



UNIVERSIDAD

INSTITUTO

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

INTRODUCCIÓN A  
DE CONDUCTOS A SUP.



TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA HIDRÁULICA

PRESENTA:

*Enrique Rodríguez Magaña*

H. VERACRUZ, VER.

JUNIO 1998



## UNIVERSIDAD VERACRUZANA INSTITUTO DE INGENIERIA

H. Veracruz, Ver., a 18 de Junio de 1998  
DI318/98

Al candidato al Grado:  
ING. ENRIQUE RODRIGUEZ MAGAÑA  
PRESENTE:

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Coordinación propuso el Dr. Enrique A. Morales González, para que lo desarrolle como tesis, para obtener el Grado de Maestro en Ingeniería Hidráulica:

### TEMA

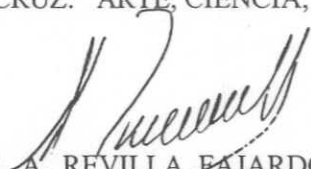
“INTRODUCCION AL ANALISIS DE CONDUCTOS A SUPERFICIE LIBRE”

- I .- Introducción
- II .- Energía Especifica
- III .- Flujo Uniforme
- IV .- Salto Hidraulico
- V .- Flujo Gradualmente Variado
- VI .- Bibliografía

Sin otro particular, me es grato quedar de Usted como su atento y seguro servidor.

ATENTAMENTE

“LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ”

  
ING. JAIME A. REVILLA FAJARDO  
COORDINADOR DE LA MAESTRIA  
EN INGENIERIA HIDRAULICA

JRF/apm\*

## AGRADECIMIENTOS

A mi director de tesis Dr. Enrique A. Morales González, por su valiosa intervención en la dirección de este trabajo.

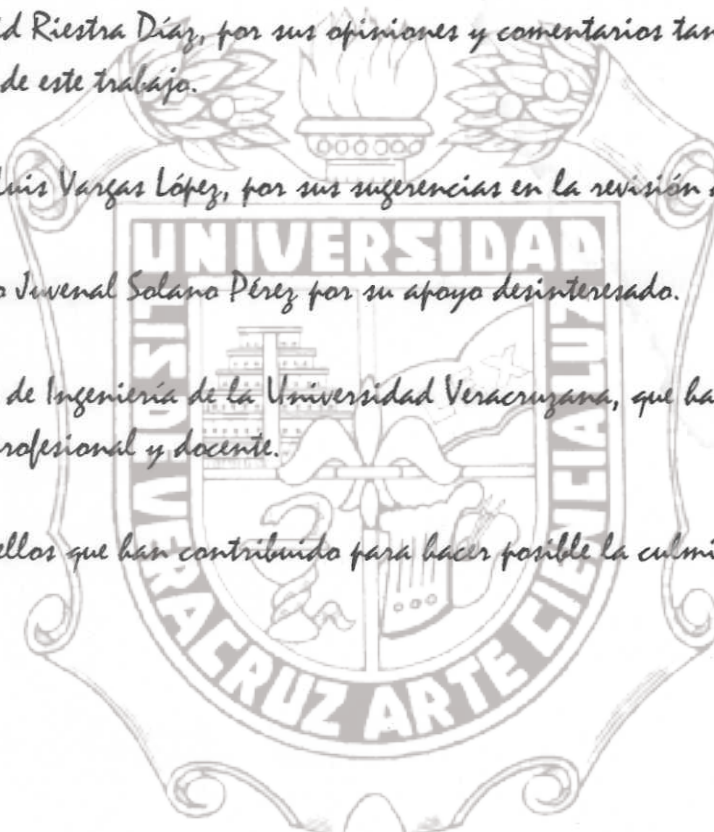
Al Dr. David Riestra Díaz, por sus opiniones y comentarios tan acertados en la elaboración de este trabajo.

Al Dr. José Luis Vargas López, por sus sugerencias en la revisión de esta tesis.

Al Ing. Justo Juvenal Solano Pérez por su apoyo desinteresado.

Al Instituto de Ingeniería de la Universidad Veracruzana, que ha contribuido a mi formación profesional y docente.

A todos aquellos que han contribuido para hacer posible la culminación de este trabajo.



DEDICATORIA

A Elaine  
Con el amor de siempre.

A mis padres  
Sr. Guillermo Rodríguez Ortiz (QEPD)  
Sra. Azapita Magaña Cortes (QEPD)  
Por su ejemplo.

A mis hermanos  
Hilda, Guillermo, Juan, Cristina y Lilia  
Con respeto y cariño.

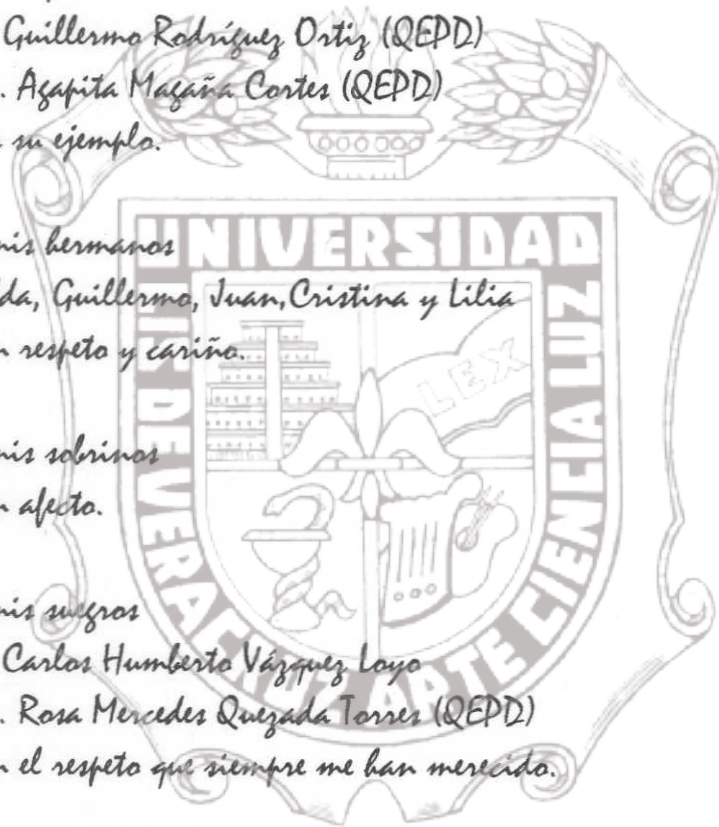
A mis sobrinos  
Con afecto.

A mis suegros  
Sr. Carlos Humberto Vázquez Loyo  
Sra. Rosa Mercedes Quezada Torres (QEPD)  
Con el respeto que siempre me han merecido.

A mis cuñados y cuñadas  
Gracias a las atenciones que siempre han tenido con un servidor.

A mis compañeros de Generación  
Con afecto.

A mis compañeros de Trabajo  
Con respeto.



## INDICE

	PAG.
1 INTRODUCCION	1
2 ENERGIA ESPECIFICA	3
2.1 Conductos abiertos	3
2.2 Tipos de canales	3
2.3 Problemas a que nos enfrentamos	4
2.4 Gradiente hidráulico y gradiente de energía	5
2.5 Energía específica	5
2.6 Distribución de la presión en la sección de un canal (para flujo paralelo)	18
2.7 Régimen crítico	20
2.8 Cálculo del tirante crítico para una sección de un canal	20
2.9 Cálculo de la energía mínima para una sección rectangular	21
2.10 Determinación de la ecuación para obtener el tirante crítico en cualquier sección	22
2.11 Condición para gasto máximo ( $E_0$ constante)	24
2.12 Propiedades del estado crítico	27
2.13 Energía específica constante	27
2.14 Empleo de curvas para la determinación del tirante crítico	28
2.15 Números adimensionales	31
2.16 Posición del tirante crítico	34
2.17 Velocidad crítica y velocidad de la onda	36
2.18 Ejemplos de aplicación	39
2.19 Ejemplos propuestos	65
3 FLUJO UNIFORME	66
3.1 Características del flujo uniforme	66
3.2 Pérdidas por fricción	67
3.3 Fórmula de Chezy (1775)	69
3.4 Fórmula de Kutter	69
3.5 Fórmula de Bazin	70
3.6 Fórmula de Manning	71
3.7 Determinación de las pérdidas por fricción en un canal	73
3.8 Pendiente crítica	74
3.9 Empleo de curvas para el tirante normal	75

3.10 Características del escurrimiento en un conducto cerrado en canal abierto	77
3.11 Canales de sección compuesta	80
3.12 Ejemplos de aplicación	83
3.13 Ejemplos propuestos	108
 4 SALTO HIDRAULICO	 110
4.1 Función momentum	113
4.2 Determinación del tirante subcrítico en un canal	120
4.3 Longitud del salto	124
4.4 Salto hidráulico después de una compuerta	128
4.5 Salto hidráulico en diferentes tipos de secciones	131
4.6 Compuerta con descarga sumergida	140
4.7 Longitud del salto hidráulico para descargas sumergidas	145
4.8 Ejemplos de aplicación	146
4.9 Ejemplos propuestos	181
 5 FLUJO GRADUALMENTE VARIADO	 174
5.1 Flujo permanente y no permanente	183
5.2 Flujo uniforme y no uniforme (variado)	184
5.3 Determinación de la ecuación de flujo gradualmente variado	186
5.4 Características y clasificación de los perfiles de flujo	190
5.4.1 Perfiles tipo M	195
5.4.2 Perfiles tipo S	196
5.4.3 Perfiles tipo C	198
5.4.4 Perfiles tipo H	199
5.4.5 Perfiles tipo A	200
5.5 Sección de control	200
5.6 Análisis del perfil del flujo	202
5.6.1 Secciones de control a la entrada o salida de un canal	204
5.7 Métodos de integración de la ecuación dinámica	209
5.8 Método de incrementos finitos	209
5.9 Ejemplos de aplicación	211
5.10 Ejemplos propuestos	240
 6 BIBLIOGRAFIA	 251

## INDICE DE FIGURAS

No.		PAGINA
2.1	Secciones a) rectangular b) trapecial c) triangular d) circular y f) compuesta	3
2.2	a) reducción de la sección y b) Ampliación de la sección	4
2.3	a) Cambio de pendiente y b) Escalón	4
2.4	Gradiente de energía y gradiente hidráulico	5
2.5	Energía específica	5
2.6	a) Perfil, b) Sección rectangular c) Planta del canal	7
2.7	Curva de la Energía específica	9
2.8	Energía específica mínima	10
2.9	Curvas de Energía específica al variar gasto (Q)	11
2.10	Flujo a través de un escalón	12
2.11	Contracción y expansión del canal	13
2.12	Altura máxima del escalón	14
2.13	Flujo a través de un escalón de corta longitud	15
2.14	Flujo supercrítico después del escalón	15
2.15	Flujo subcrítico después del escalón	16
2.16	Curva de la Energía Específica cuando existe una reducción en el ancho del canal	16
2.17	Efectos de la reducción del ducto en un canal	17
2.18	Distribución de presiones en un canal con flujo paralelo	18
2.19	Efecto de la pendiente en la distribución de presiones	19
2.20	Diagrama de cuerpo libre del elemento diferencial AB	19
2.21	Sección transversal de cualquier canal	23
2.22	Condición para gasto máximo con $E_0$ constante	24
2.23	Representación del $Q_{\max}$ para $y_c$	25
2.24	Representación de $E_0$ constante	27
2.25	Representación de los tirantes a través de la compuerta	28
2.26	Representación de los tirantes a través de la compuerta cuando $y_1 = y_2 = y_c$	28
2.27	Gráfica para determinar el tirante crítico de cualquier sección	29
2.28	Sección trapecial	30
2.29	Sección transversal de cualquier canal	32
2.30	Tirante crítico a la entrada de un canal	34
2.31	Contracción en un canal de sección rectangular seguido de una ampliación	34
2.32	En un escalón, cuando $\Delta z$ sea máxima	35
2.33	Cambio de pendiente de $S_1 > S_0$	35
2.34	Onda de choque de pequeña amplitud	36
2.35	Sección rectangular de un canal	39
2.36	Obtención del escalón más alto posible ( $\Delta z$ máximo)	42
2.37	Canal de sección trapecial	44
2.38	Canal de sección triangular	46
2.39	Obstáculo colocado en la sección del canal rectangular	48
2.40	Curva de la Energía Específica	50
2.41	Tirantes que se presentan en el canal	50
2.42	Análisis de la curva de la energía específica	52

2.43	Tirantes que se presentaron en el canal	53
2.44	La altura del escalón es $\Delta Z$ máx.	53
2.45	Tirante crítico en la sección del escalón	54
2.46	Contracción en un canal de sección rectangular, a) vista en planta b) vista en perfil	55
2.47	Curva de Gastos por unidad de ancho contra Tirante	56
2.48	Curva de Energía Específica contra Tirante	57
2.49	Contracción en un canal de sección rectangular	58
2.50	Energía Específica a través de la contracción	59
2.51	Contracción en un canal de sección rectangular seguido de una ampliación, teniendo su punto de inflexión en la sección media	60
2.52	Ocurre un régimen supercrítico después de la sección crítica	62
2.53	Ocurre un régimen subcrítico después de la sección crítica	62
2.54	a) Contracción en un canal de sección rectangular, b) Perfil del canal	63
2.55	Perfil del canal con escalón	65
3.1	Flujo uniforme a través de la sección de un canal	66
3.2	Distribución de velocidades a través de un canal	67
3.3	Sección Rectangular de base "b" y tirante "y"	67
3.4	Esfuerzo cortante que se presenta en el canal	68
3.5	Fuerzas que actúan sobre el elemento diferencial	68
3.6	Pérdida por fricción ( $h_f$ ) en un canal	73
3.7	Pendiente crítica en un canal	74
3.8	Pendiente subcrítica y supercrítica en una canal	74
3.9	Gráfica para determinar el tirante normal de cualquier sección	76
3.10	a) Características del flujo en un conducto circular parcialmente lleno, según Koseny, b) Características del flujo en un conducto herradura parcialmente lleno	77
3.11	Sección compuesta de un canal	81
3.12	Sección trapecial	83
3.13	Sección trapecial	86
3.14	Sección rectangular	88
3.15	Sección trapecial	90
3.16	Sección trapecial	92
3.17	Sección transversal compuesta	98
3.18	Sección transversal compuesta	101
3.19	Sifón invertido	105
3.20	Gráfica de Hoffman, coeficientes $C_c$ para curvas de diámetro constante en tubos rugosos	107
3.21	Canal de sección trapecial	108
4.1	Pendiente suave, crítica y fuerte en un canal	110
4.2	Incremento gradual de pendiente de $S_o < S_c$ a $S_o > S_c$ en un canal con ancho b y gasto Q constantes	111
4.3	Cambio de una pendiente $S_o > S_c$ a $S_o < S_c$	112
4.4	Salto hidráulico en un canal de sección cualquiera constante y pendiente cero	114
4.5	Representación de la energía específica en un salto hidráulico	117
4.6	Curvas de la función momentum y de la energía específica	117
4.7	Salto hidráulico en un canal de pendiente cero y sección rectangular	120
4.8	Longitud del salto hidráulico en canales rectangulares horizontales, con base en los resultados de USBR y otros	124



4.9	Longitud del salto hidráulico con pendiente	125
4.10	Salto hidráulico después de una compuerta	128
4.11	Curva de la energía específica	129
4.12	Curva de momentum después de la compuerta	130
4.13	Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico para canales de sección rectangular y parabólica	132
4.14	Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico para canales de sección rectangular y parabólica	133
4.15	Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico para canales de sección triangular y trapecial	134
4.16	Gráfica para determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico para canales de sección triangular y trapecial	135
4.17	Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico para canales de sección circular	136
4.18	Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico para canales de sección circular	137
4.19	Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico para canales de sección de herradura	138
4.20	Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico para canales de sección de herradura	139
4.21	Salto hidráulico ahogado después de una compuerta	140
4.22	Coefficiente de gasto de una compuerta plana vertical según Cofre y Bunchheister	144
4.23	Salto hidráulico en un canal de pendiente cero y sección rectangular	146
4.24	Salto hidráulico al pie de un cimacio	148
4.25	Salto hidráulico ahogado en el pie del cimacio	153
4.26	Salto hidráulico barrido	153
4.27	Salto hidráulico a la salida de una compuerta	154
4.28	Canal de sección trapecial	158
4.29	Sección trapecial	161
4.30	Salto hidráulico a la entrada de un túnel en herradura	166
4.31	Transición del canal	168
4.32	Salto hidráulico ahogado a la salida de una compuerta	176
4.33	Salto hidráulico claro	181
4.34	Salto hidráulico claro	182
5.1	Flujo permanente en un canal	183
5.2	Características del flujo uniforme	184
5.3	Características del flujo no uniforme (variado)	185
5.4	Flujo gradualmente variado	186
5.5	So será positivo si el fondo desciende en la dirección del flujo	190
5.6	So será negativo si asciende, no hay posibilidad de flujo uniforme, con valor positivo finito de $y_n$ es físicamente imposible.	191
5.7	So = Si es horizontal, no hay posibilidad de flujo uniforme, $y_n = \infty$	191
5.8	Zonas en que se puede dividir el canal	192
5.9	Perfiles tipo M <sub>1</sub>	195
5.10	Perfiles tipo M <sub>2</sub>	195
5.11	Perfiles tipo M <sub>3</sub>	196
5.12	Perfiles tipo S <sub>1</sub>	196
5.13	Perfiles tipo S <sub>2</sub>	197
5.14	Perfiles tipo S <sub>3</sub>	197
5.15	Perfiles tipo C <sub>1</sub>	198

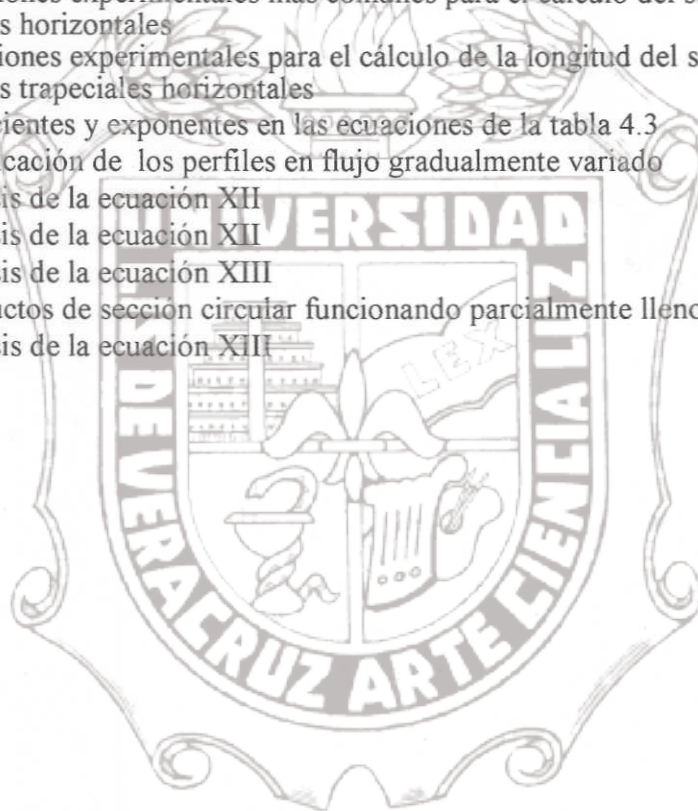
5.16	Perfiles tipo $C_3$	198
5.17	Perfiles tipo $H_2$	199
5.18	Perfiles tipo $H_3$	199
5.19	Perfiles tipo $A_2$	200
5.20	Perfiles tipo $A_3$	200
5.21	Cambio de un régimen subcrítico a un régimen supercrítico	201
5.22	Estructura con cimacio y canal de descarga	202
5.23	Cambio de un régimen subcrítico a un supercrítico	203
5.24	Tramo en el que $S_f = 0$	204
5.25	Sección de control a la entrada de un canal de pendiente pequeña	205
5.26	Sección de control a la entrada de un canal de pendiente pronunciada	205
5.27	Sección de control a la salida de un canal con pendiente pequeña formándose un perfil $M_1$	206
5.28	Sección de control a la salida de un canal de pendiente pequeña, formándose un perfil $M_2$	206
5.29	Sección de control a la salida de un canal de pendiente pequeña, formándose un perfil $M_2$ cualquier descenso en el nivel del depósito no afecta el tipo de perfil	207
5.30	Sección de control a la salida de un canal de pendiente pronunciada, formándose un perfil $S_1$	207
5.31	Sección de control a la salida de un canal de pendiente pronunciada, formándose un corrimiento en el salto	208
5.32	Sección de control a la salida de un canal de pendiente pronunciada, formándose un corrimiento en el salto	208
5.33	Sección de control a la salida de un canal de pendiente pronunciada cuando el nivel del depósito está debajo del tirante normal	208
5.34	Análisis por medio de incrementos finitos	209
5.35	Canal con varias pendientes	211
5.36	Salto hidráulico	211
5.37	Localización del salto hidráulico	212
5.38	Análisis de la sección de control "a" hasta el punto "e"	213
5.39	Lugar donde ocurre el salto hidráulico a).- Sí $y_2 > y_1$ el salto ocurre en $S_0 > S_c$ b).- Sí $y_2 < y_1$ el salto ocurre en $S_0 < S_c$	213
5.40	Perfiles después del análisis	214
5.41	Canal con descarga a una sección mayor	215
5.42	Descarga a través de una compuerta con abertura de 0.40 m	215
5.43	Descarga a través de una compuerta con abertura de 1.0 m	215
5.44	Canal alimentado por un embalse	221
5.45	Curva Gastos-vs-Tirantes, el gasto será máximo cuando se presente el tirante crítico	221
5.46	Canal con pendiente $S_0 > S_c$ alimentado por un embalse	224
5.47	Cambio de un régimen subcrítico a un supercrítico	225
5.48	Análisis de las secciones de cálculo	230
5.49	Obra de toma gasto descargando por las dos compuertas	234
5.50	Distancia a la que se encuentra la sección contracta de la compuerta	236
5.51	El perfil que se establecería dentro del ducto para el nivel máximo en el embalse, con una abertura de 0.608 es del tipo $M_3$	241
5.52	Salto hidráulico al pie de un cimacio	242
5.53	Canal con descarga libre	247
5.54	Canal de sección rectangular con pendiente $S = 0.0014$	247
5.55	a) Canal de sección rectangular con descarga a un canal de sección mayor, b)	248

	canal de sección rectangular con descarga libre y c) canal de sección rectangular con descarga a través de una compuerta	
5.56	Canal de sección trapecial con talud 1:1 y base de 5 m	249
5.57	Canal de sección rectangular de ancho constante y con cambio de pendiente	249
5.58	Canal de sección rectangular con cambio de pendiente	250
5.59	Canal de sección trapecial talud 1:1, base de 10 m y cambio de pendiente	250



## INDICE DE TABLAS

No.		PAGINA
3.1	Coefficiente de rugosidad de Kutter	70
3.2	Coefficiente de rugosidad de Bazin	71
3.3	Coefficiente de rugosidad de Ganguillet, Kutter y Manning	72
3.4	Coefficiente de rugosidad de Kozeny	79
3.5	Análisis de la ecuación V	91
3.6	Conductos con sección de herradura funcionando parcialmente llenos	103
4.1	Longitud del salto hidráulico con pendiente	125
4.2	Ecuaciones experimentales más comunes para el cálculo del salto hidráulico en canales horizontales	126
4.3	Ecuaciones experimentales para el cálculo de la longitud del salto hidráulico en canales trapeciales horizontales	127
4.4	Coefficientes y exponentes en las ecuaciones de la tabla 4.3	127
5.1	Clasificación de los perfiles en flujo gradualmente variado	194
5.2	Análisis de la ecuación XII	224
5.3	Análisis de la ecuación XII	233
5.4	Análisis de la ecuación XIII	238
5.5	Conductos de sección circular funcionando parcialmente llenos	239
5.6	Análisis de la ecuación XIII	240





El estudio del Flujo en Canales Abiertos es de suma importancia para los estudiantes de la Maestría en Ingeniería Hidráulica.

Debido a lo anterior, y dado el alto costo que actualmente tienen los libros sobre todo si son de importación, además de no coincidir con los programas de estudio vigentes, se decidió la elaboración del presente trabajo, que es la tesis que se presenta con el fin de obtener el grado de Maestro en Ingeniería Hidráulica, en el Instituto de Ingeniería de la Universidad Veracruzana, en donde se espera que tenga gran utilidad como texto en las materias de Hidráulica I y Diseños Hidráulicos I de la Maestría en Ingeniería Hidráulica y en la materia de Hidráulica e Hidrología de la maestría en Ingeniería Ambiental.

En éste trabajo, se ha puesto especial interés en el desarrollo paso a paso tanto de las ecuaciones básicas como de los numerosos problemas resueltos que contiene, afin de que el estudiante de maestría pueda manejar fácilmente los principales conceptos y aplicaciones del flujo en canales abiertos.

Este trabajo está dividido en 6 capítulos, en el capítulo 2 se estudian los conductos abiertos, los tipos de canales, los problemas a que nos enfrentamos, el gradiente hidráulico, el gradiente de energía, la energía específica, la distribución de la presión en la sección de un canal, el régimen crítico, el cálculo del tirante crítico para una sección rectangular, el cálculo de la energía mínima para una sección rectangular, la determinación de la ecuación para obtener el tirante crítico en cualquier sección, la condición para gasto máximo, las propiedades del estado constante, el empleo de curvas para la determinación del tirante crítico, los números adimensionales, la posición del tirante crítico, la velocidad crítica y la velocidad de la onda y ejemplos de aplicación.

# Tesis de Maestría

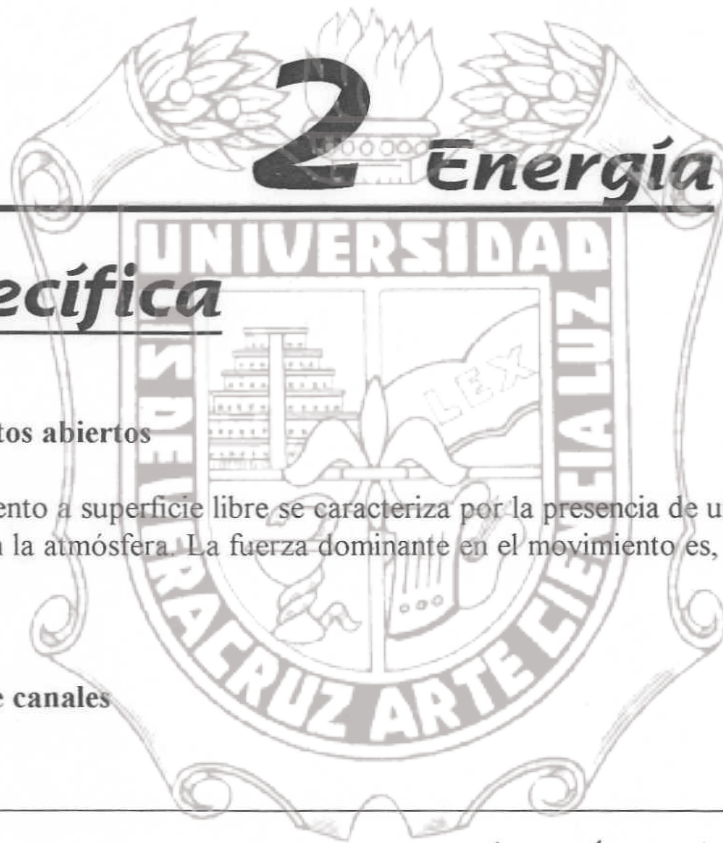
En el capítulo 3 se estudian las características del flujo uniforme, las pérdidas por fricción, las formulas de Chezy, Kutter, Bazin, Manning, la determinación de las pérdidas por fricción en un canal, el empleo de curvas para el tirante normal, las características del escurrimiento en un conducto cerrado con flujo en canal abierto, los canales de sección compuesta y ejemplos de aplicación.

En el capítulo 4 se estudian la función momentum, la determinación del tirante subcrítico en un canal, la longitud del salto, el salto hidráulico después de una compuerta, el salto hidráulico en diferentes tipos de secciones, la compuerta con descarga sumergida, la longitud de salto hidráulico para descargas sumergidas y ejemplos de aplicación.

En el capítulo 5 se estudia los diferentes tipos de flujo permanentes y no permanente, flujo uniforme y no uniforme, la determinación de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado, las características y clasificación de los perfiles de flujo, los perfiles tipos M, S, C, H, A. La sección de control, el análisis del perfil del flujo, las secciones de control a la entrada o salida de un canal, el método de incrementos finitos y ejemplos de aplicación.

En el capítulo 6 se presenta la bibliografía consultada para el desarrollo del presente trabajo.





## Específica

### 2.1 Conductos abiertos

El escurrimiento a superficie libre se caracteriza por la presencia de una superficie líquida en contacto con la atmósfera. La fuerza dominante en el movimiento es, en general, la debida a la gravedad.

### 2.2 Tipos de canales

Sección

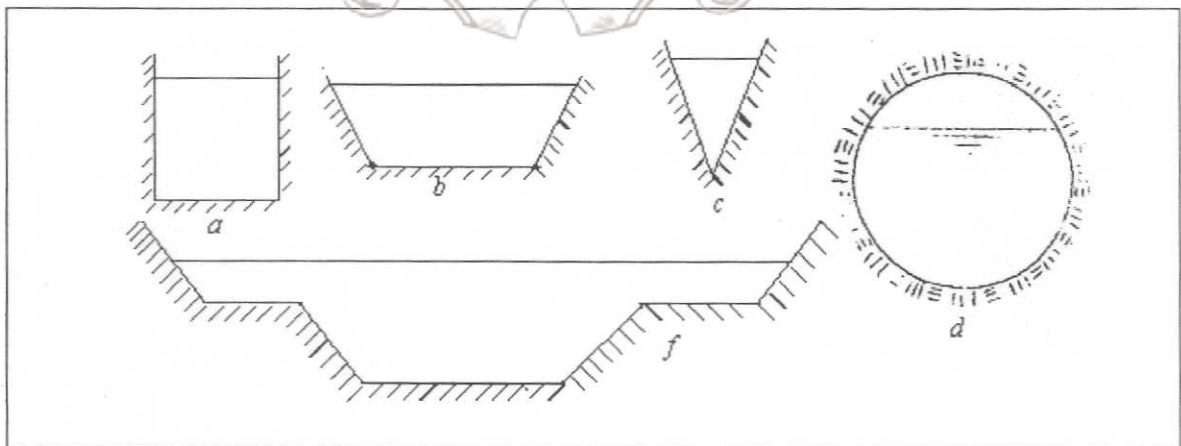


Fig. 2.1 Secciones a) rectangular b) trapecial c) Triangular d) circular y f) compuesta

Planta

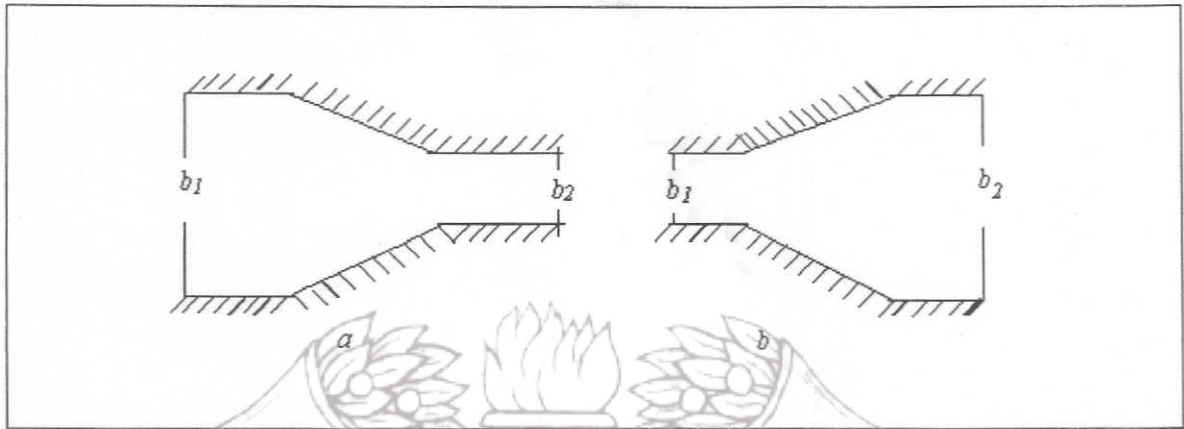


Fig. 2.2 a) Reducción de la sección y b) Ampliación de la sección.

Perfil

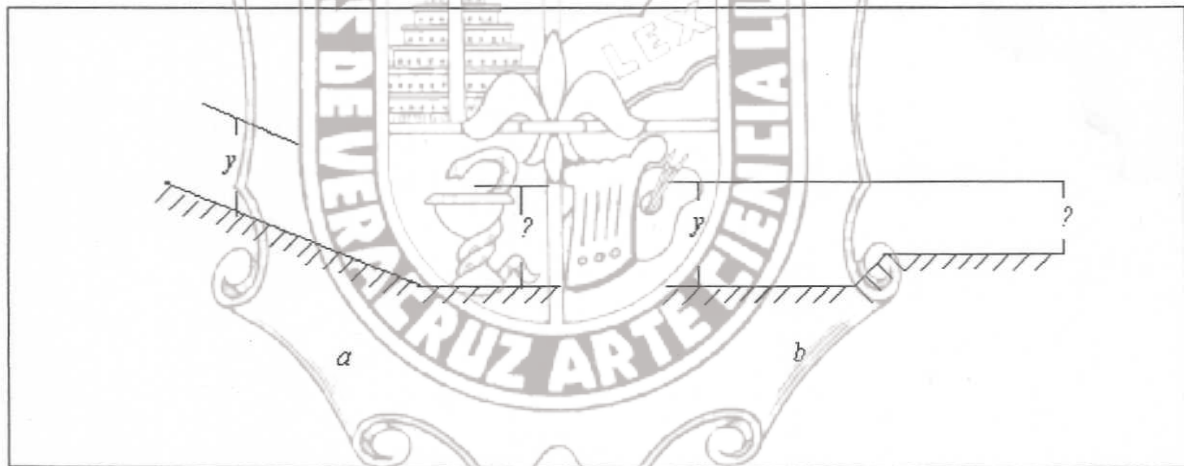


Fig. 2.3 a) Cambio de pendiente y b) Escalón

Que sucede con éstas variaciones que observamos en las Figuras 2.2 y 2.3

### 2.3 Problemas a que nos enfrentamos:

- Ampliación
- Reducción
- Cambio de pendiente
- Escalón



Definiremos:

**2.4 Gradiente hidráulico y gradiente de energía.**- Como el líquido que circula por un canal, no tiene variaciones en su presión sino que siempre se conserva a la presión atmosférica, la línea de gradiente hidráulico coincide con la superficie libre. Ver figura 2.4.

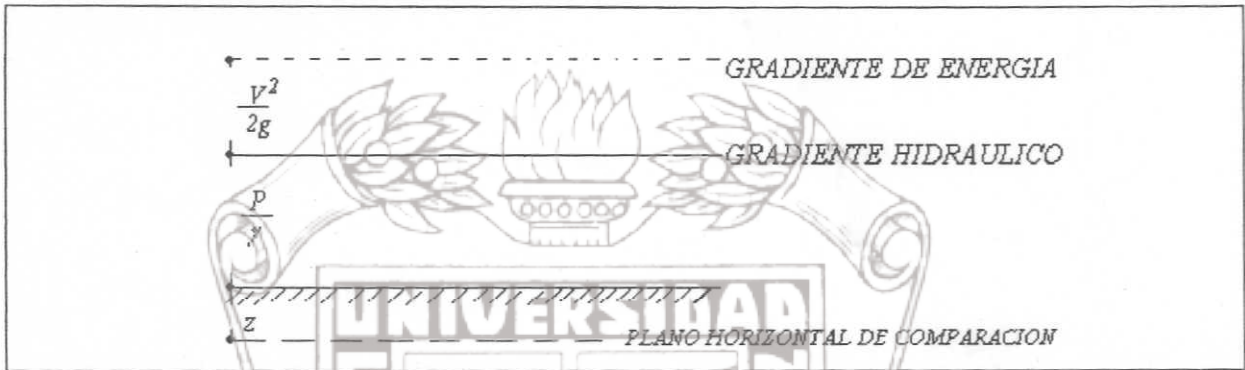


Fig. 2.4 Gradiente de energía y gradiente hidráulico.

**2.5 Energía específica.**- Si en canal que conduce agua con un tirante “y” consideramos una partícula cualquiera “m” animada de la velocidad media “v”, y queremos expresar sus tres formas de energía según la ecuación de **Bernoulli**, haciendo pasar el plano de comparación por el fondo del canal tenemos: (Ver Figura 2.5).

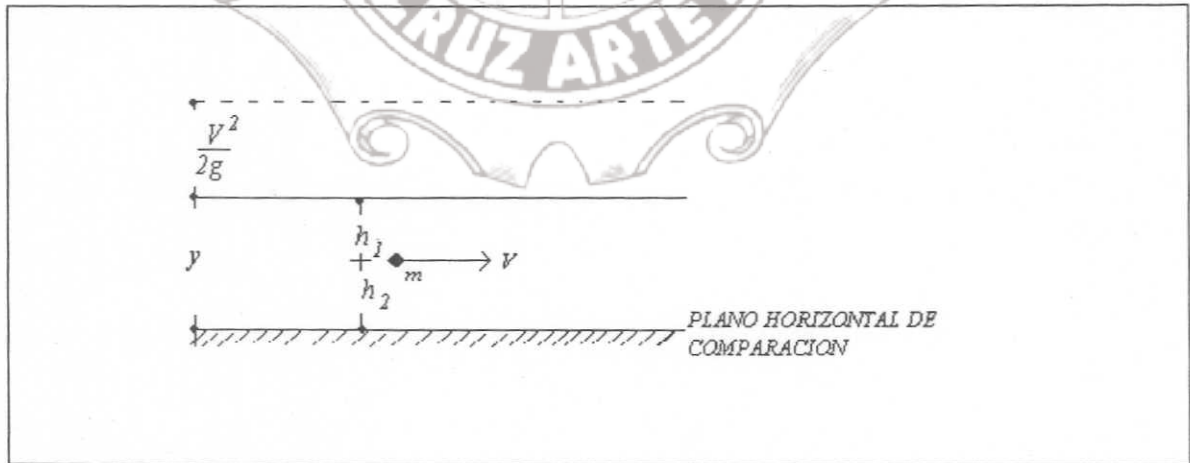


Fig. 2.5 Energía específica.

Donde :  $\frac{v^2}{2g}$  = carga de velocidad (2.1)

$h_1$  = carga de presión (2.2)

$h_2$  = carga de posición (2.3)

Observamos que:

$h_1 + h_2 = y$  (2.4)

Entonces la energía específica que tiene el canal en esa sección es:

$E = y + \frac{v^2}{2g}$  (2.5)

La ecuación de la energía permite resolver con relativa sencillez aquellos problemas de flujo a superficie libre en que se conoce el tirante en las dos secciones extremas del tramo en que se aplica. Este problema es, en esencia, similar al de cálculo del gasto en un tubo a partir de las presiones aguas arriba y en el estrangulamiento de un venturímetro.

Cuando se tiene un cambio de área en un tubo a presión, la ecuación de continuidad permite determinar el cambio en la velocidad y carga de velocidad y de ella el cambio de presión; sin embargo, el mismo problema en un canal se torna más complicado; cuando se desconoce el tirante en alguna de las secciones y tiene que ser calculado a partir de los cambios en la sección transversal, ello conduce a dificultades especiales de mucho interés debido a que el tirante juega un doble papel al influir en las ecuaciones de energía y continuidad simultáneamente.

La constricción en el canal rectangular mostrado en la Figura 2.6a es suficientemente gradual y liso como para despreciar la pérdida de energía; en ella no existe cambio en el ancho de la plantilla, sino únicamente en su nivel. Conocidas las condiciones en la sección (1), determinar las de la sección (2).

Tenemos del teorema de Bernoulli

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta z \quad (2.6)$$

Como de 2.5

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

Tendremos:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \quad (2.7)$$

$$E_2 = E_1 - \Delta Z \quad (2.8)$$

Determinación de  $y_2$   $y$   $V_2^2/2g$

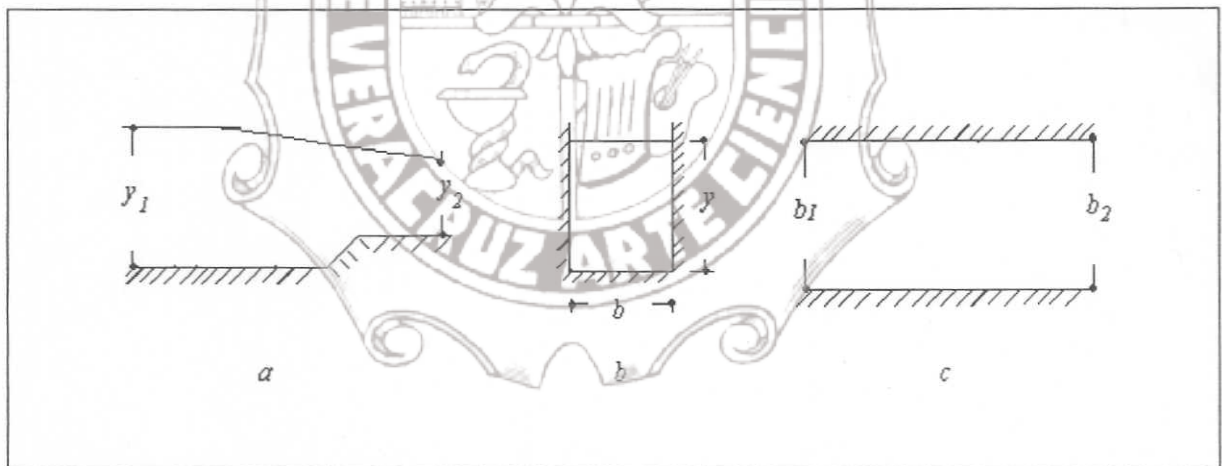


Fig. 2.6 a) Perfil, b) Sección rectangular c) Planta del canal

De la ecuación de continuidad tenemos:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = Q \quad (2.9)$$

$$A_1 = b_1 y_1 \quad ; \quad A_2 = b_2 y_2 \quad (2.10)$$

$$\text{Si } b_1 = b_2 = b \quad (2.11)$$

$$Q = b y_1 V_1 = b y_2 V_2 \quad (2.12)$$

$$\text{como } q = Q/b \quad (2.13)$$

$$q = y_2 V_2 \quad (2.14)$$

$$V_2 = q/y_2 \quad (2.15)$$

Tenemos:

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad (2.16)$$

$$E_2 = y_2 + \frac{q^2}{y_2^2} \frac{1}{2g} \quad (2.17)$$

$$y_2^2 E_2 = y_2^3 + \frac{q^2}{2g} \quad (2.18)$$

$$y_2^3 - E_2 y_2^2 + \frac{q^2}{2g} = 0 \quad (2.19)$$

Al resolver la ecuación de tercer grado nos da 3 valores de  $y_2$  ¿qué significa?

Tenemos de 2.5 que

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$



Por lo tanto:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (2.19)$$

Suponiendo que Q es constante, y "A" es función del tirante

Por lo tanto la energía específica es función únicamente del tirante.

En la Figura 2.7 se representa la ecuación 2.18 tenemos:

El segmento CA se aproxima asintóticamente al eje horizontal y por el otro lado, CB se aproxima a la línea OD que pasa por el origen.

En cualquier punto y sobre la curva, las abscisas representan la energía específica en la sección y que corresponde al tirante "y" representado por la ordenada del punto "p". Existe un tercer segmento en la curva que representa las soluciones negativas sin interés práctico.

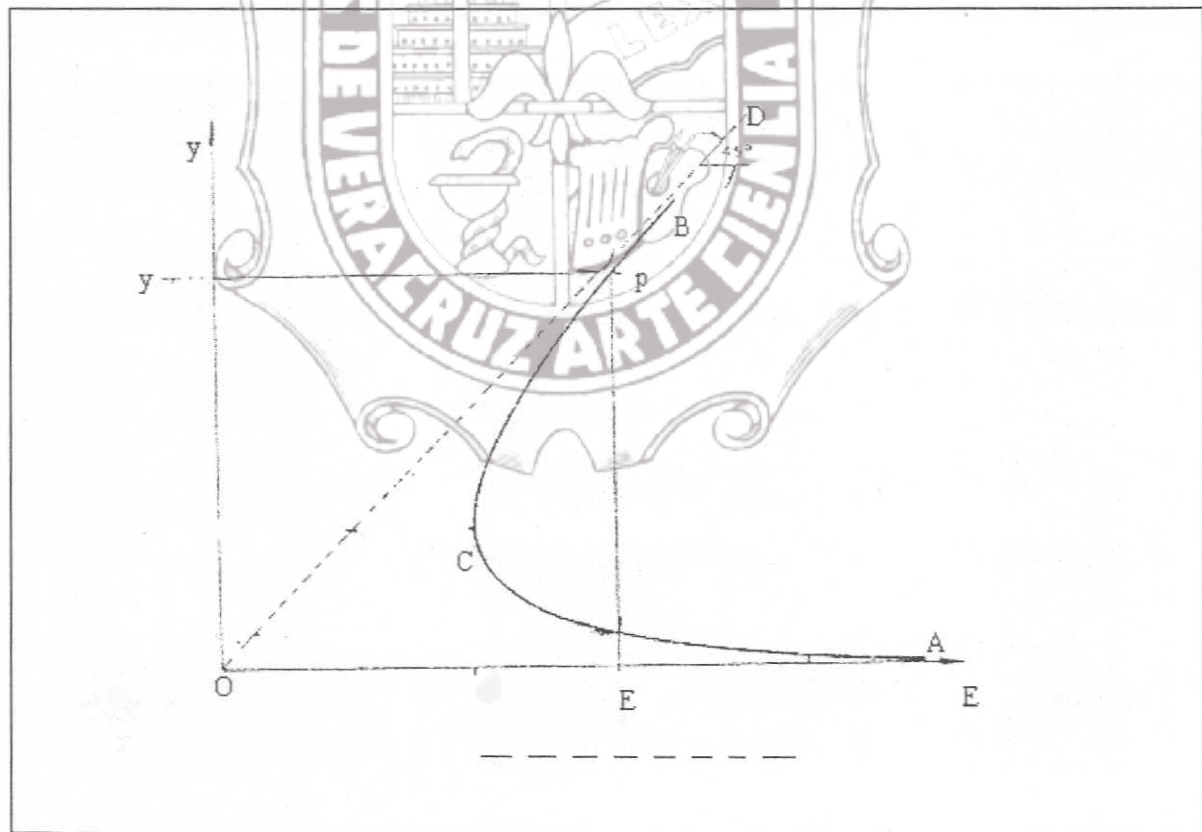


Fig. 2.7 Curva de la Energía específica

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

La curva muestra, según en la Figura 2.8, que para una determinada energía específica existen dos valores del tirante, " $y_1$ " y " $y_2$ ", que reciben el nombre de tirantes alternos: el alternativo menor, " $y_1$ ", y el alternativo mayor, " $y_2$ ".

En el punto "C", la energía específica es la mínima con la cual puede pasar el gasto "Q" a través de la sección y para la cual existe un solo valor del tirante, " $y_c$ ", que recibe el nombre de tirante crítico y al cual corresponde una velocidad llamada crítica. El estado del flujo que se desarrolla con el tirante crítico recibe el nombre de estado o régimen crítico.



Fig. 2.8 Energía específica mínima

Cuando el tirante es mayor que el crítico, la velocidad es menor que la crítica.

$$y > y_c, v < v_c \quad (2.20)$$

El flujo se encuentra en estado o régimen subcrítico.

Cuando el tirante es menor que el crítico y la velocidad es mayor que la crítica

$$y < y_c, v > v_c \quad (2.21)$$

El flujo se encuentra en estado o régimen supercrítico.

Si "Q" cambia, observamos en la Figura 2.9, "y" se mantiene de nuevo constante, la curva de energía específica cambia a la posición A'B' o A''B'' según Q aumente o disminuya.

Si elegimos una energía específica "E<sub>o</sub>" constante, el punto "C" indica la última curva E-y que quedaría interceptada por la vertical de la abscisa. Puesto que el gasto "Q" correspondiente a cada curva "E-y" crece a medida que estas se desplazan a la derecha, el punto "C" señalará la curva E-y de gasto máximo que fluiría con la energía específica "E<sub>o</sub>".

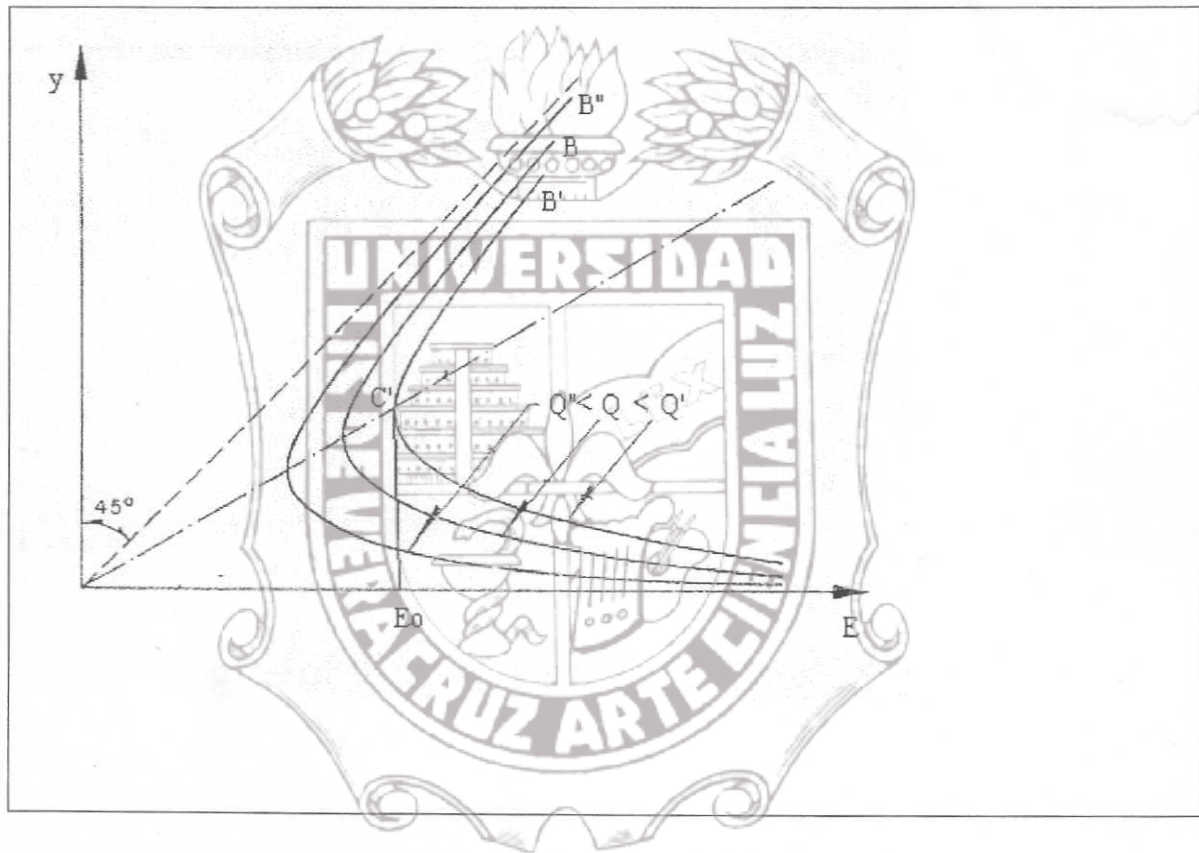


Fig. 2.9 Curvas de energía específica al variar el gasto (Q).

