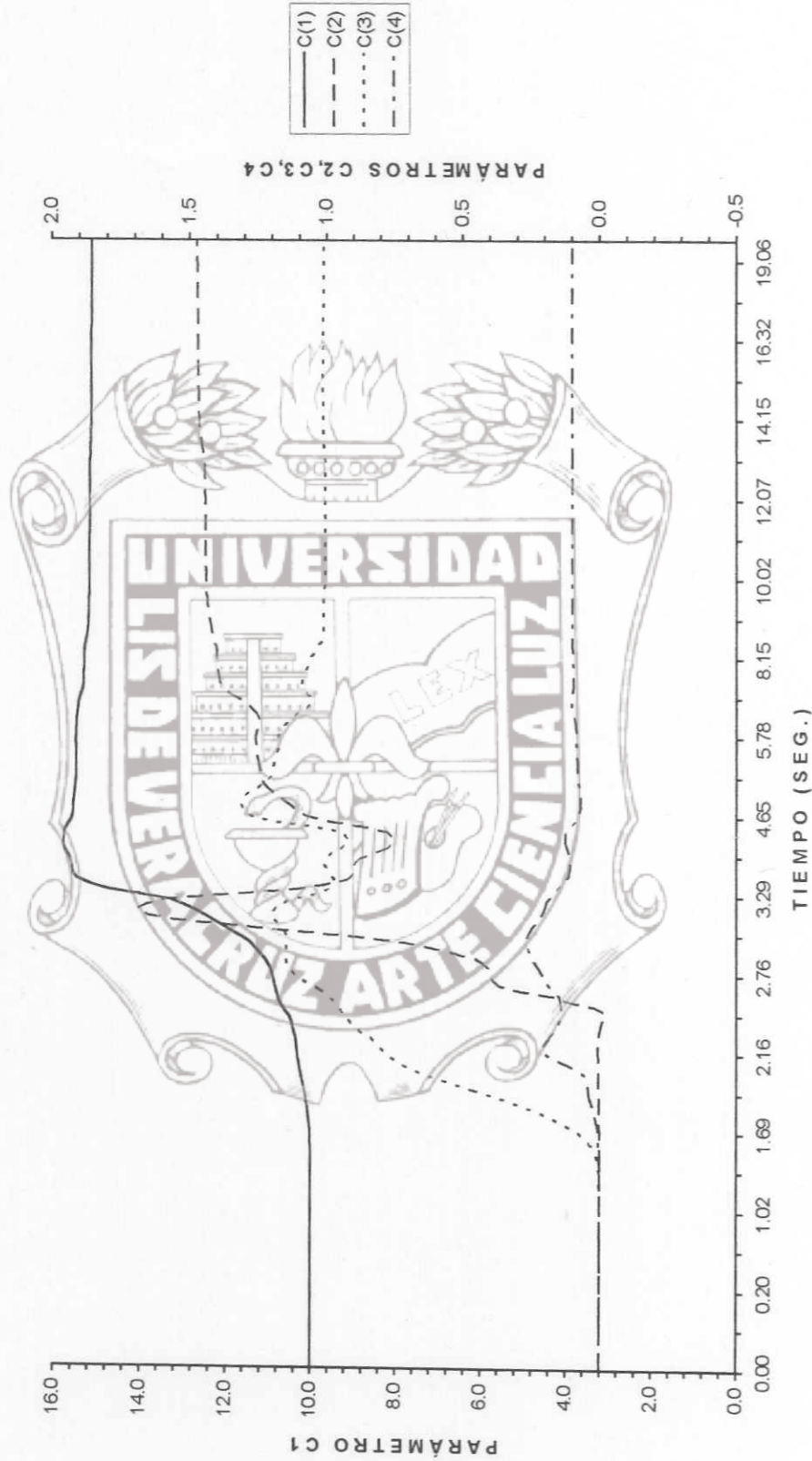


Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

GRÁFICO 3. Tendencia de los parámetros estimados a los reales observando los niveles 8 Y 9



GRÁFICO 4. Tendencia de los parámetros estimados a los reales observando los niveles 7,8 Y 9