Suponiendo que el flujo aguas arriba del escalón tiene  $E_1 > E_{\text{MIN}}$ , las condiciones de flujo quedarían representadas por el punto "a" sobre el segmento superior de la curva "E-y", calculada para el gasto "q" constante, debido a que no existe cambio en el ancho del canal, "q" no varía y el punto que representa las condiciones de flujo en la sección "2" debe quedar sobre la misma curva que se encuentra "a". Ver Figura 2.10

Siendo la energía específica en la sección 2:

$$E_2 = E_1 - \Delta z \tag{2.22}$$

Las soluciones posibles quedarán representadas por los puntos de intersección de la línea “ $E=E_2$ ” con la curva “ $E-y$ ” de la. Los puntos “ $b$ ” y “ $b'$ ” proporcionan dos soluciones físicamente posibles que también se aplicarían al caso en que el flujo en la sección “1” quedaría representado por el punto “ $a$ ” el cual tiene la misma energía específica que “ $a$ ”.

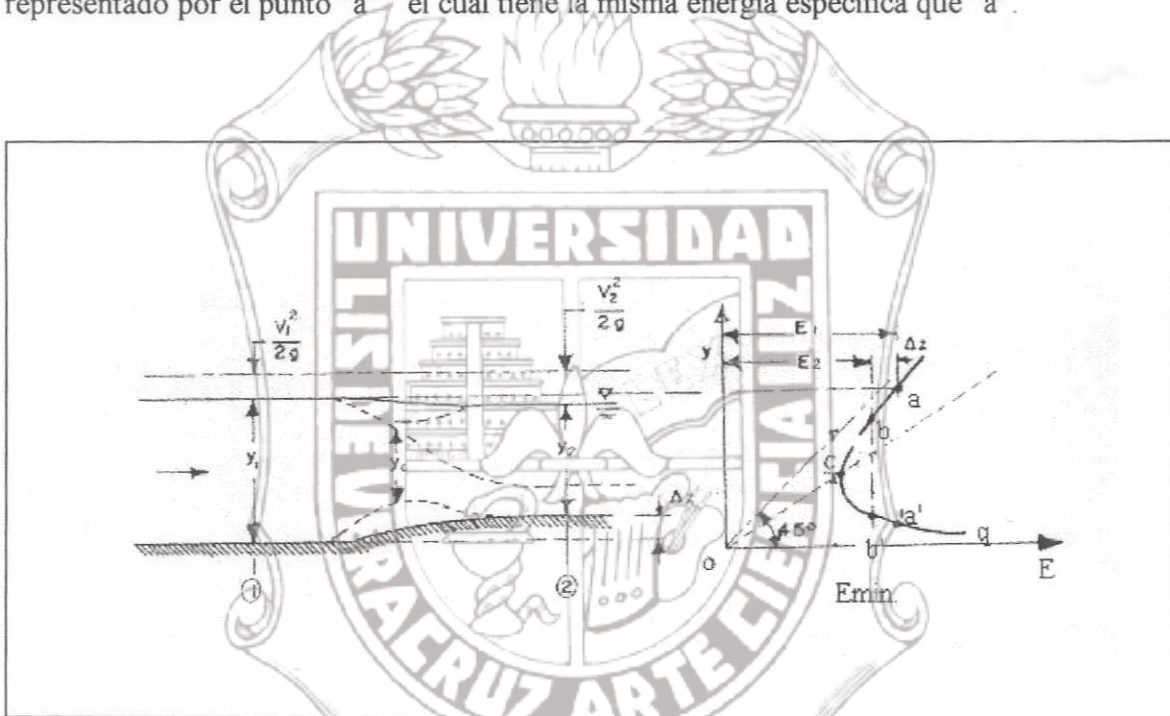


Fig. 2.10 Flujo a través de un escalón.

Queda por resolver el problema de elegir la solución correcta de los dos reales posibles, teniendo como guía la forma de la curva “ $E-y$ .”

Para encontrar la solución correcta, es necesario elegir el camino adecuado para pasar de “ $a$ ” a alguno de los puntos “ $b$ ” ó “ $b'$ ”.



Si se pasara de "a" a "b" a lo largo de la curva "E-y" y después de "b" a "b'" sobre la vertical, esto implicaría que el gasto "q" iría cambiando a lo largo de la transición y como consecuencia, el ancho del canal en forma simultánea. Este cambio en el ancho tomaría la forma de una contracción seguida por una expansión como se muestra en la Figura 2.11 donde se ha eliminado el escalón para mayor claridad.

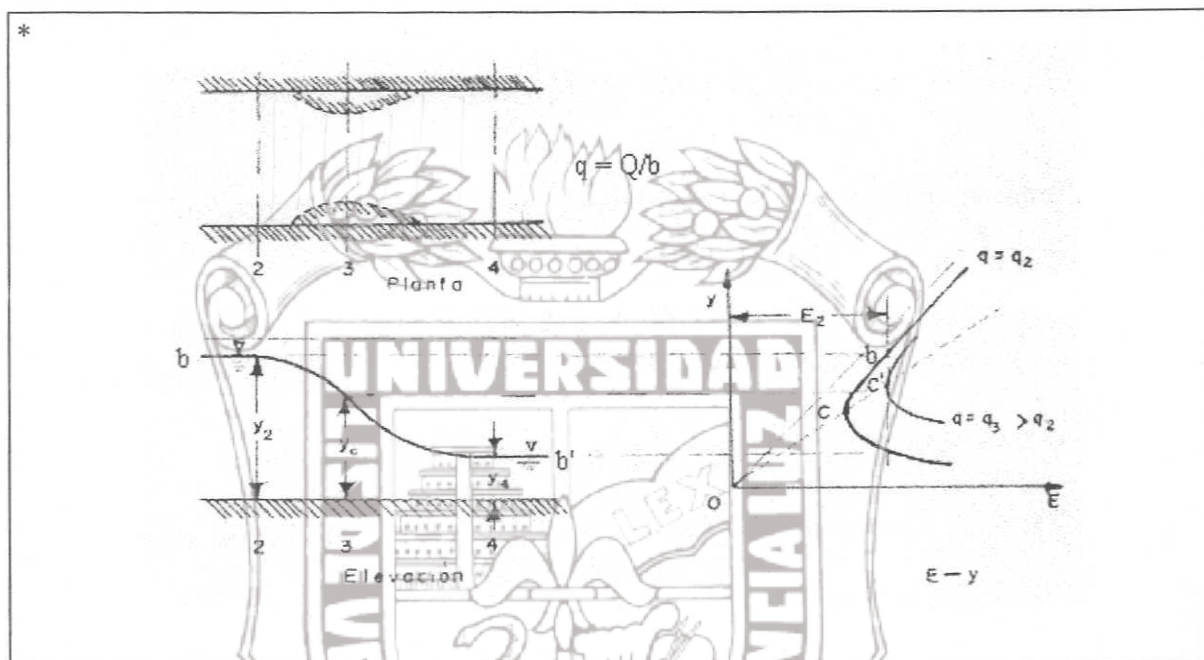


Fig. 2.11 Contracción y expansión del canal

Debido a que el ancho permanece constante, el único camino posible de "b" a "b'" sería sobre la curva "E-y"; sin embargo, siguiendo dicho camino la energía específica tendría que disminuir por debajo de "E<sub>2</sub>" y después aumentar hasta este valor. Esto podría acontecer si el nivel de la plantilla se elevara temporalmente por encima del nivel del escalón, lo suficiente para llegar hasta "C", formar el tirante crítico y después regresar al nivel del escalón como se muestra en la Figura 2.10.

Se concluye que si el ancho del canal no varía y la plantilla no se eleva por arriba del escalón; el punto "b'" es inaccesible si el flujo aguas arriba está representado por el punto "a", de igual forma se concluye que el punto "b" es inaccesible si el flujo aguas arriba está representado por el punto "a' ". El salto del segmento superior al inferior o viceversa es posible únicamente en el caso de que exista una reducción local, tanto en el ancho como en el nivel de plantilla, dentro de la zona del escalón.

Se observa que para ir de "a" a "b" el tirante disminuye, por tanto, la velocidad y carga de velocidad debe aumentar. Debido a que la línea de energía permanece al mismo nivel, la superficie del agua debe descender sobre el escalón, ver Figura 2.10. Ocurre lo contrario al ir de "a'" a "b' ".

Si “ $\Delta z$ ” es suficientemente grande para hacer que “ $E_2$ ” sea menor que la energía específica mínima (punto “C”, Figura 2.10), no existe solución posible, esto es, los tres valores prescritos de “ $q$ ”, “ $E$ ” y “ $\Delta z$ ”, no pueden existir simultáneamente en el canal. En esto no hay novedad alguna; en efecto, al observar la curva de energía específica se concluye que si “ $\Delta z$ ” es muy grande, el gasto “ $q$ ” no podrá pasar con la energía específica disponible. Para lograrlo se formará una onda que se trasladará hacia aguas arriba estableciendo un nuevo estado permanente forzando a que “ $q$ ” disminuya o que “ $E_1$ ” aumente.

La altura máxima posible en el escalón que evita modificaciones del flujo hacia aguas arriba, es igual a la diferencia entre la energía específica aguas arriba y la mínima posible. Ver Figura 2.12

$$\Delta z = E_1 - E_{\min}$$

(2.23)

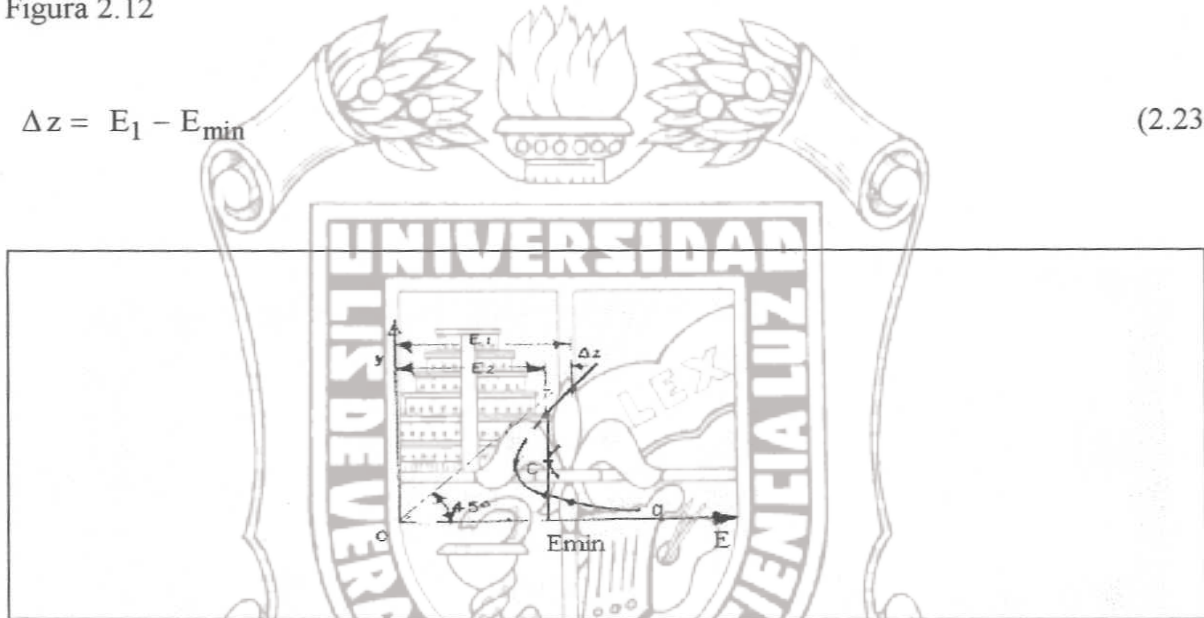


Fig. 2.12 Altura máxima del escalón.

Es importante notar cuando la altura del escalón corresponde a la crítica y es de corta longitud como en la Figura 2.13.

El régimen aguas abajo puede ser supercrítico o subcrítico, dependiendo de las condiciones ahí impuestos.

Se observa que si el punto que representa el flujo se mueve de “a” a “C”, después quedaría libre del volver al segmento de régimen subcrítico o de continuar hacia la de supercrítico, según sean las condiciones de aguas abajo. Si hay algún control del lado aguas abajo, la tendencia sería hacia el régimen subcrítico, de lo contrario hacia el supercrítico.

La convergencia del flujo hacia el escalón produce un efecto similar después del mismo, al observar que el mismo principio opera cuando el régimen de aguas arriba es supercrítico, se concluye que cualquiera de los dos regímenes de flujo se presentan.

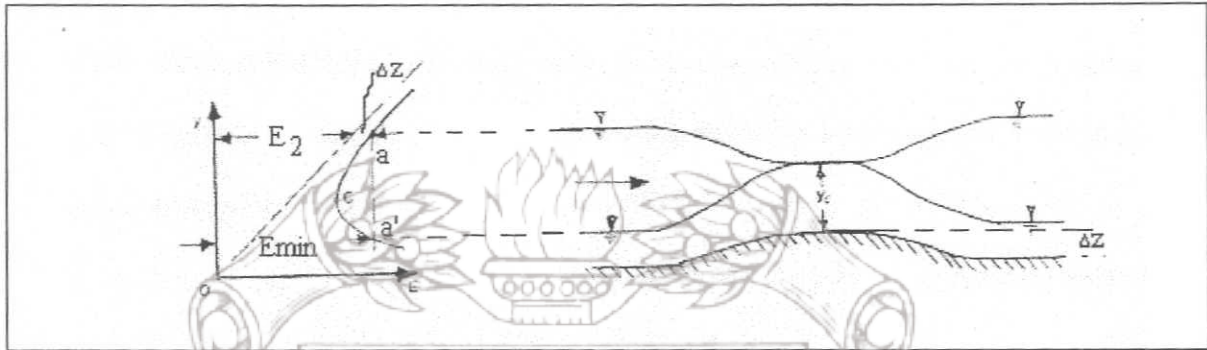


Fig. 2.13 Flujo a través de un escalón de corta longitud.

El régimen aguas abajo puede ser supercrítico, dependiendo de las condiciones ahí impuestas. Ver Figura 2.14

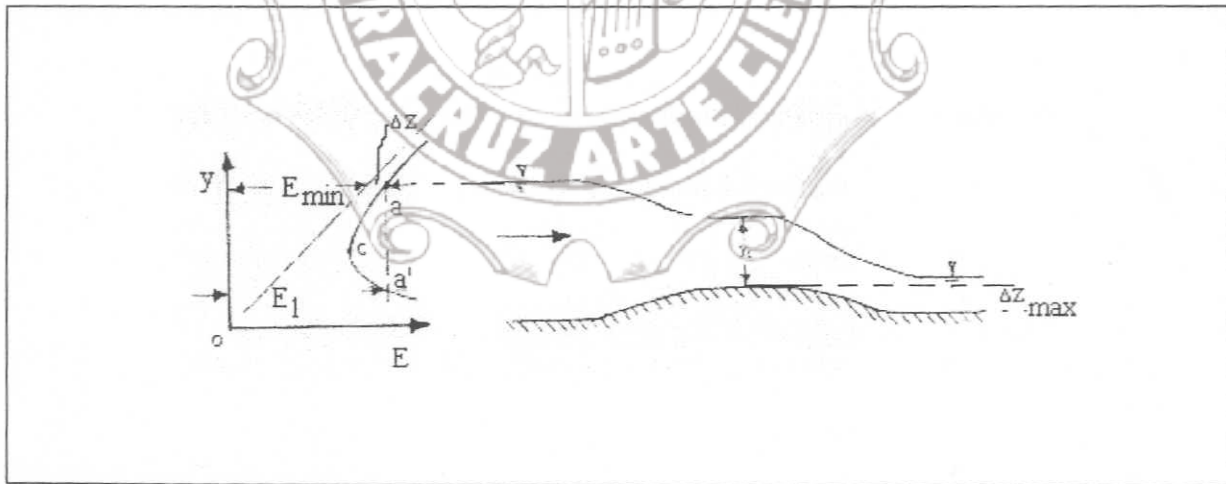


Fig. 2.14 Flujo supercrítico después del escalón

El régimen aguas abajo puede ser subcrítico, dependiendo de las condiciones ahí impuestas. Ver Figura 2.15

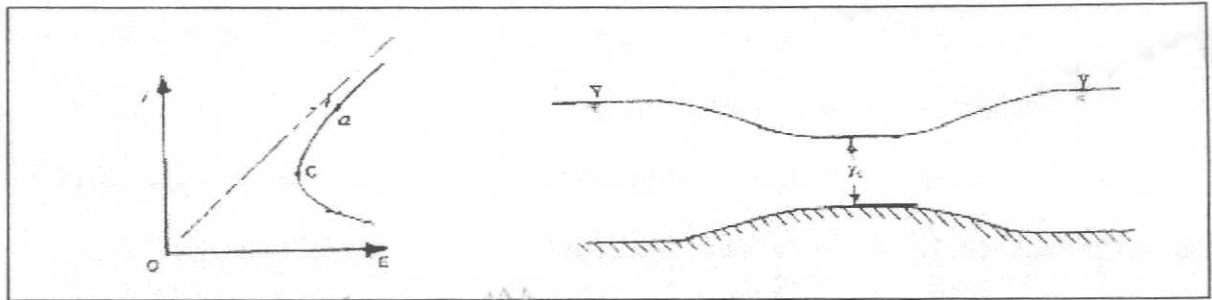


Fig. 2.15 Flujo subcrítico después del escalón

Se observa que si el punto que representa el flujo se mueve de “a” a “C”, después queda libre de volver al segmento de régimen subcrítico o de continuar hacia la de supercrítico, según sean las condiciones de aguas abajo.

Si hay algún control del lado de aguas abajo, la tendencia sería hacia régimen subcrítico de lo contrario, hacia el supercrítico.

La convergencia del flujo hacia el escalón produce un efecto similar después del mismo. Se concluye que cualquiera de los regímenes de flujo del lado aguas arriba puede pasar a cualquiera de los de lado aguas abajo.

Consideraciones semejantes se aplican en el caso de una reducción en el ancho donde la condición crítica se traza sobre el plano “E-y”, Figura 2.16, una línea vertical dibujada desde el punto “a” aguas arriba, toca en la cresta “C” a una curva interior de gasto “q” superior. El valor de “q” de esta curva proporciona el ancho mínimo de la contracción. Nuevamente el flujo aguas abajo puede ser supercrítico o subcrítico.

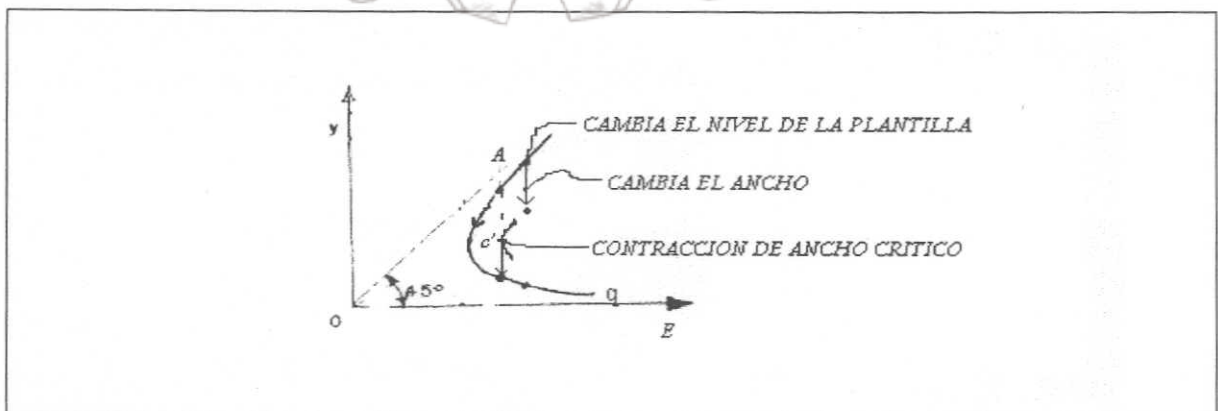


Fig. 2.16 Curva de la energía específica cuando existe una reducción en el ancho del canal.

A menudo acontece que una contracción local debe introducirse en un canal, por ejemplo, para reducir el costo de un puente cuando pasa debajo de un camino o bien para pasar de un canal trapecial a una alcantarilla de sección circular debajo de un camino, resulta entonces esencial conocer cual debe ser la magnitud tolerable de la contracción para que no haya influencia en las condiciones de aguas arriba.

### Reducción en el ancho

El valor de "q" proporciona el ancho mínimo de la contracción nuevamente el flujo aguas abajo puede ser supercrítico o subcrítico para que no haya influencia en las condiciones de aguas arriba. La sección más pequeña que sea capaz de sostener el mismo gasto para una energía específica dada es la que opera en estado crítico. El problema consiste en encontrar la sección más pequeña que sea capaz de sostener el mismo gasto para una energía específica dada. Dicha sección será aquella que opera en estado crítico. Una contracción que influya severamente en el flujo de aguas arriba se convierte en un tipo especial de control y se conoce como estrangulamiento. Ver Figura 2.17.

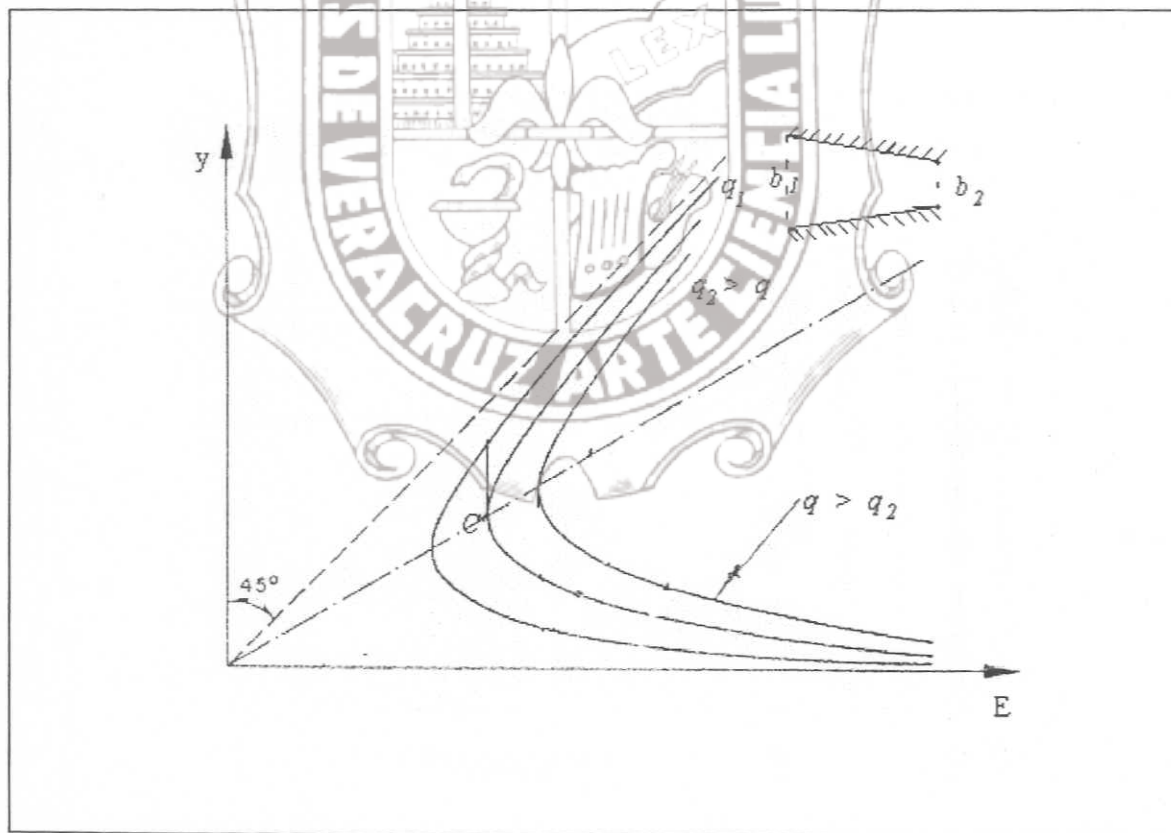


Fig. 2.17 Efectos de la reducción del ducto en un canal.

$$Q = q_1 b_1 \tag{2.24}$$

$$Q = q_2 b_2 \tag{2.25}$$

$$q_1 < q_2 \tag{2.26}$$

$$b_1 > b_2 \tag{2.27}$$

### 2.6 Distribución de la presión en la sección de un canal (para flujo paralelo)

La presión en cualquier punto de una sección transversal del flujo en un canal de pendiente pequeño, se puede medir por la altura de la columna de agua en un tubo piezométrico instalado en el punto. Ver Figura 2.18

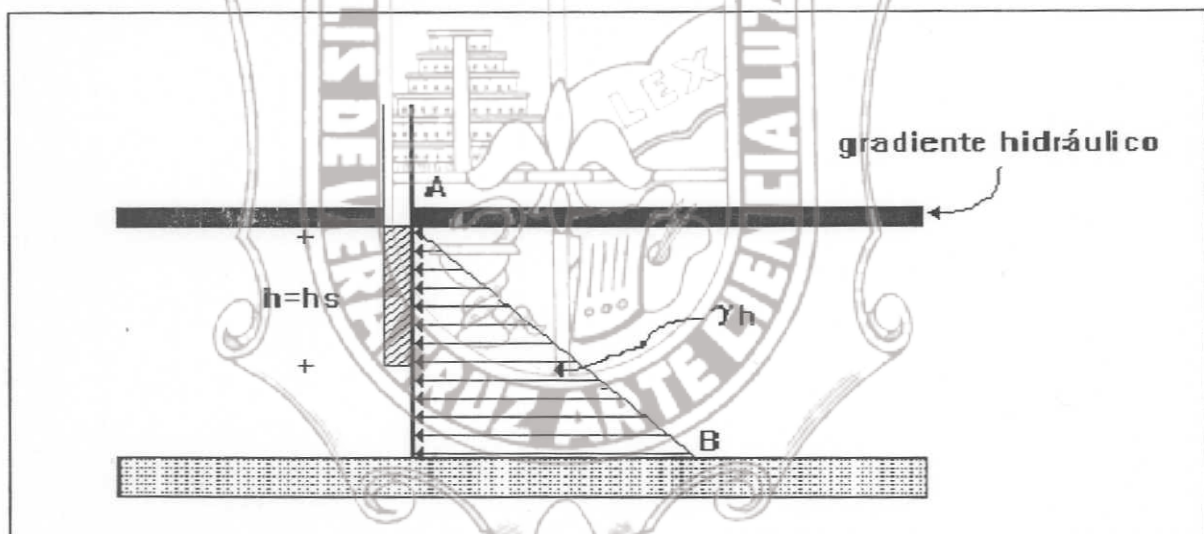


Fig. 2.18 Distribución de presiones en un canal con flujo paralelo.

Eliminando disturbios menores debido a la turbulencia, entre otros, es aparente que esta columna de agua debiera alzarse desde el punto medido hasta el punto de gradiente hidráulico. De este modo, la presión de cada punto de la sección, es directamente proporcional a la profundidad del punto debajo de la superficie libre e igual a la presión hidrostática correspondiente a esta profundidad. La distribución de presión sobre la sección transversal del canal es la misma que la distribución hidrostática; es decir una distribución lineal y puede ser representada por una línea recta AB. Esto se conoce como la ley hidrostática de la distribución de presión.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

## Efecto de la pendiente sobre la distribución de presiones.

Si tomamos un elemento diferencial AB de sección  $dA$  de un canal con pendiente muy pequeña como se muestra en la Figura 2.19

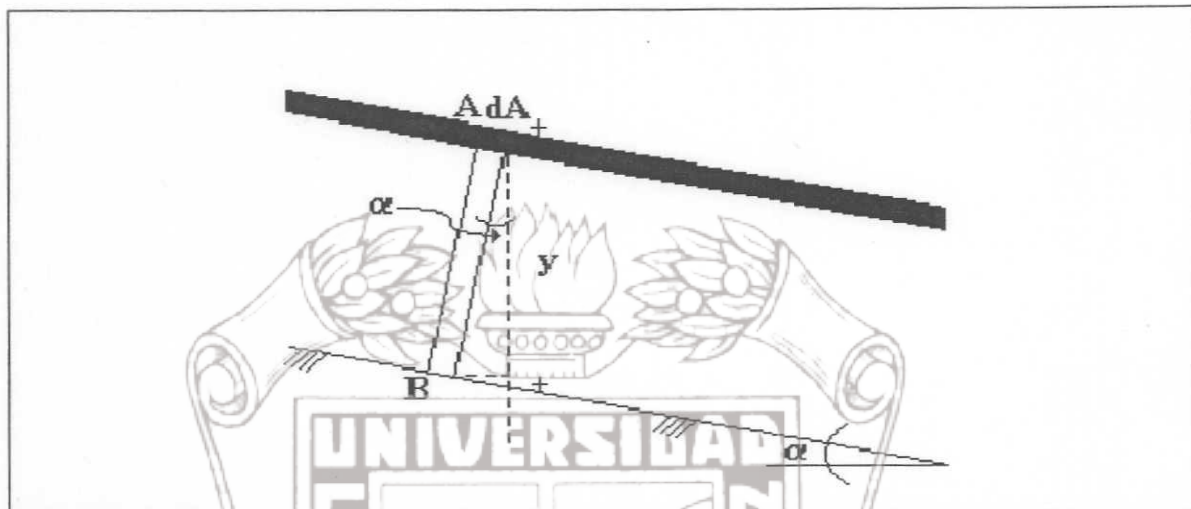


Fig. 2.19 Efecto de la pendiente en la distribución de presiones.

Del diagrama de cuerpo libre de la Figura 2.20 tenemos que si igualamos fuerzas:

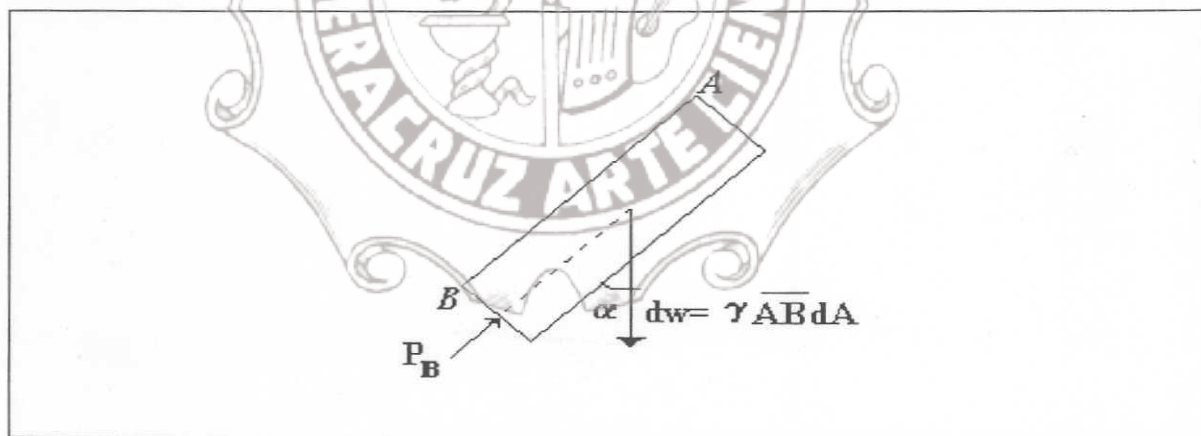


Fig. 2.20 Diagrama de cuerpo libre del elemento diferencial AB.

Donde:

$$P_b da = dw \cos a \quad (2.28)$$

$$P_b da = \overline{ab} da \gamma \cos a \quad (2.29)$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$Y \text{ como: } a b = y \cos \alpha \quad (2.31)$$

Por lo tanto:

$$\frac{P_b}{\gamma} = y \cos \alpha (\cos \alpha) = y \cos^2 \alpha .$$

Tendremos :

Pendientes fuertes  $\geq 0.01$

Pendientes suaves  $< 0.01$

Por lo tanto:

$$\frac{P_b}{\gamma} = y \quad (2.33)$$

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y \cos^2 \alpha + \frac{v^2}{2g} \quad (2.34)$$

## 2.7 Régimen crítico

Se ha demostrado que hay dos posibles tirantes de flujo para cada combinación de valores de la energía específica y del gasto y que la transición de un tirante a otro puede ocurrir únicamente bajo ciertas condiciones especiales. Estos dos tirantes son características de dos tipos diferentes de flujo.

Un camino lógico para explicar la diferencia entre ellos sería el discutir primero el flujo representado por el punto "C" que se encuentra en la condición crítica entre los dos regímenes alternativos. La palabra crítico se usa para describir este estado de flujo y puede definirse como aquel para el cual la energía específica es la mínima con que puede fluir un gasto dado a través de la sección de un canal de forma especificada.

## 2.8 Cálculo del tirante crítico para una sección rectangular.

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad (2.35)$$



Para obtener el mínimo de energía

$$\frac{dE}{dy} = 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 + (-2) \frac{q^2}{2g} y^{-3} = 0 \quad (2.37)$$

$$1 - \frac{q^2}{g} y^{-3} = 0 \quad (2.38)$$

$$1 = \frac{q^2}{gy^3} \quad (2.39)$$

$$q^2 = gy^3 \quad (2.40)$$

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}}$$



**2.9 Cálculo de la Energía Mínima para una sección rectangular**

Si

$$q = yv \quad (2.42)$$

$$q^2 = y^2v^2 \quad (2.43)$$

Sustituyendo en 2.39

$$1 = \frac{y^2v^2}{gy^3} \quad (2.44)$$

$$1 = \frac{v^2}{gy} \quad (2.45)$$

Tenemos

$$v^2 = gy \tag{2.46}$$

Si dividimos entre  $2g$

$$\frac{v^2}{g} = \frac{gy}{g} \tag{2.47}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{y}{2} \tag{2.48}$$

Sustituyendo en la ecuación de la energía

$$E_{\min} = y + \frac{y}{2} = \frac{3}{2}y \tag{2.49}$$

$$E_{\min} = \frac{3}{2}y_c \tag{2.50}$$

## 2.10 Determinación de la ecuación para obtener el Tirante Crítico en cualquier sección.

Tenemos de la ecuación 2.5

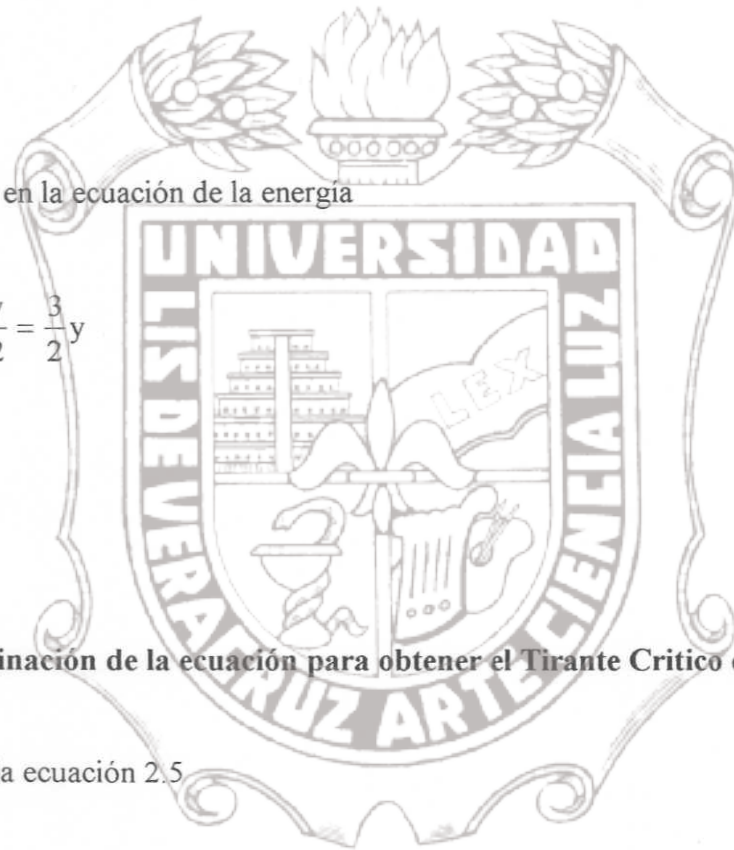
$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

De la ecuación

$$Q = A V \tag{2.51}$$

Donde

$$V = \frac{Q}{A}$$



Sustituyendo en la ecuación 2.5

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (2.52)$$

Por lo tanto "A" es una función de "y".

Para hacer mínima la energía

$$\frac{dE}{dy} = 0 \quad (2.53)$$

$$\frac{d}{dy} \left( y + \frac{Q^2}{A^2} \left( \frac{1}{2g} \right) \right) = 1 + \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dy} \left( \frac{1}{A^2} \right) = 0 \quad (2.54)$$

$$= 1 + \frac{Q^2}{2g} \left( -2A^{-3} \frac{dA}{dy} \right) = 0 \quad (2.55)$$

Si tenemos una sección de cualquier forma como la que se presenta en la Figura 2.21

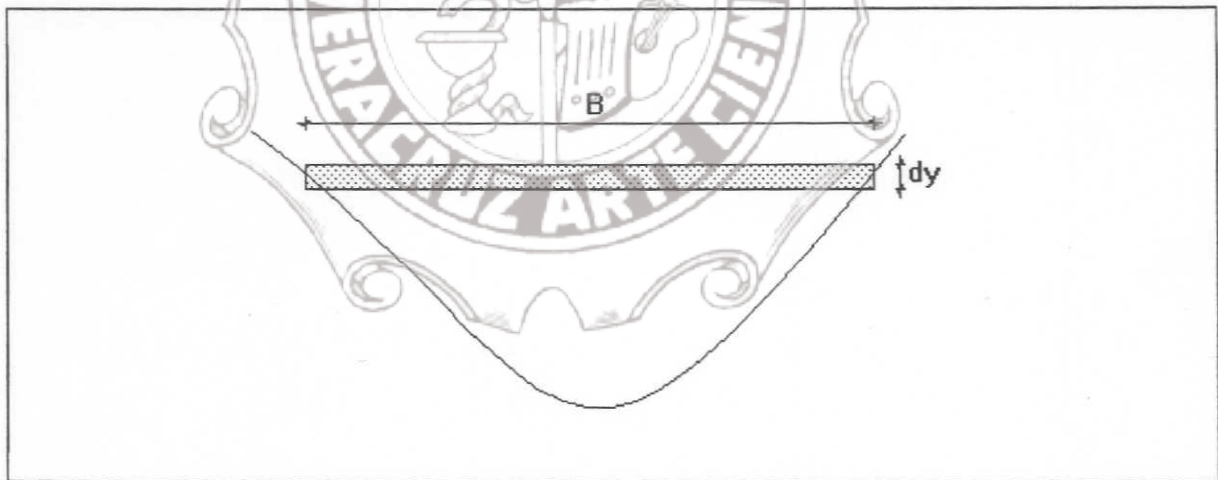


Fig. 2.21 Sección transversal de cualquier canal

$$dA = Bdy \quad (2.56)$$

Por lo tanto:  $\frac{dA}{dy} = B$  sustituyendo en 2.55

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$1 + \frac{Q^2}{2g}(-2A^3B) = 0 \tag{2.57}$$

$$1 + \frac{Q^2}{g} \left( -\frac{B}{A^3} \right) = 0$$

$$1 = \frac{Q^2}{g} \frac{B}{A^3}$$

$$\frac{A^3}{B} = \frac{Q^2}{g} \tag{2.58}$$

La ecuación 2.58 es la correspondiente para obtener el Tirante Crítico en cualquier sección.

### 2.11 Condición para gasto máximo ( $E_o$ constante)

Consideremos ahora el problema que se plantearía al suponer una energía específica " $E_o$ " constante y de encontrar cual sería la magnitud  $Q_{MAX}$  del gasto que podría fluir a través de la sección con dicha energía. Dicha situación quedaría representada por el punto C que es el punto de intersección entre la vertical de abscisa " $E_o$ " y la curva " $E-y$ " correspondiente al gasto máximo. Ver Figura 2.41

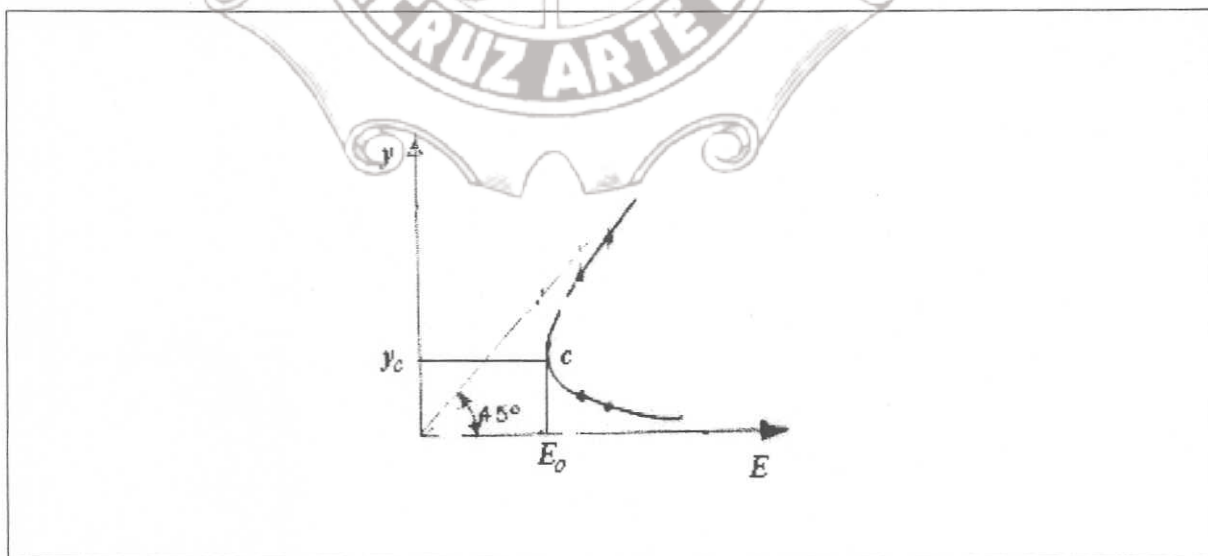


Figura 2.22 Condición para gasto máximo con  $E_o$  constante.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$E_0 = y + \frac{V^2}{2g} \tag{2.57}$$

Como  $V = \frac{Q}{A}$  (2.58)

Entonces  $E_0 = y + \frac{Q^2}{2gA}$  (2.59)

$$Q^2 = (E_0 - y) 2gA^2$$

$$Q = [ (E_0 - y) 2gA^2 ]^{1/2} \tag{2.60}$$

En esta ecuación se observa que para  $y_0 = E_0$ ,  $Q=0$  y entre estos dos valores existen un máximo para  $q$ .

La gráfica "Q-y" de la Figura 2.23 representa la ecuación 1. Se observa que existen dos valores de "y" para cada valor de "Q", excepto en el máximo.

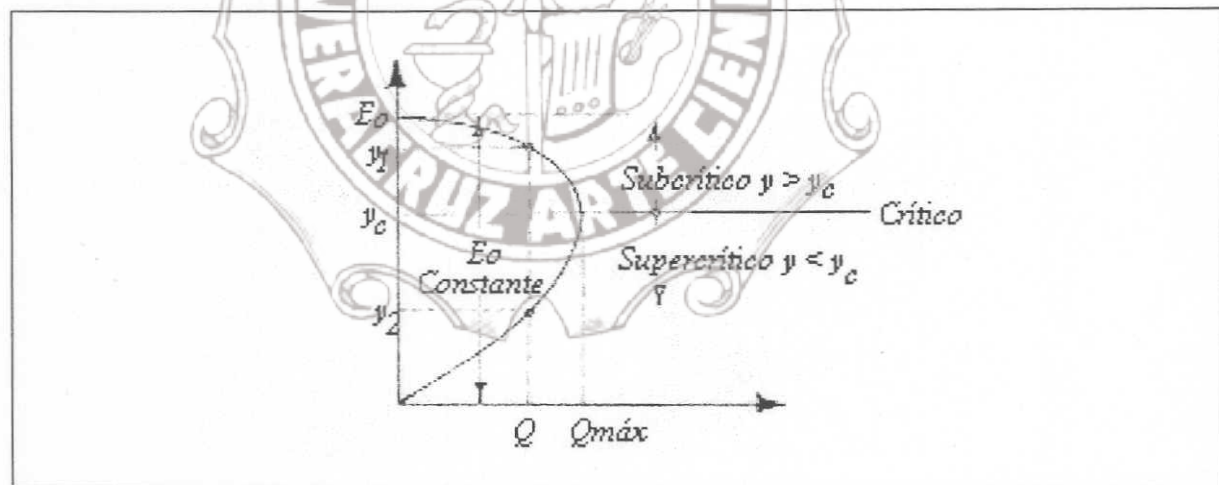


Fig. 2.23 Representación del  $Q_{max}$  para  $y_c$ .

El criterio para el gasto máximo se puede obtener nuevamente por derivación.

$$\frac{dQ}{dy} = 0 \tag{2.61}$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$\frac{d}{dy} \left[ \sqrt{2g} A (E_0 - y)^{1/2} \right] = 0 \quad (2.62)$$

$$\frac{d}{dy} = \sqrt{2g} \frac{d}{dy} \left[ A (E_0 - y)^{1/2} \right]$$

$$\frac{d}{dy} = \sqrt{2g} \left[ A \frac{d}{dy} (E_0 - y)^{1/2} + (E_0 - y)^{1/2} \frac{dA}{dy} \right]$$

$$\frac{d}{dy} = \sqrt{2g} \left[ A \frac{1}{2} (E_0 - y)^{-1/2} \frac{d}{dy} (E_0 - y) + (E_0 - y)^{1/2} \frac{dA}{dy} \right]$$

$$\frac{d}{dy} = \sqrt{2g} \left[ A \frac{1}{2} (E_0 - y)^{-1/2} (-1) + (E_0 - y)^{1/2} \frac{dA}{dy} \right]$$

$$\frac{d}{dy} = \sqrt{2g} \left[ -A \frac{1}{2} (E_0 - y)^{-1/2} + (E_0 - y)^{1/2} \frac{dA}{dy} \right]$$

Como

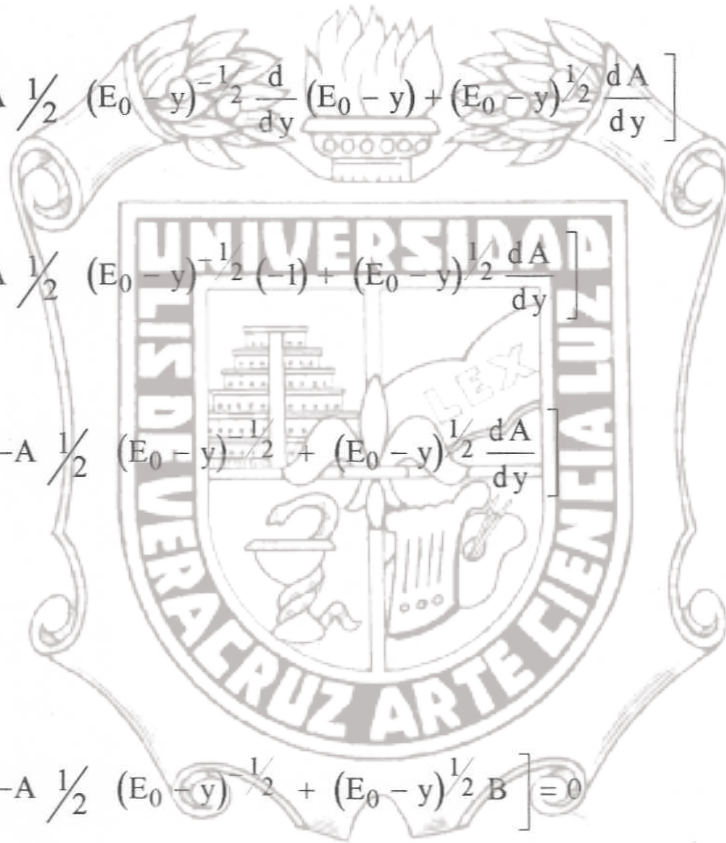
$$\frac{dA}{dy} = B \quad (2.63)$$

$$\frac{d}{dy} = \sqrt{2g} \left[ -A \frac{1}{2} (E_0 - y)^{-1/2} + (E_0 - y)^{1/2} B \right] = 0$$

$$\frac{A \sqrt{2g}}{2 (E_0 - y)^{1/2}} = (E_0 - y)^{1/2} B \sqrt{2g} \quad (2.64)$$

$$A = (E_0 - y) B^2 \quad (2.65)$$

$$E_0 - y = A/2B$$



Como : 
$$E - y = \left( \frac{Q}{\sqrt{2g A}} \right)^2$$

$$\frac{A}{2B} = \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{A^3}{B} = \frac{Q^2}{g}$$

Significa que para una energía específica constante el gasto máximo ocurre para el estado crítico.

**2.12 Propiedades del estado crítico**

- Proporciona la energía específica mínima para un gasto unitario dado.
- Proporciona el gasto máximo para una energía especificada.

La energía específica  $E_0$ , es la mínima con la cual puede para el gasto máximo a través de la sección.

**2.13 Energía específica constante**

Se puede ilustrar con el comportamiento del flujo en la vecindad de una compuerta deslizante situada cerca del punto medio de una porción sobreelevada de la plantilla del canal. La energía específica  $E_0$  (referida al nivel de la porción sobreelevada) se considera constante. Ver Figura 2.24.

Cuando la compuerta esta cerrada, el tirante " $y_1$ " aguas arriba es igual a " $E_0$ ", mientras el de aguas abajo " $y_2$ " es cero.

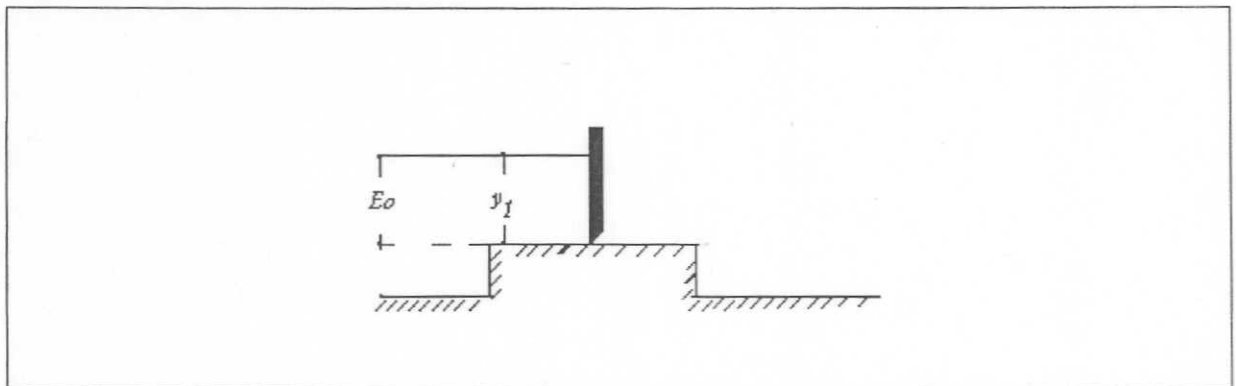


Fig. 2.24 Representación de  $E_0$  constante

Si la compuerta se levanta parcialmente una cantidad menor que  $y_c$ , como se muestra en la Figura 2.26, el perfil adopta la condición  $y_1 > y_c$  y  $y_2 < y_c$ .

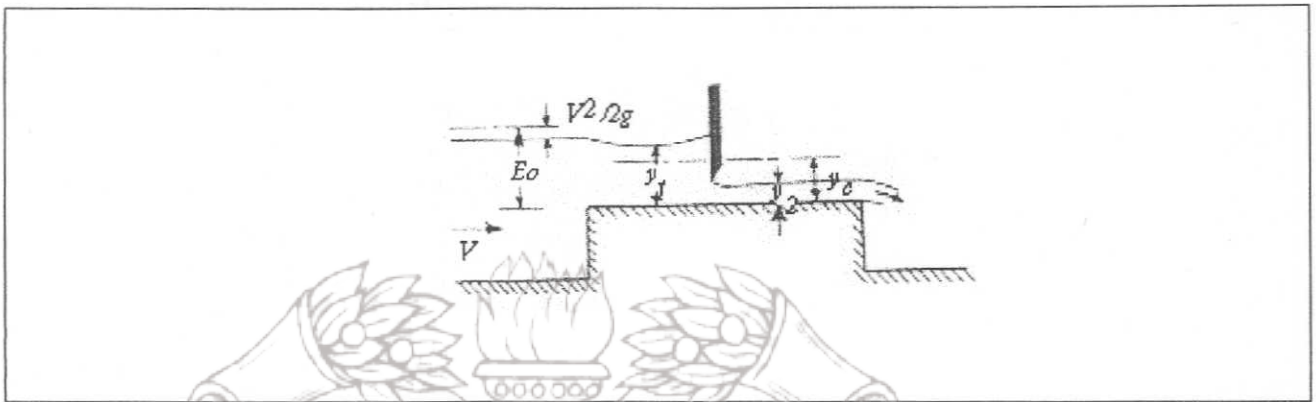


Fig. 2.25 Representación de los tirantes a través de la compuerta.

Para un levantamiento total de la compuerta los niveles aguas arriba y aguas abajo deben ser los mismos  $y_1 = y_2 = y_c$  y el gasto debe ser el máximo, creando así las condiciones de flujo de un vertedor de cresta ancha. Ver Figura 2.26.

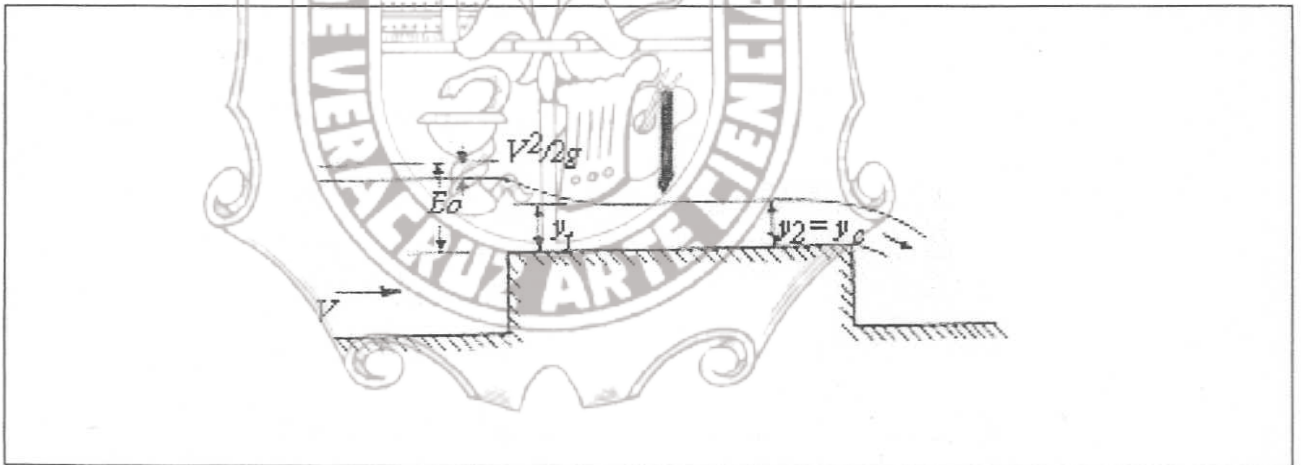


Fig. 2.26 Representación de los tirantes a través de la compuerta cuando  $y_1 = y_2 = y_c$ .

## 2.14 Empleo de curvas para la determinación del tirante crítico.

**Ejemplo:** Encuentre el tirante crítico, la energía específica mínima para que exista flujo por un canal que conduce  $10 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Y tiene como canal sección. a) rectangular, b) sección trapecial, ancho 1.5 metros y taludes  $k=2$ , c) sección circular,  $d=1.5$  metros.

a) Rectangular, ancho 2 metros.

Instituto de Ingeniería  
 Universidad Veracruzana



De la Figura 2.27b. FUENTE: C.F.E. Instituto de Investigaciones Eléctricas. 1980. Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia, Capitulo 9.

Valuando:  $\frac{Q/\sqrt{g}}{b^{2.5}}$  (2.66)

$\frac{10/\sqrt{g}}{(2.5)^{2.5}} = 0.56$  entrando a la gráfica:

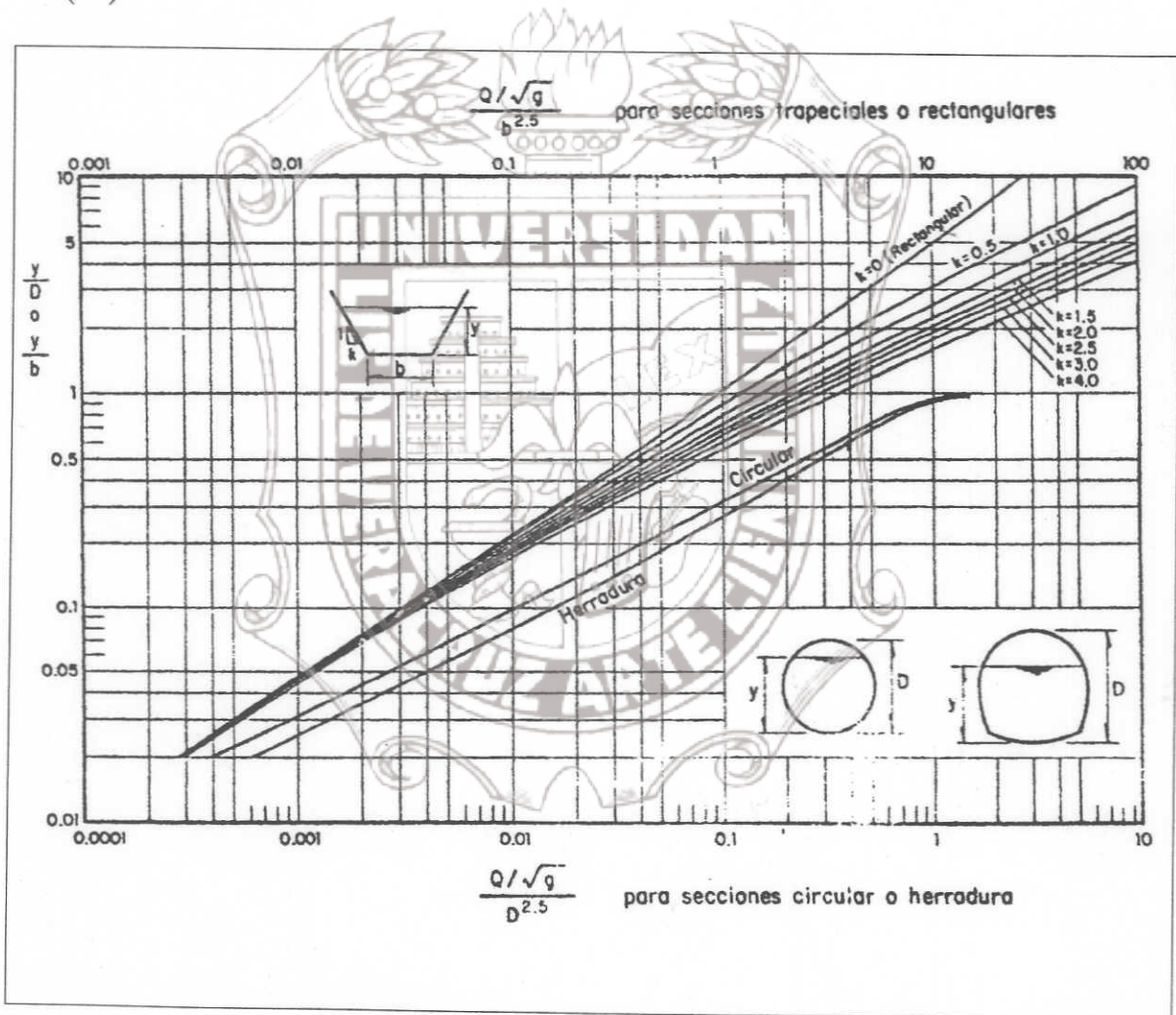


Fig. 2.27 Gráfica para determinar el tirante crítico de cualquier sección. Fuente: C.F.E. Instituto de Investigaciones Eléctricas. 1980. Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia, Capitulo 9.

$\frac{y}{b} = 0.70$  por lo tanto  $y = 0.70 (b)$  ;  $y = 0.70 (2) = 1.40$  m.

b) sección trapecial, ancho 1.5 m. y taludes k = 2. Ver Figura 2.28

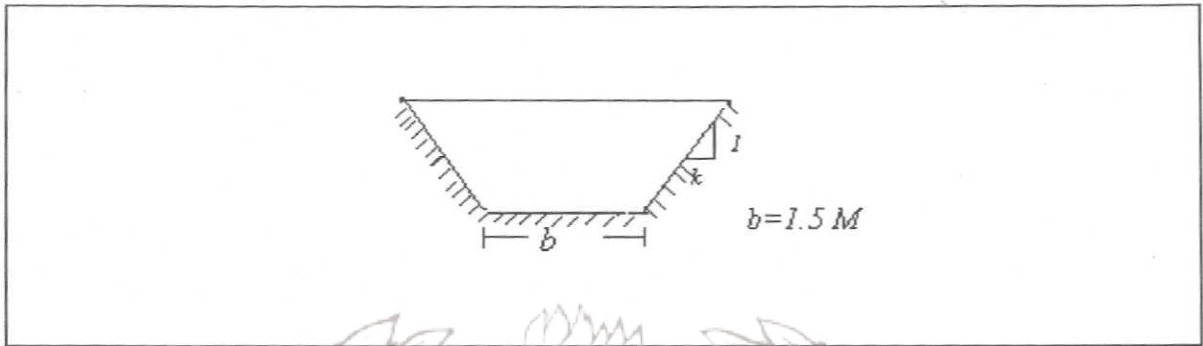


Fig. 2.28 Sección trapecial

$$\frac{Q}{b^{2.5} \sqrt{g}}$$

(2.67)

Tenemos:  $Q / \sqrt{g} = 3.19$

$$\frac{10 / \sqrt{g}}{(2.5)^{2.5}} = 1.16$$

entrando a la gráfica de la Figura 2.27

$$y/b = 0.87$$

Por lo tanto  $y = 0.87 (b)$

$$y = 0.87 (1.5) = 1.31 \text{ m.}$$

c) sección circular,  $d=1.5 \text{ m.}$

$$\frac{Q}{\sqrt{g}}$$

$$\frac{10}{\sqrt{9.81}} = 3.19$$

$$\frac{Q / \sqrt{g}}{d^{1.25}}$$

(2.68)

$$\frac{3.19}{(1.5)^{2.5}} = 1.16$$

Entrando a la curva de sección circular de la Figura 2.27

$$y / b = 0.98$$

Por lo tanto:  $y = 0.98 d.$

$$y = 0.98 (1.5)$$

$$y_c = 1.47 \text{ m.}$$

## 2.15 Números adimensionales

$$\text{Froude} : F = \frac{v}{\sqrt{g y}} \quad (2.69)$$

$$\text{Reynolds} : R = \frac{v D}{\nu} \quad (2.70)$$

En el número de Froude es importante la gravedad

En el número de Reynolds es importante la viscosidad

## Régimen en canales

$$\text{Régimen subcrítico} \quad F < 1 \quad (2.71)$$

$$\text{Régimen crítico} \quad F = 1 \quad (2.72)$$

$$\text{Régimen supercrítico} \quad F > 1 \quad (2.73)$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



# Tesis de Maestría

Para una sección cualquiera.

De la Figura 2.29 tenemos:

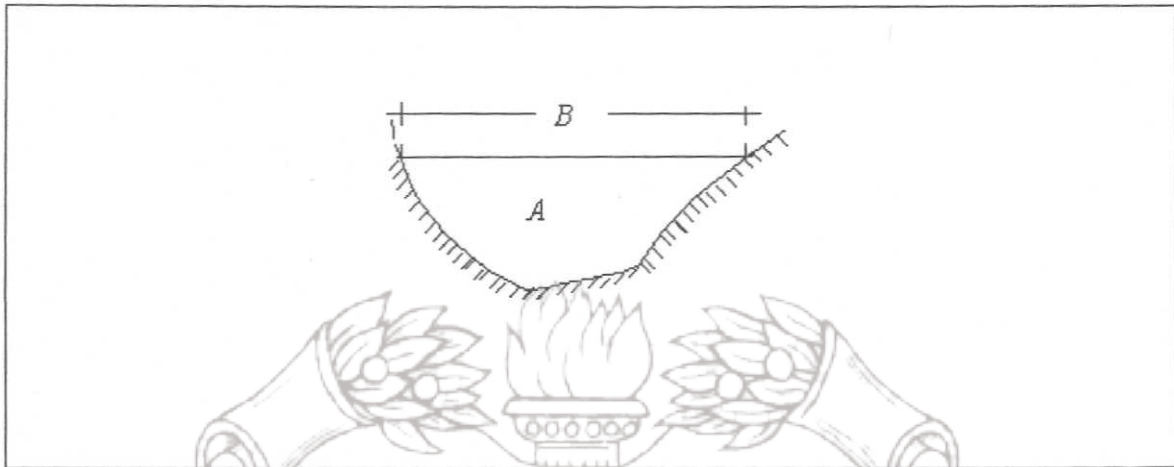


Fig. 2.29 Sección transversal de cualquier canal.

Partiendo de la ecuación 2.56

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B}$$

Considerando:  $d = \frac{A}{B}$  (2.74)

Donde:

$d$  = profundidad hidráulica

$A$  = área

$B$  = superficie libre

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^2 A}{B} = A^2 D \quad (2.75)$$

$$D = \frac{Q^2}{A g}$$

Como  $V = \frac{Q}{A}$

$$V^2 = \frac{Q^2}{A^2}$$

$$D = \frac{V^2}{g}$$

$$V = \sqrt{gD}$$

Como:  $d = y$  entonces

$$V = \sqrt{g y} \tag{2.76}$$

Para una sección rectangular:  $F = \frac{V}{\sqrt{g y}} \tag{2.77}$

Sustituyendo 2.76 en 2.77; tenemos:

$$F = \frac{\sqrt{g y}}{\sqrt{g y}} = 1 \dots \text{régimen crítico}$$

Para una sección cualquiera el número de Froude será:

$$F = \frac{V}{\sqrt{g D}} \tag{2.78}$$



## 2.16 Posición del tirante crítico

### Caso I

Se presenta el tirante crítico donde la tangente es horizontal. Ver figura 2.30.

$$E_{\min} = y_c + \frac{v_c^2}{2g} = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2} y_c \quad (2.79)$$

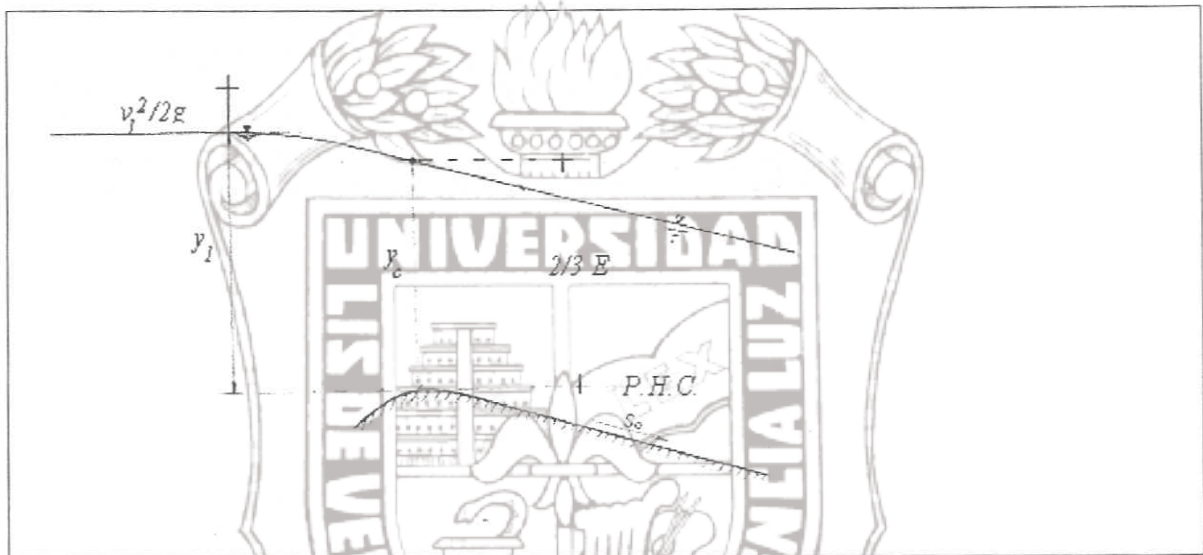


Fig. 2.30 Tirante crítico a la entrada de un canal

### Caso II

Se presenta el tirante crítico en la contracción de un canal seguida de una ampliación. Ver Figura 2.31.

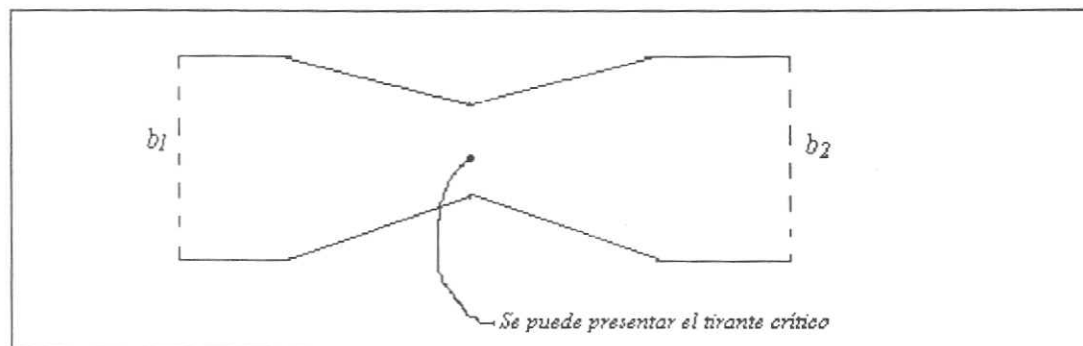


Fig. 2.31 Contracción en un canal de sección rectangular seguido de una ampliación.

# Tesis de Maestría

## Caso III

Se presenta el tirante crítico cuando existe un escalón de altura máxima. Ver Figura 2.32

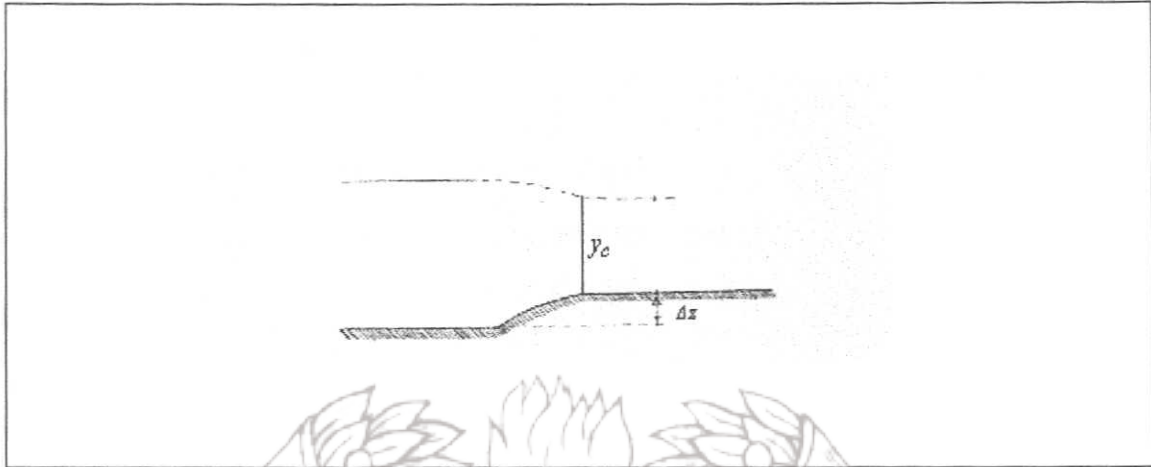


Fig. 2.32 En un escalón, cuando  $\Delta z$  sea máxima

## Caso IV

Se presenta el tirante crítico cuando existe un cambio de pendiente. Ver Figura 2.33.

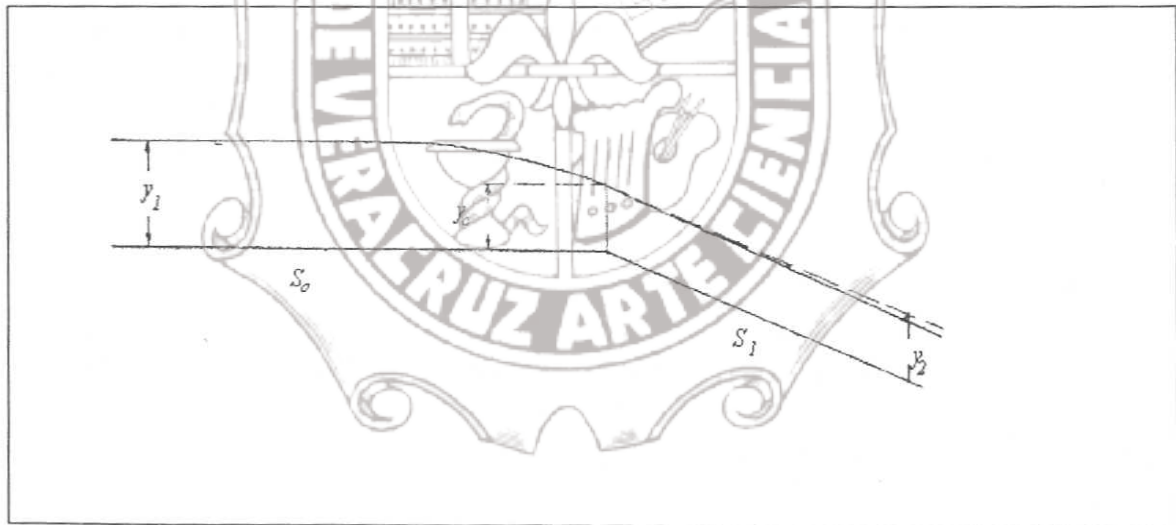


Fig. 2.33 Cambio de pendiente de  $S_1 > S_0$

## 2.17 Velocidad crítica y velocidad de la onda.

$$F = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (2.80)$$

Podemos establecer que para la velocidad crítica:

$$\frac{V_C}{\sqrt{gy_C}} = 1 \quad (2.81)$$

$$V_c = \sqrt{gyc} \quad (2.82)$$

Que es la magnitud de la velocidad con que se propaga una "onda larga de pequeña amplitud" en el agua con tirante crítico,  $y_c$ , lo cual da una interpretación física del estado crítico.

Existen dos tipos de ondas en el agua:

- Las oscilatorias que se forman en el mar a cierta distancia de las costas, se mueven sin pérdida sustancial de energía.
- Las ondas de choque, que tiene frentes turbulentos que rompen con pérdida sustancial de energía.

### Onda de choque de pequeña amplitud.

Se considera que se genera por el movimiento horizontal de una placa vertical en el canal que contiene agua en reposo. Ver Figura 2.34

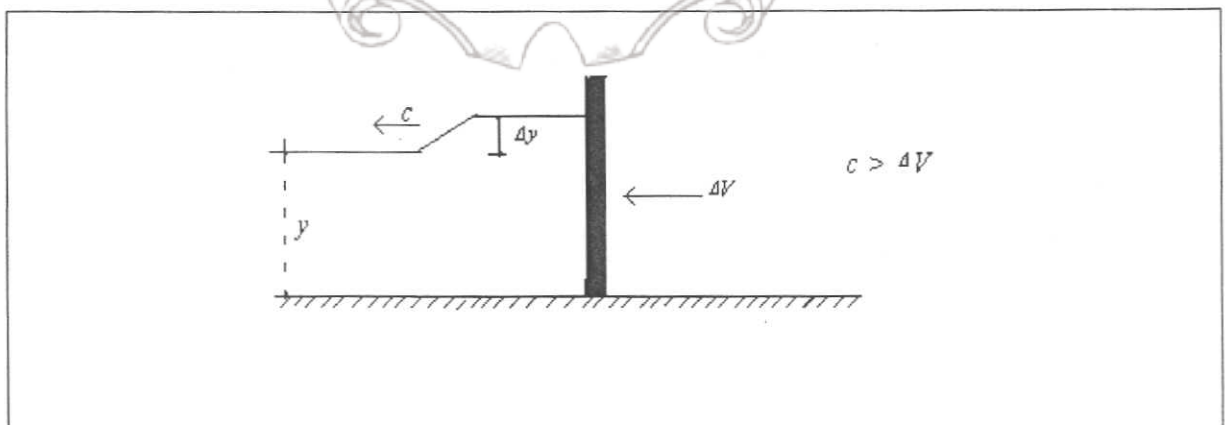


Fig. 2.34 Onda de choque de pequeña amplitud



La velocidad  $\Delta v$  de la placa es igual a la de la masa de agua que se encuentra enfrente de ella, la onda inicia su movimiento hacia la izquierda tan pronto como lo hace la placa, su altura es  $\Delta y$  y su velocidad  $C$ .

## Tesis de Maestría

El procedimiento normal de solución es que el estado de flujo de movimiento debido a que se disipa energía en el frente de onda; sin embargo, dado que la onda de choque es de pequeña amplitud, la disipación de energía es pequeña y puede usarse la ecuación de la energía.

Ambos argumentos se limitan a ondas largas de baja amplitud y este es el tipo de onda que se genera más a menudo en canales por la operación de controles y la existencia de obstrucciones.

### Podemos concluir:

Que la velocidad de la onda  $C = \sqrt{gy}$  es aquella con que un disturbio tiende a moverse sobre la superficie libre de un canal y que por supuesto es con relación al agua y no a los bordos del canal.

### Estado crítico.

Tenemos que  $V = \sqrt{gy_c}$  en este estado se mueve el agua con la misma velocidad (referida a los bordos) con que una onda, producida por un pequeño disturbio, se movería con respecto al agua.

Un frente de dicha onda parecería estacionario a un observador colocado sobre el bordo en el caso de que la onda se moviera hacia aguas arriba. hacia aguas abajo el frente en esta dirección parecería al observador como si se moviera con el doble de velocidad que el agua. por ello, las ondas estacionarias son características del flujo que se está en estado crítico o próximo a él.

### En régimen subcrítico.

En este caso:

$$V < \sqrt{gy_c} \quad (2.83)$$

Y la onda producida por un disturbio puede moverse hacia aguas arriba

En régimen supercrítico.

En este caso:

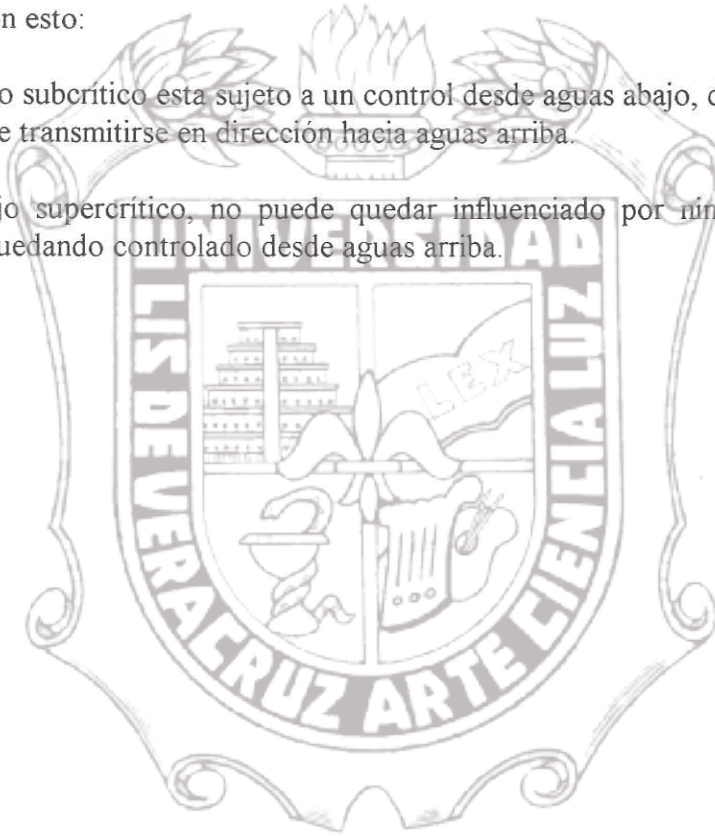
$$V > \sqrt{gy_c} \quad (2.84)$$

La onda es arrastrada hacia aguas abajo y ningún disturbio puede propagar su existencia aguas arriba.

De acuerdo con esto:

Un flujo subcrítico esta sujeto a un control desde aguas abajo, debido a que cualquier disturbio puede transmitirse en dirección hacia aguas arriba.

Un flujo supercrítico, no puede quedar influenciado por ninguna situación desde aguas abajo, quedando controlado desde aguas arriba.



## 2.18 Ejemplos de Aplicación

**2.18.1 Ejemplo:** Determinación del tirante crítico en una sección rectangular. Empleando la ecuación para obtener el tirante crítico en cualquier sección. Ver Figura 2.35.

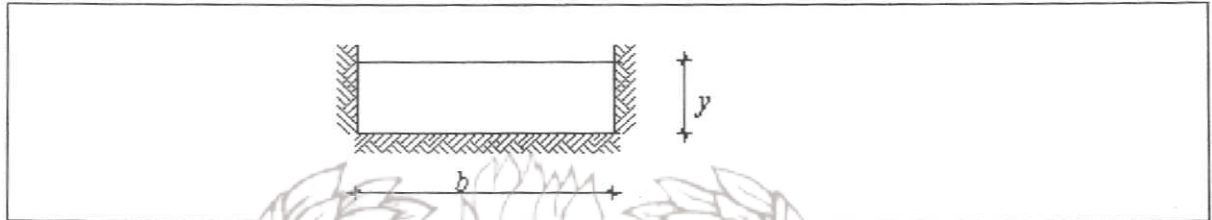


Fig. 2.35 Sección rectangular de un canal.

Tenemos:

$$A = b y \quad (I)$$

De la ecuación para obtener el tirante crítico en cualquier sección.

$$\frac{A^3}{B} = \frac{Q^2}{g} \quad (II)$$

$$\frac{(b y)^3}{B} = \frac{Q^2}{g}$$

$$b^2 y^3 = \frac{Q^2}{g}$$

$$y^3 = \frac{Q^2}{b^2 g}$$

$$\text{Si } q^2 = \frac{Q^2}{b^2} \quad (III)$$

$$y^3 = \frac{q^2}{g}$$

$$y = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (IV)$$

**2.18.2 Ejemplo:** Determinar la energía específica y el tipo de flujo subcrítico o supercrítico en un canal rectangular de 9 metros de ancho transporta  $7.30 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  con una profundidad de 0.90 metros. a) ¿Cuál es la energía específica? b) Determinar si el flujo es subcrítico o supercrítico.

a) Tenemos

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (I)$$

$$\text{De } Q = AV \quad (II)$$

Despejando  $V = Q/A$

$$V^2 = Q^2/A^2, \text{ sustituyendo en I}$$

$$E = y + \frac{Q^2}{A^2} \frac{1}{2g}$$

$$E = 0.90 + \frac{(7.30)^2}{(9 * 0.90)^2} \frac{1}{2g} = 0.941 \text{ m}$$

b) Como

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (I)$$

$$q = \frac{Q}{b} \quad (II)$$

$$q = \frac{7.30}{9} = 0.811$$

$$q^2 = 0.658$$

$$y_c = \left( \frac{0.658}{g} \right)^{1/3} = 0.407 \text{ m}$$

Como  $y_c = 0.90 > y_c = 0.47 \text{ m}$ , por lo tanto el Flujo es subcrítico.



**2.18.3 Ejemplo:** Un canal rectangular de 2 metros de ancho de plantilla debe conducir un gasto de  $6 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Calcular la energía mínima necesaria para conducir el gasto.

Si el tirante crítico viene dado por

### Tesis de Maestría

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \tag{I}$$

$$q = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_c = \left[ \frac{(3)^2}{g} \right]^{1/3} = 0.972 \text{ m}$$

Tenemos

$$E_{\min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g} \tag{II}$$

$$\frac{V_c}{2g} = \frac{y_c}{2} = \frac{0.972}{2} = 0.486$$

$$E_{\min} = y_c + \frac{y_c}{2} = 0.972 + 0.486 = 1.458 \text{ m}$$



**2.18.4 Ejemplo:** Encontrar el escalón más alto posible sin modificar las condiciones de flujo en un canal de sección rectangular de ancho 2 metros y que conduce un gasto de  $6 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Considere un tirante de 3 metros en la sección (1). Ver Figura 2.36.

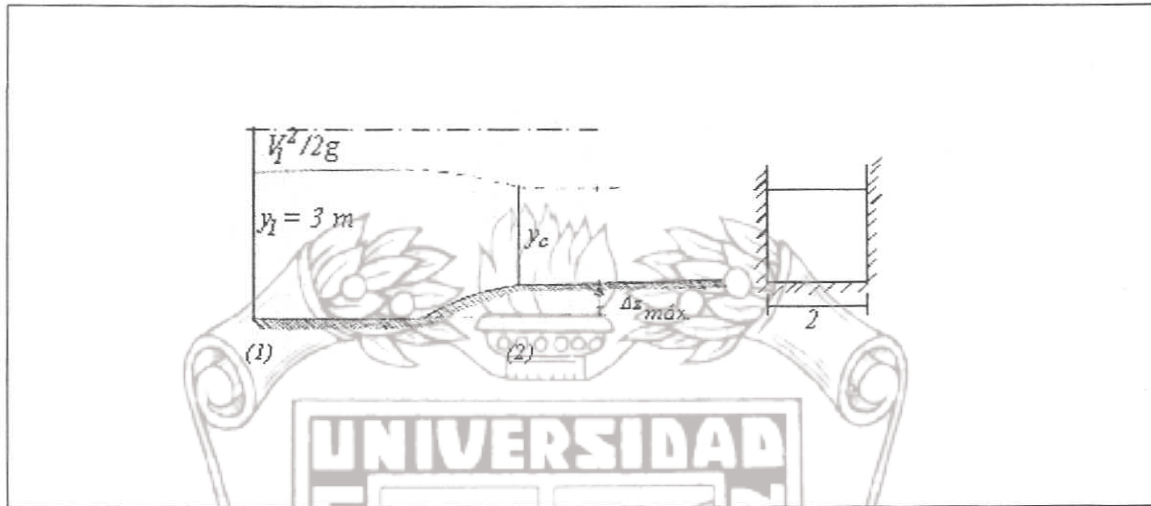


Fig. 2.36 Obtención del escalón más alto posible ( $\Delta z$  máximo).

El tirante crítico para una sección rectangular es:

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad \text{(I)}$$

$$q = \frac{Q}{b} \quad \text{(II)}$$

$$q = \frac{6}{2} = 3 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$E_1 = E_2 + \Delta z$$

$$\Delta z = E_1 - E_2 \quad \text{(III)}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad \text{(IV)}$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} \quad (V)$$

$$V_1 = \frac{6}{(2)(3)} = 1 \text{ m seg}^{-1} \quad (VI)$$

$$E_1 = 3 + \frac{(1)^2}{2g} = 3.051 \text{ m}$$

$$E_2 = E_{\min} = y_c + \frac{v_c^2}{2g} \quad (VII)$$

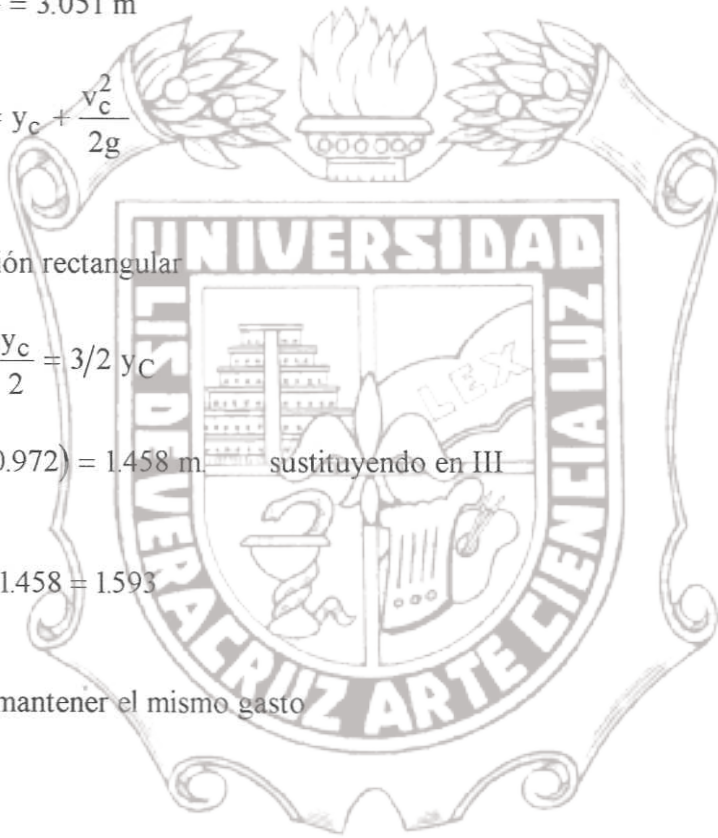
Para una sección rectangular

$$E_{\min} = y_c + \frac{y_c}{2} = 3/2 y_c \quad (VIII)$$

$$E_{\min} = 3/2 (0.972) = 1.458 \text{ m.} \quad \text{sustituyendo en III}$$

$$\Delta z = 3.051 - 1.458 = 1.593$$

Escalón para mantener el mismo gasto



**2.18.5 Ejemplo:** Un canal trapecial de 2 metros de ancho y taludes 1:1 debe conducir agua a un gasto de  $6 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Calcular la energía específica mínima para conducir el gasto. Ver Figura 2.37

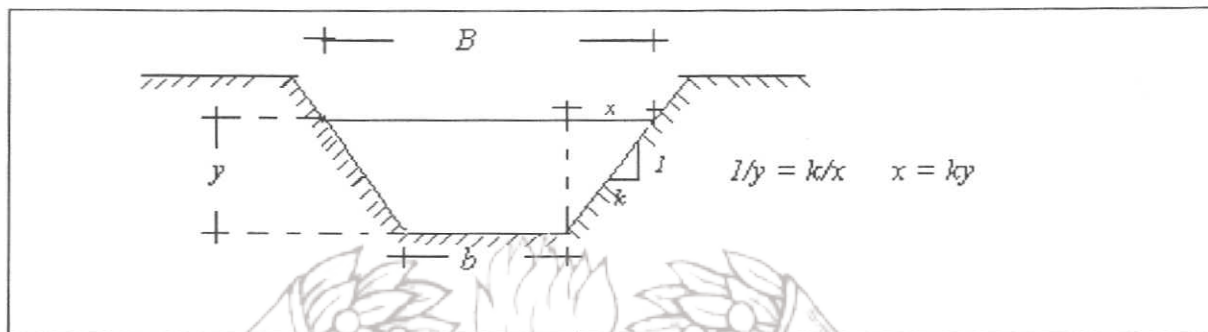


Fig. 2.37 Canal de sección trapecial

De:

$$\frac{A^3}{B} = \frac{Q^2}{g} \quad (\text{I})$$

$$B = b + 2ky \quad (\text{II})$$

$$A = \frac{B+b}{2} y = \frac{(b+2ky)+b}{2} y = \frac{2b+2ky}{2} y = \frac{2(b+ky)}{2} y = (b+ky)y \quad (\text{III})$$

Sustituyendo valores

$$A = [2 + 1(y)]y$$

$$B = 2 + 2(1)y$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(6)^2}{g} = 3.673$$

$$\frac{[(2+y)y]^3}{2+2y} = 3.673$$



Calculando por aproximaciones sucesivas

Si  $y = 0.84$ ;

$$3.67 \approx 3.689$$

## Tesis de Maestría

Calculemos ahora la energía

$$E_{\min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g} \quad (\text{IV})$$

$$A_c = [2 + 1(0.84)]0.84 = 2.386 \text{ m}^2$$

$$V_c = \frac{Q}{A_c} \quad (\text{V})$$

$$V_c = \frac{6}{2.386} = 2.515 \text{ m seg}^{-1}$$

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{6.32}{2g} = 0.32$$

$$E_{\min} = 0.84 + 0.32 = 1.16 \text{ m.}$$



**2.18.6 Ejemplo:** Determinar el tirante crítico y la energía específica mínima de la sección triangular de la Figura 2.38.

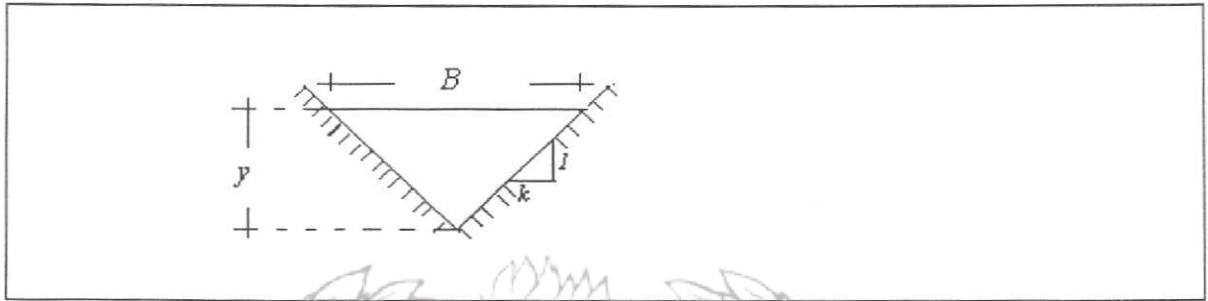


Fig. 2.38 Canal de sección triangular

Como los taludes pueden tener una inclinación variable designemos esta por la relación  $k=1$ . De la ecuación para el cálculo del tirante crítico en cualquier sección tenemos:

$$\frac{A^3}{B} = \frac{Q^2}{g} \quad (I)$$

Sabemos que:  $A = 1/2 By$  (II)

Sustituyendo en I

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(1/2 By)^3}{B}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{y^3 B^3}{8 B} = \frac{B^2 y^3}{8} \quad (III)$$

De la Figura tenemos

$$B = ky + ky = 2ky \quad (IV)$$

Sustituyendo en III

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{y^3(2Ky)^2}{8} = \frac{4k^2 y^5}{8} = \frac{k^2 y^5}{2}$$

$$y_c = \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{k^2 g}}$$

Determinación de la energía mínima

## Tesis de Maestría

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \tag{V}$$

$$V = \frac{Q}{A} \tag{VI}$$

Entonces  $E = y + \frac{Q^2}{2gA}$  (VII)

Tenemos :  $A = 1/2 By$  (VIII)

Como  $B = 2ky$

$$A = 1/2 (2ky)(y) = ky^2 \tag{IX}$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2g(ky^2)^2} = y + \frac{Q^2}{2gk^2y^4}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{k^2 y^5}{2}$$

$$E = y + \frac{k^2 y^5}{2} \times \frac{1}{2k^2 y^4} = y + \frac{y}{4} = \frac{5}{4} yC$$

$$E_{\min} = 5/4 yC$$



**2.18.7 Ejemplo:** Un canal rectangular transporta  $3.86 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1} \text{ m}^{-1}$  de ancho. Si se coloca en el piso y a través del canal un obstáculo sumergido de altura  $0.25 \text{ m}$ , ¿cuál será el aumento ó disminución del nivel del agua a causa de la obstrucción?. Tómese un flujo sin rozamiento para determinar el cambio de nivel del agua en los casos en que a)  $y_1 = 0.75 \text{ m}$ . y b)  $y_2 = 2 \text{ m}$ . Ver Figura 2.39.

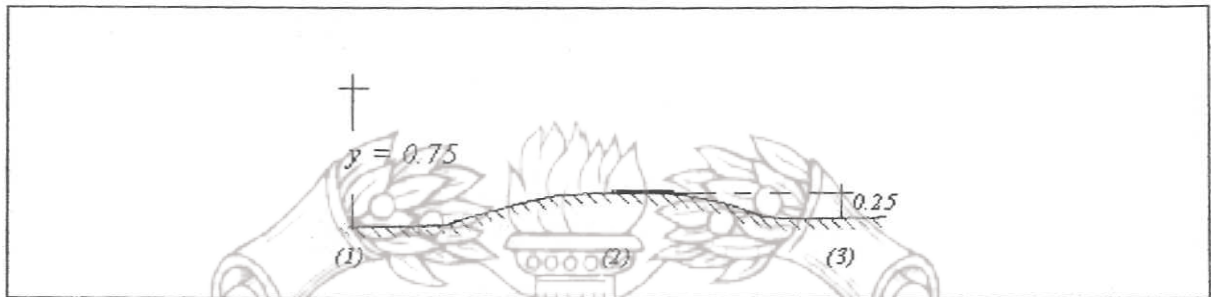


Fig. 2.39 Obstáculo colocado en la sección de canal rectangular.

$$\text{a) } E_1 = E_2 + \Delta z \quad \text{(I)}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad \text{(II)}$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{b y_1} = \frac{q}{y_1} \quad \text{(III)}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2}$$

$$E_1 = 0.75 + \frac{(3.864)^2}{2g(0.75)^2} = 2.103 \text{ m.}$$

Por lo tanto, se sustituye en I

$$2.103 = E_2 + 0.25, \text{ despejando a } E_2 = 1.853 \text{ m.}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} \quad (II)$$

$$1.853 = y_2 + \frac{0.761}{y_2^2}$$

$$1.853 y_2^2 = y_2^3 + 0.761$$

Ordenando, tenemos

$$y_2^3 - 1.853 y_2^2 + 0.761 = 0 \quad (V)$$

Una solución sería  $y_2 = 0.885$  y por división sintética,

Obtenemos la siguiente cuadrática

$$y^2 - 0.968 y - 0.857 = 0$$

$$y = \frac{0.968 \pm \sqrt{(0.968)^2 - 4(1)(-0.857)}}{2} = \frac{0.968 \pm 2.089}{2}$$

Las otras soluciones:

$$y_2 = 1.529$$

$$y_2 = -0.561$$

Determinemos el tirante crítico

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (VI)$$

Del cual tenemos: 
$$y_c = \left( \frac{14.930}{9.81} \right)^{1/3} = 1.15 \text{ m}$$

Por lo tanto el régimen en la sección (1) es  $y_c > y_1$

**Régimen supercrítico**

Del análisis de la curva de energía específica. Ver Figura 2.40

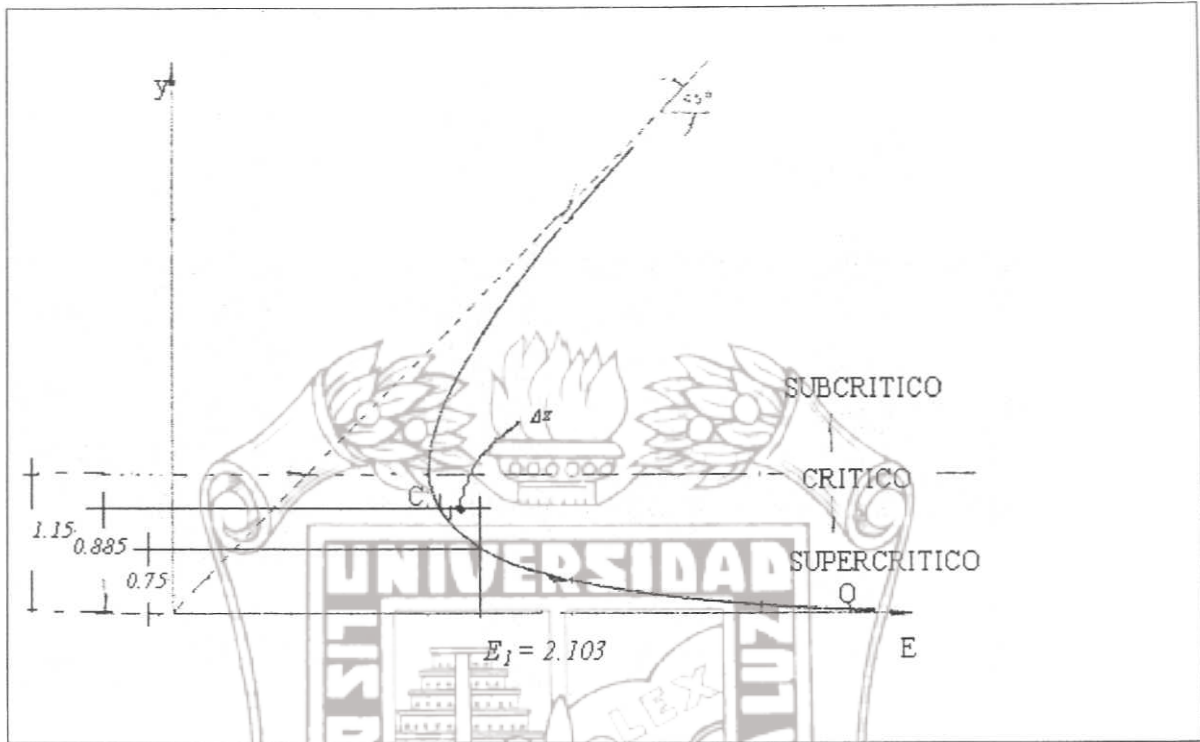


Fig. 2.40 Curva de la Energía Específica.

El régimen en la sección (2) es  $y_c > y_2$ , régimen supercrítico.

Para la sección (3) es semejante a la sección (1) por lo que no varían las condiciones. Ver Figura 2.41

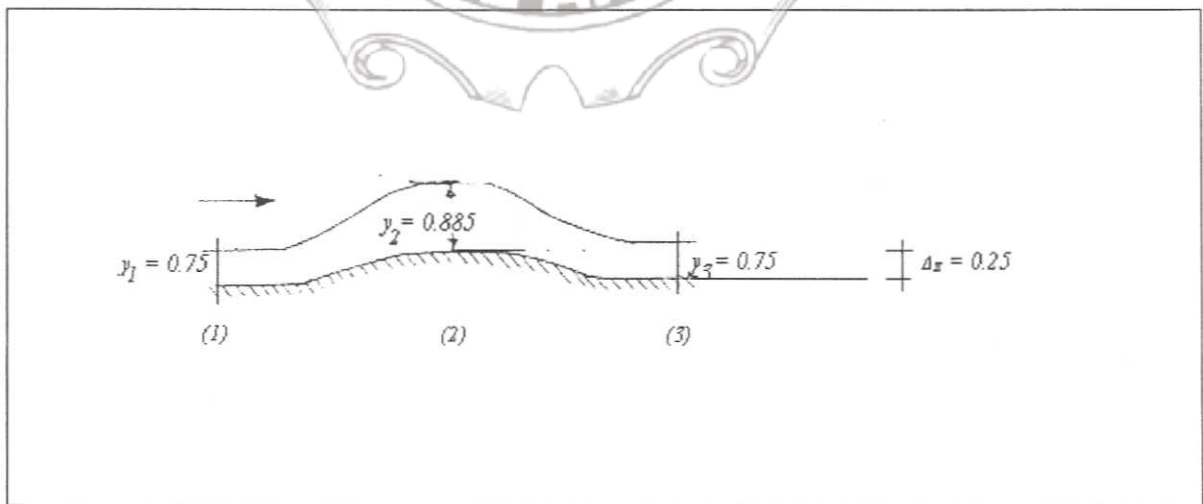


Fig. 2.41 Tirantes que se presentan en el canal

# Tesis de Maestría

$$b) y_1 = 2 \text{ m.}$$

Proponemos:

$$E_1 = E_2 + \Delta z \quad (\text{I})$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (\text{II})$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{b y_1} = \frac{q}{y_1} \quad (\text{III})$$

$$E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2g y_1^2} \quad (\text{IV})$$

$$E_1 = 2 + \frac{(3.864)^2}{2g(2)^2} = 2.190$$

Se sustituye en IV

Despejando a  $E_2 = 1.94 \text{ m.}$

$$E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2g y_2^2} \quad (\text{V})$$

$$1.94 = y_2 + \frac{(3.864)^2}{2g y_2^2}$$

$$1.94 = y_2 + \frac{0.761}{y_2^2}$$

Ordenando algebraicamente:

$$y_2^3 - 1.94 y_2^2 + 0.761 = 0 \quad (\text{VI})$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

Por división sintética, obtenemos la siguiente solución:

$$y_2 = 1.668.$$

Como el tirante critico  $y_c = 1.15$  m.