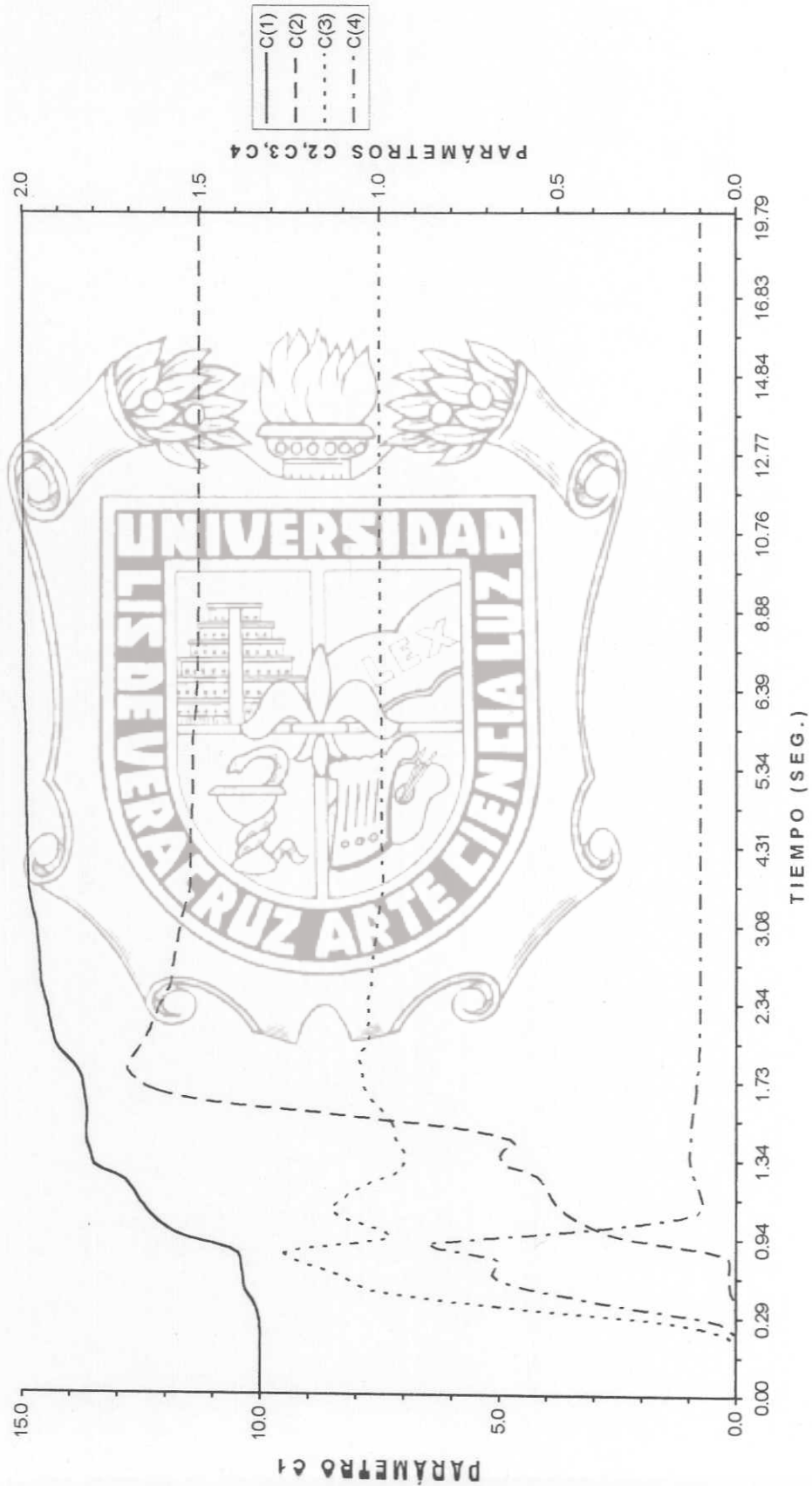


Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

GRÁFICO 5. Tendencia de los parámetros estimados a los reales observando los niveles 1, 2, 3 y 4