El régimen en la sección (1) es  $y_c < y_1$ , **régimen subcrítico.**

Del análisis de la curva de energía específica. Ver Figura 2.42

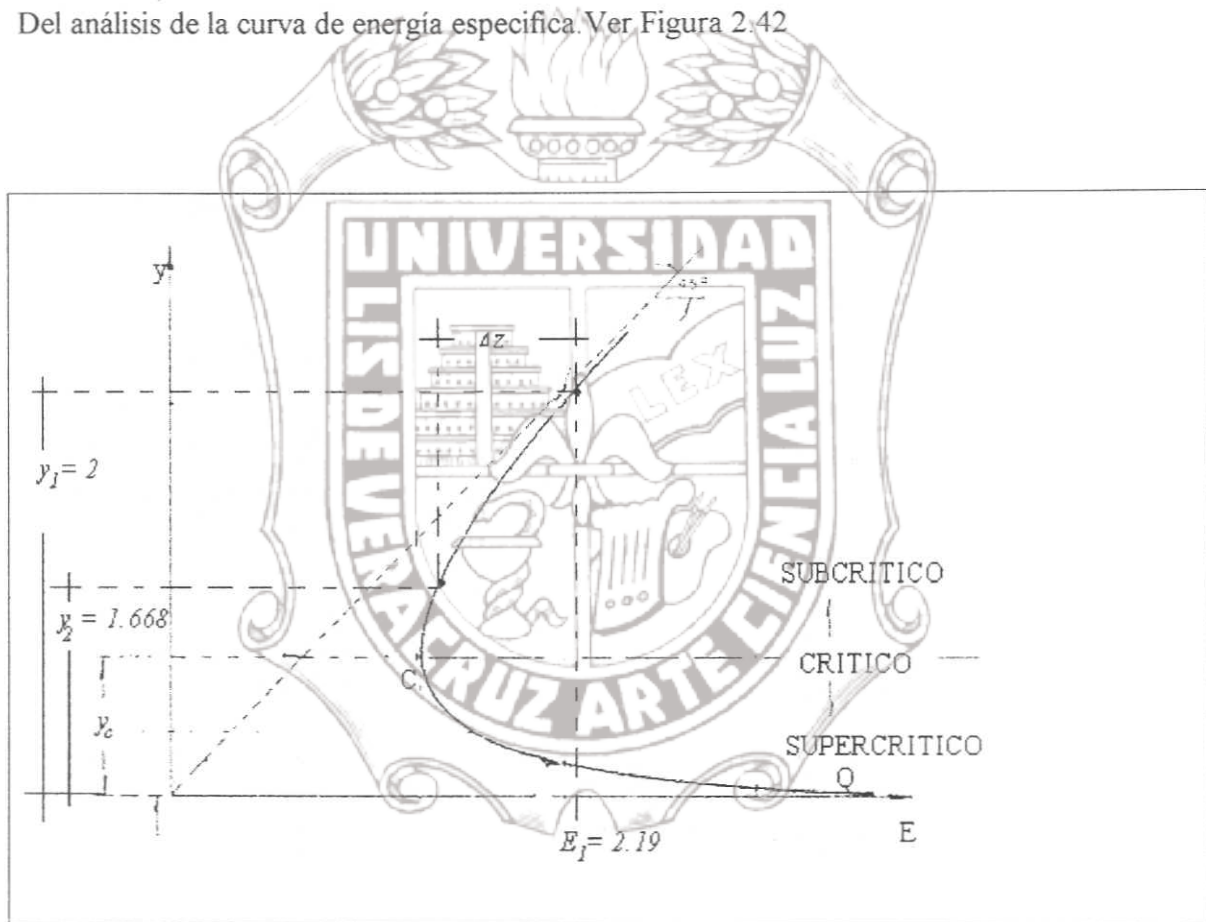


Fig. 2.42 Análisis de la curva de la energía específica.

El régimen en la ecuación (2) es  $y_c > y_2$ , **régimen subcrítico**



Para la sección (3) es semejante a la sección (1) por que no varían las condiciones. Ver Figura 2.43.

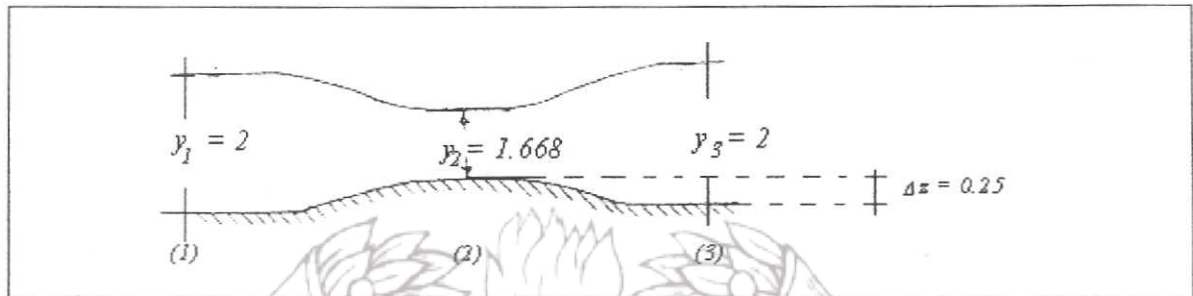


Fig. 2.43 Tirantes que se presentaron en el canal

Que sucede si la altura del escalón es la máxima permisible. Ver Figura 2.44



Fig. 2.44 La altura del escalón es igual a  $\Delta z$  máx.

$$E_1 = E_2 + \Delta z ;$$

Además de I

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \tag{VII}$$

$$y_c = \left( \frac{(3.864)^2}{g} \right)^{1/3} = 1.15 \quad ; \quad \text{para una sección rectangular: } E_{\min} = 3/2 y_c$$

$$E_{\min} = 3/2 (1.15)$$

Para el caso a)  $y_1 = 0.75$  ,  $E_1 = 2.103$

De donde:

$$\Delta z = E_1 - E_{\min} \tag{VIII}$$

$$\Delta z = 2.103 - 1.725 = 0.378 \text{ m.}$$

El tirante que aparece en la sección de la Figura 2.45 sería el  $y_c$  por ser  $\Delta_{\text{máx}}$ .

$$y_c = 1.15 \text{ m}$$

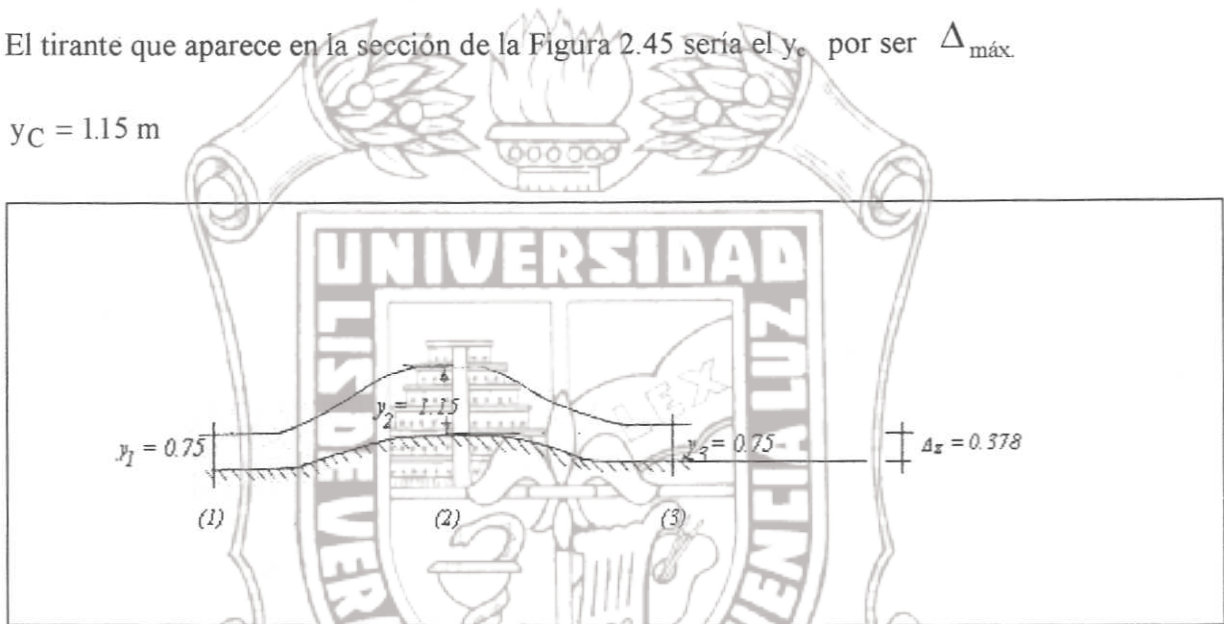


Fig. 2.45 Tirante crítico en la sección del escalón

El régimen en la sección (1) es **supercrítico**

El régimen en la sección (2) es **crítico**.

El régimen en la sección (3) es **supercrítico**.

**2.18.8 Ejemplo:** Las condiciones aguas arriba de una contracción de ancho 3 metros en un canal rectangular están dadas en la Figura 2.46. Encontrar el tirante en la sección contracta si aquí el ancho es de 2.70 metros.

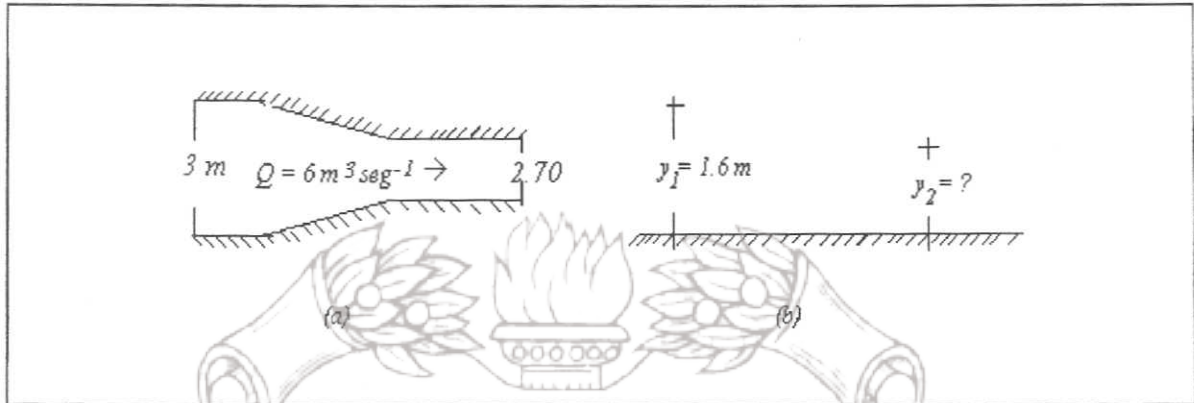


Fig. 2.46 Contracción en un canal de sección rectangular, a) vista en planta b) vista en perfil.

Tenemos:  $E_1 = E_2$  (I)

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} \tag{II}$$

$$v_1 = \frac{6}{3(1.60)} = 1.25$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} \tag{III}$$

$$v_2 = \frac{6}{2.70y_2} = \frac{2.22}{y_2}$$

$$1.6 + \frac{(1.25)^2}{2g} = y_2 + \left(\frac{2.22}{y_2}\right)^2 \frac{1}{2g}$$

Instituto de Ingeniería  
 Universidad Veracruzana

$$1.6 + 0.08 = y_2 + \left( \frac{0.25}{y_2^2} \right)$$

$$1.68 y_2^2 = y_2^3 + 0.25$$

$$y_2^3 - 1.68 y_2^2 + 0.25 = 0 \tag{IV}$$

Por división sintética, la ecuación IV queda:

$$y^2 - 0.10y - 0.158 = 0 \tag{V}$$

Soluciones:  $y_1 = 1.58$ ,  $y_2 = 0.45$ ,  $y_3 = -0.35$

Solo el valor  $y_1 = 1.58$  metro es posible.

La solución a este problema puede también ser trazada sobre la curva "y-q". Ver Figura 2.47.

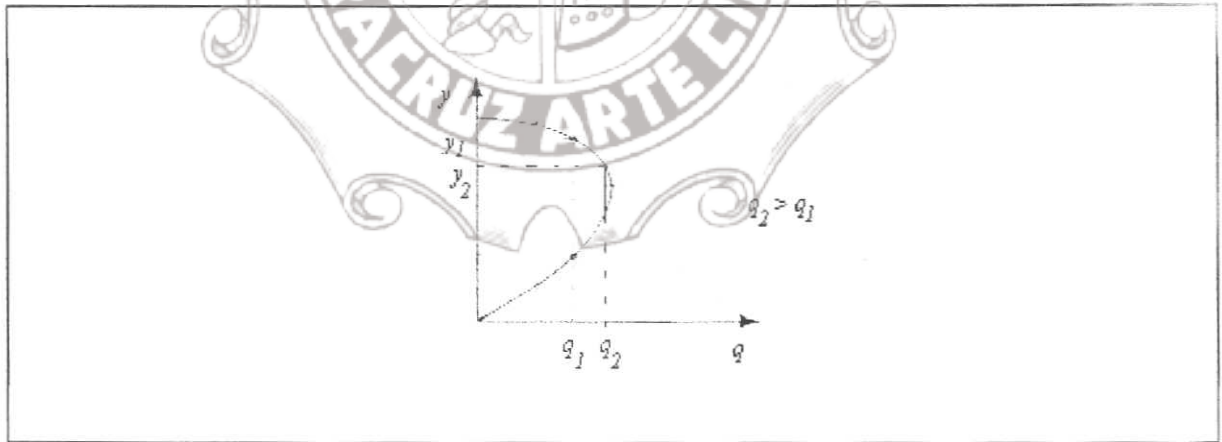


Fig. 2.47 Curva de gasto por unidad de ancho contra Tirante.

Para este caso se observa que se puede tratar como el de la variación del gasto con la energía específica constante. En efecto, si bien el gasto total no varía, la modificación en el ancho originan un cambio del gasto unitario.

Sí las condiciones en la sección de aguas arriba corresponden al régimen subcrítico. Para pasar a la sección (2) con la misma energía y un gasto unitario mayor, sería necesario desplazarse sobre la curva hacia la derecha (sin rebasar el máximo) con una reducción del tirante. Ver Figura 2.48.

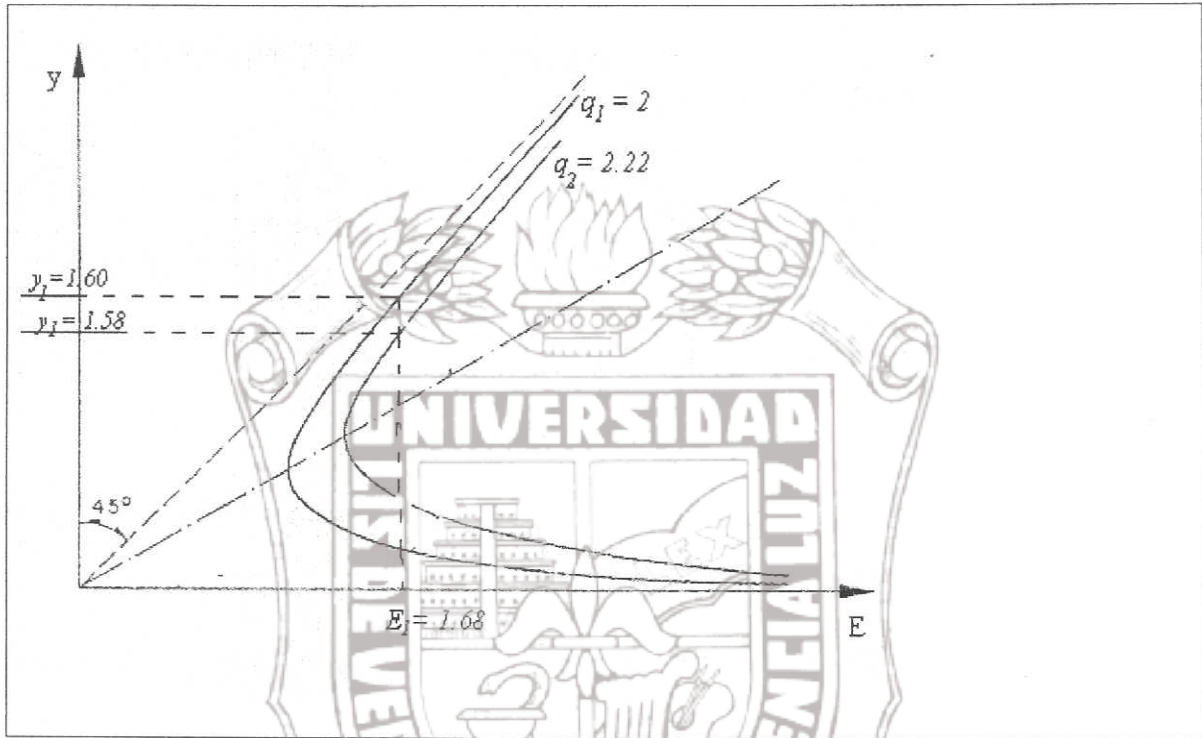


Fig. 2.48 Curvas de Energía Específica contra Tirante.

**2.18.9 Ejemplo:** un canal rectangular de 10 m. de ancho se angosta abajo a 8 m. debido a una contracción de 50 m. de largo, construida por paredes rectas y un piso horizontal. Si el caudal es de  $55.145 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  y la profundidad del flujo es de 5 m. Determinar el perfil de la superficie del flujo en la contracción. a) no permitiendo caída hidráulica gradual en la contracción y b) permitiendo una caída gradual hidráulica teniendo su punto de inflexión en la sección media de la contracción. La pérdida de fricción a través de la contracción es despreciable, ver Figura 2.49.

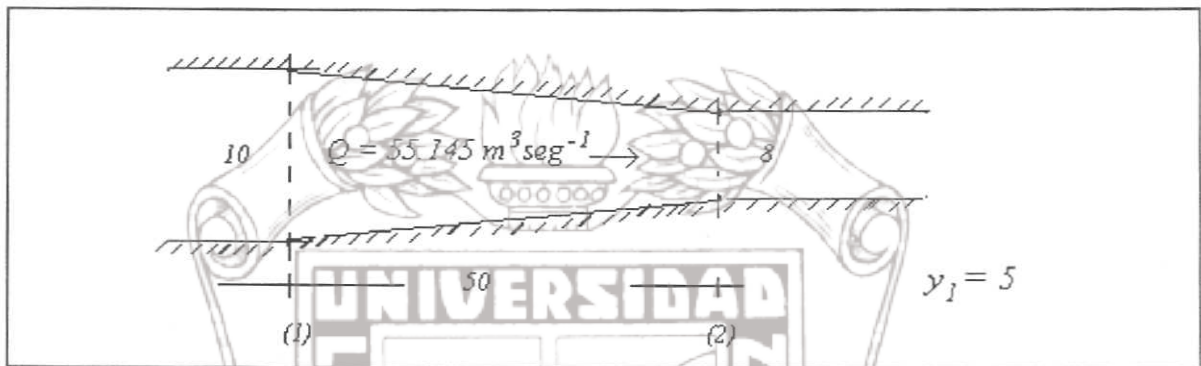


Fig. 2.49 Contracción en un canal de sección rectangular.

Tenemos:  $E_1 = E_2$  (I)

además  $E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$  (II)

$V_1 = \frac{Q}{A_1}$  (III)

$V_1 = \frac{55.145}{10(5)} = 1.1029$

$E_1 = 5 + \frac{(1.1029)^2}{2g} = 5.062 \text{ m}$

Esta energía específica se mantiene constante a través de la contracción, ya que las pérdidas de energía son despreciables. Ver Figura 2.50

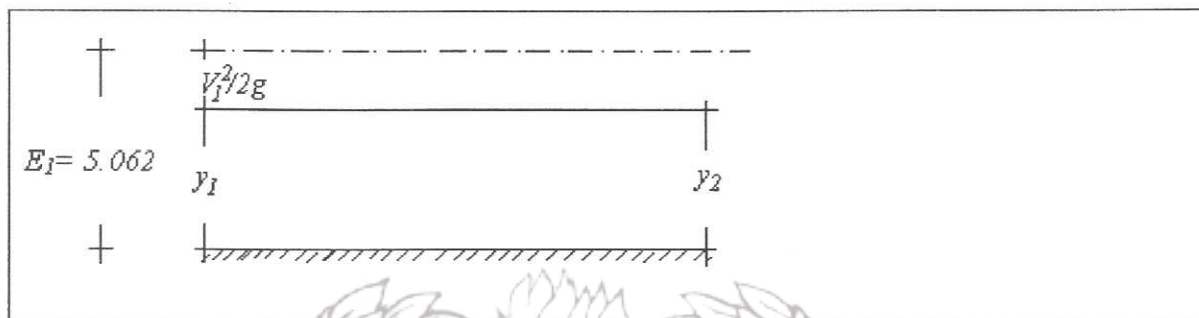


Fig. 2.50 Energía específica a través de la contracción

Como:  $E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$  (IV)

y  $V = \frac{Q}{b_2 y_2}$  (V)

$$5.062 = y_2 + \frac{\left(\frac{55.145}{b_2 y_2}\right)^2}{2g}$$

$$5.062y_2^2 = y_2^3 + \frac{154.993}{b_2^2}$$

$$y_2^3 - 5.062y_2^2 + \frac{154.993}{b_2^2} = 0$$
 (VI)

Para la sección (2)  $b=8$ ,  $y_2 = 4.964$ ,  $y_2 = 0.75$ ; para secciones intermedias se puede ir sustituyendo el valor de  $b$  para obtener el tirante respectivo.

b) Permitiendo una caída gradual hidráulica teniendo su punto de inflexión en la sección media de la contracción. La pérdida de fricción a través de la contracción es despreciable. Ver Figura 2.51.

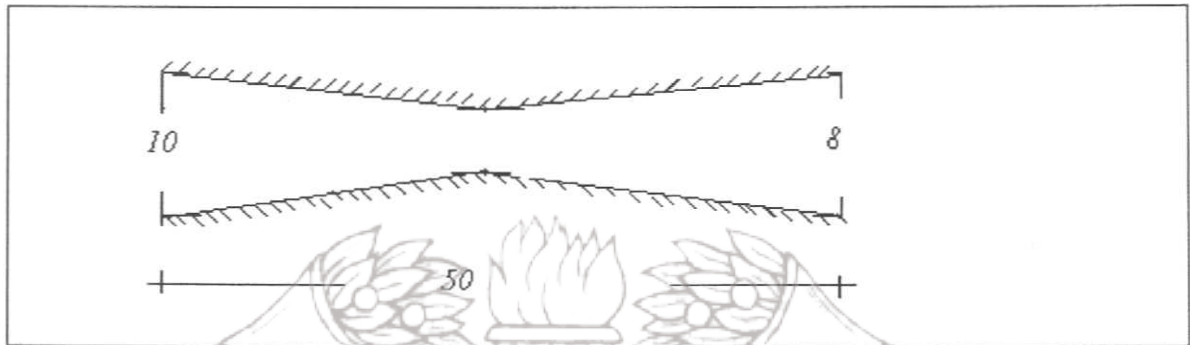


Fig. 2.51 Contracción en un canal de sección rectangular de sección rectangular seguido de una ampliación, teniendo su punto de inflexión en la sección media.

Cuando se desea una caída hidráulica gradual, en la contracción, la profundidad del flujo en la sección de salida debiera estar en el nivel inferior. Ya que el punto de inflexión de la caída o la sección crítica se mantiene en la sección media de la contracción tenemos:

$$E = 3/2 y_c \quad (I)$$

Como  $E_1 = 5.062$

$$y_c = \frac{E_1}{1.5} = \frac{5.062}{1.5} = 3.375$$

$$\text{También} \quad \frac{V_c^2}{2g} = \frac{y}{2} \quad (II)$$

Para sección rectangular

$$V_c = \sqrt{g y} \quad (III)$$



$$V_c = \sqrt{g(3.375)} = 10.45 \text{ pies}$$

El ancho de la sección crítica será

$$Q = VA \tag{IV}$$

$$Q = (b)(y_c)(V_c)$$

$$b = \frac{Q}{y_c V_c} \tag{V}$$

$$b = \frac{55.145}{3.375 (5.754)} = 2.83$$

Como el tamaño ya determinado de la sección, las paredes laterales de la contracción se pueden dibujar con líneas rectas.

Los niveles bajo y alto en caída sección se calculan entonces con la ecuación VI previamente dada del ejercicio (a).

Como el flujo, aguas arriba de la sección crítica, es subcrítico, su superficie del agua debería seguir el nivel superior, aguas abajo de la sección crítica, el flujo es supercrítico y el perfil de su superficie sigue la línea del nivel inferior.

$$y_3^3 - 5.062y_3 + \frac{154.993}{b^2} = 0 \tag{VI}$$

Solución para  $b=8$ ,  $y_3 = 0.75$ ,  $y_3 = 4.964$

La solución será  $y_3 = 0.75$

La profundidad crítica a lo largo de la transición se calcula por medio de:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{y}{2} \tag{VII}$$

Para secciones rectangulares

$$\frac{Q^2}{2g A^2} = \frac{y}{2}$$

$$A = b^2 y^2$$

De donde  $\frac{Q^2}{2g b^2 y^2} = \frac{y}{2}$

$$y^3 = \frac{Q^2}{g b^2}$$

$$y_c = \left( \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3} \tag{VIII}$$

Se puede ir dando valores a b y obtener un régimen supercrítico después del crítico. Ver Figura 2.52.



Fig. 2.52 Ocurre un régimen supercrítico después de la sección crítica.

También puede ocurrir régimen subcrítico después del crítico. Ver Figura 2.53.

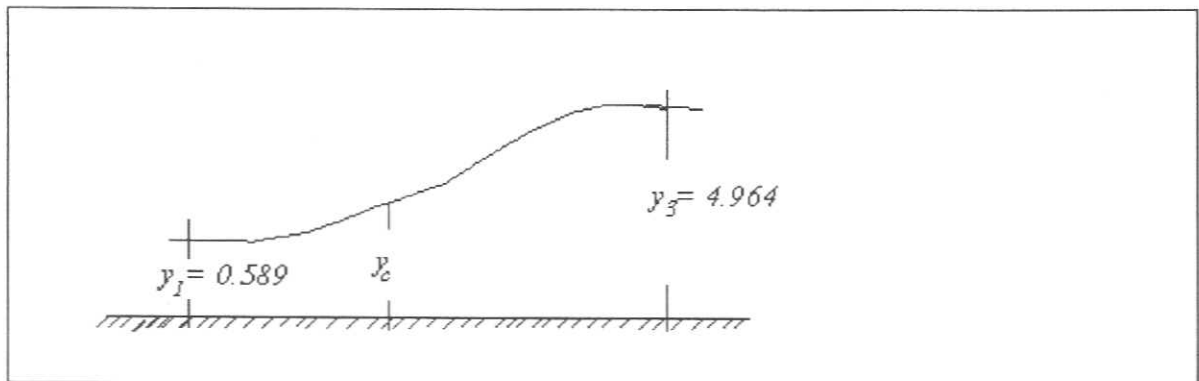


Fig. 2.53 Ocurre un régimen subcrítico después de la sección crítica.

**2.18.10 Ejemplo:** Las condiciones de flujo abajo de una cierta sección de un canal rectangular imponen que escurra un gasto de  $80 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  con una energía específica de 2.50 metros, si el canal tiene un ancho de plantilla de 18 m, a) a cuanto debe reducirse dicho ancho o el tirante para que se produzca un cambio de régimen?. Ver Figura 2.54.

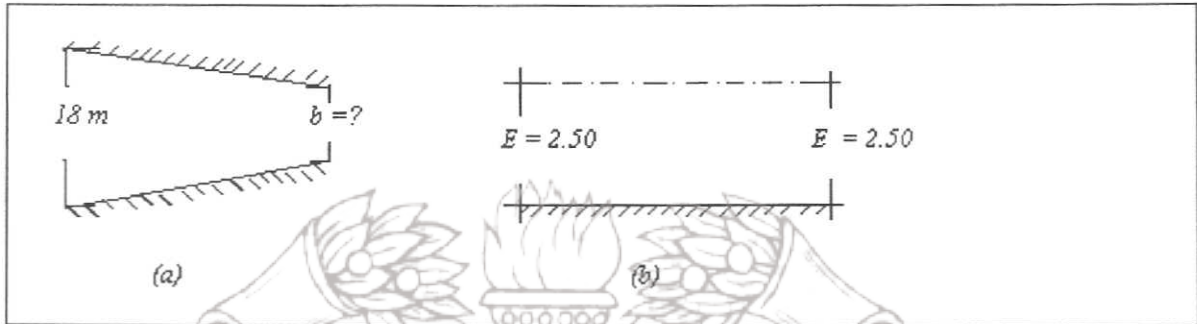


Fig. 2.54 a) Contracción en un canal de sección rectangular, b) Perfil del canal

$$\text{Si } E_2 = E_{\min} \tag{I}$$

$$\text{Y } E_{\min} = 3/2 y_c \tag{II}$$

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left( \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3} \tag{III}$$

$$E_{\min} = 1.5 \left( \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3}$$

$$(E_{\min})^3 = \left[ 1.5 \left( \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3} \right]^3$$

$$(E_{\min})^3 = (1.5)^3 \frac{Q^2}{b^2 g}$$

$$b = \left\langle \left[ \frac{(1.5)^3 Q^2}{(E_{\text{MIN}})^3 g} \right] \right\rangle^{1/2} \quad (\text{IV})$$

$$b = \left\langle \left[ \frac{(1.5)^3 (80)^2}{(2.5)^3 g} \right] \right\rangle^{1/2} = 11.87$$

Por lo tanto el ancho mínimo sería:

$$b = 11.87$$

$$y_c = 2/3(2.50) = 1.67$$

Si en lugar de reducir el ancho mas bien se construye un umbral, se tuviese que

$$E_1 = E_2 + \Delta z \quad (\text{V})$$

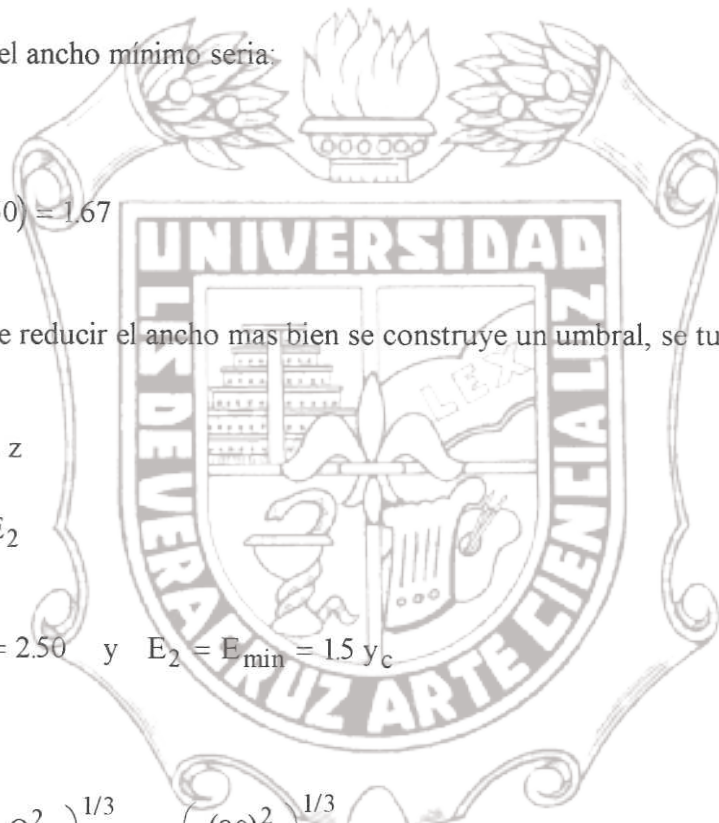
$$\Delta z = E_1 - E_2 \quad (\text{VI})$$

Como  $E_1 = 2.50$  y  $E_2 = E_{\text{min}} = 1.5 y_c$

$$E_{\text{min}} = 1.5 \left( \frac{Q^2}{b^2 * g} \right)^{1/3} = 1.5 \left( \frac{(80)^2}{(18)^2 g} \right)^{1/3} = 1.897$$

Sustituyendo en VI

$$\Delta z = 2.50 - 1.897 = 0.606 \text{ m}$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

## 2.19 EJEMPLOS PROPUESTOS

**2.19.1 Ejemplo:** Un canal rectangular de 9 m de ancho transporta  $7.30 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Con una profundidad de 7 m. a) ¿Cuál es la Energía Específica?, b) ¿Construir la curva de Energía Específica?, c) ¿Determinar si el flujo es subcrítico o supercrítico?

**2.19.2 Ejemplo:** Encontrar el escalón mas alto posible sin modificar las condiciones en una canal de sección rectangular de ancho 2 m que conduce un gasto de  $6 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Ver Figura 2.55.

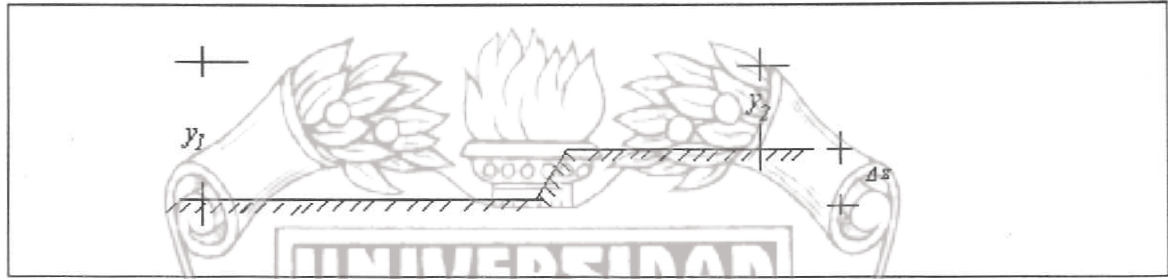


Fig. 2.55 Perfil del canal con escalón.

**2.19.3 Ejemplo:** Un canal de sección trapecial de 2 m de ancho y taludes 1:1, debe conducir un gasto de  $6 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Calcular la Energía Específica mínima necesaria para conducir el gasto.

**2.19.4 Ejemplo:** Un canal de sección circular de 3 m de diámetro, debe conducir de  $7 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . a) ¿Cuál es la Energía Específica?, b) ¿Determinar el número de Froude? y c) ¿Cuál es la Energía Específica mínima?

**2.19.5 Ejemplo:** Un canal rectangular se extiende suavemente desde un ancho de 1.5 m a 3.0 m. Aguas arriba de la expansión el tirante del flujo es de 1.5 m y la velocidad del flujo es de  $2.0 \text{ m seg}^{-1}$ . Estímese el tirante del flujo después de la expansión.

**2.19.6 Ejemplo:** Con referencia a un canal de sección trapecial de 6 m de ancho y taludes 1:2, construir una familia de curvas de Energía Específica para  $Q = 0, 1.5, 3, 6, 9$  y  $12 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ , b) Dibujar las ubicaciones de los puntos de profundidad crítica sobre las curvas, c) Trazar una curva de la profundidad crítica contra el caudal.

**2.19.7 Ejemplo:** Para un canal de sección trapecial con un ancho de base  $b = 6 \text{ m}$  y talud 1:2, calcúlese el tirante crítico del flujo si  $Q = 17 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ .

**2.19.8 Ejemplo:** Un canal circular de 0.91 m de diámetro, conduce un gasto de  $0.71 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ , estimese el tirante crítico del flujo.

# 3 Flujo Uniforme

## 3.1 Características del flujo uniforme

Las características de un flujo uniforme se pueden satisfacer únicamente si se presenta cuando la velocidad media permanece constante en cualquier sección del canal, con una superficie libre, esto implica que la sección transversal y el tirante permanecen también constantes.

Como consecuencia de la definición, en flujo uniforme la pendiente  $S_f$  de la línea de energía de fricción, la pendiente  $S_a$  de la superficie libre del agua, y la pendiente geométrica  $S_o$  del canal son iguales. Ver Figura 3.1.

$$S_f = S_a = S_o. \quad (3.1)$$

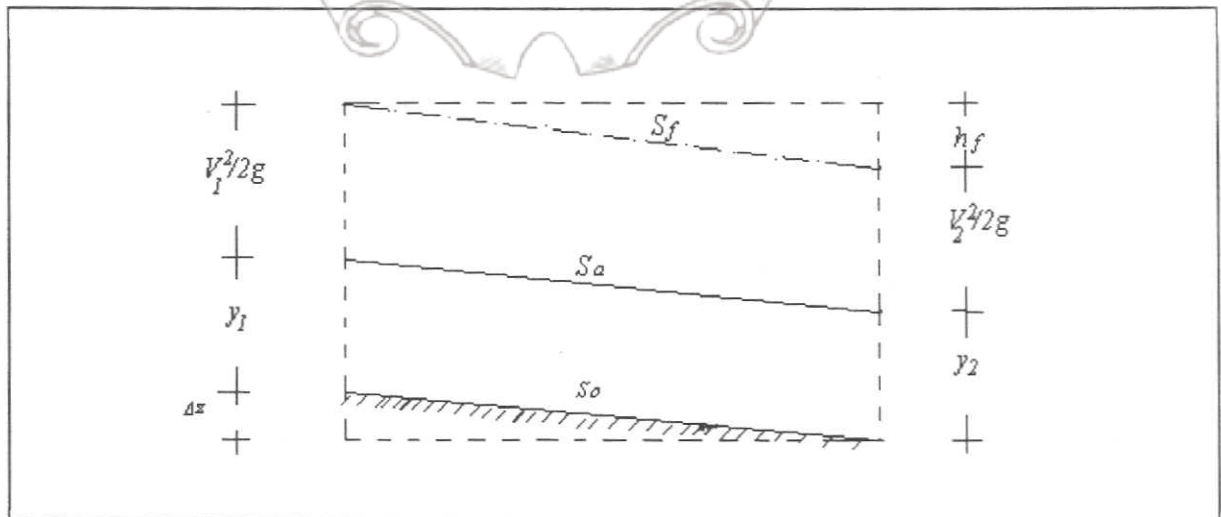


Fig. 3.1 Flujo uniforme a través de la sección de un canal.

El hecho de que la velocidad media permanezca constante, se refiere estrictamente a que el flujo posea una velocidad constante en cada punto de la sección transversal a lo largo del canal; es decir que la distribución de velocidades no se altere. Ver Figura 3.2.

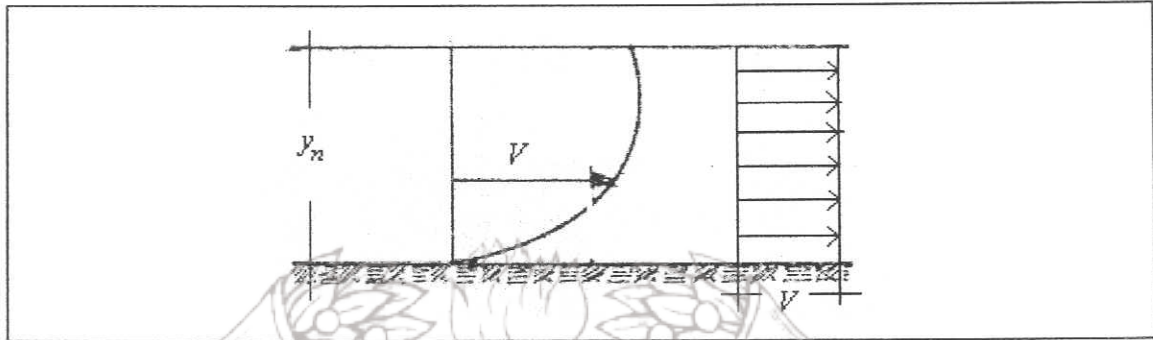


Fig. 3.2 Distribución de velocidades a través de un canal.

El tirante correspondiente al flujo uniforme se conoce como tirante normal. Las características de un flujo uniforme se pueden satisfacer únicamente si el canal es prismático, esto es, el flujo uniforme solo puede ocurrir en canales artificiales, pero no en los naturales.

Si la velocidad se incrementa a valores muy grandes (mas de  $6 \text{ m seg}^{-1}$ ) se produce arrastre de aire adquiriendo el flujo un caracter no permanente y pulsatorio, por lo cual un flujo muy rápido no puede ser uniforme.

### 3.2 Perdidas por fricción

Definamos primero algunos conceptos para la sección de la Figura 3.3.

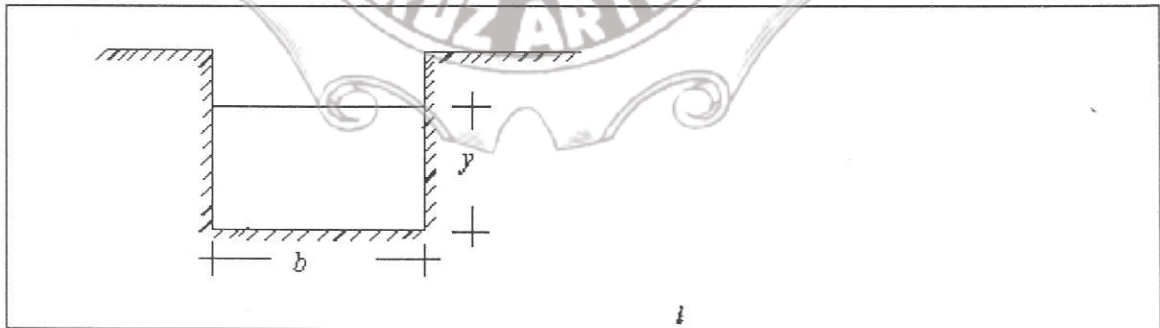


Fig. 3.3 Sección Rectangular de base "b" y tirante "y".

$$\text{Perímetro mojado: } P = b + 2y \quad (3.2)$$

$$\text{Area: } A = by \quad (3.3)$$

Radio hidráulico:  $R_h = \frac{A}{P}$  (3.4)

En experimentos realizados se encontró que existía una fuerza resistente al movimiento del agua. Ver Figura 3.4.

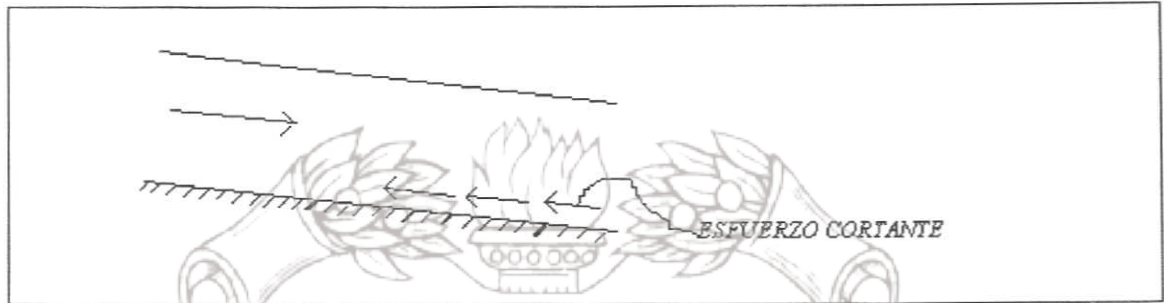


Fig. 3.4 Esfuerzo cortante que se presenta en el canal.

Tenemos que el esfuerzo cortante depende de la velocidad del flujo por lo tanto:

$$\tau \approx v^2 \quad (3.5)$$

$$\tau = Cv^2 \quad (3.6)$$

Donde  $C =$  constante de proporcionalidad.

Tenemos de la Figura 3.5 que:

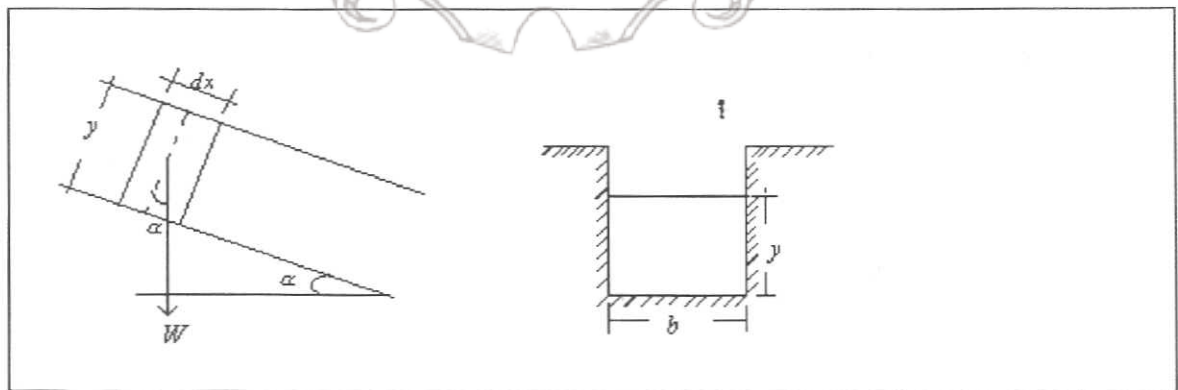


Figura 3.5 Fuerzas que actúan sobre el elemento diferencial.



$$w \operatorname{sen} \alpha = \tau P dx \quad (3.7)$$

$$\text{Donde: } w = \gamma A dx \quad (3.8)$$

$$\operatorname{sen} \alpha \approx \tan \alpha \approx S \quad (3.9)$$

Como  $\alpha$  es muy pequeño; sustituyendo en 3.7.

$$\gamma A dx S = \tau P dx$$

$$\gamma A S = \tau P$$

$$\tau = \frac{\gamma A S}{P}$$

$$R_h = \frac{A}{P}$$

$$\tau = \gamma R_h S$$

### 3.3 Formula de Chezy (1775)

De la ecuación 3.6

$$\tau = C v^2$$

$$\gamma R_h S = C v^2$$

$$v^2 = \frac{\gamma R_h S}{C}$$

$$v = C_1 \sqrt{R_h S} \quad (3.11)$$

Por lo tanto:  $C_1 = \sqrt{\frac{\gamma}{C}}$ ;  $C_1$  = coeficiente de fricción de Chezy experimental  
 existen otras expresiones como:

### 3.4 Formula de Kutter

$$c_1 = \frac{100 \sqrt{R_h}}{m + \sqrt{R_h}} \quad (3.12)$$



Donde:

m= coeficiente de Rugosidad

Rh= Radio hidráulico

fierro fundido nuevo m = 0.2

fierro fundido viejo m = 0.25

madera cepillada m = 0.17

Ver Tabla 3.1 para más información.

Tabla 3.1 Coeficiente de rugosidad de Kutter. Fuente: Sotelo, A.

<b>SECCIONES CERRADAS PARCIALMENTE LLENAS</b>	<b>m</b>
Fierro fundido nuevo	0.20
Fierro fundido usado	0.25
Fierro colado	0.20
Barro vitrificado nuevo	0.25
Barro vitrificado usado	0.30 – 0.35
Tubos de alcantarillado	0.30 – 0.35
Túneles de concreto pulido	0.20 – 0.25
<b>SECCIONES ABIERTAS</b>	
Madera cepillada	0.15 – 0.20
Madera de acabado rugoso	0.30 – 0.35
Mampostería de ladrillo bien acabado	0.25
Cemento pulido	0.20 – 0.25
Concreto pulido	0.20
Concreto rugoso	0.65
Piedra brasa bien acabada	0.65
En tierra arroyos y ríos	1.75
En tierra con material grueso y plantas	2.0 – 2.5
Con cantos rodados	3.5 – 5.0

### 3.5 Fórmula de Bazin

$$c_1 = \frac{87}{1 + \frac{B}{\sqrt{Rh}}} \quad (3.13)$$

Donde:

B= Coeficiente de rugosidad

Rh= Radio hidráulico

fierro fundido nuevo B = 0.013

fierro fundido usado B = 0.12

madera cepillada B = 0.06

Ver Tabla 3.2 para más información.

Tabla 3.2 Coeficiente de rugosidad de Bazin. Fuente: Sotelo, A.

<b>SECCIONES CERRADAS PARCIALMENTE LLENAS</b>	<b>B</b>
Fierro fundido nuevo	0.06
Fierro fundido usado	0.12
Túneles de concreto pulido	0.22
<b>SECCIONES ABIERTAS</b>	
Madera cepillada	0.06
Mampostería de ladrillo bien acabado	0.16
Cemento pulido	0.10 – 0.16
Concreto pulido	0.11 – 0.22
Concreto rugoso	0.45
Piedra brasa bien acabada	0.65
En tierra arroyos y ríos	1.4 – 1.6
En tierra con material grueso y plantas	1.75
Con cantos rodados	Hasta 3.5

### 3.6 Fórmula de Manning

$$c_1 = \frac{R h^{1/6}}{n}$$

Donde:

n= Coeficiente de rugosidad

Rh= Radio hidráulico

ferro fundido pintado    n= 0.013

ferro fundido normal    n = 0.014

madera duela            n = 0.012

Ver Tabla 3.3 para más información.

Tabla 3.3 Coeficiente de rugosidad de Ganguillet ,Kutter y Manning. Fuente: Sotelo, A.

<b>SECCIONES CERRADAS PARCIALMENTE LLENAS</b>	<b>n</b>
Fierro fundido nuevo	0.012
Fierro colado	0.012
Barro vitrificado usado	0.017
Tubos de alcantarillado	0.017 – 0.020
Túneles de concreto pulido	0.011 - 0.013
<b>SECCIONES ABIERTAS</b>	
Madera cepillada	0.010
Mampostería de ladrillo bien acabado	0.013
Concreto pulido	0.012
Concreto rugoso	0.017
Piedra brasa bien acabada	0.017
En tierra arroyos y ríos	0.025
En tierra con material grueso y plantas	0.035
Con cantos rodados	0.04 – 0.05
Con gran rugosidad de fondo y maleza tupida	Hasta 0.09

Sustituyendo Manning en 3.11.

$$V = \frac{Rh^{1/6}}{n} \left( Rh^{1/2} S^{1/2} \right)$$

$$V = \frac{1}{n} \left( Rh^{2/3} S^{1/2} \right) \tag{3.15}$$

Fórmula de Manning.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

# Tesis de Maestría

## 3.7 Determinación de las pérdidas por fricción en un canal

Partiendo del Teorema de Bernoulli. Ver Figura 3.6.

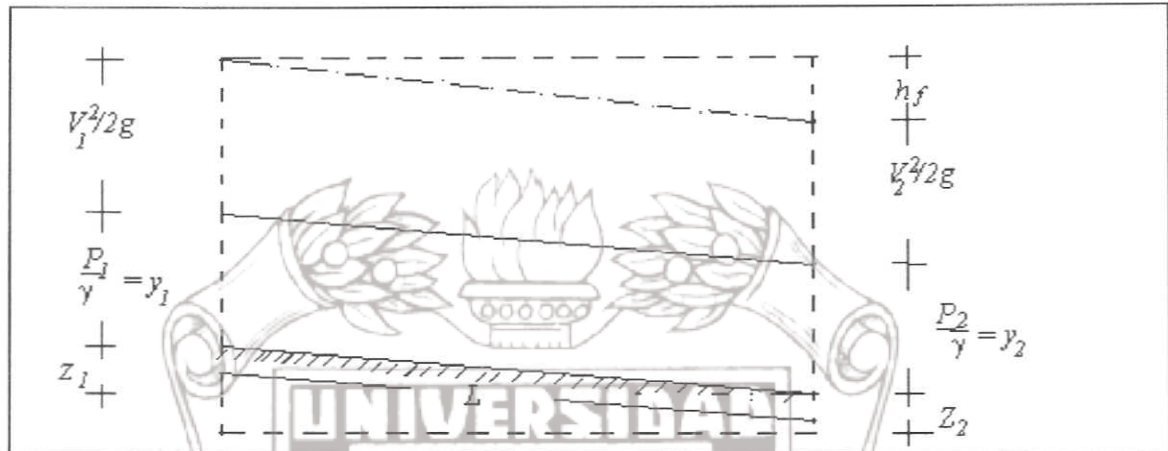


Figura 3.6 Pérdida por fricción ( $h_f$ ) en un canal.

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (3.16)$$

$$h_f = SL \quad (3.17)$$

De la fórmula Manning

$$S = \frac{v^2 n^2}{R_h^{4/3}}$$

$$h_f = \frac{V^2 n}{R_h^{2/3}} L \quad (3.18)$$

# Tesis de Maestría

## 3.8 Pendiente crítica

El estado o régimen crítico en la sección de un canal existe cuando el tirante y la velocidad adquieren los valores críticos para un gasto dado. Si dicha situación se desea hacer extensiva a lo largo de un canal prismático, ello equivale a que dicho canal tenga un flujo uniforme de tirante normal igual al crítico. La pendiente de plantilla  $S_c$  necesaria para que ello ocurra recibe el nombre de crítica. Ver Figura 3.7.



Fig. 3.7 Pendiente crítica en un canal.

Si un flujo uniforme se presenta en un canal con pendiente uniforme se presenta en un canal con pendiente menor que la crítica  $S_o < S_c$ , el flujo es con régimen subcrítico y la pendiente se llama subcrítica o más comúnmente suave. Por el contrario, si el flujo uniforme es con pendiente mayor que la crítica  $S_o > S_c$ , el régimen es supercrítico y la pendiente se llama supercrítica o pronunciada. Ver Figura 3.8.

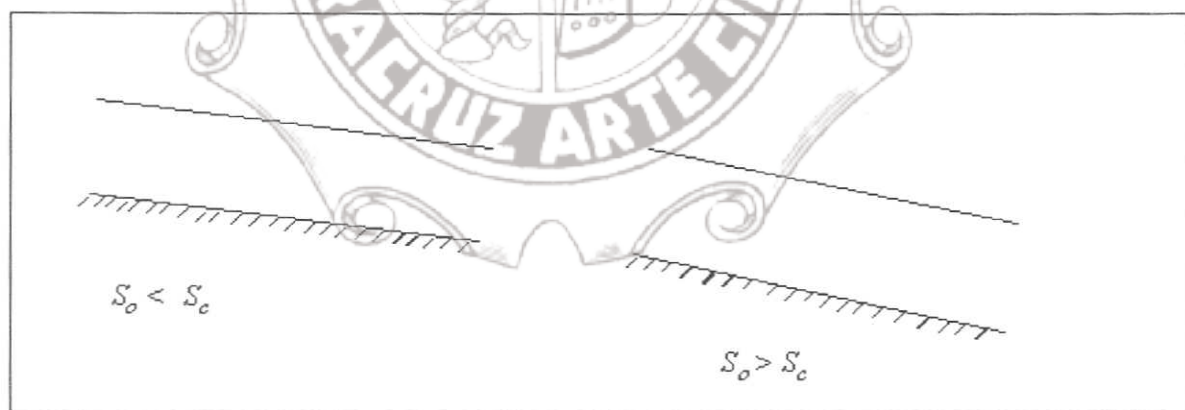


Fig. 3.8 Pendientes subcrítica y supercrítica en un canal.

### 3.9 Empleo de curvas para el tirante normal

Para flujo uniforme tenemos:

Tirante normal

Velocidad normal

Casos que se nos puede presentar:

#### Caso I

$V$  = Desconocida; si " $y$ " es conocido y la sección es sección rectangular

$A = b y$  conocida

$P = b + 2 y$  conocida

$R = \frac{A}{P}$  = conocida

$S$  = conocida

$n$  = conocida

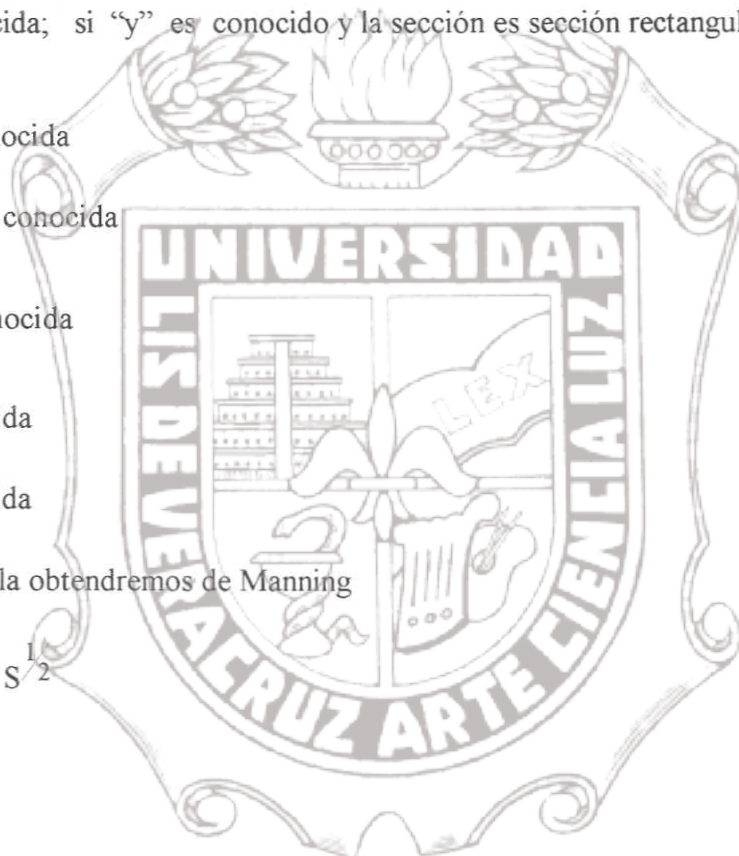
La velocidad la obtendremos de Manning

$$V = \frac{1}{n} R h^{2/3} S^{1/2}$$

#### Caso II

Si  $y$ ,  $A$ ,  $P$ ,  $R_h$ , son desconocidas

$Y$  son conocidos  $V$ ,  $n$ ,  $S$ ,



Podemos apoyarnos con la Figura 3.9 para obtener el tirante normal.

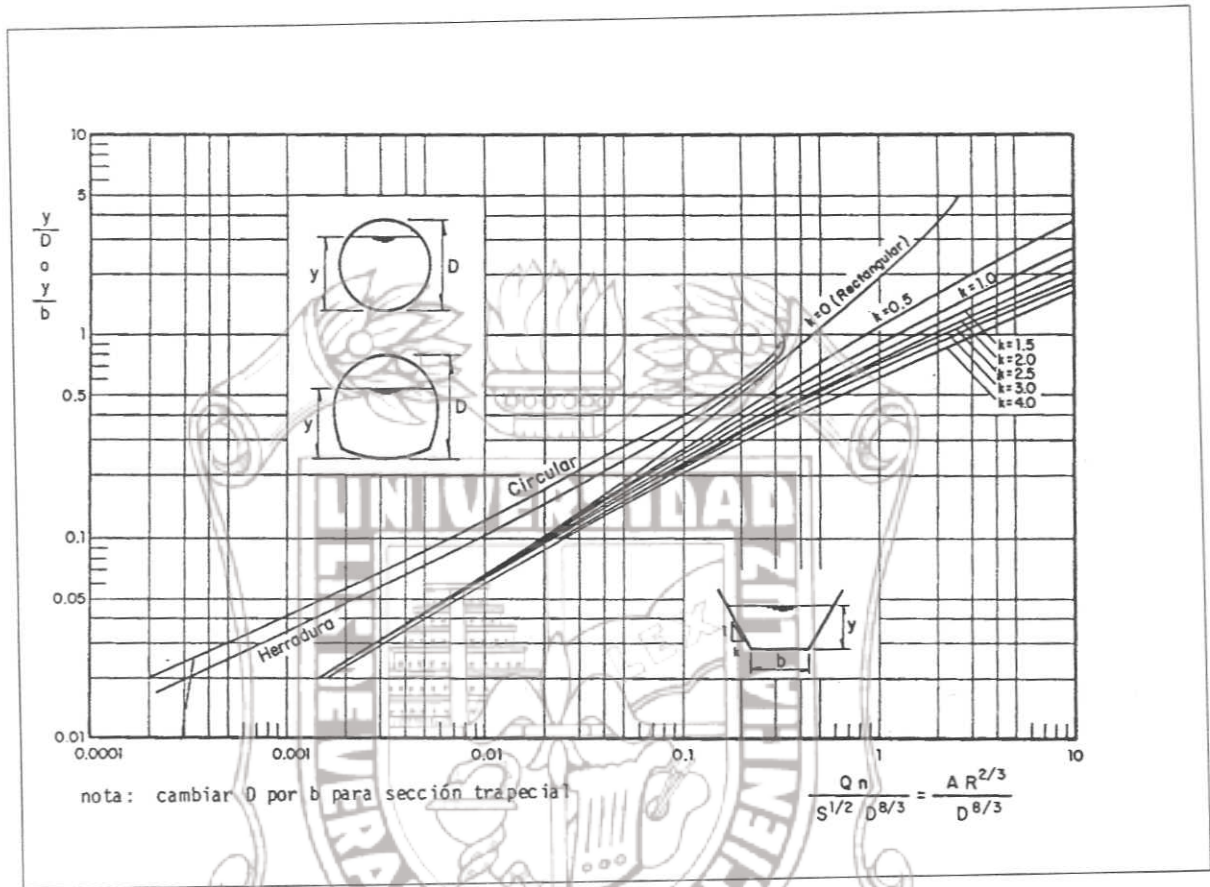


Fig. 3.9 Gráfica para determinar el tirante normal de cualquier sección. Fuente: C.F.E.



## 3.10 Características del escurrimiento en un conducto cerrado con flujo en canal abierto

Las curvas adimensionales para  $AR^{2/3}/A_oR_o^{2/3}$  y  $R^{2/3}/R_o^{2/3}$  para una sección circular y otra en herradura se muestran en la Figura 3.10.

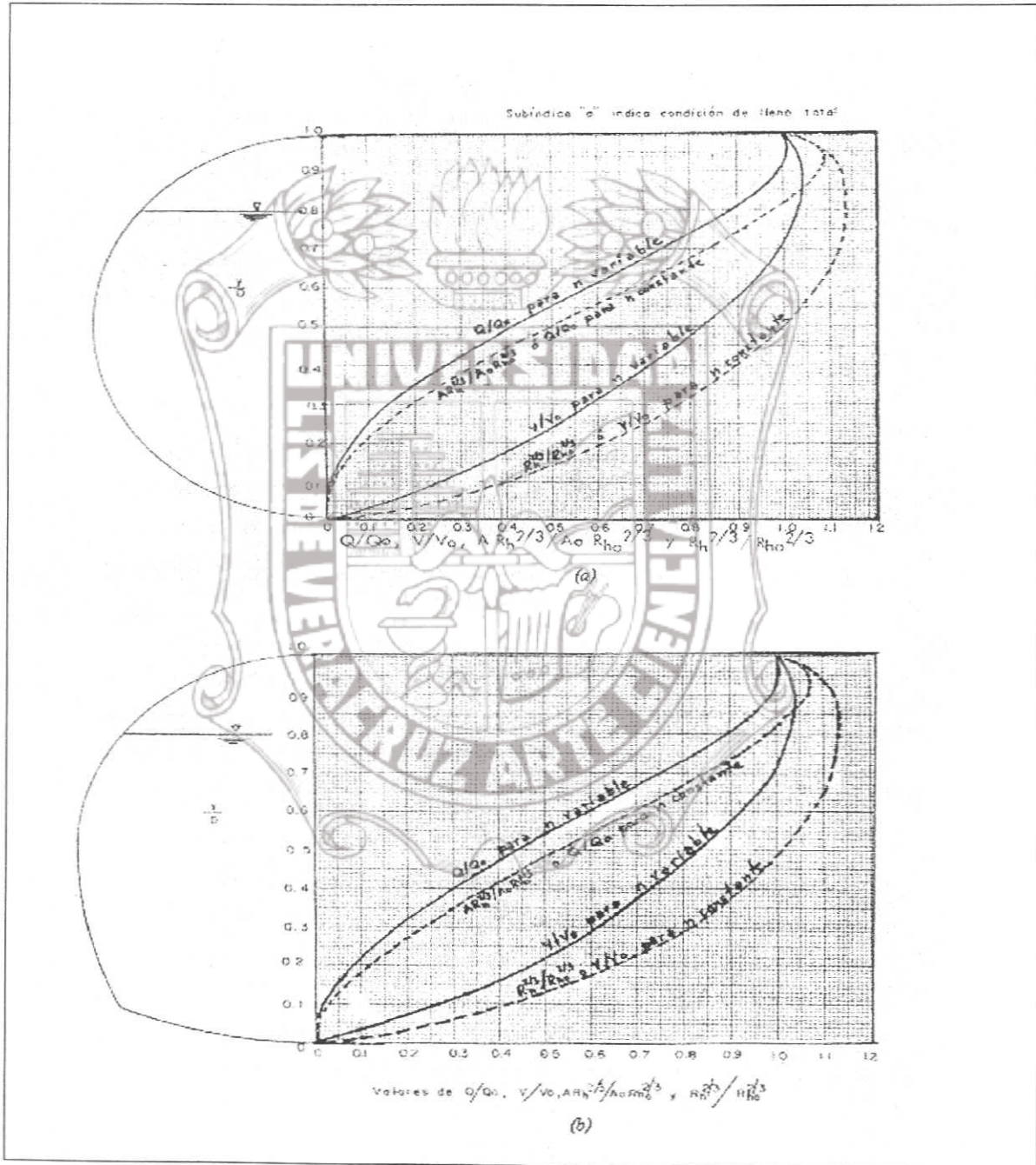


Fig. 3.10 a) Características del flujo en un conducto circular parcialmente lleno, según Koseny, b) Características del flujo en un conducto herradura parcialmente lleno  $R_o$  indica la condición de flujo lleno. Fuente: Sotelo, A.

Si el valor de “n” se supone constante o independiente de la variación de la profundidad, éstas dos curvas representarían las variaciones de la descarga y velocidad. a sus correspondientes valores para flujo lleno ( $Q/Q_0$ ,  $V/V_0$ ).

## Valores máximos para la sección circular

$$Q/Q_0 = 0.938 \text{ do} \quad , \quad V/V_0 = 0.81 \text{ do}$$

Matemáticamente, la profundidad para el caudal máximo (0.938 do) puede ser obtenida por:

$$\frac{d}{dy} AR^{2/3} = 0$$

Ya que el caudal es proporcionado por Manning  $Q = \frac{A}{n} Rh^{2/3} S^{1/2}$  para “n” y “S” constantes.

Similarmente ocurre para la velocidad. en el caso de la profundidad (0.81 do)

$$\frac{d}{dy} R^{2/3} = 0$$

Ya que de Manning se tiene  $V = \frac{1}{n} Rh^{2/3} S^{1/2}$  para “S” y “n” constantes, de la Figura 3.10 a) se observa que cuando la profundidad es más grande que alrededor de 0.82 do, es posible tener dos tirantes diferentes para la misma descarga.

Lo mismo ocurre para  $V/V_0$  con valores alrededor de 0.81 do, esto se basa sobre la hipótesis de que el coeficiente de rugosidad permanece constante conforme la profundidad cambia.

Se ha encontrado el valor de “n” para un promedio de colectores amplios y drenes de cerámica, ambos de arcilla y hormigón que aumenta tanto como el 28 % desde 1 do hasta 0.25 do donde parece alcanzar el máximo.

Este efecto da lugar a que las actuales máximas descargas y velocidades ocurran para profundidades alrededor de:

$$0.97 \text{ do} \quad \text{y} \quad 0.94 \text{ do (línea punteada)}$$

De acuerdo a la hipótesis de un valor de “n” constante, la velocidad podría ser la misma para una cañería hasta

$$y / do = 0.5 \text{ como para } y / do = 1$$

Mientras que si “n” se considera variable con la profundidad la velocidad para

$$y / do = 0.5 \text{ será } 0.8 V / Vo$$

**Yarnell-Woodwards y Bulow**, determinaron un crecimiento constante del gasto hasta llegar a un máximo que corresponde a

$$y / do = 0.95$$

**Straus**, hizo mediciones en conductos de concreto y determino un máximo de Q para

$$y / do \approx 1$$

Estas discrepancias se explican por el hecho de que la resistencia al movimiento actúa no solo el perímetro mojado sino también la superficie libre del agua a través de la fricción con el aire.

Se han hechos intentos de corregir este efecto utilizando un factor de fricción “n” variable con “y”

**Según Kozeny**

$$V = (8.86 \log y + n) \left( \frac{y}{d} \right)^{1/6} \sqrt{S d}$$

“n” de la Tabla 3.4

Tabla 3.4 Coeficiente de rugosidad de Koseny. Fuente: Sotelo, A.

SECCIONES ABIERTAS	n
Mampostería de ladrillo bien acabado	70 – 76
Cemento pulido	84 – 90
Concreto rugoso	58 – 62
Piedra brasa bien acabada	60 – 70
Roca acomodada	36 – 50
Roca a volteo	28 - 36
Grava gruesa (10 a 15 cm.)	32 – 38
Grava media (5 a 10 cm.)	38 – 42
Grava fina (2 a 3 cm.)	42 - 46
Cantos rodados (15 a 20 cm.)	28 – 32

Según Ludin, para conductos de asbesto -cemento

$$V = K_2 Rh^{0.65} S^{0.54}$$

$k_2$  varia 134 para  $V \geq 0.8 \text{ m seg}^{-1}$

122 para  $V \leq 0.3 \text{ m seg}^{-1}$

Las profundidades exactas para velocidades y caudales máximos, dependerán de la variación de la forma y de la rugosidad de la sección del conducto.

Ya que las velocidades y caudales máximos de un conducto cerrado cuya parte superior se va cerrando gradualmente, no ocurren cuando esta lleno, esto significa que el conducto no escurrirá lleno para la misma capacidad siempre y cuando se mantenga como flujo en canal abierto sobre una pendiente uniforme libre de obstrucciones.

Para propósitos prácticos puede a veces asumirse, que la descarga máxima de un conducto circular o similar ocurre con la máxima profundidad, ya que la profundidad para máxima descarga es tan cercana al techo que existe siempre una posibilidad de pequeños remansos que incrementan la profundidad igualándola a la profundidad total.

### 3.11 Canales de sección compuesta

En ocasiones, la sección transversal de un canal puede estar compuesta de varias subsecciones de forma y rugosidad distinta.

- 1).- La sección de un canal aluvial
- 2).- La rectificación de un río en una ciudad.

Ambos expuestos a las avenidas, consisten principalmente de:

- a).- Un canal principal, generalmente menos rugoso y más profundo y por lo mismo con velocidad más alta.
- b).- Los canales laterales.

El cálculo se realiza aplicando separadamente la fórmula de Manning para cada subsección y obteniendo la velocidad media de la misma y el gasto correspondiente, la suma proporciona el total. Ver Figura 3.11.

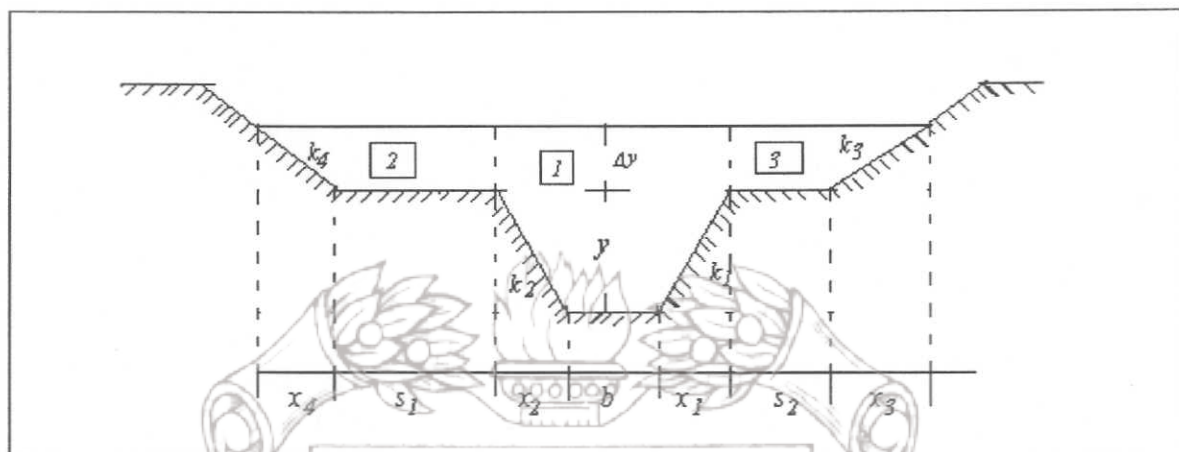


Fig. 3.11 Sección compuesta de un canal.

Si

$A_1, A_2, \dots, A_n$  representa las áreas de cada subsección

Las velocidades medias son:

$$V_1 = \frac{K_1}{A_1} S^{1/2} \quad (3.21)$$

$$V_2 = \frac{K_2}{A_2} S^{1/2} \quad (3.22)$$

$$V_n = \frac{K_n}{A_n} S^{1/2} \quad (3.23)$$

Donde  $k_1, k_2, \dots, k_n$  son los factores de conducción de las subsecciones y "S" la pendiente del canal.

Gasto

$$Q = VA = \sum_{i=1}^n A_i V_i = \sum_{i=1}^n K_i S^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^n K_i \right) S^{1/2} \quad (3.24)$$

Velocidad media

$$V = \frac{\left( \sum_{i=1}^n K_i \right) S^{1/2}}{A} \quad (3.25)$$

En el calculo del perímetro mojado de la sección central o de los laterales normalmente no se incluye “ $\Delta y$ ”. debido a que sobre la intercara entre ambas se tiene un esfuerzo cortante más pequeño que en el caso de la frontera sólida del canal.



## 3.12 Ejemplos de aplicación

**3.12.1 Ejemplo:** Un canal trapecial tiene un ancho de plantilla  $b = 2.5$  m, taludes  $k = 1.5$  y debe conducir un gasto de  $20 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Calcular el tirante crítico, la energía específica mínima y la pendiente crítica para un factor de rugosidad.  $n = 0.015$ . Ver Figura 3.12.

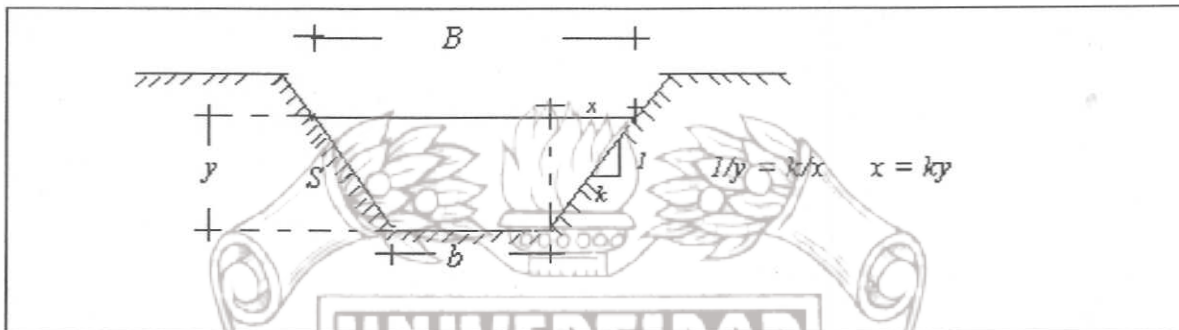


Fig. 3.12 Sección trapecial.

Tenemos:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B} \quad \text{(I)}$$

$$A = (b + k y_c) y_c \quad \text{(II)}$$

$$A = (2.5 + 1.5 y_c) y_c$$

$$B = b + 2 k y_c \quad \text{(III)}$$

$$B = 2.5 + 2 (1.5) y_c = 2.5 + 3 y_c$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(20)^2}{B} = 40.82$$

Sustituyendo en I

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$40.82 = \frac{[(2.5 + 1.5 y_c) y_c]^3}{2.5 + 3 y_c}$$

$$y_c = 1.41 \text{ m.}$$

$$V_c = \frac{Q}{A_c} \tag{IV}$$

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{(3.074)^2}{2g} = 0.482 \text{ m.}$$

Por lo tanto

$$E_{\min} = y_c + \frac{v^2}{2g} \tag{V}$$

$$E_{\min} = 1.41 + 0.482 = 1.892 \text{ m.}$$

Pendiente Crítica, de la fórmula de Manning

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \tag{VI}$$

Radio hidráulico

$$S = \sqrt{y^2 + k^2 y^2} \tag{VII}$$

$$S = y \sqrt{1 + k^2} \tag{VIII}$$

$$P_c = b + 2S \tag{VIII}$$





$$P_c = b + 2\left(y \sqrt{1+k^2}\right) \quad (IX)$$

$$P_c = 2.5 + 2\left(1.41 \sqrt{1+(1.5)^2}\right) = 7.58 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{A}{P} \quad (X)$$

$$R_h = \frac{6.507}{7.58} = 0.858 \text{ m}$$

$$R_h^{2/3} = 0.903$$

$$S_c = \left(\frac{v_c n}{R_h^{2/3}}\right)^2$$

$$S_c = \left(\frac{3.074 \times 0.015}{0.903}\right)^2 = 0.0026$$

$$S_c = 0.0026$$



(XI)

**3.12.2 Ejemplo:** Determinar el tirante normal de un canal de sección trapecial que conduce un gasto  $Q = 5 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  bajo las siguientes condiciones  $n = 0.010$ ,  $S = 0.001$ ,  $b = 4 \text{ m}$ ,  $k = 1.5$ , Ver Figura 3.13.

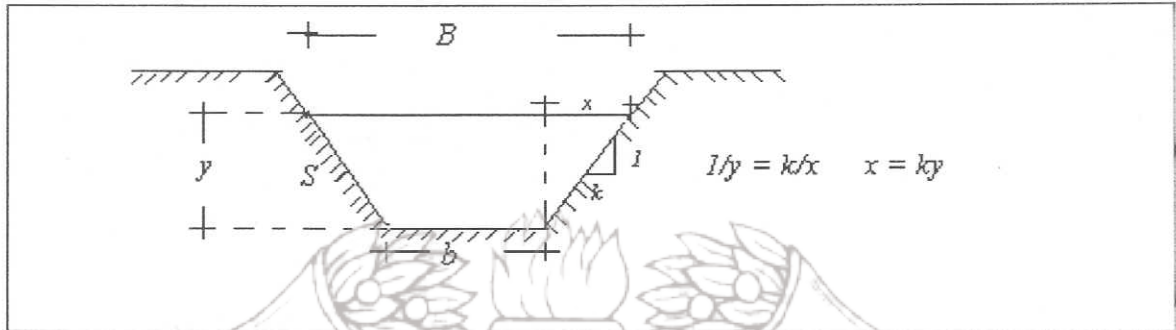


Fig. 3.13 Sección trapecial.

$$V = \frac{1}{n} Rh^{2/3} S^{1/2} \quad (I)$$

$$AV = A \frac{1}{n} Rh^{2/3} S^{1/2} \quad (II)$$

$$Q = \frac{A}{n} Rh^{2/3} S^{1/2} \quad (III)$$

$$A = \frac{B+b}{2} (y) \quad (IV)$$

$$A = \left( \frac{b + 2ky + b}{2} \right) y \quad (V)$$

$$A = \left( \frac{2b + 2ky}{2} \right) y = (b + ky) y \quad (VI)$$

$$B = b + 2ky \quad (VII)$$

$$P = b + 2 \sqrt{y^2 + k^2 y^2} \quad (VIII)$$

$$P = b + 2y \sqrt{1 + k^2} \quad (IX)$$

De II tenemos:

$$\frac{Q_n}{S^{1/2}} = AR^{2/3}$$

Sustituyendo valores

$$\frac{5(0.010)}{(0.001)^{1/2}} = AR^{2/3} = 1.58$$

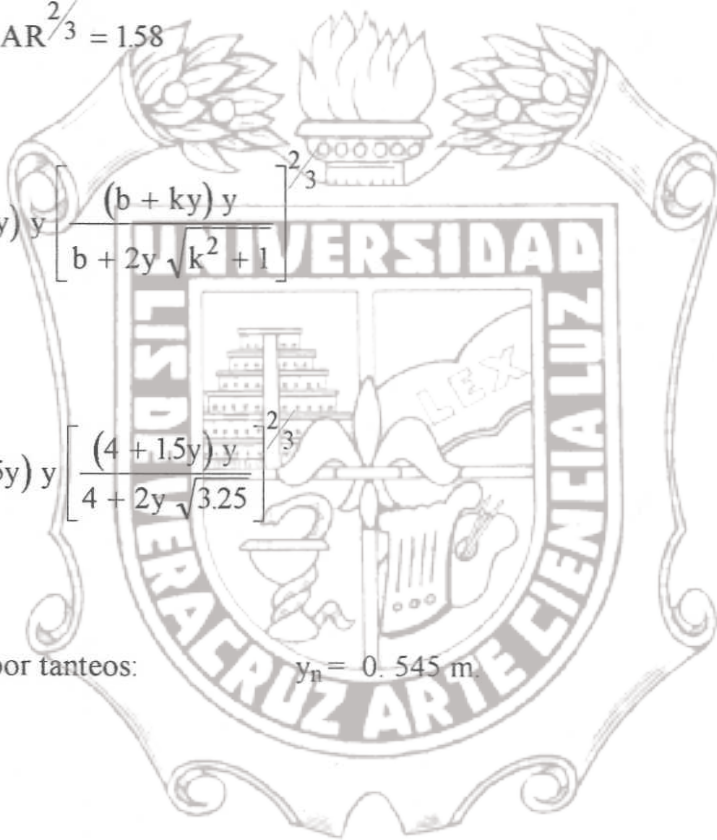
$$1.58 = (b + ky) y \left[ \frac{(b + ky) y}{b + 2y \sqrt{k^2 + 1}} \right]^{2/3}$$

$$1.58 = (4 + 1.5y) y \left[ \frac{(4 + 1.5y) y}{4 + 2y \sqrt{3.25}} \right]^{2/3}$$

Resolviendo por tanteos:

$$y_n = 0.545 \text{ m.}$$

(VII)



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

**3.12.3 Ejemplo:** El tirante normal de un canal rectangular que conduce un gasto  $Q = 10 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  bajo las siguientes condiciones  $n = 0.015$ ,  $S = 0.0001$ ,  $b = 6 \text{ m}$ . Ver Figura 3.14.

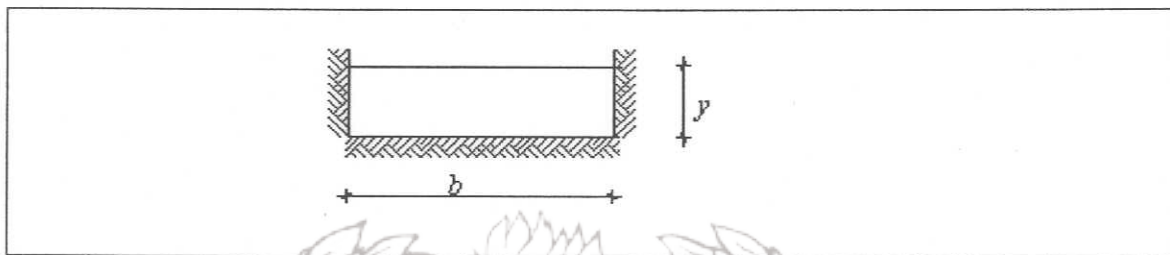


Fig. 3.14 Sección rectangular

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

$$AV = A \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \tag{I}$$

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \tag{II}$$

Tenemos:

$$A = by \tag{III}$$

$$A = 6y \tag{IV}$$

$$P = b + 2y \tag{V}$$

$$P = 6 + 2y$$

$$R_h = \frac{A}{P} \tag{V}$$

$$R_h = \frac{6y}{6+2y}$$

Sustituyendo en II

$$10 = \frac{6y}{0.015} \left( \frac{6y}{6+2y} \right)^{2/3} (0.0001)^{1/2}$$

$$6y \left( \frac{6y}{6+2y} \right)^{2/3} = 15$$

(VI)

Resolviendo por tanteos:

$$y_n = 2.15 \text{ m.}$$



**3.12.4 Ejemplo:** Un canal trapecial excavado en tierra tiene un tirante  $y_n = 1.4$  m, talud  $k = 0.2$ , pendiente  $S = 0.0004$  y debe conducir un gasto de  $8 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Calcular su ancho de plantilla. Ver Figura 3.15.

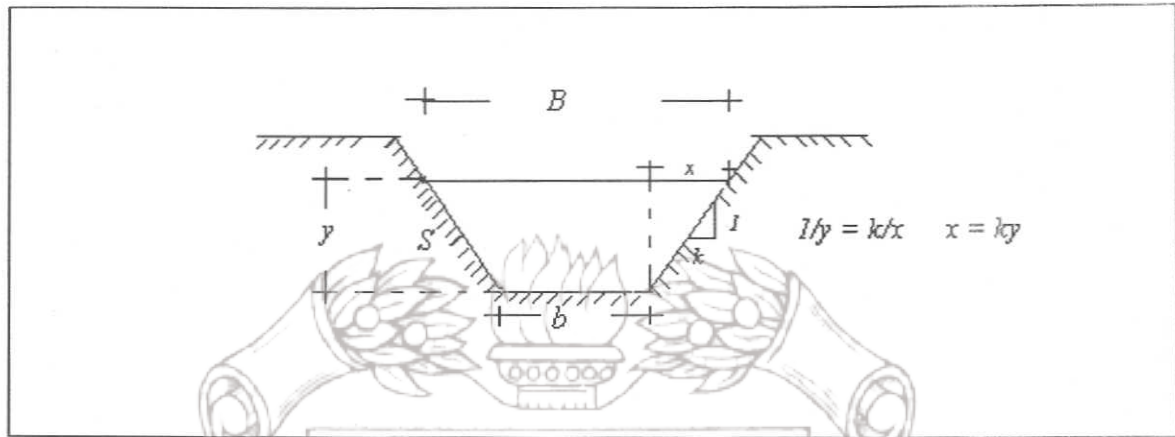


Fig. 3.15 Sección trapecial.

$$A = (b + ky)y \quad (I)$$

$$A = (b + 2 \times 1.4) \times 1.4 = (b + 2.80) \times 1.40 = (b + 2.80) \times 1.4$$

$$P = b + 2y \sqrt{1+k^2} \quad (II)$$

$$P = b + 2(1.4) \sqrt{1+(2)^2} = 6 + 6.26$$

Tenemos que, de la fórmula de Manning

$$V = \frac{1}{n} Rh^{2/3} S^{1/2} \quad (III)$$

$$AV = A \frac{1}{n} Rh^{2/3} S^{1/2}$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$Q = \frac{A}{n} R h^{2/3} S^{1/2}$$

$$\frac{Q n}{\sqrt{S}} = A R^{2/3} \tag{IV}$$

$$A R^{2/3} = \frac{8(0.025)}{(0.0004)^{1/2}} = 10 \tag{V}$$

$$(b + 2.80) 1.40 \left[ \frac{(b + 2.80) 1.40}{b + 6.26} \right]^{2/3} = 10$$

Calculando por tanteos, para la cual nos apoyaremos en la Tabla 3.5

Tabla 3.5 Análisis de la ecuación V.

b	A	P	Rh	Rh <sup>2/3</sup>	ARh <sup>2/3</sup>
4	9.52	10.26	0.928	0.951	9.057 ≠ 10
4.6	10.36	10.86	0.954	0.967	10.04 = 10

Tenemos por lo tanto, que b = 4.60 m.

**3.12.5 Ejemplo:** Calcular el gasto en un canal de sección trapezoidal con  $b=2$  m. de ancho de plantilla,  $y = 1.20$  metros de tirante, taludes  $k= 2$ , pendiente  $S= 0.000667$  y cuyas paredes están construidas de concreto rugoso bien acabado, utilizar las fórmulas de Kutter, Bazin y Manning para comparar resultados. Ver Figura 3.16.

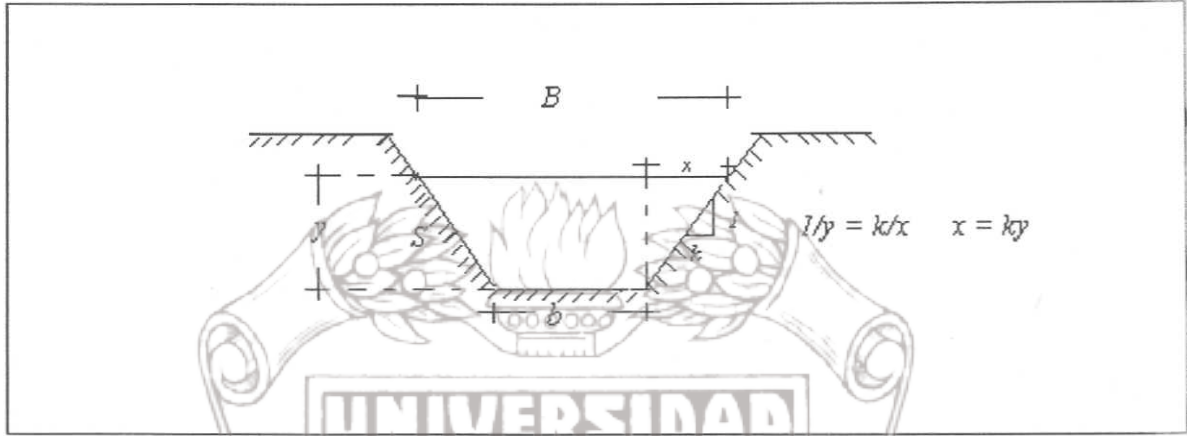


Fig. 3.16 Sección trapezoidal.

$$A = \frac{B+b}{2} (y) \quad (I)$$

$$A = \left( \frac{b + 2k y + b}{2} \right) y = \left( \frac{2b + 2ky}{2} \right) y = (b + ky) y \quad (II)$$

$$P = b + 2 \sqrt{y^2 + k^2 y^2} \quad (III)$$

$$P = b + 2y \sqrt{1+k^2} \quad (IV)$$

$$Rh = \frac{A}{P} \quad (V)$$

Sustituyendo valores en II, IV y V.

$$A = (2 + 2 \times 1.20) \times 1.20 = 5.28 \text{ m.}$$



$$P = 2 + 2 \times 1.20 \sqrt{1 + (2)^2} = 7.367 \text{ m.}$$

$$R_h = \frac{5.28}{7.367} = 0.717$$

Para la fórmula de Kutter, tenemos:

$$V = c_1 \sqrt{R_h S} \tag{VI}$$

$$c_1 = \frac{100 \sqrt{R_h}}{m + \sqrt{R_h}} \tag{VII}$$

De la Tabla 3.1,  $m = 0.65$

$$c_1 = \frac{100 (0.717)^{1/2}}{0.65 + (0.717)^{1/2}} = 56.573$$

$$V = 56.573 (0.717)^{1/2} (0.000667)^{1/2} = 1.237$$

$$Q = VA = 5.28 (1.237) = 6.532 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Para la fórmula de Bazin, tenemos:

$$c_1 = \frac{87}{1 + \frac{B}{\sqrt{R_h}}} \tag{VIII}$$

De la Tabla 3.2,  $B = 0.45$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$c_1 = \frac{87}{1 + \frac{0.45}{(0.717)^{1/2}}} = 56.809$$

$$V = 56.809(0.717)^{1/2}(0.000667)^{1/2} = 1.242 \text{ m seg}^{-1}$$

$$Q = 5.28(1.242) = 6.559 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Para la fórmula de Manning:

$$c_1 = \frac{Rh^{1/6}}{n}$$

De la Tabla 3.3,  $n = 0.017$

$$c_1 = \frac{(0.717)^{1/6}}{0.017} = 55.65$$

$$V = 55.65(0.717)^{1/2}(0.000667)^{1/2} = 1.216 \text{ m seg}^{-1}$$

$$Q = 1.216(5.28) = 6.425 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

El valor obtenido empleando la fórmula de Manning es el más conservador.



(IX)

**3.12.6 Ejemplo:** Determinar el tirante normal de un canal rectangular que conduce un gasto de  $Q = 10 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  bajo las siguientes condiciones  $n = 0.015$ ,  $S = 0.0001$ ,  $b = 6 \text{ m}$ .

Lo resolveremos mediante el empleo de las gráficas para determinar el tirante normal de cualquier sección de la Figura 3.9.

Valuemos

$$\frac{Q n}{S^{1/2} D^{1/2}} = \frac{A R^{2/3}}{D^{8/3}} \quad (I)$$

$$\frac{Q n}{S^{1/2} D^{1/2}} = \frac{10(0.015)}{(0.0001)^{1/2} \times (6)^{8/3}} = 0.13$$

Entrando a la gráfica de la Figura 3.9 tenemos que:

$$y/b = 0.36$$

$$y = 0.36 (6) = 2.16$$

$$y_n = 2.16 \text{ m.}$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

**3.12.7 Ejemplo:** Una alcantarilla de sección circular debe conducir un gasto  $Q = 450$  Lts  $\text{seg}^{-1}$  con una pendiente  $S = 0.001125$ . Calcular el promedio necesario de tal manera que el tirante sea  $y = 0.8 d$ ,  $n = 0.011$ .

De la gráfica 3.10 (a), se obtiene entrando con:

$$y/d = 0.8$$

$$Q/Q_0 = 0.89$$

En la curva de  $n$  variable, el gasto para tubo lleno es:

$$Q_0 = \frac{Q}{0.89} = \frac{450}{0.89} = 506 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Siendo el área y radio hidráulico:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = 0.7854 D^2 \quad (\text{I})$$

$$R_h = \frac{A}{P} \quad (\text{II})$$

$$R_h = \frac{\pi D^2}{4} \frac{1}{\pi D}$$

$$R_h = \frac{D}{4}$$

$$R_h^{2/3} = 0.397 D^{2/3} \quad (\text{III})$$



$$S^{1/2} = (0.001125)^{1/2} = 0.0335$$

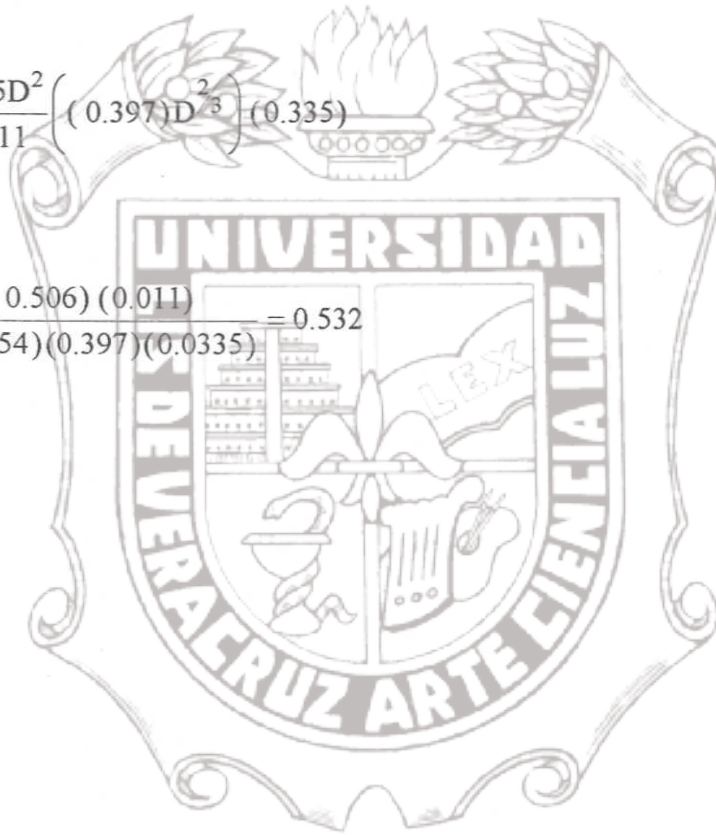
De la fórmula de **Manning** para tubo lleno

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \quad (IV)$$

$$0.506 = \frac{0.785D^2}{0.011} \left( (0.397)D^{2/3} \right) (0.335)$$

$$D^{8/3} = \frac{(0.506)(0.011)}{(0.7854)(0.397)(0.0335)} = 0.532$$

$$D = 0.79$$



**3.12.8 Ejemplo:** La rectificación de un río que atraviesa una ciudad se piensa realizar mediante un canal cuya sección se muestra en la Figura 3.17, con la siguiente geometría  $b = 40$  m.,  $k_1 = k_2 = 2$ ,  $k_3 = k_4 = 3$ ,  $y_1 = 2.2$  m,  $\Delta y = 1$  m. El canal en la época de avenidas debe conducir un gasto máximo  $Q = 320$  m<sup>3</sup> seg<sup>-1</sup>, con un tirante total de  $y = 3.20$  y una pendiente  $S = 0.00035$ . Calcular el ancho de las ampliaciones laterales  $S = S_1 = S_2$ , las cuales tendrán un factor de rugosidad  $n_2 = 0.035$  y de  $n_1 = 0.025$  para la zona central.

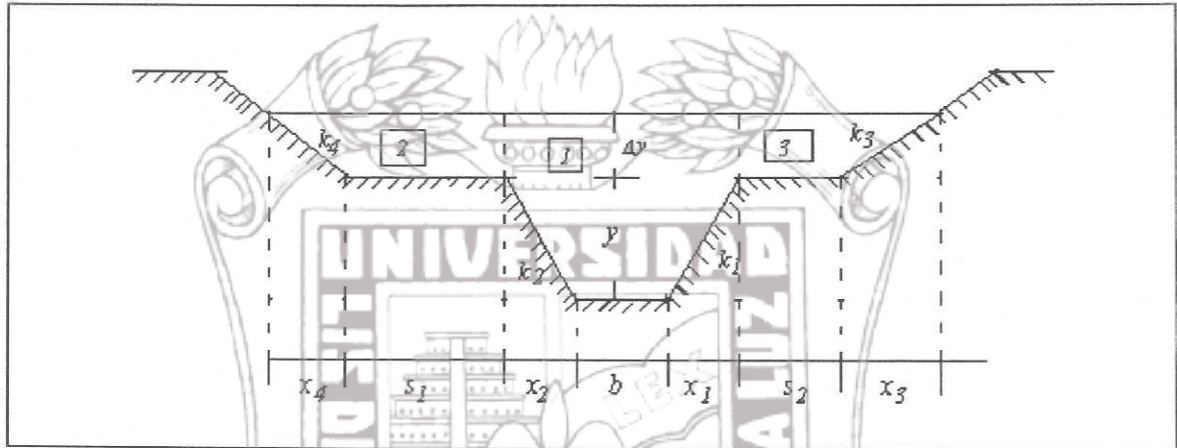


Fig. 3.17 Sección transversal compuesta.

Zona central

$$A_1 = (b + K y)y + (b + 2 k y)\Delta y \tag{I}$$

$$A_1 = (40 + 2 (2.2))2.2 + (40 + 2 (2.2) (2))1 = 146.48 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2 y \sqrt{1 + K^2} \tag{II}$$

$$P = 40 + 2 \sqrt{1 + (2)^2} (2.20) = 49.839 \text{ m}$$

$$Rh = \frac{A}{P} \tag{III}$$

$$R_h = \frac{146.48}{49.839} = 2.939 \text{ m.}$$

$$R_h^{2/3} = 2.052$$

$$S = (0.00035)^{1/2} = 0.0187$$

El gasto en la zona central

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \tag{IV}$$

$$Q = \frac{146.48}{0.025} (2.052)(0.018) = 224.9 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

El gasto que debe conducir la ampliación es:

$$320 - 224.91 = 95.09 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Zonas Laterales

Haciendo

$$S_1 = S_2$$

$$S_1 + S_2 = 2S$$

$$A_1 = (b + K y)y \tag{V}$$



$$A_1 = (2S + 3(1))1 = 2S + 3$$

con  $R_h \approx 1$  (en canales muy anchos)

$$P = 2S + 2\sqrt{1 + K^2} \quad (VI)$$

$$P = 2S + (2)\sqrt{1 + (3)^2} = 2S + 6.325$$

$$R_h = \frac{A}{P}$$

$$Q = \frac{(2S + 3)}{0.035} \left[ \frac{2S + 3}{2S + 6.325} \right]^{2/3} 0.0187 = 95.09 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

$$S \cong 87.49$$



(VII)



**3.12.9 Ejemplo:** Un túnel revestido de concreto bien acabado tiene la forma mostrada en la Figura 3.18, con pendiente  $S= 0.0004$  y  $d= 1.60$  m., a) Calcular la velocidad media y el gasto que transporta a tubo lleno y b) Determinar el tirante que se presentaría si el túnel fuese de sección de herradura de diámetro  $d = 1.60$  m., para el mismo gasto y pendiente.

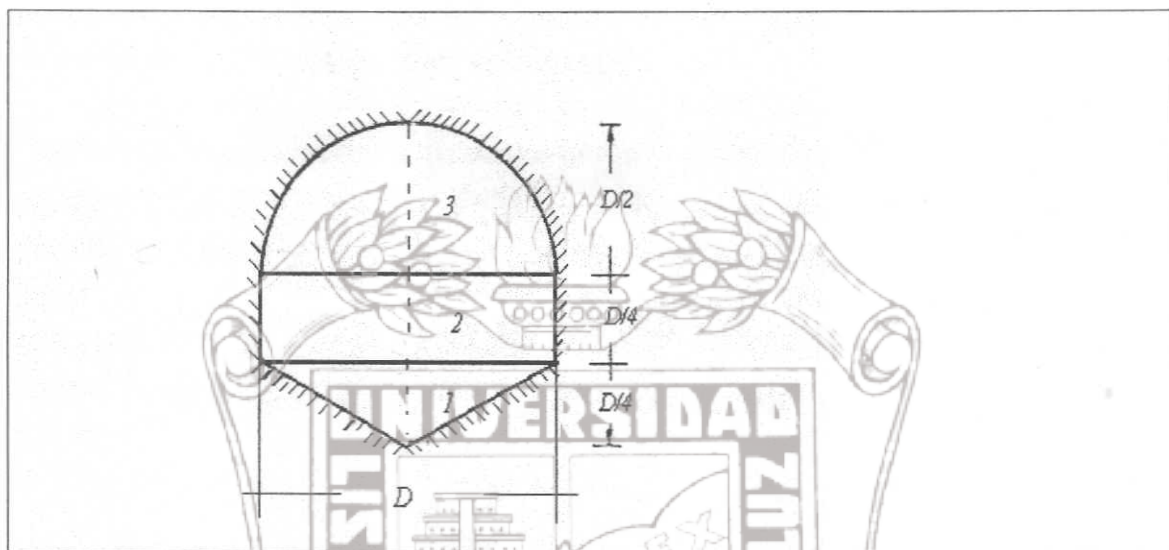


Fig. 3.18 Sección transversal compuesta.

$$A_1 = 2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{D}{2} - \frac{D}{4} \right) \right] = \frac{D^2}{8} \quad (I)$$

$$A_2 = D \left( \frac{D}{4} \right) = \frac{D^2}{4} \quad (II)$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{4} \right) \left( \frac{2D}{2} \right)^2 = \frac{D}{8} D^2 \quad (III)$$

$$A_T = \frac{D^2}{8} + \frac{D^2}{4} + \frac{\pi}{8} D^2 = 0.786D^2 \quad (IV)$$

$$A_T = 0.786 (1.60)^2 = 1.965 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \left[ \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{4}\right)^2} + \frac{D}{4} + \frac{1}{4}\pi D \right] \quad (V)$$

$$P = 2 \left[ \sqrt{0.3125 + 0.25 + 0.785} \right] + 0.60 = 5.102 \text{ m.}$$

$$R_h = \frac{A}{P}$$

$$R_h = \frac{1.965}{5.102} = 0.385 \text{ m}$$

$$R_h^{2/3} = 0.529$$

$$\text{Si } n = 0.013$$

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

$$V = \frac{0.529}{0.013} (0.529)^{2/3} (0.0004)^{1/2} = 0.814 \text{ m seg}^{-1}$$

$$Q = AV = 1.965(0.814) = 1.601 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

b) Determinar el tirante que se presentaría si el túnel fuese de sección de herradura de diámetro  $d = 1.60 \text{ m.}$ , para el mismo gasto y pendiente.