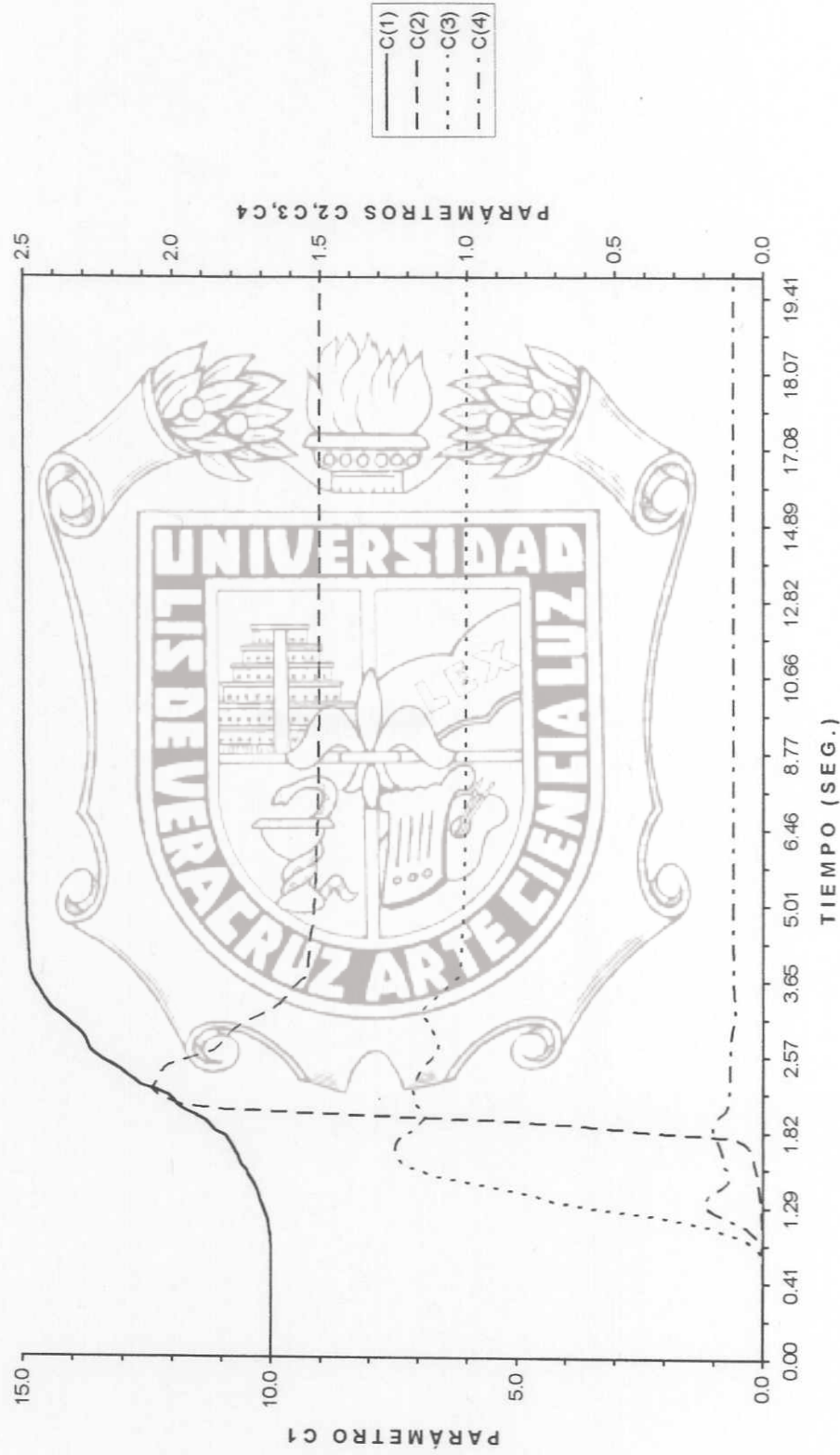


GRÁFICO 6. Tendencia de los parámetros estimados a los reales observando los niveles 1, 2, 3, 4 y 5



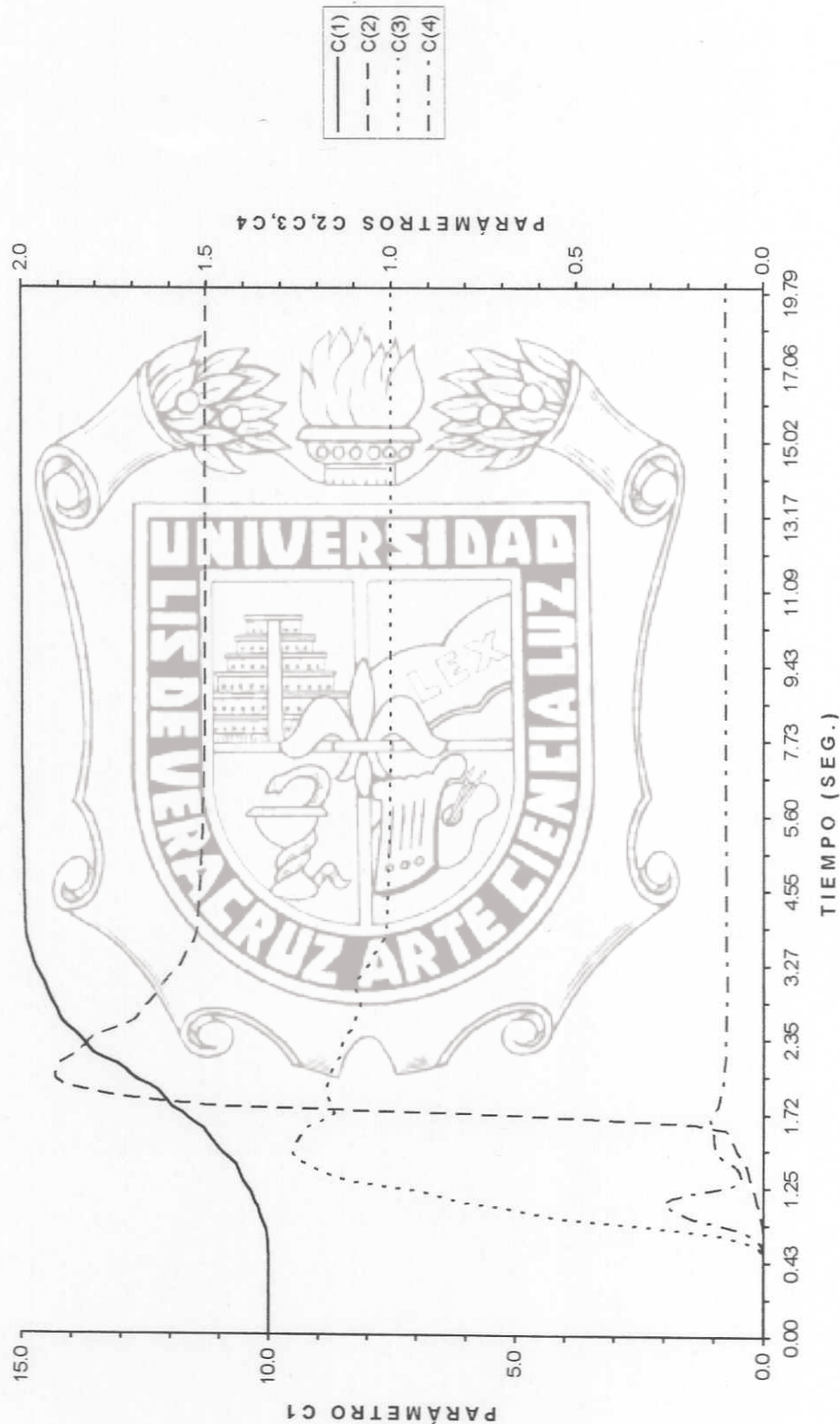
Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

GRÁFICO 7. Tendencia de los parámetros estimados a los reales observando los niveles 4, 5, 6, 7, 8 y 9



Instituto de Ingeniería
 Universidad Veracruzana

GRÁFICO 8. Tendencia de los parámetros estimados a los reales observando los niveles 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9