(VI)

De la Tabla 3.6 para sección de herradura llena.

$d$  = Tirante

$D$  = Diámetro

$A$  = Area Hidráulica

$r$  = Radio Hidráulico

$Q$  = Gasto en  $\text{pie}^3 \text{seg}^{-1}$  obtenido con la fórmula de Manning

$n$  = Coeficiente de Manning

$S$  = Pendiente de la plantilla del canal y de la superficie del

agua

Tabla 3.6 Conductos con sección de herradura funcionando parcialmente llenos. Fuente: USBR.

$\frac{d}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{r}{D}$	$\frac{Qn}{D^{5/2}S^{1/2}}$	$\frac{Qn}{d^{5/2}S^{1/2}}$	$\frac{d}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{r}{D}$	$\frac{Qn}{D^{5/2}S^{1/2}}$	$\frac{Qn}{d^{5/2}S^{1/2}}$
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0.01	0.0016	0.0066	0.00010	21.40	0.51	0.4466	0.2602	0.2705	1.629
.02	.0053	.0132	.00044	14.93	.52	.4566	.2630	.2785	1.593
.03	.0097	.0198	.00105	12.14	.53	.4666	.2657	.2866	1.558
.04	.0150	.0264	.00198	10.58	.54	.4766	.2683	.2946	1.524
.05	.0209	.0329	.00319	9.40	.55	.4865	.2707	.303	1.490
.06	.0275	.0394	.00473	8.58	.56	.4965	.2733	.311	1.458
.07	.0346	.0459	.00659	7.92	.57	.5064	.2757	.319	1.427
.08	.0421	.0524	.00876	7.37	.58	.5163	.2781	.327	1.397
.09	.0502	.0590	.01131	6.95	.59	.5261	.2804	.335	1.368
.10	.0585	.0670	.01434	6.66	.60	.5359	.2824	.343	1.339
.11	.0670	.0748	.01788	6.36	.61	.5457	.2844	.351	1.310
.12	.0753	.0823	.02117	6.04	.62	.5555	.2864	.359	1.283
.13	.0839	.0895	.02495	5.75	.63	.5651	.2884	.367	1.257
.14	.0925	.0964	.02890	5.47	.64	.5748	.2902	.374	1.231
.15	.1012	.1031	.0331	5.21	.65	.5843	.2920	.382	1.206
.16	.1100	.1097	.0375	4.96	.66	.5938	.2937	.390	1.181
.17	.1188	.1161	.0420	4.74	.67	.6033	.2953	.398	1.157
.18	.1277	.1222	.0467	4.52	.68	.6126	.2967	.405	1.133
.19	.1367	.1282	.0516	4.33	.69	.6219	.2981	.412	1.109
.20	.1457	.1341	.0567	4.15	.70	.6312	.2994	.420	1.087
.21	.1549	.1398	.0620	3.98	.71	.6403	.3006	.427	1.064
.22	.1640	.1454	.0674	3.82	.72	.6493	.3018	.434	1.042
.23	.1733	.1508	.0730	3.68	.73	.6582	.3028	.441	1.021
.24	.1825	.1560	.0786	3.53	.74	.6671	.3038	.448	1.000
.25	.1919	.1611	.0844	3.40	.75	.6759	.3044	.454	0.979
.26	.2013	.1662	.0904	3.28	.76	.6844	.3050	.461	.958
.27	.2107	.1710	.0965	3.17	.77	.6929	.3055	.467	.938
.28	.2202	.1758	.1027	3.06	.78	.7012	.3060	.473	.918
.29	.2297	.1804	.1090	2.96	.79	.7094	.3064	.479	.898
.30	.2393	.1850	.1155	2.86	.80	.7175	.3067	.485	.879
.31	.2489	.1895	.1220	2.77	.81	.7254	.3067	.490	.860
.32	.2586	.1938	.1287	2.69	.82	.7332	.3066	.495	.841
.33	.2683	.1981	.1355	2.61	.83	.7408	.3064	.500	.822
.34	.2780	.2023	.1424	2.53	.84	.7482	.3061	.505	.804
.35	.2878	.2063	.1493	2.45	.85	.7554	.3056	.509	.786
.36	.2975	.2103	.1563	2.38	.86	.7625	.3050	.513	.768
.37	.3074	.2142	.1635	2.32	.87	.7693	.3042	.517	.750
.38	.3172	.2181	.1708	2.25	.88	.7759	.3032	.520	.732
.39	.3271	.2217	.1781	2.19	.89	.7823	.3020	.523	.714
.40	.3370	.2252	.1854	2.13	.90	.7884	.3005	.526	.696
.41	.3469	.2287	.1928	2.08	.91	.7943	.2988	.528	.678
.42	.3568	.2322	.2003	2.02	.92	.7999	.2969	.529	.661
.43	.3667	.2356	.2079	1.973	.93	.8052	.2947	.530	.643
.44	.3767	.2390	.2156	1.925	.94	.8101	.2922	.530	.625
.45	.3867	.2422	.2233	1.878	.95	.8146	.2893	.529	.607
.46	.3966	.2454	.2310	1.832	.96	.8188	.2858	.528	.589
.47	.4066	.2484	.2388	1.788	.97	.8224	.2816	.525	.569
.48	.4166	.2514	.2466	1.746	.98	.8256	.2766	.521	.550
.49	.4266	.2544	.2545	1.705	.99	.8280	.2696	.513	.527
.50	.4366	.2574	.2625	1.667	1.00	.8293	.2538	.494	.494

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$A = 0.8293D^2 = 0.8293(1.60)^2 = 2.13 \text{ m}^2$$

$$R_h = 0.2538D = 0.2538(1.60) = 0.406 \text{ m.}$$

$$R_h^{2/3} = 0.548$$

El gasto a tubo lleno será

$$Q_o = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \tag{I}$$

$$Q_o = \frac{2.123}{0.013} (0.548)(0.0004)^{1/2} = 1.791 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

De la relación

$$\frac{Q}{Q_o} = \frac{1.601}{1.791} = 0.894 \quad \text{de la Figura 3.10 (b)}$$

Se obtiene  $y/d = 0.8$ , siendo entonces el tirante

$$y = 0.8(1.6) = 1.28 \text{ m.}$$



**3.12.10 Ejemplo:** En el canal mostrado se desea salvar la barranca mediante un sifón invertido cuya geometría se muestra en la Figura 3.20. Determinar el desnivel  $\Delta z$  necesario para que el gasto circule en la tubería sin producir remanso hacia aguas arriba. la sección del canal es rectangular de 3 m. de plantilla, su tirante normal  $y_n = 1.075$  m. y su pendiente  $S = 0.001$ , el coeficiente de fricción de Manning en el canal es  $n = 0.0135$ . la longitud total del tubo es de 200 m. y este es de concreto bien acabado, siendo  $n = 0.012$

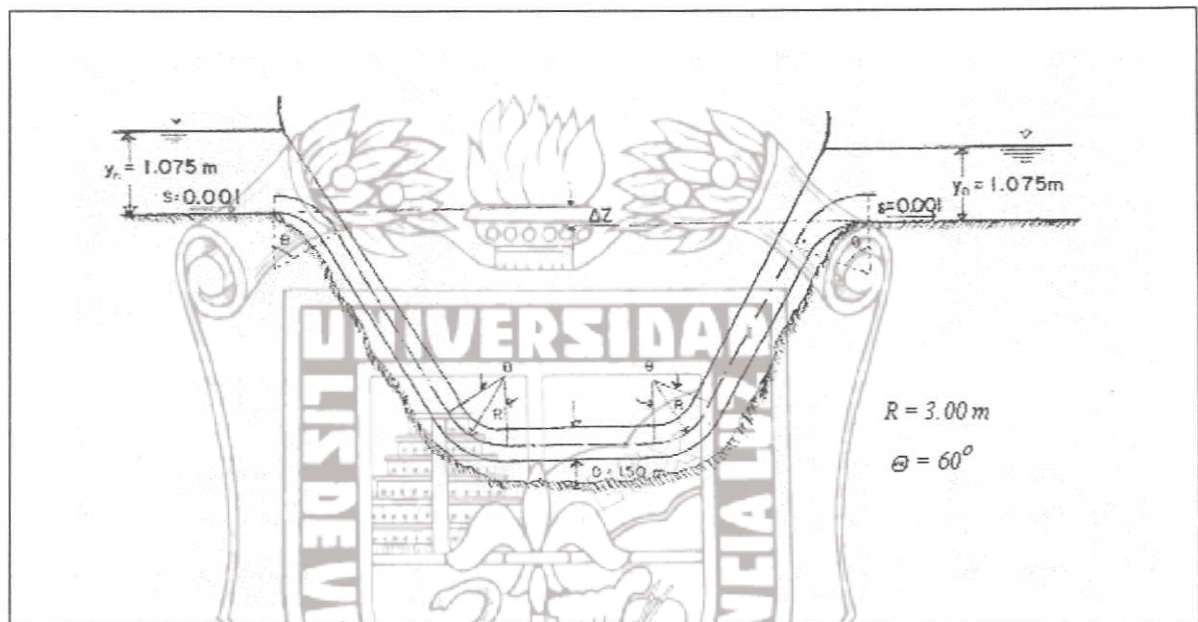


Fig. 3.20 Sifón invertido.

Determinemos el gasto que transporta el canal de Manning:

$$Q = \frac{A}{n} R h^{2/3} S^{1/2} \quad (I)$$

$$A = b y_n \quad (II)$$

$$A = 3 \times 1.075 = 3.225 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2 y_n \quad (III)$$

$$P = 3 + 2(1.075) = 5.15 \text{ m}$$

Instituto de Ingeniería  
 Universidad Veracruzana

$$R_h = \frac{A}{P} \tag{IV}$$

$$R_h = \frac{3.225}{5.15} = 0.62 \text{ m}$$

$$Q = \frac{3.225}{0.0135} (0.62)^{2/3} (0.001)^{1/2} = 5.49 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Este será el mismo gasto que deberá circular por el sifón. Si tomáramos la ecuación de la energía antes y después del sifón tenemos:

$$y_n + \frac{V_n^2}{2g} + \Delta z = y_n + \frac{V_n^2}{2g} + \sum hf \tag{V}$$

De la ecuación de continuidad

$$Q_1 = Q_2 \tag{VI}$$

Por lo tanto

$$\Delta z = \sum hf \tag{VII}$$

Las pérdidas por fricción son

$$\sum hf = hf + hc \tag{VIII}$$

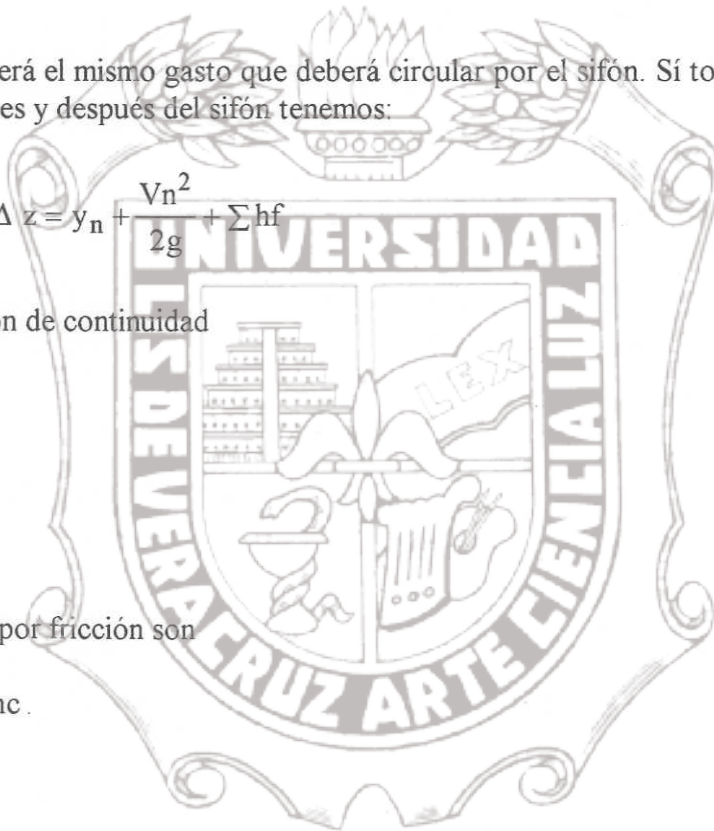
De Manning:

$$hf = S L$$

$$hf = \left( \frac{V_n}{R_h^{2/3}} \right)^2 L \tag{IX}$$

$$V = \frac{Q}{A} \tag{X}$$

$$V = \frac{5.49(4)}{(1.5)^2} = 3.106 \text{ m seg}^{-1}$$



$$R_h = \frac{A}{P} \tag{XI}$$

$$R_h = \frac{\pi D^2}{4 \pi D} = \frac{D}{4} = \frac{1.5}{4} = 0.375 \text{ m}$$

$$h_f = \left( \frac{3.106 \times 0.012}{(0.375)^{2/3}} \right)^2 \times 200 = 1.028 \text{ m.}$$

La pérdida por cambio de dirección es:

$$h_c = C_c \frac{\theta^\circ}{90^\circ} \tag{XII}$$

$C_c$  ver gráfica de Hoffman de la Figura 3.21.

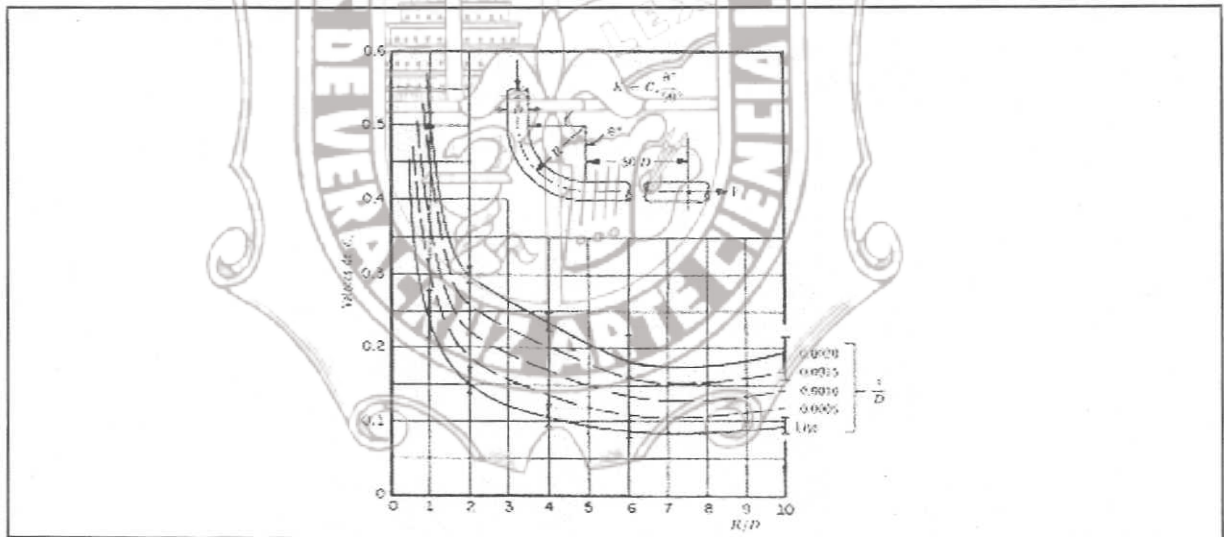


Fig. 3.20 Gráfica de Hoffman, coeficientes  $C_c$  para curvas de diámetro constante en tubos rugosos. Fuente: Sotelo, A. 1974.

$$h_c = 4 \left[ 0.24 \left( \frac{60}{90} \right) \right] = 0.333 \text{ m}$$

Sustituyendo en la ecuación VII

El desnivel será:  $\Delta z = 1.028 + 0.333 = 1.36 \text{ m.}$

3.13 EJEMPLOS PROPUESTOS

3.13.1 **Ejemplo:** Determinar las descargar normales en canales teniendo las secciones siguientes para  $Y = 1.80$  m,  $n = 0.015$ , y  $S = 0.0020$ .

- a) Una sección triangular con un ángulo en el fondo igual a  $60^\circ$ .
- b) Una sección trapezoidal con un fondo de ancho 6.00 m y taludes 1:2.
- c) Una sección circular de 4.50 m de diámetro.
- d) Una sección parabólica teniendo un ancho de 4.80 m y la profundidad de 1.20 m
- e) Una sección rectangular de 6.00 m de ancho

13.2.2 **Ejemplo:** Un canal trapezoidal con un ancho en el fondo de 4 m y taludes 1:4, tiene un tirante de 2 m y una pendiente de  $S = 0.002$ . Determinese el coeficiente de rugosidad  $n$ , del canal, suponiendo que se trata de flujo normal.

13.2.3 **Ejemplo:** Para un canal triangular con taludes 1:2, que conduce  $30 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  con una profundidad de 1.50 m, determinese la pendiente  $S$  del canal con la suposición de que el flujo es normal y que  $n = 0.022$ .

13.2.4 **Ejemplo:** Un canal trapezoidal con un ancho de fondo de 6 m y taludes 1:3 conduce un flujo de  $120 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  en condiciones normales, con una profundidad de 1.00 m desde un punto con elevación de 786 m sobre el nivel del mar hasta una masa receptora de agua con un nivel de 680 m. Determinese la longitud requerida de canal, si  $n = 0.025$ .

3.13.5 **Ejemplo:** Se desea conocer el tirante normal  $y_n$  de un canal de sección trapecial que se construirá en el tramo A-B, el ancho de la plantilla permanecerá constante  $b = 20$  m y los taludes 1:1. Se requiere transportar un gasto de  $500 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . El material será concreto de acabado normal. Ver Figura 3.21.

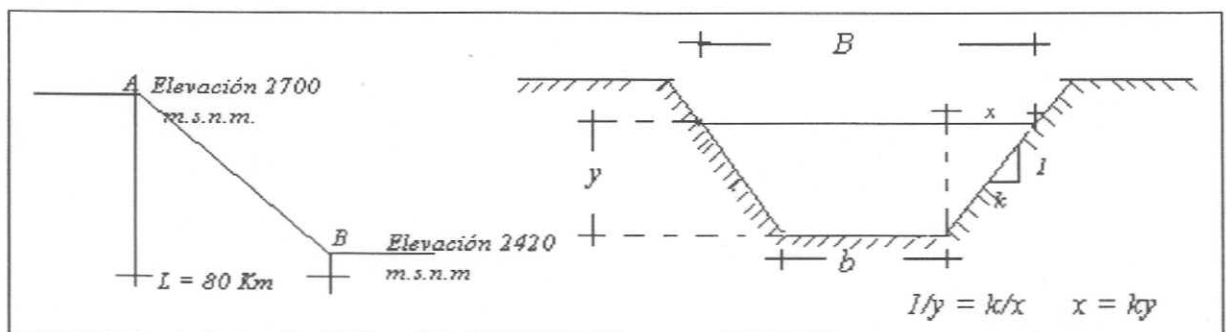


Fig. 3.21 Canal de sección trapecial.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



**3.13.6 Ejemplo:** Un canal trapezoidal tiene un fondo de ancho 6 m, talud 1:2 y  $n = 0.025$ . a) Determinar la pendiente normal para un tirante normal de 1 m, cuando la descarga es de  $11 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ , b) Determinar la pendiente crítica y el tirante normal correspondiente cuando la descarga es de  $11 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ , c) Determinar la pendiente crítica para el tirante normal  $y_n = 1 \text{ m}$  y calcular la correspondiente descarga.



# 4 Salto Hidráulico

Recordemos el cambio que sufre el flujo cuando modificamos la pendiente del canal, ver Figura 4.1.

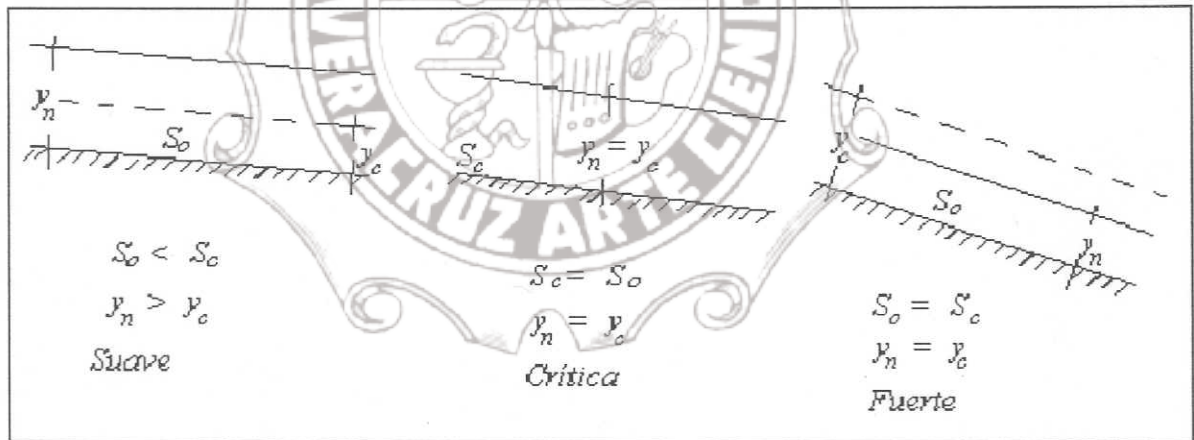


Fig. 4.1 Pendientes suave, crítica y fuerte en un canal.

Donde:

$y_n$  = tirante normal, lo podemos calcular por medio de Manning.

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \dots\dots\dots(4.1)$$

Consideramos el compartamiento del flujo en un canal de sección uniforme cuya pendiente de plantilla se incrementa gradualmente de  $S_0 < S_c$  a  $S_0 > S_c$ . Ver Figura 4.2.

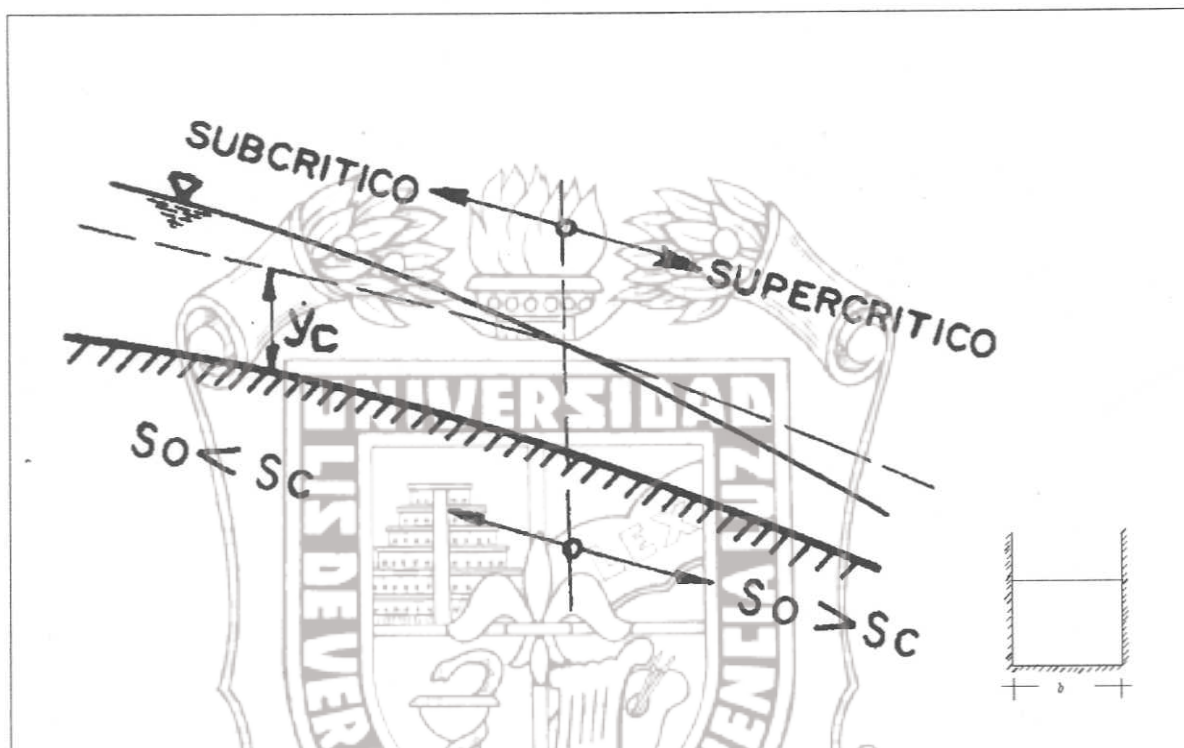


Fig. 4.2 Incremento gradual de pendiente de  $S_0 < S_c$  a  $S_0 > S_c$  en un canal con ancho  $b$  y gasto  $Q$  constantes.

Si  $Q =$  constante y la sección uniforme tendremos que:

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots(4.2)$$

Por lo tanto el tirante es paralelo a la plantilla del canal.

En la parte superior, el perfil de la superficie libre, queda por encima de la línea de tirante y la energía específica es mayor que la mínima. El tirante disminuye continuamente a medida que aumenta la pendiente y se alcanzan las condiciones críticas en el punto en que la pendiente es la crítica ( $S_0 = S_c$ ), la reducción que experimenta la energía específica, desde el valor inicial en el canal hasta la mínima es la sección crítica, se disipa por el efecto de fricción,

de la sección crítica en adelante, el tirante continua disminuyendo con el incremento de pendiente, el cual abastece de mayor energía al flujo que la disipa por fricción.

En el caso de intersección brusca de las dos pendientes, el efecto generalmente es muy similar al del caso anterior aunque es factible que el perfil de la superficie se altere todavía mas en la zona de transición. Aguas arriba de la intersección el tirante no puede, al menos técnicamente, ser menor al crítico, ya que esto requería el abastecimiento de energía desde el exterior, lo cual no es posible mientras no se alcance la pendiente pronunciada.

## Conclusión.

La transición de régimen subcrítico a supercrítico es gradual acompañado de poca turbulencia y de pérdida de energía debido exclusivamente a la fricción del movimiento.

Revisemos ahora el proceso inverso de transición de régimen supercrítico a subcrítico, puede ocurrir si en el canal de sección uniforme hay una transición en la pendiente, cambiando de supercrítica a subcrítica, tal como ocurriría al pie de una rápida o caída. Ver Figura 4.3.

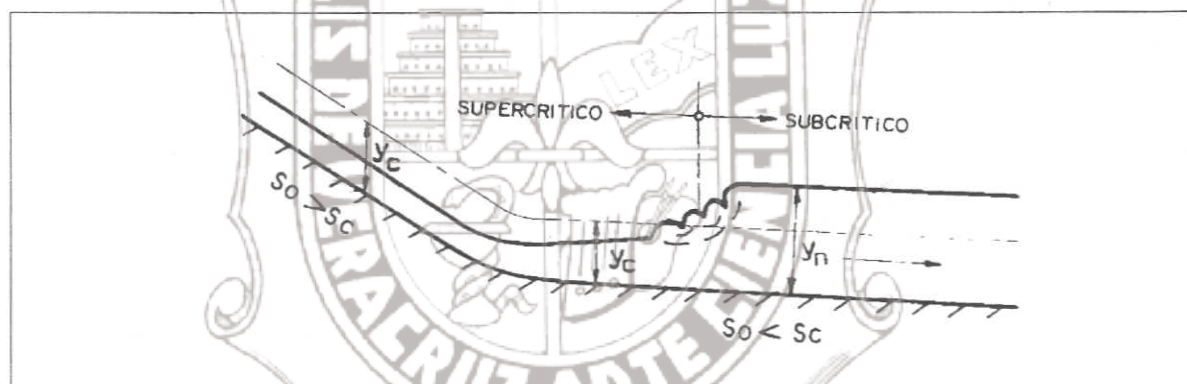


Fig. 4.3 Cambio de una pendiente a  $S_0 > S_c$  a  $S_0 < S_c$ .

El régimen aguas arriba de la intersección es supercrítico, mientras que aguas abajo la pendiente impone un tirante normal en régimen subcrítico; ocurriendo en algún punto intermedio la transición entre ambos.

Para encontrar la forma de la transición del régimen se puede apelar a la evidencia experimental, la cual muestra con toda claridad que, por contrario del caso anterior, la transferencia de régimen supercrítico a subcrítico es en forma violenta y se acompaña de mucha turbulencia y gran pérdida de energía.

Al entrar el agua a la zona de pendiente menor se reduce la velocidad del flujo por efecto de la resistencia de fricción y se produce un incremento brusco del tirante que,

virtualmente, rompe el perfil del flujo y produce un estado de gran turbulencia y una fuerte pérdida de energía.

A cierta distancia aguas arriba del punto hipotético de intersección del perfil de la superficie libre y la línea de tirante, la energía específica esta ya en exceso de aquella que corresponde a la del flujo uniforme de aguas abajo; se produce así la discontinuidad y la superficie libre se eleva rápidamente hasta el tirante normal.

El salto ocurre con fuertes pulsaciones y como si el agua entrada en ebullición, indicación visible de la inclusión de aire, después de un crecimiento irregular y brusco de la superficie del agua, hasta alcanzar un tirante igual aproximadamente al normal  $y_n$  en un tramo relativamente corto, el frente turbulento se regulariza de manera inmediata y continua libremente en régimen subcrítico.

La expansión turbulenta y desaceleración del chorro de gran velocidad están asociados con una pérdida apreciable de energía (disipada principalmente como calor) y la energía específica final frecuentemente es la apropiada para el tirante normal.

La rápida variación del tirante toma lugar en un tramo relativamente corto y por ello, la pérdida de fricción en la frontera es relativamente pequeña y en muchos casos insignificante en comparación con la pérdida por la turbulencia del fenómeno.

El fenómeno antes descrito se conoce como salto hidráulico u onda estacionaria, ocurre frecuentemente:

- 1.-Al pie de la descarga de una compuerta reguladora.
- 2.-Al pie de un cimacio
- 3.- En un cambio de pendiente subcrítica a la supercrítica.

Debido a que en un principio se desconoce la pérdida de energía asociada con el salto hidráulico, la aplicación de la ecuación de energía antes y después de salto no proporciona un medio adecuado de análisis, por otra parte debido a la gran variación de velocidad media entre los dos extremos del salto y al hecho de que no se requiere conocer los cambios de energía interna, es mas adecuada la aplicación del principio de la cantidad de movimiento en el análisis del fenómeno. La concordancia general entre los resultados teóricos y los experimentales confirman la seguridad de un análisis general del fenómeno con base en este principio.

#### 4.1 Función momentum

Consideremos un tramo horizontal de un canal de sección transversal cualquiera donde se produce el salto hidráulico y el volumen de control limitado por las secciones 1 y 2, por el piso del canal y por la superficie libre, ver Figura 4.4.

Para la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento, consideraremos que se satisfacen la siguientes condiciones.

- El canal es horizontal y de sección constante.
- Se desprecia la resistencia de fricción originada en la pared del canal, debido a la poca longitud del tramo en que se desarrolla el salto.
- Dentro del tramo no existe ningún obstáculo que pudiera ocasionar una fuerza de empuje dinámico desde el exterior.
- Se considera que la distribución de velocidades en las secciones 1 y 2 es prácticamente uniforme.

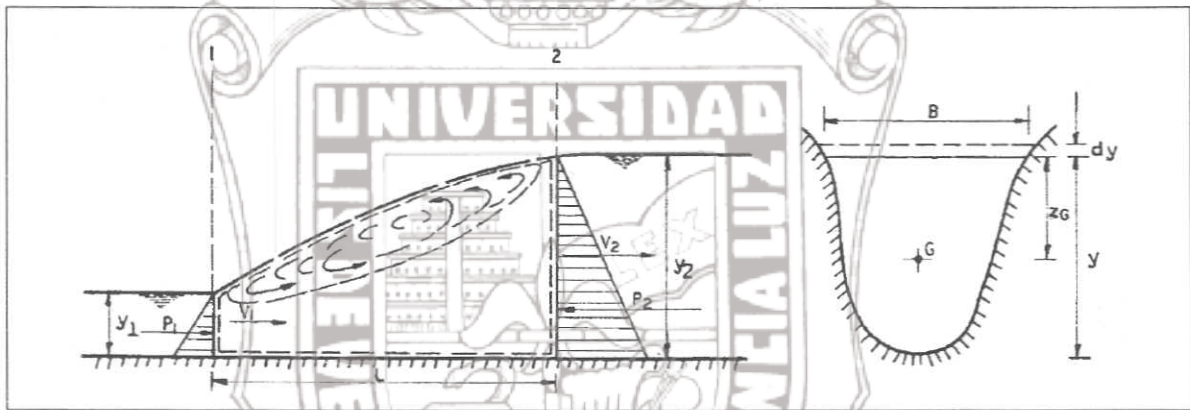


Fig. 4.4 Salto hidráulico en un canal de sección cualquiera constante y pendiente cero.

Aplicando la ecuación de cantidad de movimiento.

$$F = \rho Q(V_2 - V_1) \quad (4.3)$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} \quad (4.4)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\gamma}{g} Q(V_2 - V_1) \quad (4.5)$$

De la ecuación de continuidad

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1}, V_2 = \frac{Q}{A_2} \text{ sustituyendo en 4.5}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\gamma}{g} Q \left( \frac{Q}{A_2} - \frac{Q}{A_1} \right)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\gamma}{g} Q^2 \left( \frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \tag{4.6}$$

Los empujes debidos a la presión hidrostática se pueden calcular como:

$$P_1 = \gamma Z_{G_1} A_1 \tag{4.7}$$

$$P_2 = \gamma Z_{G_2} A_2 \tag{4.8}$$

Donde  $Z_{G_1}$  y  $Z_{G_2}$  son las profundidades de los centros de gravedad de las áreas en las secciones 1 y 2

Sustituyendo en 4.6

$$\gamma Z_{G_1} A_1 - \gamma Z_{G_2} A_2 = \frac{\gamma Q^2}{g} \left( \frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right)$$

Dividiendo entre  $\gamma$

$$Z_{G_1} A_1 - Z_{G_2} A_2 = \frac{Q^2}{g A_2} - \frac{Q^2}{g A_1}$$

$$\frac{Q^2}{g A_2} + Z_{G_2} A_2 = \frac{Q^2}{g A_1} + Z_{G_1} A_1 \tag{4.9}$$

Como los términos son análogos, pudiendo expresarlos mediante la función llamada momentum.

$$M = \frac{Q^2}{g A} + Z_G A \tag{4.10}$$



Instituto de Ingeniería y Tecnología  
Universidad Veracruzana

Las dimensiones serán las siguientes:

$$\frac{Q^2}{gA} \text{ Kg m}^{-3} (\text{m}^3 \text{ seg}^{-1})^2 (\text{seg}^2 \text{ m}^{-1}) (\text{m}^{-2}) = \text{Kg}.$$

$$Z_G A \text{ Kg m}^{-3} (\text{m m}^2) = \text{Kg}.$$

Tenemos:

$\frac{Q^2}{gA}$ ; Representa la cantidad de movimiento del flujo que atraviesa la sección de canal en la unidad de tiempo y por unidad de peso del agua.

Así si la cantidad de movimiento esta dada por:

$$\rho V^2 A \tag{4.11}$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} \tag{4.12}$$

Sustituyendo 4.12 en 4.11:

$$\frac{\gamma}{g} V^2 A = \frac{\gamma}{g} V V A = \frac{\gamma}{g} V Q$$

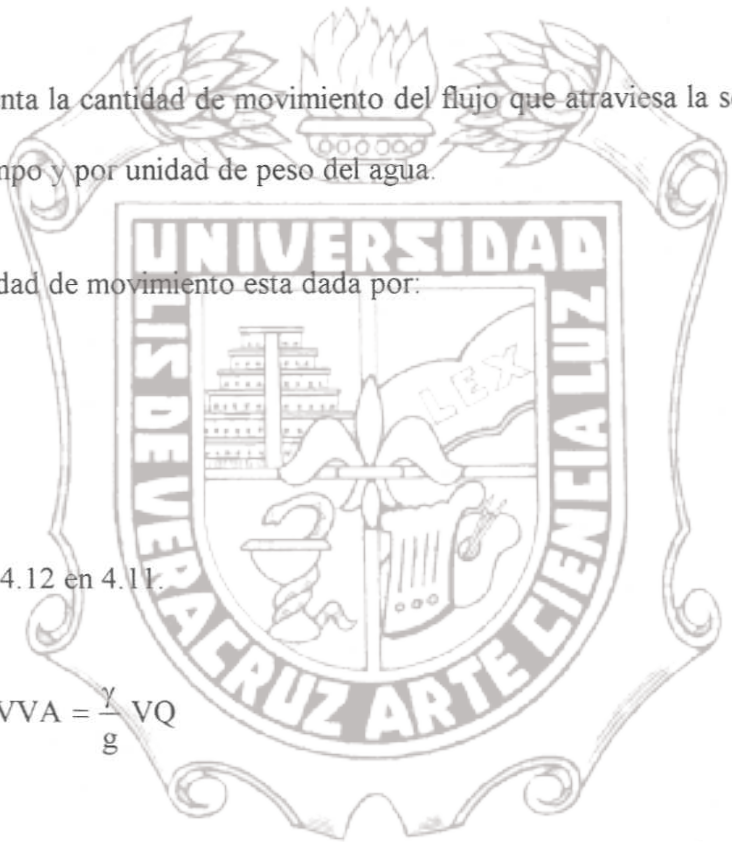
Si:

$$\frac{\gamma}{g} V Q \frac{A}{A} = \frac{\gamma Q Q}{gA} = \frac{\gamma Q^2}{gA} \tag{4.13}$$

$Z_G A$ ; Empuje hidrostático por unidad de peso y también el momento estático del área respecto de la superficie libre.

Por lo tanto debido a que ambos términos tienen las dimensiones de una fuerza por unidad de peso, la función momentum se le conoce también como Fuerza Específica.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana





Para un gasto dado, la función  $M$  es función únicamente del tirante, de manera similar a la energía específica, ver Figura 4.5.

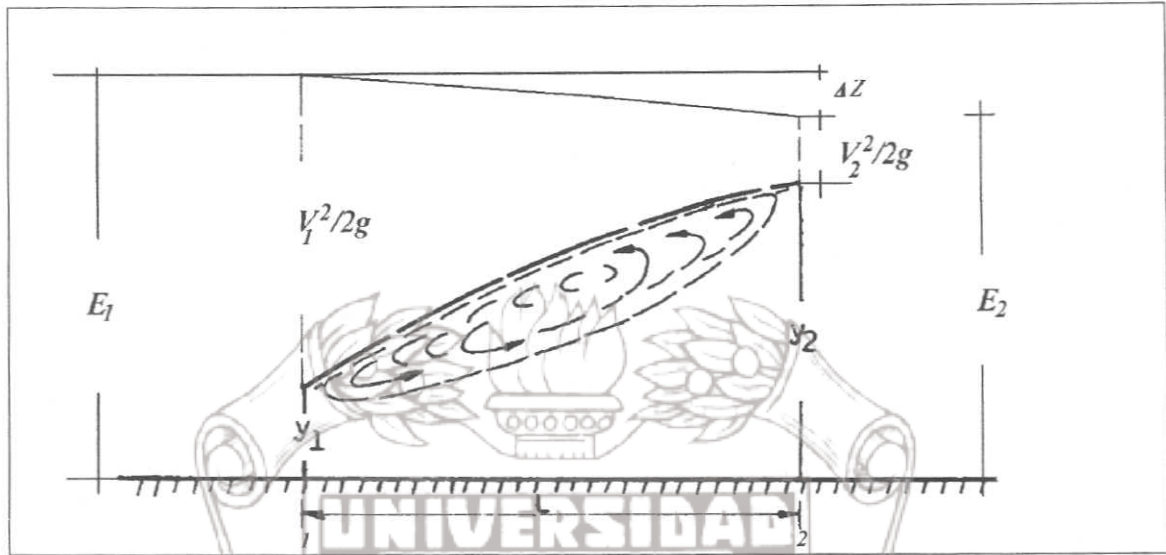


Fig. 4.5 Representación de la energía específica en un salto hidráulico.

$M - y$  consiste en una curva similar a la de  $E - y$  con la única diferencia que tiene asíntota exclusivamente la rama inferior  $CA$  correspondiente a  $y = 0$ . La rama superior  $BC$  se eleva y extiende indefinidamente a la derecha; así mismo, para un valor dado de la función  $M$ , la curva tiene dos posibles valores  $y_1$  y  $y_2$  que reciben el nombre de conjugados y de acuerdo con la ecuación, corresponde a los tirantes antes y después del salto. Ver figura 4.6.

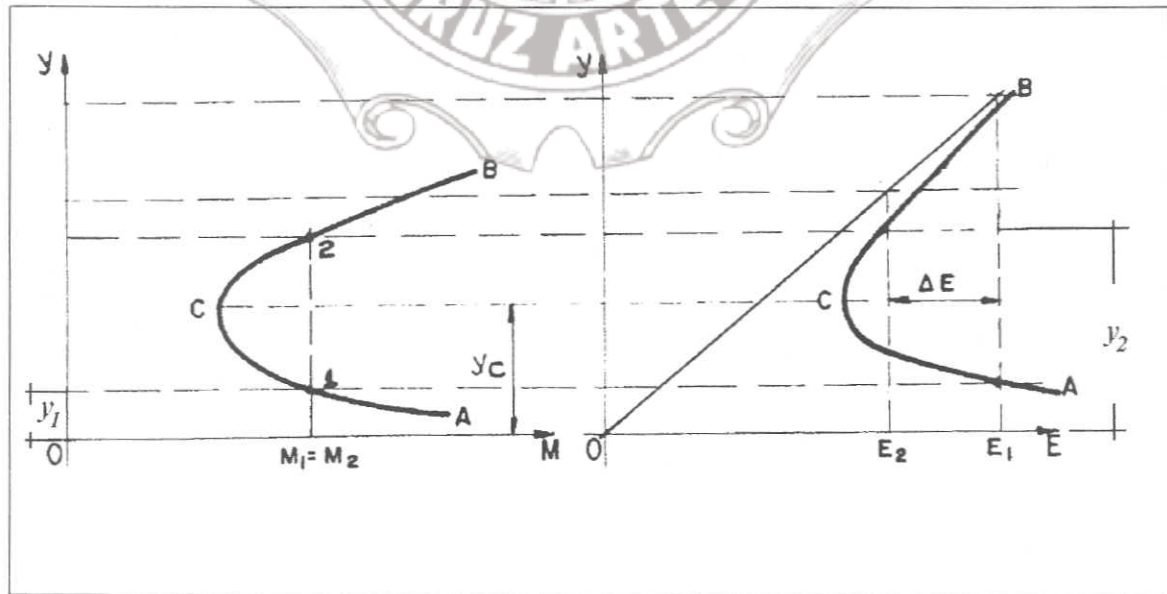


Fig. 4.6 Curvas de la función momentum y de la energía específica

El punto C corresponde al mínimo de momentum y sus condiciones se pueden obtener del criterio de la primera derivada de  $M$  como sigue:

$$\frac{d}{dy} \left( \frac{Q^2}{gA} + Z_G A \right) = 0$$

$$\frac{d}{dy} \left( \frac{Q^2}{gA} + Z_G A \right) = \frac{Q^2}{g} \frac{d}{dy} (A^{-1}) \frac{dA}{dy} + \frac{d}{dy} (Z_G A)$$

$$\frac{d}{dy} \left( \frac{Q^2}{gA} + Z_G A \right) = -\frac{Q^2}{g} A^{-2} \frac{dA}{dy} + \frac{d}{dy} (Z_G A) = 0 \tag{4.14}$$

A un cambio de  $dy$  en el tirante corresponde un cambio  $d(Z_G A)$  en el momento estático del área hidráulica respecto a la superficie libre, el cual es:

$$d(Z_G A) = \left[ A(Z_G + dy) + B dy \left( \frac{dy}{2} \right) \right] - Z_G A \tag{4.15}$$

Despreciando diferenciales de orden superior,

$(dy)^2 = 0$  el cambio de momento estático es:

$$d(Z_G A) = A dy \tag{4.16}$$

Y de la ecuación 4.14 resulta:

$$-\frac{Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + \frac{A dy}{dy} = 0$$

$$-\frac{Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + A = 0$$

$$\text{Siendo } B = \frac{dA}{dy} \tag{4.17}$$



$$-\frac{Q^2}{gA^2} B + A = 0$$

$$\frac{Q^2 B}{gA^2} = A$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B} \quad (4.18)$$

Condición de estado crítico

Esto significa que, para un gasto dado, el momentum mínimo corresponde también al tirante crítico y por ello, al estado crítico. El tirante conjugado menor debe corresponder a régimen supercrítico y el mayor a subcrítico.

Al referir los tirantes conjugados  $y_1$  y  $y_2$  (antes y después del salto) a la curva de energía específica, se observa que corresponde a energías específicas  $E_1$  y  $E_2$  distintas, cuya diferencia  $\Delta E$  es la pérdida de energía interna debido a las turbulencias del salto hidráulico.

La discusión anterior permite llegar a las siguientes conclusiones.

- 1).- El cambio de régimen supercrítico a subcrítico se produce de manera violenta (únicamente a través del salto hidráulico), con pérdida apreciable de energía. El cambio de subcrítico a supercrítico si es posible de manera gradual (sin salto) y sin pérdida apreciable de energía.
- 2).- Para estudiar el fenómeno se requiere aplicar la ecuación de cantidad de movimiento debido a que en principio se desconoce la pérdida de energía en el salto.
- 3).- De la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento se concluye que el fenómeno se produce únicamente cuando se iguala el momentum en las ecuaciones antes y después del salto.
- 4).- Para un gasto dado si el conjugado mayor  $y_2$  (aguas arriba del salto) aumenta, el conjugado menor  $y_1$  (aguas abajo) disminuye.

Además de su gran mérito como disipador natural de energía, el salto hidráulico tiene otros usos prácticos entre los canales se pueden mencionar los siguientes:

- 1).- Prevención o confinamiento de la socavación aguas abajo de las estructuras hidráulicas donde es necesario disipar energía.

2).- El mezclado eficiente de fluidos o de sustancias químicas usadas en la purificación de aguas, debido a la naturaleza fuertemente turbulenta del fenómeno. Este atributo tiene ventajas particulares cuando se involucra la contaminación.

3).- Incremento del gasto descargado por una compuerta deslizante al rechazar el retroceso del agua contra la compuerta. Esto aumenta la carga efectiva y con ello la descarga.

4).- La recuperación de carga aguas abajo de un aforador y mantenimiento de un nivel alto del agua en el canal de riego o de distribución del agua.

5).- El aireamiento de agua destinada al abastecimiento de ciudades.

6).- Remoción de bolsas de aire en líneas de abastecimiento de agua y prevención del atrape de aire.

#### 4.2 Determinación del tirante subcrítico en un canal

Se supone que sobre la plantilla existe un dentellon el cual provoca una perturbación. Ver Figura 4.7.

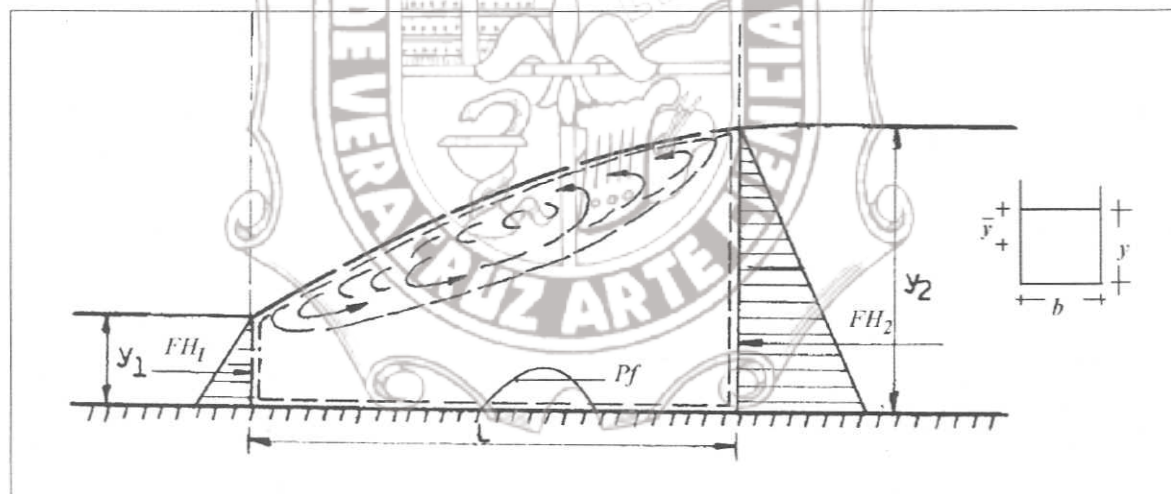


Fig. 4.7 Salto hidráulico en un canal de pendiente cero y sección rectangular.

De la ecuación de cantidad de movimiento:

$$F = \rho Q(V_2 - V_1) \quad (4.19)$$

Sustituyendo

$$F_{H_1} - F_{H_2} - P_f = \rho Q(V_2 - V_1) \quad (4.20)$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

Para nuestra sección rectangular

$$\bar{y} = \frac{y}{2}$$

Tenemos:

$$FH_1 = \frac{1}{2} \gamma b y_1^2 \tag{4.21}$$

$$FH_2 = \frac{1}{2} \gamma b y_2^2 \tag{4.22}$$

Como

$$Q = qb \tag{4.23}$$

Sustituyendo en 4.20.

$$\frac{1}{2} \gamma b y_1^2 - \frac{1}{2} \gamma b y_2^2 = P_f = qb\rho(V_2 - V_1)$$

Dividiendo entre  $\gamma b$

$$\frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} - \frac{P_f}{\gamma b} = \frac{qb\rho}{\gamma b} (V_2 - V_1) \tag{4.24}$$

Como

$$\gamma = \rho g \tag{4.25}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{\rho}{\gamma}$$

Sustituyendo en 4.24

$$\frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} - \frac{P_f}{\gamma b} = \frac{q}{g} (V_2 - V_1) \tag{4.26}$$

$$q = V_2 y_2 = V_1 y_1 \tag{4.27}$$

$$V_2 = \frac{q}{y_2}, \quad V_1 = \frac{q}{y_1}$$

Sustituyendo en 4.26.

$$\frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} - \frac{P_f}{\gamma b} = \frac{q}{g} \left( \frac{q}{y_2} - \frac{q}{y_1} \right)$$

$$\frac{1}{2} (y_1^2 - y_2^2) - \frac{P_f}{\gamma b} = \frac{q^2}{g} \left( \frac{y_1 - y_2}{y_2 y_1} \right)$$



$$\frac{P_f}{\gamma b} = \frac{1}{2}(y_1 - y_2)(y_1 + y_2) - \frac{q^2}{g} \left( \frac{y_1 - y_2}{y_2 y_1} \right) \quad (4.28)$$

$P_f$  se encuentra en términos  $y_1$ ,  $y_2$  y  $q$

Si tenemos un salto hidráulico simple

$P_f = 0$  no existe obstáculo.