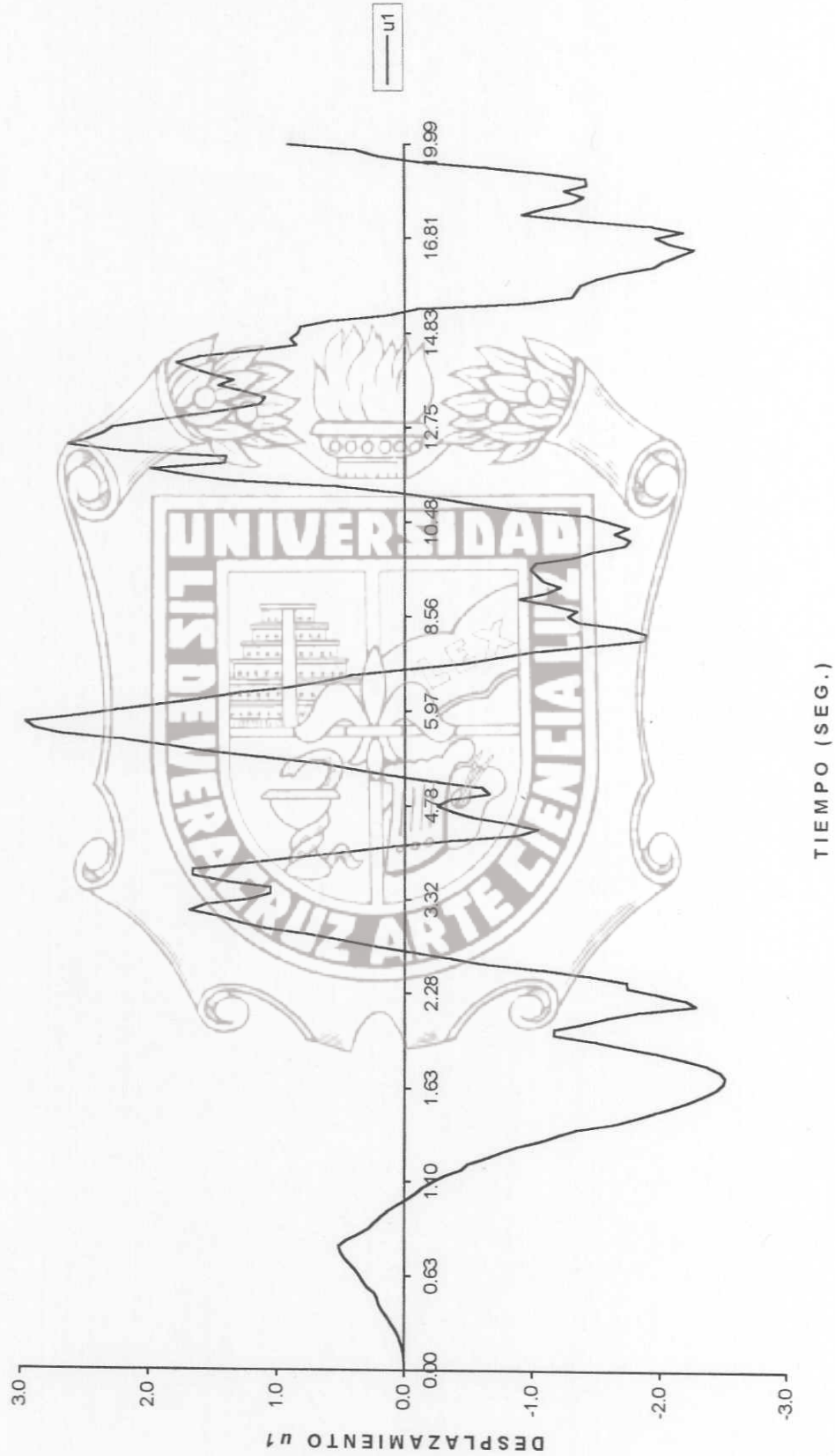


Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

GRÁFICO 9. Tendencia de los parámetros estimados a los reales cuando se observan todos los niveles.



GRÁFICO 10. Desplazamientos del primer nivel ante la acción sísmica



Bibliografía

1. Chopra Anil K. Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering. Prentice Hall, New Jersey, 1995.
2. Clough Ray W., Penzien Joseph. Dynamics of Structures. McGraw-Hill. Second Edition.
3. Distefano N. and Peña-Pardo B., Systems Identification of Frames Under Seismic Loads. ASCE National Structural Engineering Convention, New Orleans Louisiana, April 1975.
4. Paz Mario. Structural Dynamics, Theory and Computation. Van Nostrand Reinhold Company, Second Edition, New York, 1985.
5. Peña Pardo Bonifacio. Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural A. C., V Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. Veracruz, Ver., Abril 30/Mayo 3, 1986.
6. Peña Pardo Bonifacio C. A. Apuntes de Dinámica Estructural. Instituto de Ingeniería, Universidad Veracruzana. Marzo-Julio 1995.
7. Distefano N. and Rath A., Modeling and Identification in Nonlinear Structural Dynamics - One Degree of Freedom Models, Report EERC, University of California, 1975.