De 4.28.

$$\frac{1}{2}(y_1 - y_2)(y_1 + y_2) - \frac{q^2}{g} \frac{y_1 - y_2}{y_2 y_1} = 0$$

$$\frac{1}{2}(y_1 - y_2)(y_1 + y_2) = \frac{q^2}{g} \frac{1}{y_2 y_1}$$

$$\frac{1}{2}(y_1 - y_2)(y_1 + y_2) - \frac{q^2}{g} \frac{y_1 - y_2}{y_2 y_1} = 0 \quad (4.29)$$

Como

$$F^2 = \left( \frac{V}{\sqrt{gy}} \right)^2 = \frac{V^2}{gy} \quad (4.30)$$

$$V = \frac{q}{y} \quad (4.31)$$

$$F^2 = \frac{q^2}{gy^2} = \frac{q^2}{gy^3}$$

$$F_1^2 = \frac{q^2}{gy_1^3} \quad (4.32)$$

Si multiplicamos y dividimos por  $y_1^2$  la ecuación 4.29 no se altera



$$\frac{1}{2}(y_1 + y_2) = \left( \frac{q^2}{g y_1^3} \right) y_2^2$$

$$\frac{1}{2}(y_1 + y_2) = \frac{q^2}{g} \frac{1}{y_2 y_1} \frac{y_1^2}{y_1^2}$$

$$\frac{1}{2}(y_1 + y_2) = \frac{y_1^2}{y_2} F_1^2$$

$$\frac{1}{2} y_2 \left( \frac{y_1}{y_2} + 1 \right) = \frac{y_1^2}{y_2} F_1^2$$

$$F_1^2 = \frac{1}{2} y_2 \left( \frac{y_1}{y_2} + 1 \right) \frac{y_2}{y_1^2}$$

$$F_1^2 = \frac{1}{2} \frac{y_2^2}{y_1^2} \left( \frac{y_1}{y_2} + 1 \right)$$

$$F_1^2 = \frac{1}{2} \frac{y_2}{y_1} + \frac{1}{2} \frac{y_2^2}{y_1^2}$$

Ordenando

$$\left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2 + \left( \frac{y_2}{y_1} \right) - 2F_1^2 = 0$$

Resolviendo la ecuación

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8 F_1^2}}{2}$$

El signo negativo lo podemos despreciar no tiene significado físico.



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8 F_1^2} - 1 \right) \text{ para secciones rectangulares.}$$

Tenemos tres variables de las cuales se necesitan conocer dos de ellas.

### 4.3 Longitud del salto.

La longitud del salto ha recibido gran atención de los investigadores pero hasta ahora no se ha obtenido una solución unificada para su cálculo. Sin duda, esto se debe al hecho de que el problema no ha sido analizado teóricamente, así como a las complicaciones prácticas derivadas de la inestabilidad general del fenómeno y la dificultad en definir las secciones de inicio y fin del salto. Se acepta comúnmente que la longitud "L" del salto se defina como la distancia medida entre la sección de inicio y la sección inmediata aguas abajo en que termina la zona turbulenta. Ver Figura 4.8.

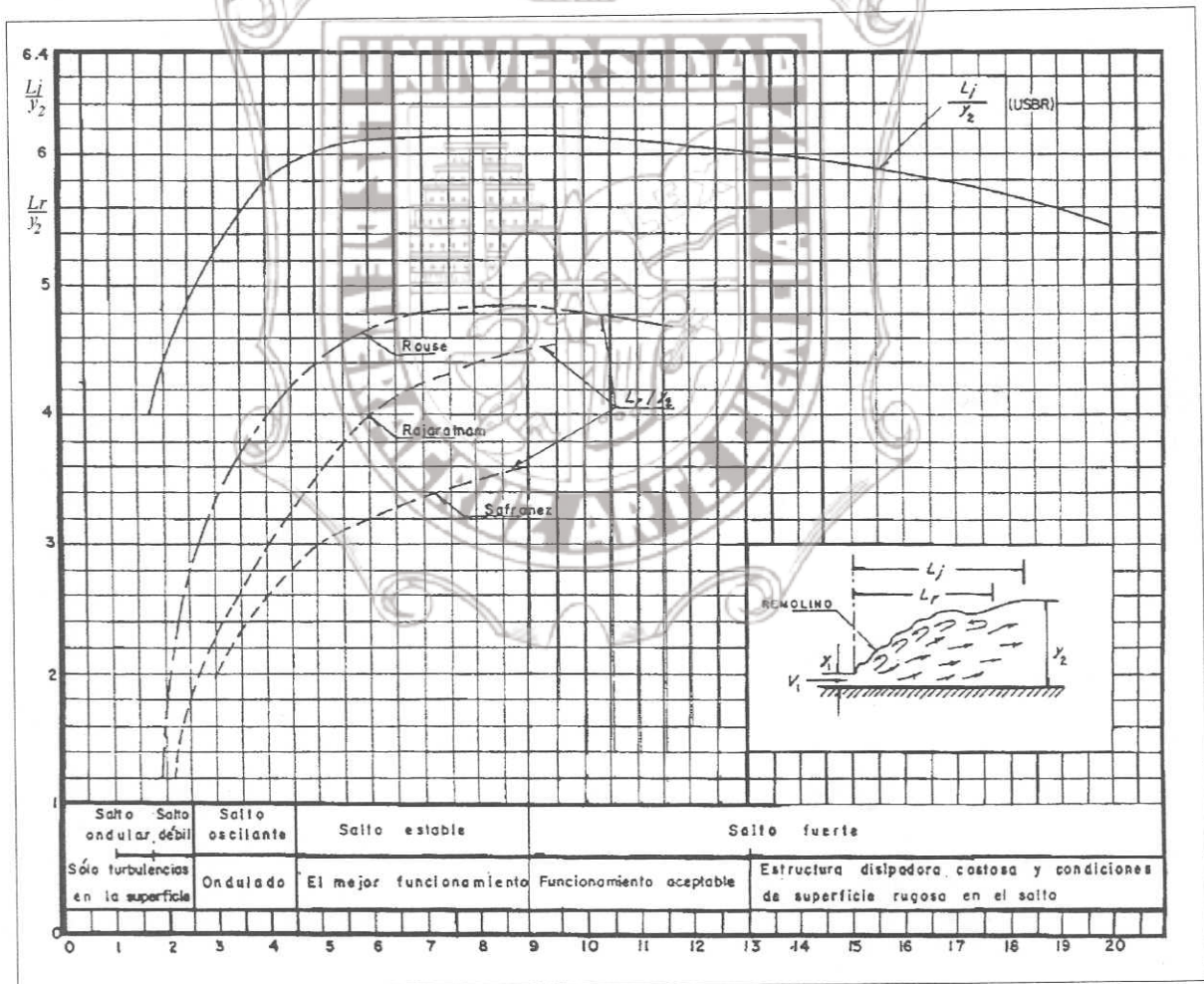


Fig. 4.8 Longitud del salto hidráulico en canales rectangulares horizontales, con base en los resultados de USBR y otros. Fuente: Sotelo, A., Caffagi F. A.



Según, United States of the Interior Bureau of Reclamation, la longitud del salto en un canal rectangular horizontal varia de acuerdo a la Tabla 4.1 siguiente o bien la curva  $S_0 = 0$  de la gráfica de la Figura 4.9

Tabla 4.1 Longitud del salto hidráulico con pendiente. Fuente Sotelo, A.

$F_1$	1.7	2	2.5	3	3.5	4	5	6	8	10
$\frac{L}{y_2}$	4	4.35	4.85	5.20	5.55	5.8	6	6.1	6.12	6.1

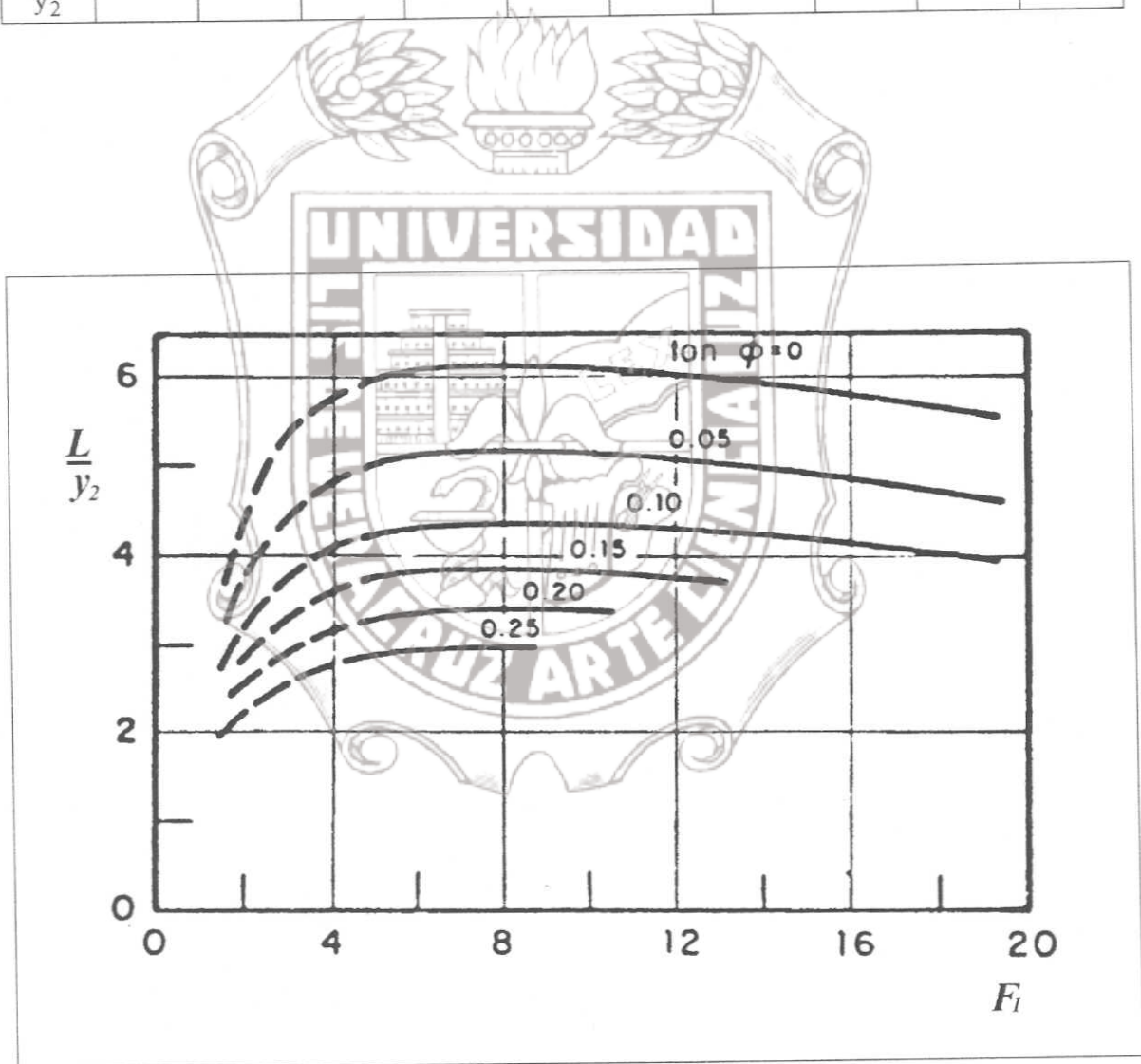


Fig. 4.9 Longitud del salto hidráulico con pendiente. Fuente: C.F.E.

En la tabla 4.2 podemos observar algunas otras propuestas para canales rectangulares horizontales

Tabla 4.2 Ecuaciones experimentales más comunes para el cálculo del salto hidráulico en canales rectangulares horizontales. Fuente: Sotelo, A. Cafaggi F. A.

Autor	Ecuación	Observaciones
Fawer	$l = \frac{L_2(2\pi)y_2}{\sqrt{2.5(y_2/y_1)^3 - 1}}$	Longitud de la onda en un salto ondular. Fuente: Ven te chow
Silvester	$\frac{L_j}{y_1} = 09.75(F_1 - 1)^{1.01}$	Ecuación original Fuente: Silver R.
Woyciki	$L_j / (y_2 - y_1) = 8 - 0.05(y_2 - y_1)$ $L_j / y_1 = 4.05\sqrt{1 + 8F_1^2 - 0.1F_1^2 - 12.05}$	Ecuación original Fuente: Woycicki E. Ecuación deducida de la original.
Smetana y Tizon	$L_j / y_1 = 6[(y_2 - y_1) - 1]$ $L_j / y_1 = 3\sqrt{1 + 8F_1^2 - 3}$	Ecuación original Fuente: Smetana J. Ecuación deducida de la original.
Pavlovsky	$L_j / y_1 = 2.5[1.9(y_2 / y_1) - 1]$ $L_j / y_1 = 2.375\sqrt{1 + 8F_1^2 - 4.875}$	Ecuación original Fuente: Mostkow M.A. Ecuación deducida de la original.
Ludin	$(y_2 - y_1)L_j = [1/4.5] - [1/6 F_1]$	Ecuación original Fuente: Smetana J. Ecuación deducida de la original.
Safranez	$L_j / y_1 = 6F_1$	Ecuación original para $1.72 < F_1 < 19.1$ Fte: Safranez K, 1929
Pietrkowsky	$L_j / y_1 = 5.9 F_1$	Ecuación original para $5.5 < F_1 < 19.8$ Fte: Pietrkowski J, 1932
Chertousov	$L_j / y_1 = 10.3\sqrt{F_1 - 1}^{0.81}$	Ec. original (Fte: Kisieliev P.G.) Se desconoce el significado de L.
Einwachter	$L_j / y_1 = 8.3\sqrt{F_1 - 1}$	Ec. original para $2.5 < F_1 < 6.95$ , Fte: Einwachter J. Se desconoce el significado de L. 1932
Pikalov	$L_j / y_1 = 4\sqrt{1 + 2F_1}$	Ec. Original (Fte: Smetana J.) Se desconoce el significado de L.
Rajaratnam	$L_j / y_2 \cong 6.2 \tan h (F_1 / 3)$ $L_j / y_2 \cong 6$ $L_j / y_1 \cong 3\sqrt{1 + 8F_1^2 - 1}$	Ecuación original, para $2 < F_1 < 12$ . Ecuación aproximada, para $4 < F_1 < 16$ . Ecuación deducida, para $4 < F_1 < 16$ . Fte: Rajaratnam
Sarma y Newnham	$L_j / y_1 = 6.73 (F_1 - 1)$ $L_j / L_c = 1.3$	Ecuación original, para $1.21 < F_1 < 3.79$ . Fuente: Sarma K.V.N. y Newnham D.A, 1973
Malik	$L_j / y_1 = 6.2F_1 - 10.4 + [5F_1 - 7.5 + 0.17(F_1 - 3)^4] \frac{y_1}{b}$	Ecuación deducida a partir de observaciones, para $3 \leq F_1 \leq 6$ , Fuente: Hanger W.H. Bremen R, 1972
Bretz	$L_j / y_1 = 6.29 F_1 - 3.59$	Ec. original, para $3.3 < F_1 < 15.3$ Fte: Hanger W.H. y Bremen R, 1987
Hager, Bremen y Kawagoshi	$L_j / y_1 = 160 \tan h (F_1 / 20) - 12$ $L_j / y_1 = 100 \tan h (F_1 / 12.5) - 12$ $L_j / y_1 \cong 8 (F_1 - 1.5)$ $L_c = 6 y_2$	Para $2 < F_1 < 16$ , y $y/b < 0.10$ . Para $2 < F_1 < 12$ , y $0.10 < y/b < 0.7$ . Para $2.5 < F_1 < 8$ . Ec. originales Fte: Hanger W.H. Para $4 < F_1 < 12$ . Bremen R y Kawagoshi, 1990
Leutheusser, Kartha	$L_j / y_2 \cong 15.7$ después de una rápida $L_j / y_2 \cong 12$ después de una compuerta del salto en la distribución de la velocidad. Fte: ASCE, JHD, 1972	Para $3 < F_1 < 14$ . L* distancia hasta la sección en que termina la influencia

## Longitud del salto en un canal trapezoidal.

La longitud es mayor debido a la asimetría que se produce por efecto de la distribución no uniforme de las velocidades.

En la Tabla 4.3 podemos observar algunas ecuaciones experimentales para el cálculo en canales trapeziales horizontales, los exponentes para estas ecuaciones se encuentran en la Tabla 4.4

Tabla 4.3 Ecuaciones experimentales para el cálculo de la longitud del salto hidráulico en canales trapeziales horizontales. Fuente: Sotelo, A. Cafaggi F. A.

Autor	Ecuación	Observaciones
Posey y Hsing (1938)	$L = S \left[ 1 + 4 \frac{y_2}{y_1} \left( \frac{y_2}{y_1} - \frac{b}{ky_1} \right) \right]$	Representa la media con variaciones de $\pm 5\%$ . Conduce a valores de $L$ mayores que en un canal rectangular. <i>Fte: Kiselev K</i>
Sienchin (1958)	$L = A \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^z$	$A$ depende del talud como se indica en la tabla 4.4a. Conduce a valores exagerados de $L$ . <i>Fte: Sotelo G</i>
Press (1961)	$\frac{L}{y_1} = a(F - 1)^n$	$n$ y $a$ dependen del talud como se indica en la tabla 4.4 b. <i>Fuente: Press M.J.</i>
Silverster (1964)	$L = 1.1 \frac{y_1}{F} \left[ 1 + \frac{10}{b/ky_1} \right]$	Vale para $b/ky_1 > 4$ . Produce valores de $L$ mayores que la media en de Posey y Hsing. $4 < F < 8$ . <i>Fte: Silver R</i>
Andreani e Iglesias (1964)	No hay	Los resultados experimentales se presentan en una figura.
Ohitsu (1976)	$\log \left( \frac{L}{h_s} \right) = 1.710 + 0.315k + 0.58$	$L$ longitud del salto definida hasta la sección en que se ha producido toda la pérdida de energía $h_s$ del resalto de energía del mismo. Vale para $2 < F < 8$ . <i>Fte: Wamosehek R y Hanger W.C.</i>

Tabla 4.4 Coeficientes y exponentes en las ecuaciones de la tabla 4.3. Fuente: Sotelo, A. Cafaggi F. A.

a. Coeficiente $A$ en la ecuación de Sienchin.						
Talud	0	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
$A$	5	7.9	9.20	10.6	12.60	15.0
b. Valores de $n$ y $a$ en la ecuación de Press.						
Talud	0.5		1.0		2.0	
$b/ky_1$	4.0		6.0		16.0	
$a$	35.0		23.0		17.6	
$n$	0.836		0.885		0.905	

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

4.4 Salto hidráulico después de una compuerta

Para una sección rectangular. Ver Figura 4.10.

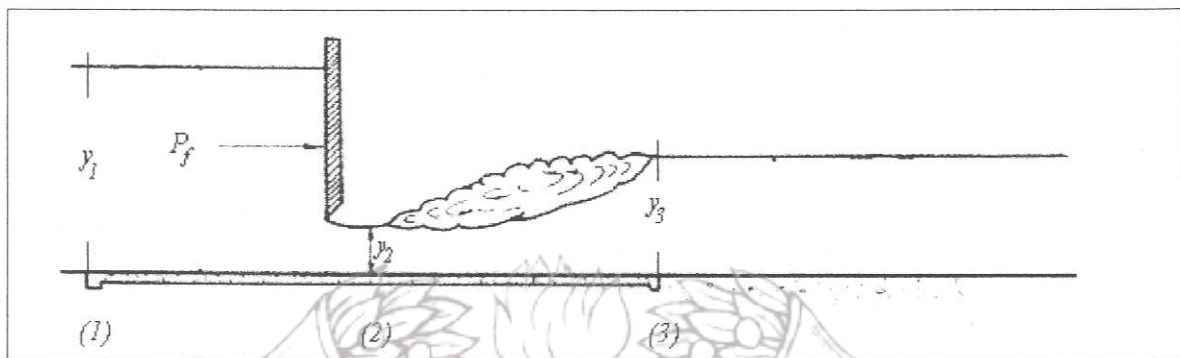


Fig. 4.10 Salto hidráulico después de una compuerta.

Tenemos:

$$M = \frac{Q^2}{gA} + ZgA \tag{4.33}$$

$$q = \frac{Q}{b} \tag{4.34}$$

$$Q = qb$$

$$M = \frac{(qb)^2}{gby} + \frac{y}{2}(by) = \frac{q^2b}{gy} + \frac{y^2b}{2}$$

$$\frac{M}{b} = \frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2}$$

$$M = \frac{q^2}{gy}y + \frac{y^2}{2} \tag{4.35}$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



$$E = y + \frac{V^2}{2g} \tag{4.36}$$

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \tag{4.37}$$

Analicemos entre sección (1) y (2)

$$E_1 = E_2$$

$$M_1 = M_2$$

$$\frac{P_f}{b} = M_1 - M_2$$

De nuestra curva de energía específica de la Figura 4.11 observamos

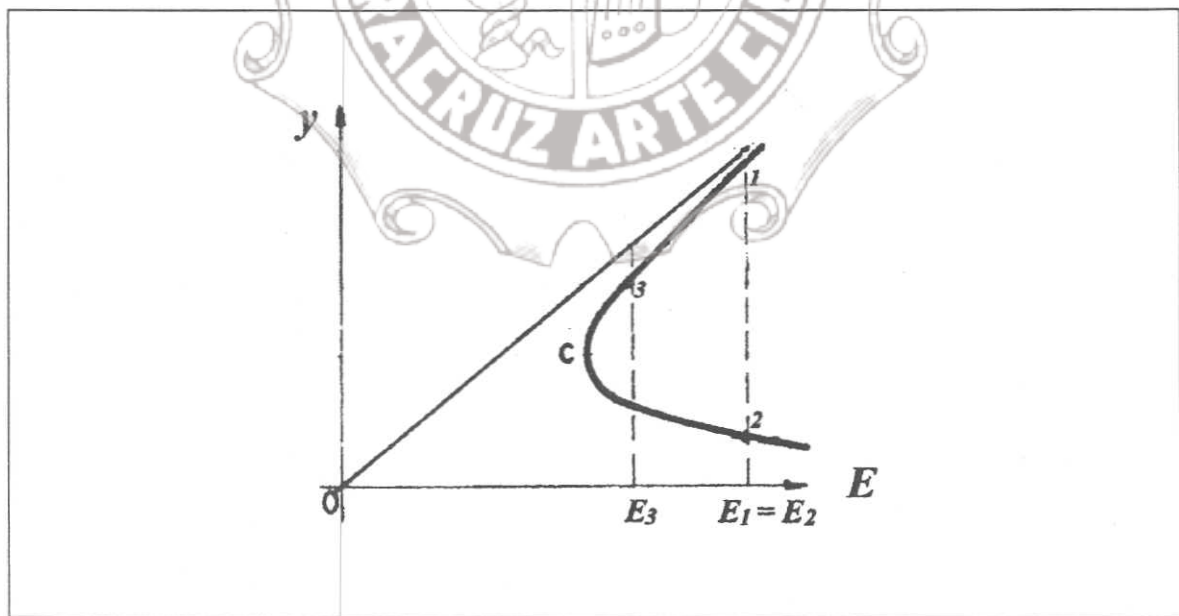


Fig. 4.11 Curva de energía específica.

De nuestra curva de momentum Figura 4.12, tenemos:

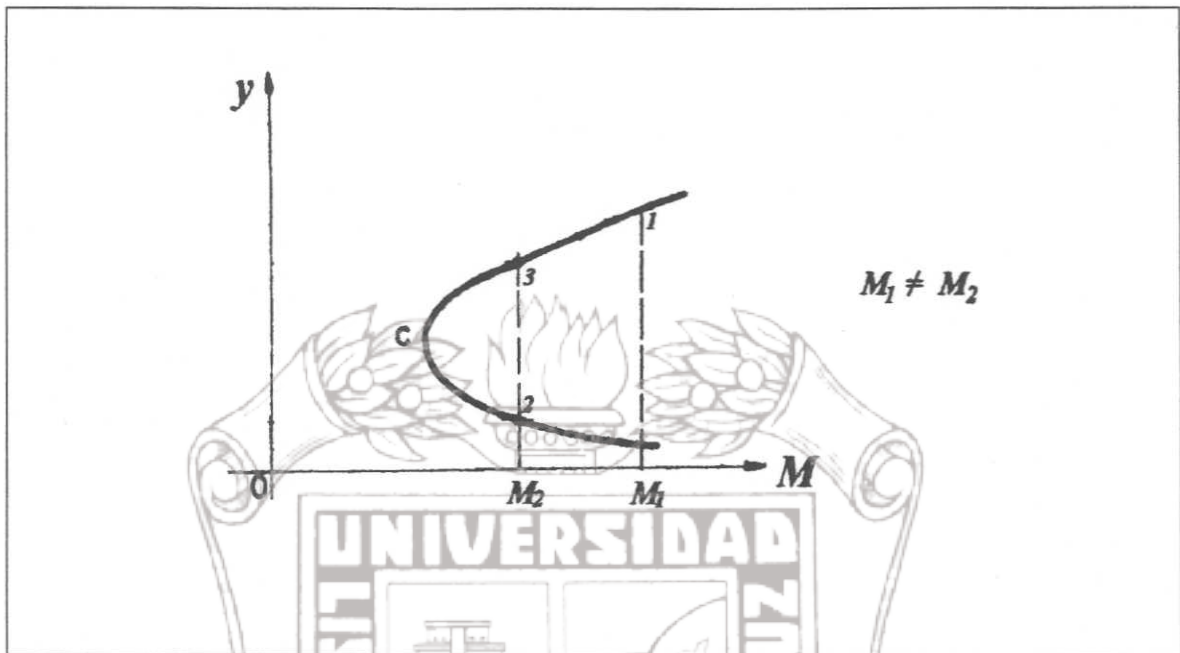


Fig. 4.12 Curva de momentum después de la compuerta.

Analicemos entre la sección (2) y (3)

$$E_2 \neq E_3$$

$$P_f = 0$$

Por lo tanto

$$M_2 = M_3$$

Cuando  $E_1 \neq E_2$  puede suceder:

a) Existe un escalón

b) Existe un salto hidráulico

Como entre (1) y (2) no hubo escalón ni salto, por lo tanto:

$$E_1 = E_2$$

Cuando  $M_1 \neq M_2$  puede suceder

a) existe un obstáculo  $P_f \neq 0$

Como entre (1) y (2) no hubo escalón ni salto, por lo tanto:  $M_1 \neq M_2$

## 4.5 Salto hidráulico en diferentes tipos de secciones

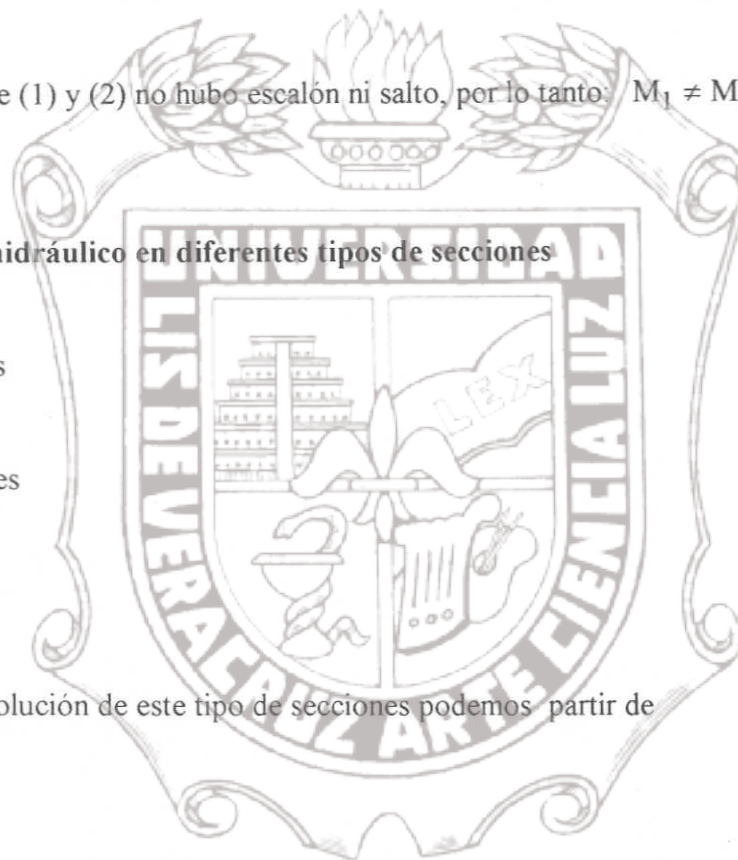
Trapeziales

Triangulares

Circulares

Para la resolución de este tipo de secciones podemos partir de

$$M_1 = M_2$$



O bien mediante el empleo de gráficas de las Figuras 4.13 y 4.14 para canales de sección rectangular y parabólica, Figuras 4.15 y 4.16 para sección triangular y trapezoidal, Figuras 4.17 y 4.18 para sección circular y Figuras 4.19 y 4.20 para sección de herradura.

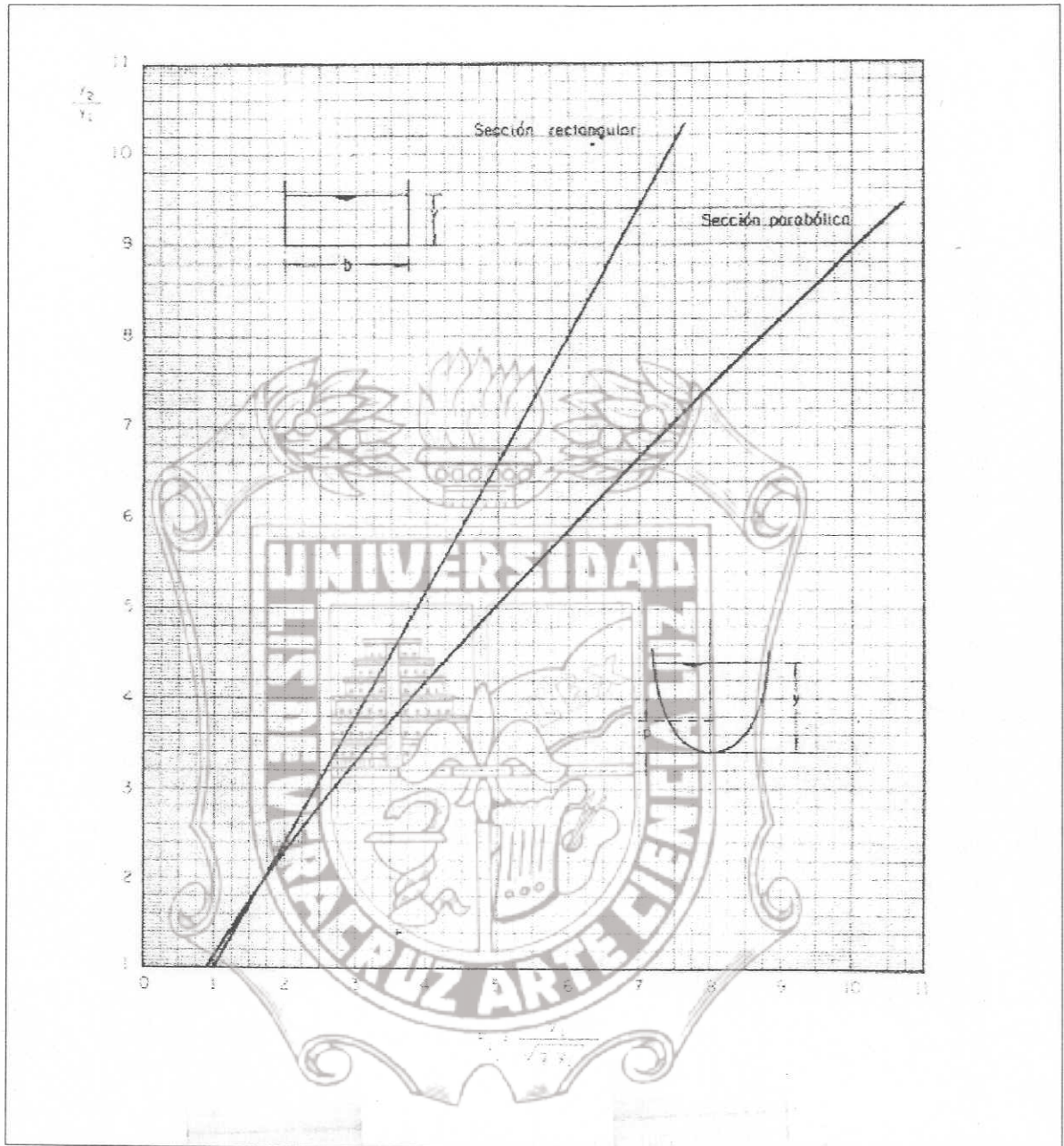


Fig. 4.13 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico para canales de sección rectangular y parabólica. Fuente: Sotelo, A.



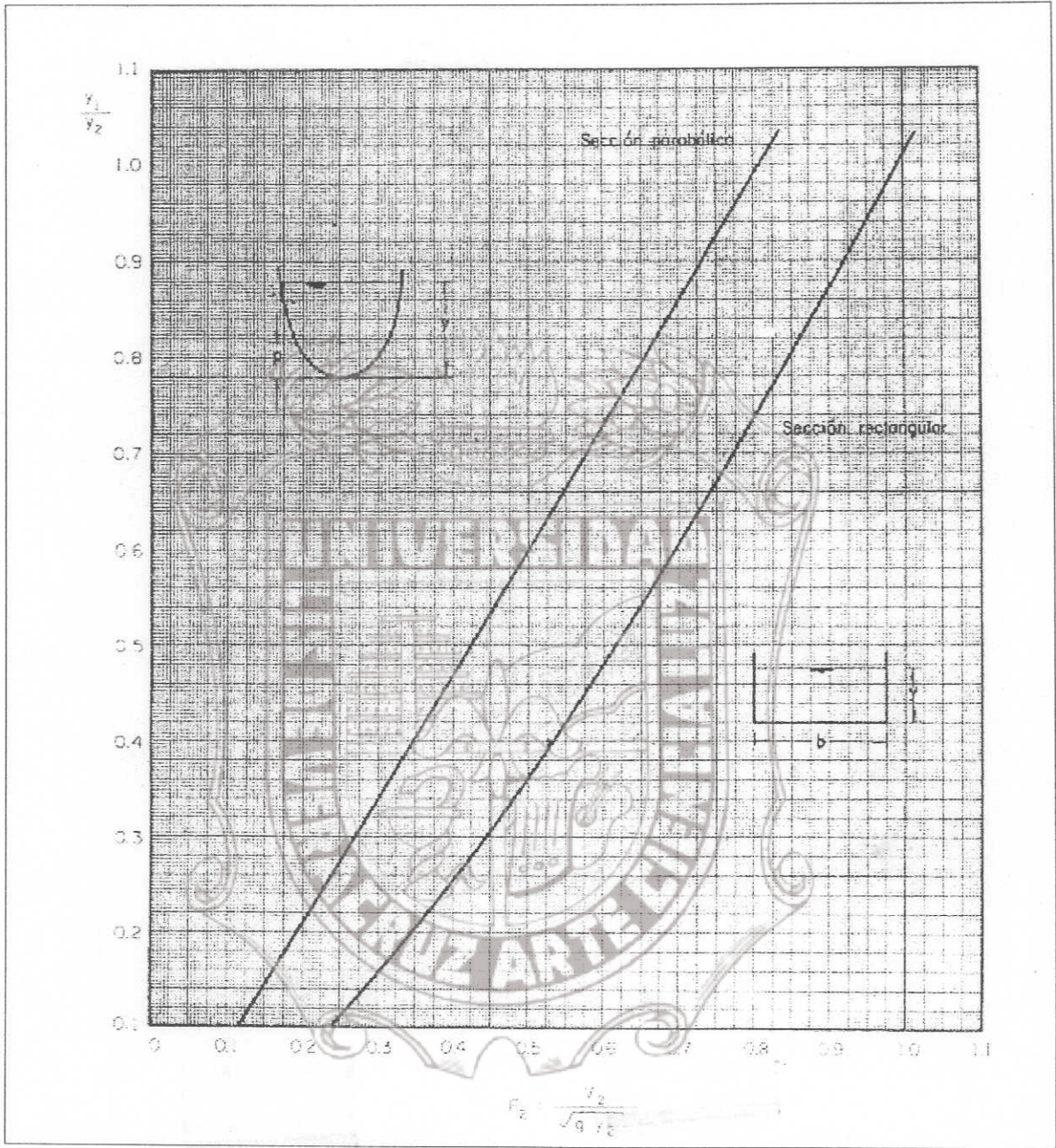


Fig. 4.14 Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico para canales de sección rectangular y parabólica. Fuente: Sotelo, A.

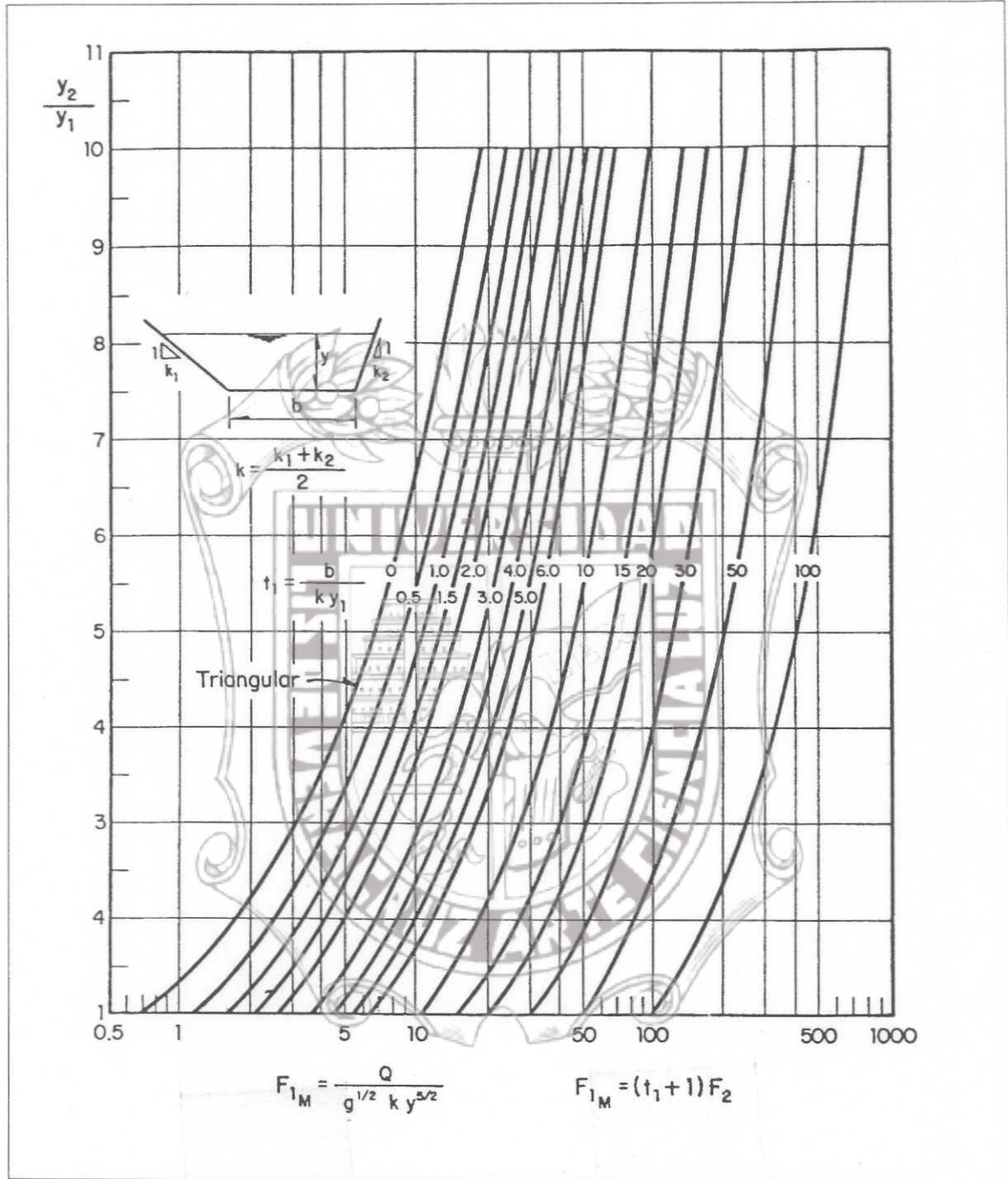


Fig. 4.15 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico para canales de sección triangular y trapecial. Fuente: C.F.E.

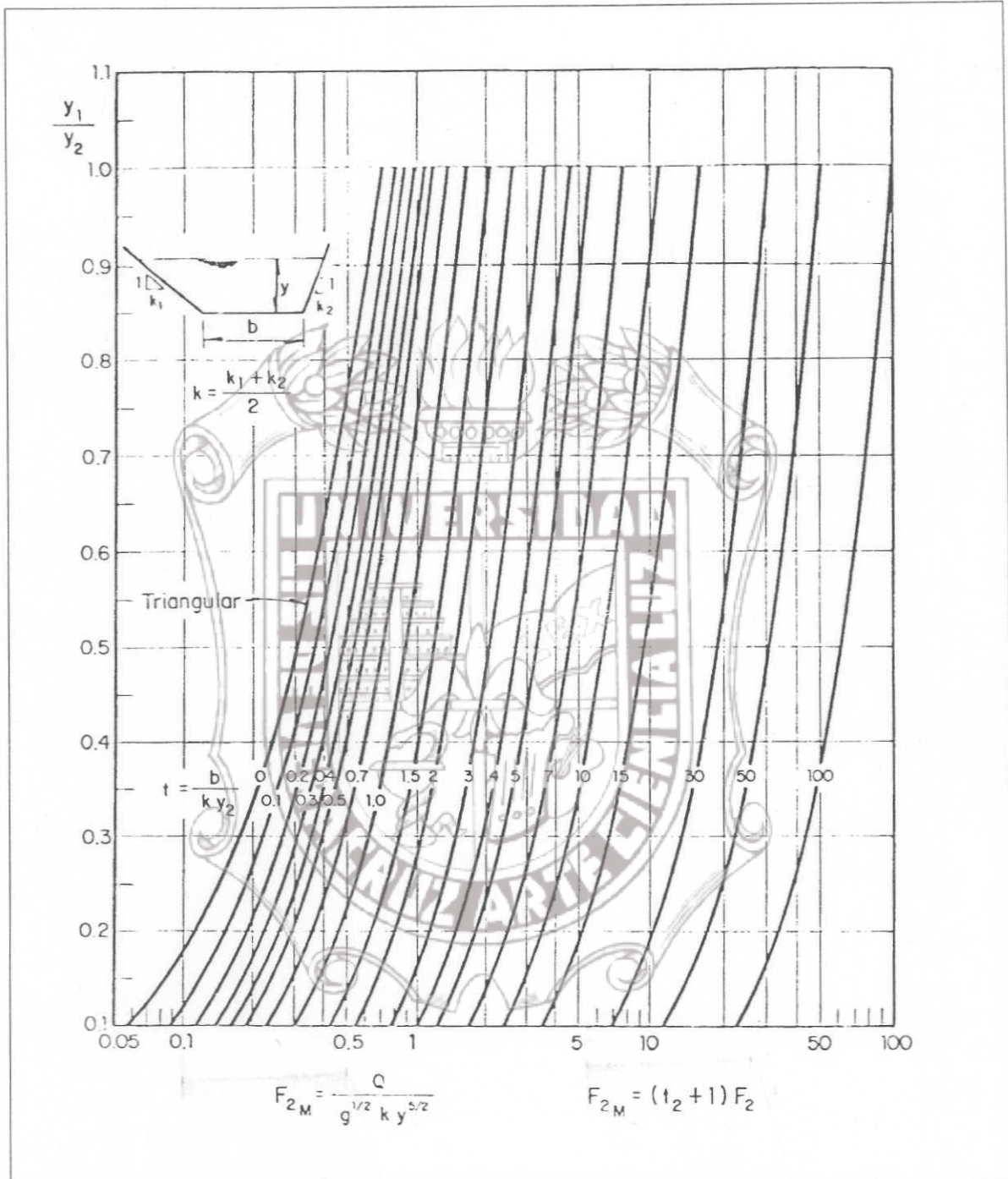


Fig. 4.16 Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico para canales de sección triangular y trapecial. Fuente: C.F.E.

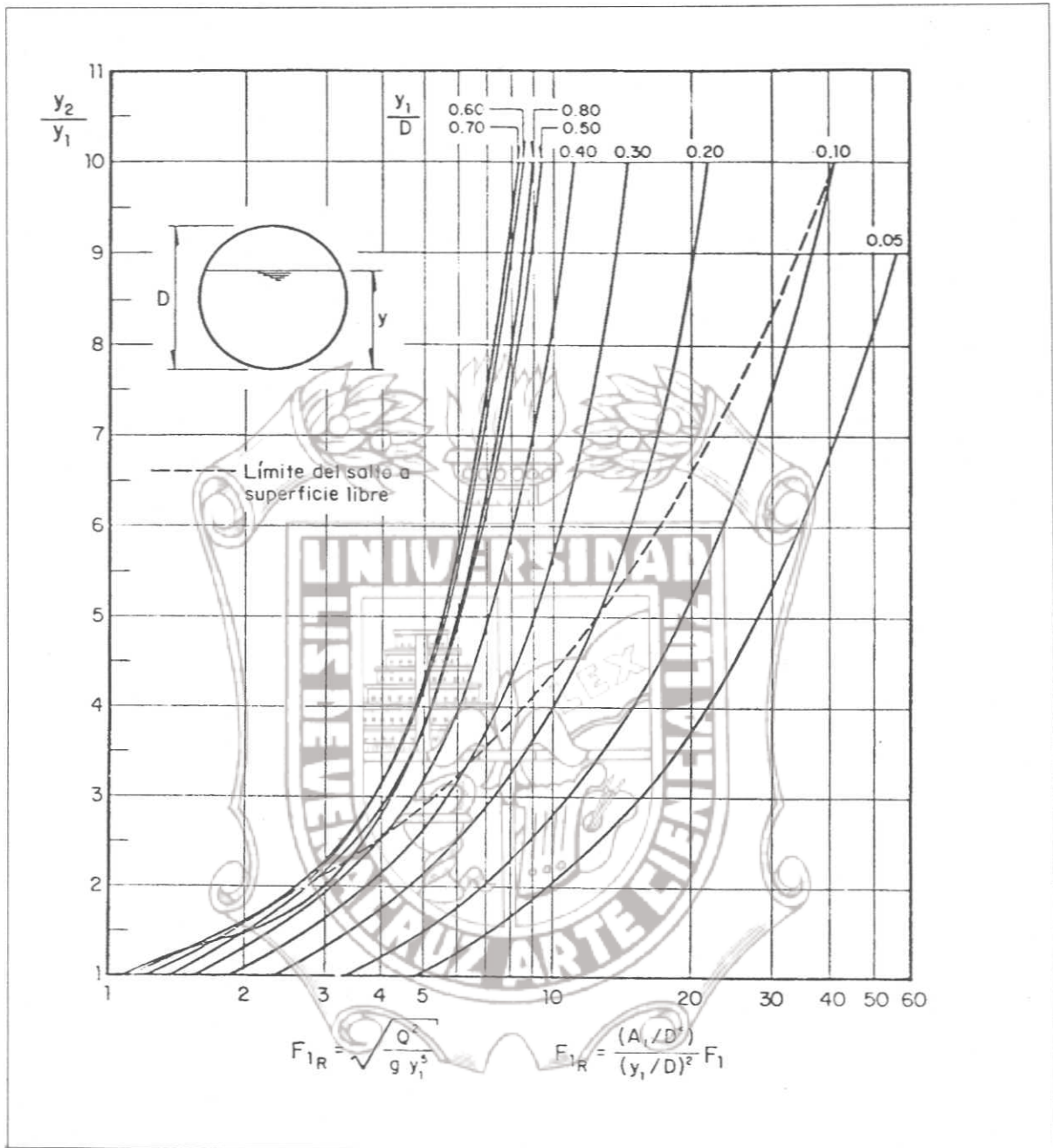


Fig. 4.17 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico para canales de circular. Fuente: C.F.E.

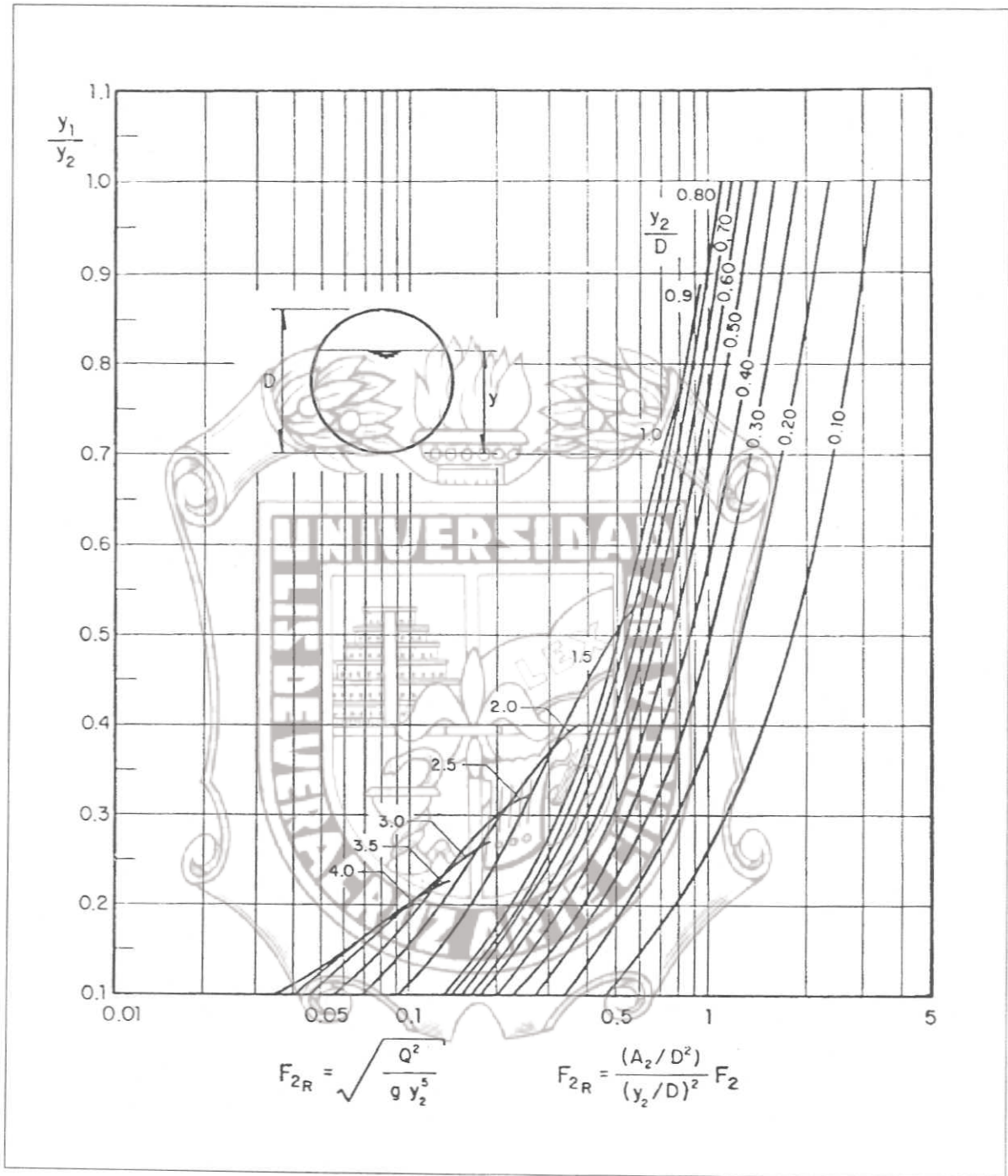


Fig. 4.18 Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico para canales de sección circular. Fuente: C.F.E.

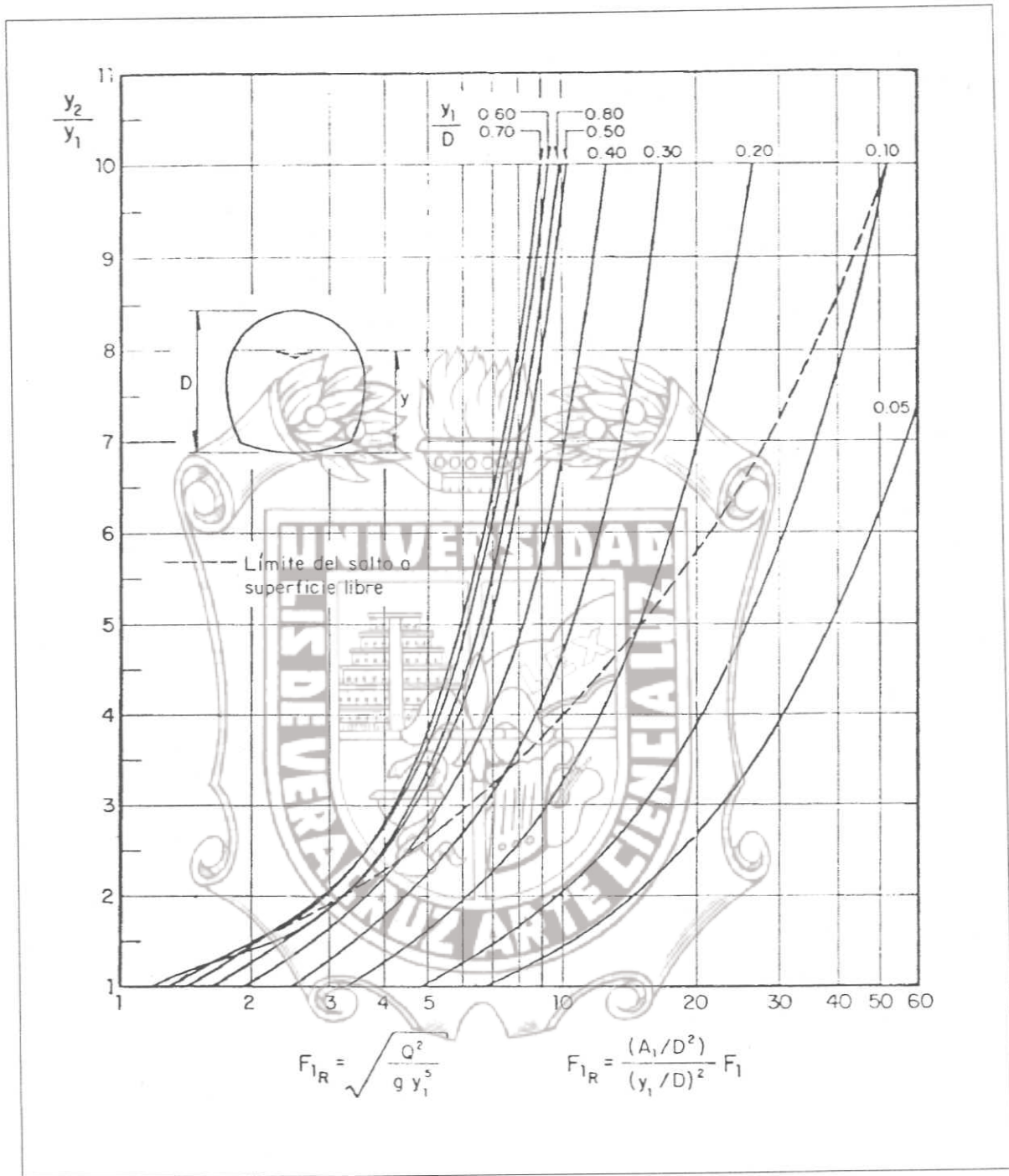


Fig. 4.19 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico para canales de sección de herradura. Fuente: C.F.E.

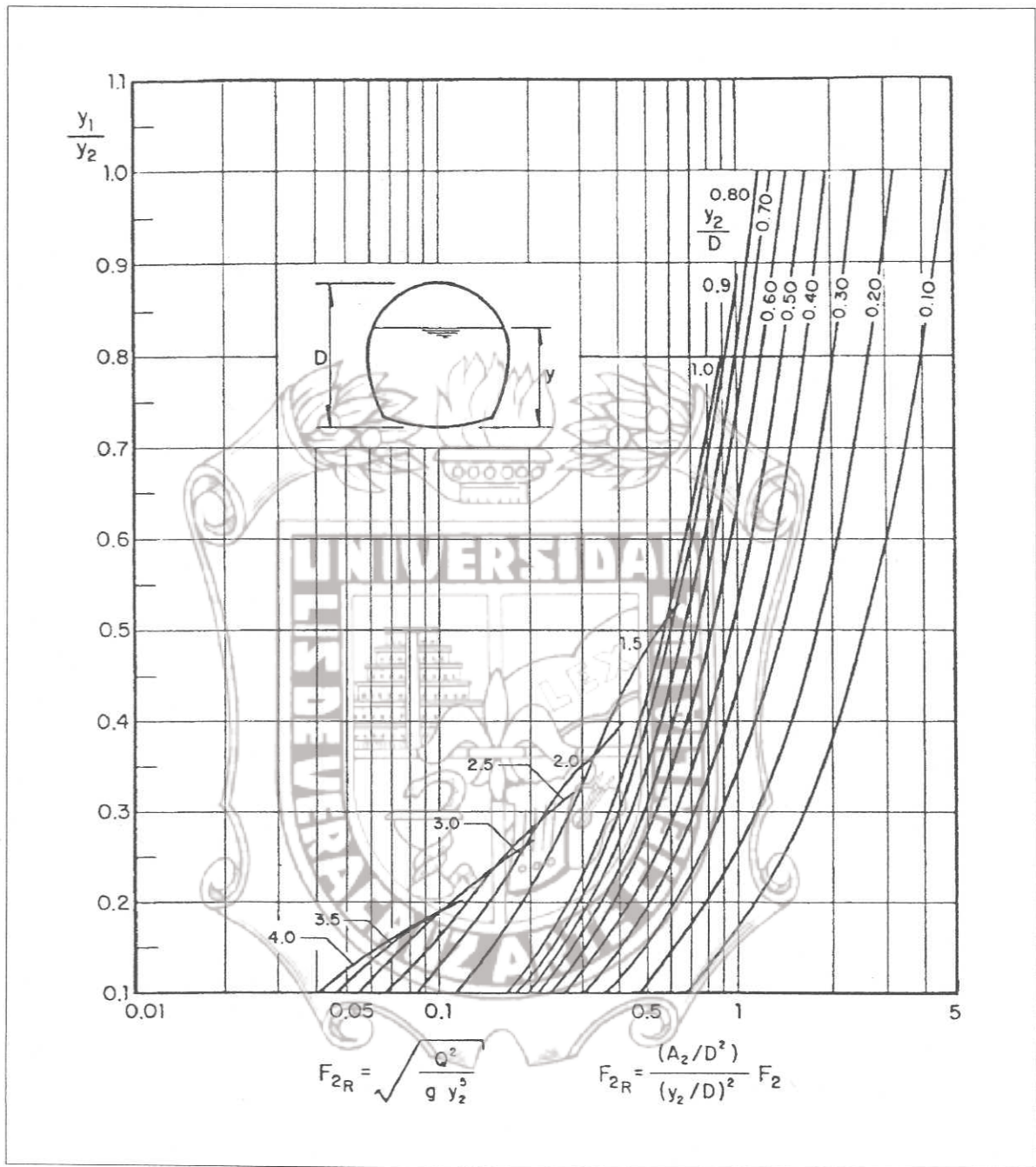


Fig 4.20 Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico para canales de sección de herradura. Fuente: C.F.E.

#### 4.6 Compuerta con descarga sumergida

$y_2$  = tirante de la sección contracta del flujo

$y_3$  = tirante producido por algún control aguas abajo

Si  $y_3$  es mayor que el tirante conjugado de  $y_2$ , entonces la descarga de la compuerta se ahoga. Esto ocasiona que el chorro descargado por la compuerta quede sumergido debajo de una masa de agua la cual, aunque con gran turbulencia, no tiene un movimiento claro en ninguna dirección. Ver Figura 4.21.



Fig. 4.21 Salto hidráulico ahogado después de una compuerta

Un análisis aproximado se puede hacer tratando el caso de un "flujo dividido" en el cual, parte de la sección del flujo ocupado por el "agua en movimiento" y parte por "agua estancada". Si bien, existirá alguna pérdida de energía entre las secciones 1 y 2, una gran proporción de la misma ocurrirá al expandirse el flujo entre las secciones 2 y 3 y la cual, en principio, se desconoce, en la sección 2 la velocidad efectiva del flujo será la correspondiente al tirante  $y_2$  si bien la carga de presión en la misma será igual al tirante " $y$ " y no a " $y_2$ ".

La ecuación de igualdad de momentum en las secciones 2 y 3 implica que:

$$M_2 = M_3 \quad (4.38)$$

$$M = \frac{Q^2}{gA} + Z_G A \quad (4.39)$$



$$\text{Como } Q = q b \quad (4.40)$$

$$\text{Y } A = b y \quad (4.41)$$

$$\text{Además } Z_G = \frac{y}{2} \quad (4.42)$$

$$M = \frac{(q b)^2}{g b y} + \frac{y}{2}(b y)$$

$$M = \frac{q^2 b}{g y} + \frac{y^2 b}{2}$$

$$\frac{M}{b} = \frac{q^2}{g y} + \frac{y^2}{2}$$

Tenemos:

$$\frac{q^2}{g y_2} + \frac{y^2}{2} = \frac{q^2}{g y_3} + \frac{y_3^2}{2} \quad (4.44)$$

$$\frac{q^2}{g y_2} - \frac{q^2}{g y_3} = \frac{y_3^2}{2} - \frac{y^2}{2}$$

Si dividimos entre  $\frac{1}{y_3^2}$

$$\frac{1}{y_3^2} \left[ \frac{q^2}{g y_2} - \frac{q^2}{g y_3} \right] = \frac{1}{y_3^2} \left[ \frac{y_3^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right]$$

$$\frac{q^2}{g y_3^2} \left[ \frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_3} \right] = \frac{1}{2} - \left( \frac{y}{y_3} \right)^2 \frac{1}{2}$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

Sacando  $\frac{1}{y_3}$

$$\frac{q^2}{gy_3^3} \left[ \frac{y_3}{y_2} - 1 \right] = \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{y}{y_3} \right)^2 \right]$$

$$\frac{2q^2}{gy_3^3} \left[ \frac{y_3}{y_2} - 1 \right] = 1 - \left( \frac{y}{y_3} \right)^2$$

$$\left( \frac{y}{y_3} \right)^2 = 1 - \frac{2q^2}{gy_3^3} \left[ \frac{y_3}{y_2} - 1 \right]$$

$$\left( \frac{y}{y_3} \right)^2 = 1 + \frac{2q^2}{gy_3^3} \left[ 1 - \frac{y_3}{y_2} \right]$$

(4.45)

Como

$$F = \frac{V}{\sqrt{gy}}$$

(4.46)

$$F^2 = \frac{V^2}{gy}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{by} = \frac{q}{y}$$

(4.47)

$$V^2 = \frac{q^2}{y^2}$$

(4.48)



$$F^2 = \frac{q^2}{g y(y^2)} = \frac{q^2}{g y^3} \quad (4.49)$$

Sustituyendo en 4.45.

$$\left(\frac{y}{y_3}\right)^2 = 1 + 2F_3^2 \left(1 - \frac{y_3}{y_2}\right)$$

$$\frac{y}{y_3} = \sqrt{1 + 2F_3^2 \left(1 - \frac{y_3}{y_2}\right)} \quad (4.50)$$

Relación de sumergencia propuesta por Ven Te Chow para secciones rectangulares.

$\frac{y}{y_3}$  variara entre 0 y 1

$$0 < \frac{y}{y_3} \leq 1$$

El régimen aguas abajo debe ser subcrítico, se tendrá entonces:

$$0 < F_3^2 \leq 1$$

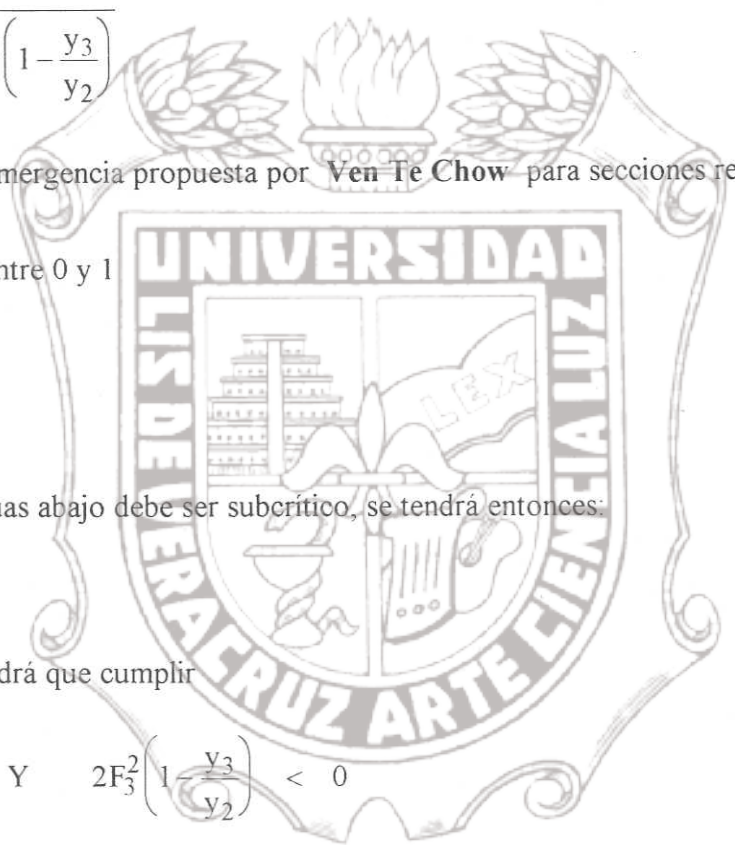
Además se tendrá que cumplir

$$\frac{y}{y_2} > 1 \quad Y \quad 2F_3^2 \left(1 - \frac{y_3}{y_2}\right) < 0$$

Por lo cual, de acuerdo con la longitud de  $F_3^2$ , podría no existir solución para el tirante "y" dentro de los intervalos señalados, en efecto "y" podría disminuir cuando más al valor del tirante  $y_2$  lo cual transformaría la ecuación 4.44 a la del salto hidráulico "claro" (sin ahogamiento) y forzaría a la condición límite de solución, independientemente del valor  $F_3^2$  dentro del intervalo considerado.

Al aceptar la misma energía en las secciones (1) y (2)

$$E_1 = E_2 \quad (4.51)$$



Instituto de Ingeniería Universidad Veracruzana

$$y_1 + \frac{q^2}{2g y_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2g y_2^2} \tag{4.52}$$

Aceptando

$$y_2 = C_c a$$

$$M_2 = M_3$$

De la ecuación 4.44.

$$\frac{q^2}{g y_2} + \frac{y_2^2}{2} = \frac{q^2}{g y_3} + \frac{y_3^2}{2}$$

Si trabajamos en las ecuaciones 4.44 y 4.52 tendremos:

$$C_d = \frac{C_c C_v}{\sqrt{1 + \frac{C_c a}{y_1}}} \tag{4.53}$$

Se conduce al resultado teórico del coeficiente de descarga, de la ecuación 4.53, si este resultado se compara, considerando que  $C_c = 0.6$ , con el experimental presentado en la Figura 4.22 para  $y_3/a = 5$  se obtiene que el teórico es aproximadamente 3 a 5 % mayor que el experimental, los cuales confirma la validez de la teoría presentada.

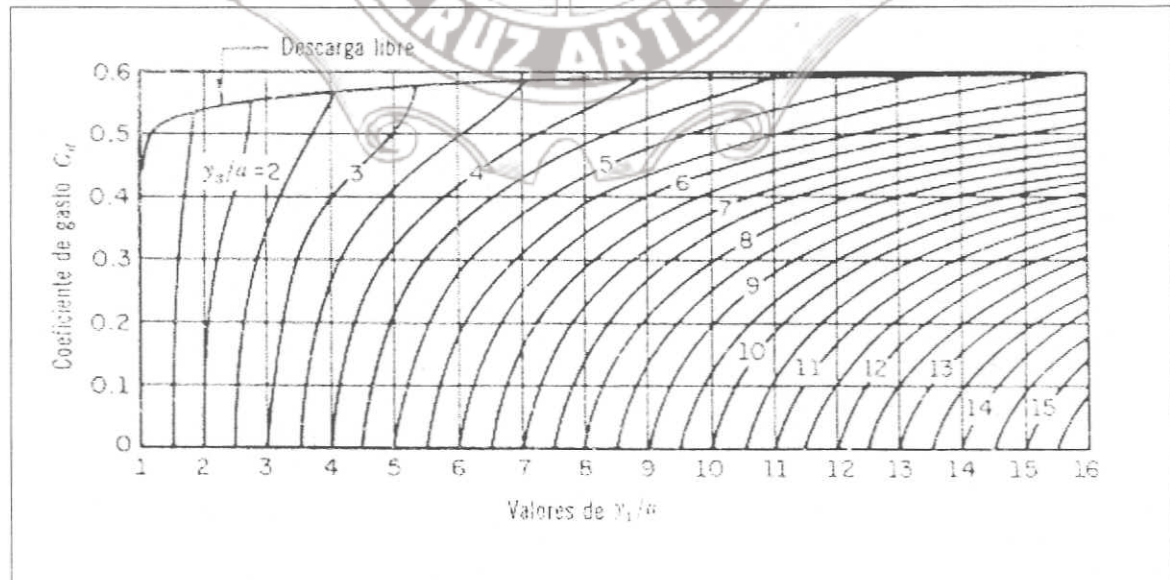


Fig. 4.22 Coeficiente de gasto de una compuerta plana vertical según Cofré y Bunchheister.

Fuente: Sotelo, A. 1974.

## 4.7 Longitud del salto hidráulico para descargas sumergidas

Según Woycicki

La longitud del salto se puede calcular con la siguiente forma experimental.

$$\frac{L}{y_3 - y_2} = 6 - 0.05 \frac{y_3}{y_2} \quad (4.54)$$

Donde:

L = Longitud del salto

$y_2$  = Tirante en la sección contracta

$y_3$  = Tirante en el canal



4.8 Ejemplos de Aplicación.

4.8.1 Ejemplo: Un canal rectangular de 1.50 m de ancho transporta  $1.0 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  de agua con un tirante de 0.25 m en régimen supercrítico. Determinar el tirante en régimen subcrítico. Ver Figura 4.23.



Fig. 4.23 Salto hidráulico en un canal de pendiente cero y sección rectangular.

$$Q = 1.00 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Tenemos de la ecuación de salto hidráulico.

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8 F_1^2} - 1 \right) \quad \text{(I)}$$

Calculando el número de Froude.

$$F = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad \text{(II)}$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} \quad \text{(III)}$$

$$V_1 = \frac{1}{1.50(0.25)} = 2.67$$

$$F_1 = \frac{2.67}{\sqrt{g \cdot 0.25}} = 1.70$$

$F_1 > 1$  ∴ se comprueba el flujo subcritico.

Sustituyendo en I

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8 F_1^2} - 1 \right)$$

$$\frac{y_2}{y_1} = 1.96$$

$$y_2 = 1.96 (0.25) = 0.49$$

Tirante en el régimen subcritico.



**4.8.2 Ejemplo:** Un canal rectangular de 15.00 m de ancho se inicia al pie de un cimacio que tiene una altura de 4.27 m como se muestra en la Figura 4.24 dicho cimacio tiene la misma longitud de cresta que el ancho del canal y con una carga de  $h = 2.43$  m sobre la misma, deberá descargar un gasto  $Q = 112.50 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . El canal será excavado en tierra con un factor de rugosidad de manning  $n = 0.025$  y el régimen en flujo uniforme debe ser subcrítico. Determinar la pendiente necesaria en el canal para que el salto hidráulico principie justo al pie de la caída, así como la longitud "L" de la zona que debe revestirse.

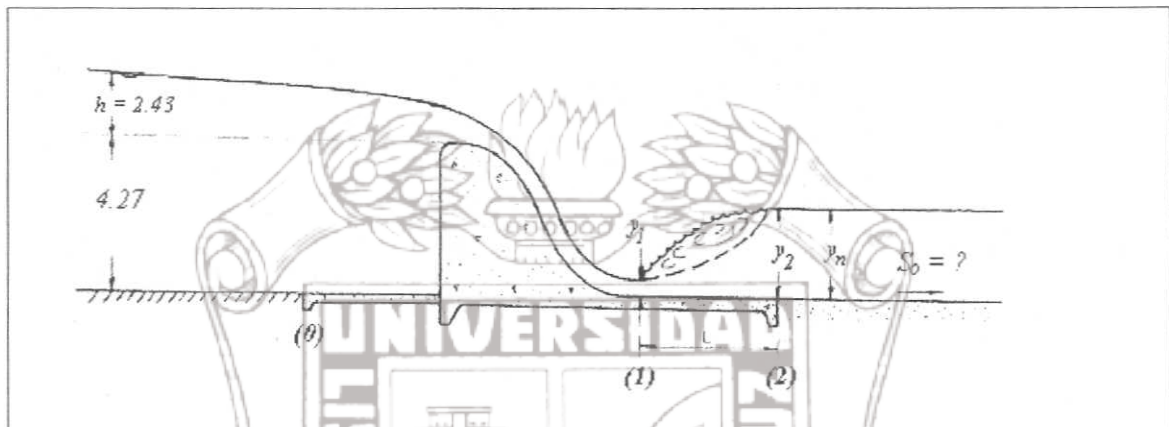


Fig. 4.24 Salto hidráulico al pie de un cimacio

Tenemos:

Si  $y_2 > y_n$  El salto se correrá aguas abajo.

Si  $y_2 < y_n$  El salto se correrá aguas arriba.

El gasto unitario vale:

$$q = \frac{Q}{b} \tag{I}$$

$$q = \frac{112.5}{15} = 7.50 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

La velocidad con que el agua se aproxima al cimacio es.

$$V_0 = \frac{q}{y_0} \tag{II}$$

$$V_0 = \frac{7.50}{6.70} = 1.119$$



$$y_o = 4.27 + 2.43 = 6.70 \quad (III)$$

Carga de velocidad.

$$\frac{V_o^2}{2y} \quad (IV)$$

$$\frac{(1.119)^2}{2y} = 0.064$$

El tirante vale:

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (V)$$

$$y_c = \left( \frac{(7.50)^2}{9.81} \right)^{1/3} = 1.79 \text{ m.}$$

Aplicando la ecuación de la energía entre la sección “o” próxima al cimacio y la “1” al pie del mismo, considerando como pérdida de energía por fricción sobre el cimacio: 0.1 de la  $\frac{V_1^2}{2g}$  se tiene.

$$E_o = E_1 + \Sigma hf \quad (VI)$$

$$E_o = y_o + \frac{V_o^2}{2g} \quad (VII)$$

$$E_o = 6.70 + 0.064 = 6.764$$

Sustituyendo en VI

$$6.764 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + 0.1 \frac{V_1^2}{2g}$$



$$6.764 = y_1 + 1.1 \frac{q^2}{2gy_1^2} \quad \text{(VIII)}$$

Sustituyendo valores

$$6.764 = y_1 + 1.1 \frac{(7.5)^2}{2gy_1^2}$$

$$6.764 y_1^2 = y_1^3 + 3.154$$

$$y_1^3 - 6.764 y_1^2 + 3.154 = 0 \quad \text{(IX)}$$

Resolviendo por división sintética, la primera solución es:

$$y = 0.723$$

Resolviendo la cuadrática, tenemos:

$$y^2 - 6.041y - 4.368 = 0 \quad \text{(X)}$$

$$y = \frac{6.041 \pm \sqrt{(6.041)^2 + 4(4.368)}}{2}$$

$$y = \frac{6.041 \pm 7.346}{2}$$

$$y_1 = 6.694 \quad , \quad y_2 = -0.653$$

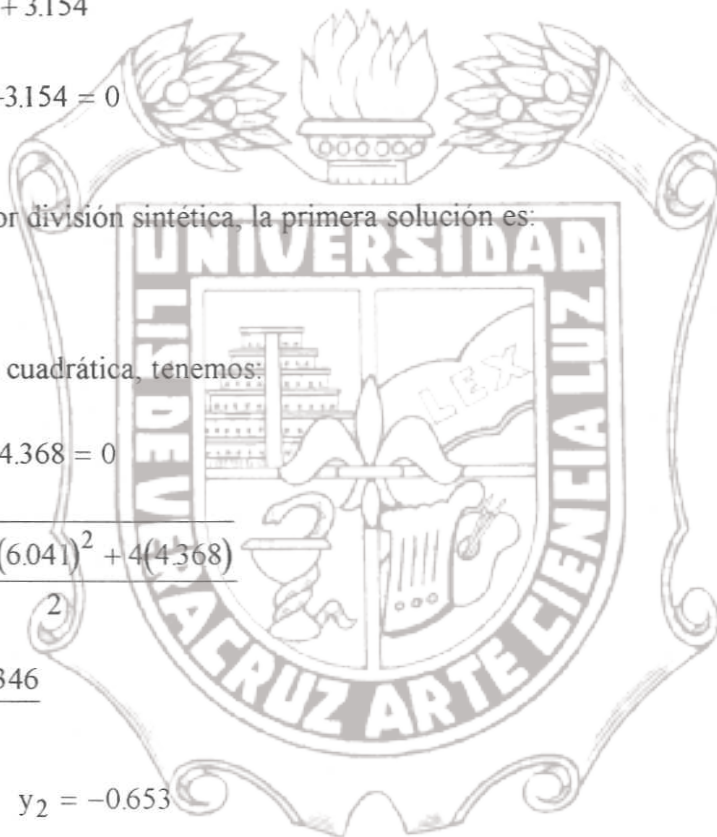
La solución para régimen supercrítico es

$$y_1 = 0.723 \text{ m.} < y_c$$

Tendremos en la sección "1"

$$V_1 = \frac{q}{y_1} \quad \text{(XI)}$$

$$V_1 = \frac{7.5}{0.723} = 10.373 \text{ m seg}^{-1}$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{(10.373)^2}{2g} = 5.485$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \tag{XII}$$

$$E_1 = 0.723 + 5.485 = 6.208 \text{ m.}$$

El número de Froude será:

$$F_1 = \frac{V_1}{gy_1} \tag{XIII}$$

$$F_1 = \frac{10.373}{g(0.723)} = 3.897 \text{ m}$$

El conjugado mayor vale

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1) \tag{XIV}$$

$$y_2 = \frac{0.723}{2}(\sqrt{1+8(3.897)^2} - 1) = 3.639 \text{ m}$$

Tendremos en la sección "2"

$$V_2 = \frac{q}{y_2} = \frac{7.5}{3.639} = 2.061 \text{ m seg}^{-1} \tag{XV}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{(2.061)^2}{2g} = 0.216 \text{ m}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.723 + 5.485 = 6.208 \text{ m} \tag{XVI}$$

La pérdida de energía en el salto será:

$$\Delta h = E_1 - E_2 \tag{XVII}$$



$$\Delta h = 6.208 - 3.855$$

Por lo tanto el tirante normal en el canal debe de ser:

$$y_n = 3.639 \text{ m}$$

Los elementos geométricos en la sección del canal son:

$$A = by \tag{XVIII}$$

$$A = 15(3.639) = 54.585 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2y \tag{IX}$$

$$P = 15 + 2(3.639) = 22.278 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} \tag{XX}$$

$$R_h = \frac{54.585}{22.278} = 2.45$$

$$R_h^{2/3} = 1.818$$

De la fórmula de Manning, obtenemos la pendiente necesaria para mantener las condiciones requeridas.

$$S_o = \left( \frac{Q_n}{AR_h^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{112.5(0.025)}{54.585(1.818)} \right)^2 = 0.000803$$

Al iniciarse el salto en la sección "1", deberá revestirse por lo menos hasta la sección "2", que es donde termina, por lo tanto, de acuerdo con la Tabla 4.1.

$$\frac{L}{y_2} = 5.75$$

$$L = 5.75y_2 = 5.75(3.639) = 20.92 \approx 21 \text{ m}$$



Se observa en la Figura 4.25 que si la pendiente  $S_o$  fuera menor que la calculada, se formaría un tirante normal  $y_n > y_2$ , lo cual haría que el salto se corriera hacia aguas arriba ahogando el pie del vertedor.

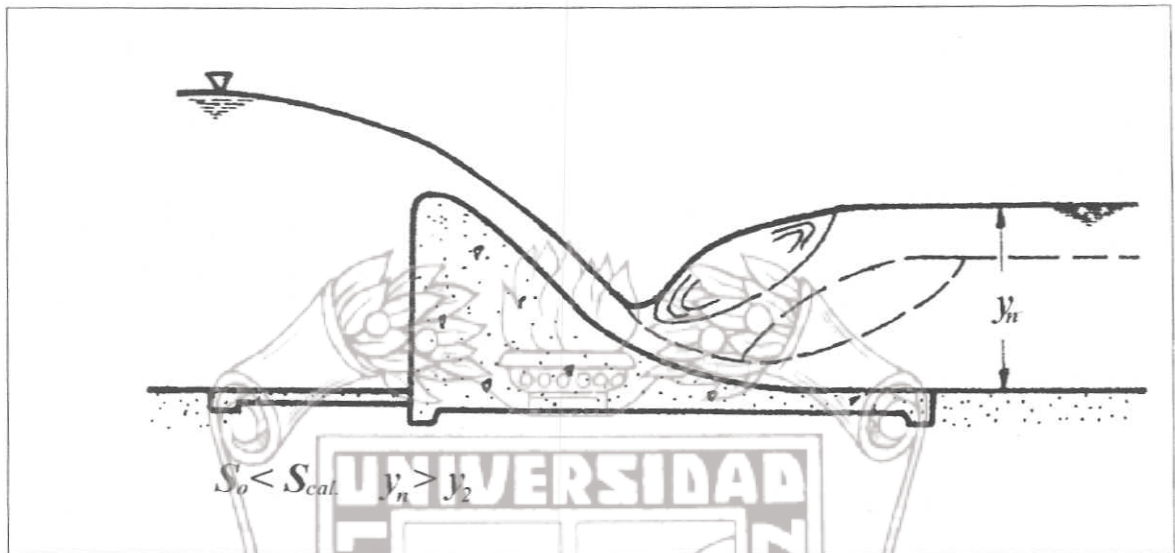


Fig. 4.25 Salto hidráulico ahogado en el pie de cimacio.

Si la pendiente fuera mayor que la calculada  $y_n < y_2$ , el salto se correría hacia aguas abajo y su lugar de formación correspondería a aquel en el que se satisficieran las condiciones de igualdad de momentum, entre las secciones antes y después del salto. Ver Figura 4.26.

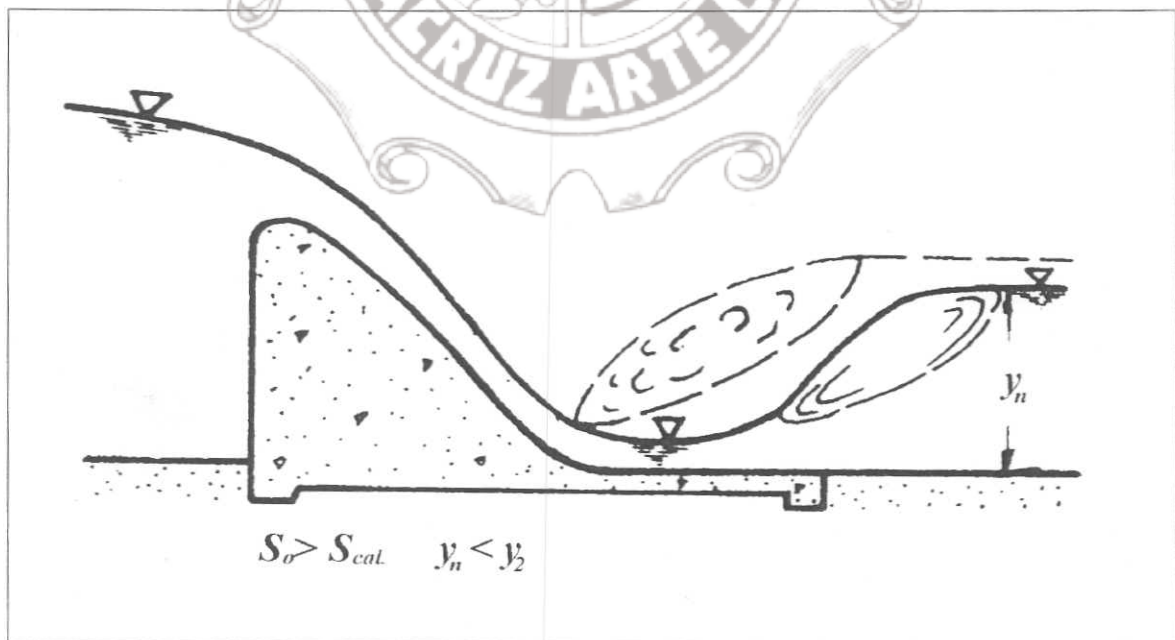


Fig. 4.26 Salto hidráulico barrido.

**4.8.3 Ejemplo:** La compuerta deslizante mostrada en la Figura 4.27 tiene un ancho de 3m y una abertura  $a= 0.51\text{m}$ . El tirante antes de la compuerta es de 1.90 m, dicha compuerta regula las descargas a un canal rectangular del mismo ancho que será excavado en tierra  $n= 0.025$ . Calcular la pendiente necesaria en dicho canal de manera que se tenga un flujo uniforme subcrítico con una descarga libre de la compuerta (salto hidráulico normal) así como la longitud  $L$  que deberá tener el revestimiento de concreto para impedir la erosión de la plantilla.

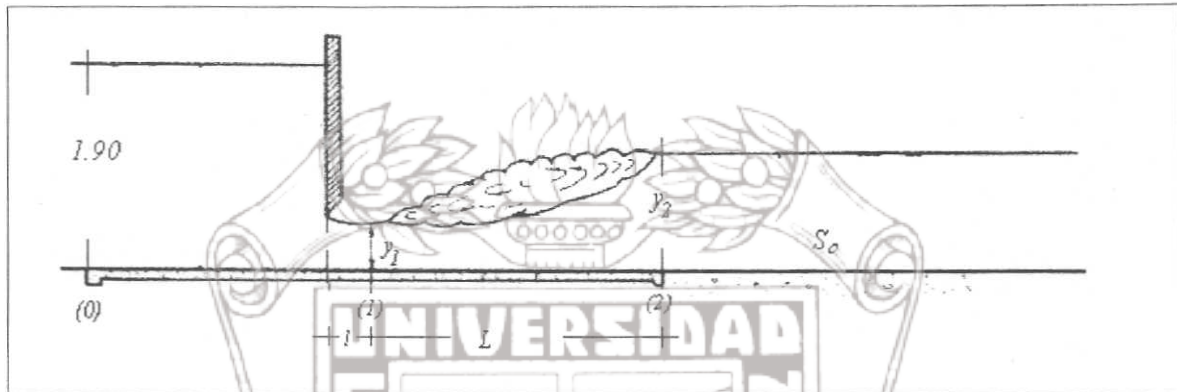


Fig. 4.27 Salto hidráulico a la salida de una compuerta.

Cálculo del gasto descargado por la compuerta

$$Q = C_d a b \sqrt{2gy_0} \quad (I)$$

Coefficiente de descarga

De la Figura 4.22, entrando con:

$$\frac{y_1}{a} = \frac{y_0}{a} = \frac{1.9}{0.51} = 3.725$$

$$C_d = 0.57$$

Para descarga libre

$$Q = 0.57 (3(0.51)) \sqrt{2g(1.90)} = 5.325 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Cálculo del tirante contrato:

$$\text{Coeficiente de velocidad} = 0.969 + 0.0979 \frac{a}{y_0} \quad (II)$$

$$C_v = 0.960 + 0.0979 \left( \frac{0.51}{1.90} \right) = 0.986$$

$$C_c = \frac{1}{2} \frac{a}{y_0} \left( \frac{C_d}{C_o} \right)^2 + \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \frac{a}{y_0} \left( \frac{C_d}{C_o} \right)^2 \right]^2 + \left( \frac{C_d}{C_o} \right)^2} \quad (III)$$

$$C_c = \frac{1}{2} \left( \frac{0.51}{1.90} \right) \left( \frac{0.57}{0.986} \right)^2 + \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{0.51}{1.90} \right) \left( \frac{0.57}{0.986} \right)^2 \right]^2 + \left( \frac{0.57}{0.986} \right)^2}$$

$$C_c = 0.625$$

La distancia a que se encuentra la sección contracta es:

$$\ell = \frac{a}{C_c} \quad (IV)$$

$$\ell = \frac{0.51}{0.625} = 0.816 \text{ m.}$$

El tirante contracto será:

$$y_1 = C_c a \quad (V)$$

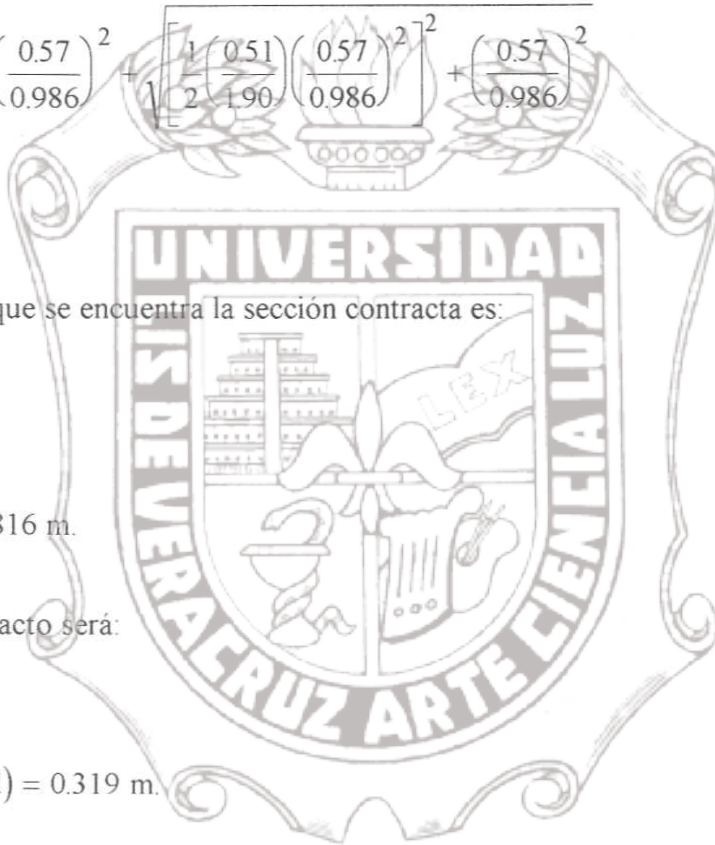
$$y_1 = 0.625(0.51) = 0.319 \text{ m.}$$

Para que ocurra descarga libre y salto hidráulico normal, éste se debe iniciar a partir de ésta sección contracta, siendo  $y_1$ , el conjugado menor.

$$V_1 = \frac{Q}{by_1} \quad (VI)$$

$$V_1 = \frac{5.325}{3(0.319)} = 5.56 \text{ m seg}^{-1}$$

$$F_1 = \frac{V}{\sqrt{gy_1}} \quad (VII)$$



$$F = \frac{5.56}{\sqrt{g(0.319)}} = 3.145 > 1$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \left( \frac{1}{2} \sqrt{1 + 8F_{12}^2} - 1 \right) \quad \text{(VIII)}$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \left( \frac{1}{2} \sqrt{1 + 8(3.145)^2} - 1 \right) = 3.976$$

$$y_2 = 3.976(0.319) = 1.268 \text{ m.}$$

Este tirante  $y_2$  debe ser igual al normal en el canal

$$A = by_2 \quad \text{(IX)}$$

$$A = 3(1.268) = 3.805 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2y_2 \quad \text{(X)}$$

$$P = 3 + 2(1.268) = 5.537 \text{ m}$$

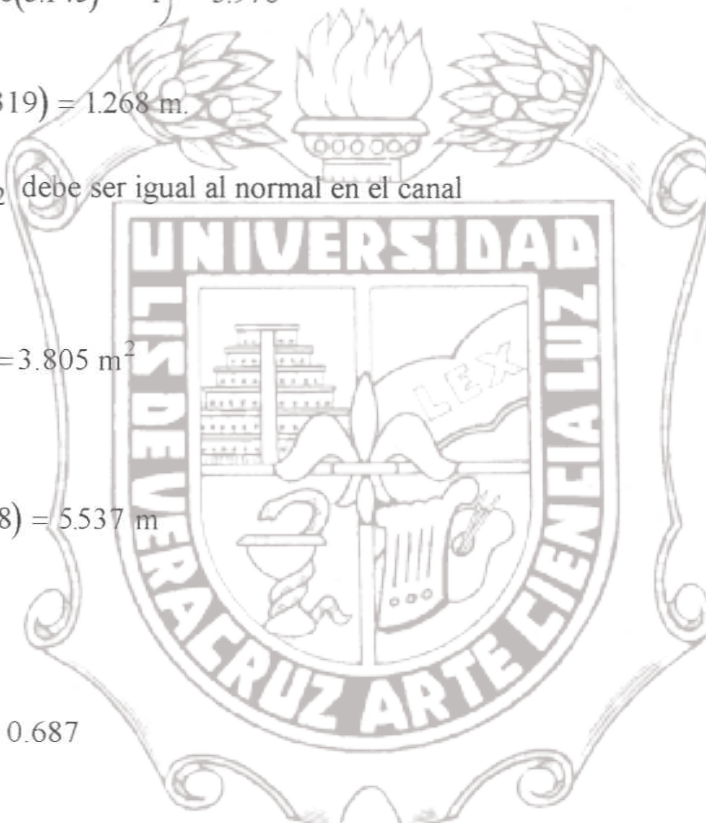
$$Rh = \frac{A}{P} \quad \text{(XI)}$$

$$Rh = \frac{3.805}{5.537} = 0.687$$

$$Rh^{2/3} = 0.779$$

$$S_o = \left( \frac{Qn}{ARh^{2/3}} \right)^2 \quad \text{(XII)}$$

$$S_o = \left( \frac{5.325(0.025)}{3.805(0.779)} \right)^2 = 0.002$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



De la tabla 4.1 de longitudes de salto tenemos:

$$F_1 = 3.145$$

$$\frac{L}{y_2} = 5.36$$

$$L = 5.36 \times 1.268 = 6.796 \text{ m}$$

$$L = 7.00 \text{ m}$$

Longitud de revestimiento



**4.8.4 Ejemplo:** Un canal trapezoidal como el de la Figura 4.28 tiene un ancho de plantilla  $b = 5$  m, taludes  $k = 1$  y para una pendiente  $S_o = 0.0004$ , adopta un tirante normal  $y_n = 1.75$  en flujo uniforme para  $n = 0.025$  debido a razones topográficas, existe un tramo intermedio en el canal, con superficie, longitud, y pendiente para que se establezca también flujo uniforme pero supercrítico. Calcular la pendiente del tramo intermedio de manera que se produzca un salto claro inmediatamente después que termina dicho tramo el cual deberá revestirse de concreto debido al aumento de velocidad. Considere  $n = 0.015$ .

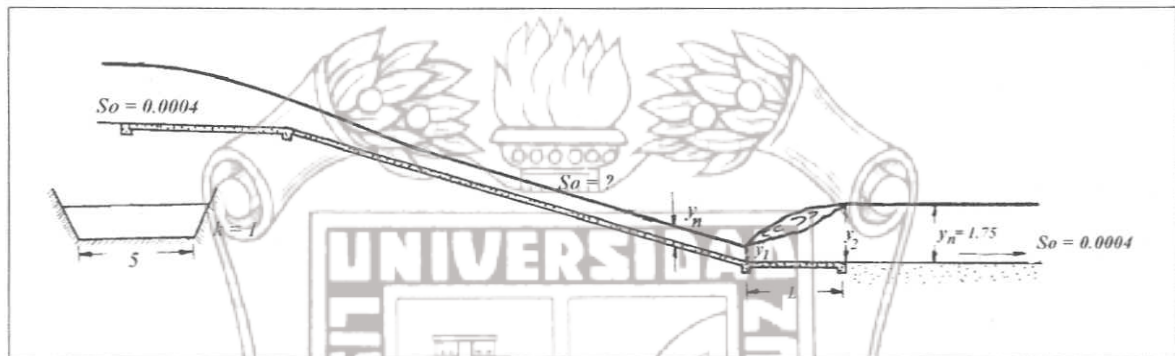


Fig. 4.28 Canal de sección trapezoidal.

Calculemos el gasto que transporta el canal cuando el tirante  $y_n = 1.75$

$$A = (b + ky)y \tag{I}$$

$$A = 5 + 1(1.75) = 11.8125 \text{ m}^2$$

$$P = (b + 2y\sqrt{k^2 + 1}) \tag{II}$$

$$P = 5 + 2(1.75)\sqrt{2} = 9.9497 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{A}{P} \tag{III}$$

$$R_h = \frac{11.8125}{9.9497} = 1.187$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

De la fórmula de Manning:

$$V = 1/n Rh^{2/3} S^{1/2} \quad (IV)$$

$$V = \frac{1}{0.025} (1.1872)^{2/3} (0.0004)^{1/2} = 0.897 \text{ m seg}^{-1}$$

$$Q = VA \quad (V)$$

$$Q = 11.8125(0.897) = 10.5958 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Determinemos el tipo de flujo para  $y_n = 1.75$  de la Figura 2.27 tenemos:

$$\frac{Q}{b^{2.5}} \frac{\sqrt{g}}{y_c} = \frac{10.5958}{(5)^{2.5}} \frac{\sqrt{g}}{y_c} = 0.0605$$

$$y_c = 0.146b$$

$$y_c = 0.146(5) = 0.73 \text{ m}$$

$$y_n > y_c$$

Por lo tanto régimen subcrítico.

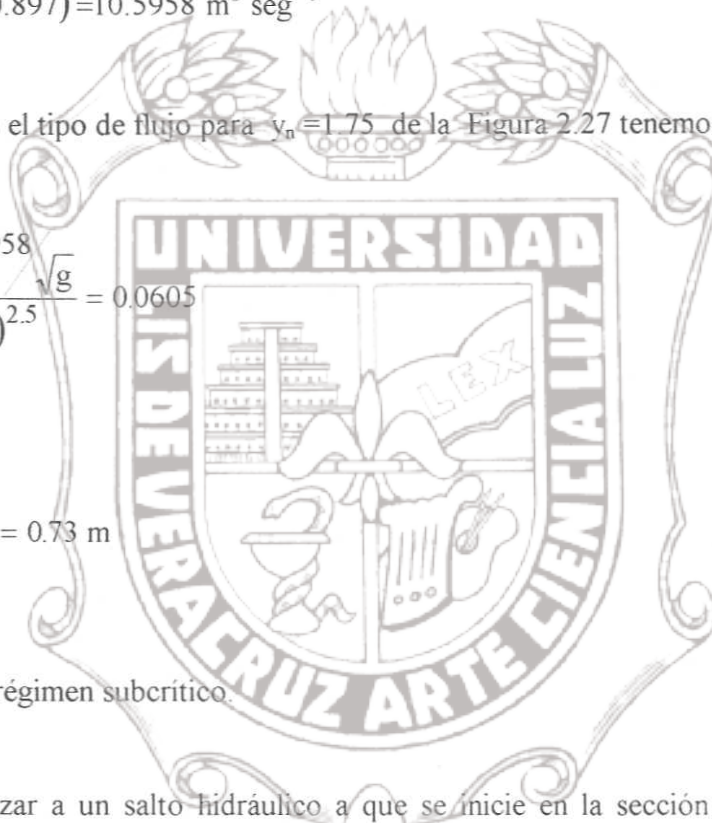
Para forzar a un salto hidráulico a que se inicie en la sección donde se efectúa el cambio de pendiente, el tirante conjugado mayor debe ser igual al tirante normal en el canal.

Calculo del conjugado menor

De la Figura 4.16 tenemos:

$$F_{2M} = \frac{Q}{g^{1/2} k y^5/2}$$

$$F_{2M} = \frac{10.5958}{g^{1/2} (1)(1.75)^{5/2}} = 0.8350$$



$$t_2 = \frac{b}{k y_2} = \frac{5}{1(1.75)} = 2.8571$$

De curvas tenemos

$$\frac{y_1}{y_2} = 0.128$$

$$y_1 = 0.128 y_2 = 0.128(1.75) = 0.2240 \text{ m}$$

$$y_1 = 0.2240 \text{ m.}$$

Este tirante debe ser el normal para el tramo intermedio; por lo tanto, los elementos hidráulicos de la sección son:

$$A = (b + ky)y \tag{VI}$$

$$A = (5 + 1(0.224))0.224 = 1.17 \text{ m}^2$$

$$P = \left( b + 2y \sqrt{k^2 + 1} \right) \tag{VII}$$

$$P = 5 + 2(0.224) \sqrt{1^2 + 1} = 5.63 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{A}{P} \tag{VIII}$$

$$R_h = \frac{1.17}{5.63} = 0.21$$

Para  $n = 0.015$

La pendiente necesaria en el tramo intermedio vale:

$$S = \left( \frac{Q n}{A R_h^{2/3}} \right)^2 \tag{IX}$$

$$S = \left( \frac{10.5958 \times 0.015}{1.17(0.21)^{2/3}} \right)^2 = 0.148$$



**Ejemplo 4.8.5** Calcular el tirante conjugado de  $y_2$  en un canal que tiene un tirante de 1.26 m en régimen lento cuando fluye agua a  $5.2 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  para:

a) Sección rectangular

Calculemos:

$$F_2 = \frac{v}{\sqrt{g y_2}} \quad (\text{I})$$

$$V = Q / A \quad (\text{II})$$

$$V = (5.2) / (4.8 \times 1.26) = 0.86$$

$$F_2 = \frac{0.86}{\sqrt{g \cdot 1.26}} = 0.245 < 1 \quad \text{Régimen subcrítico}$$

De la gráfica de la Figura 4.14.

$$\frac{y_1}{y_2} = 0.115$$

$$y_1 = 0.115(1.26) = 0.145 \text{ m}$$

Tirante en régimen supercrítico

b) Sección trapecial. Ver Figura 4.29.

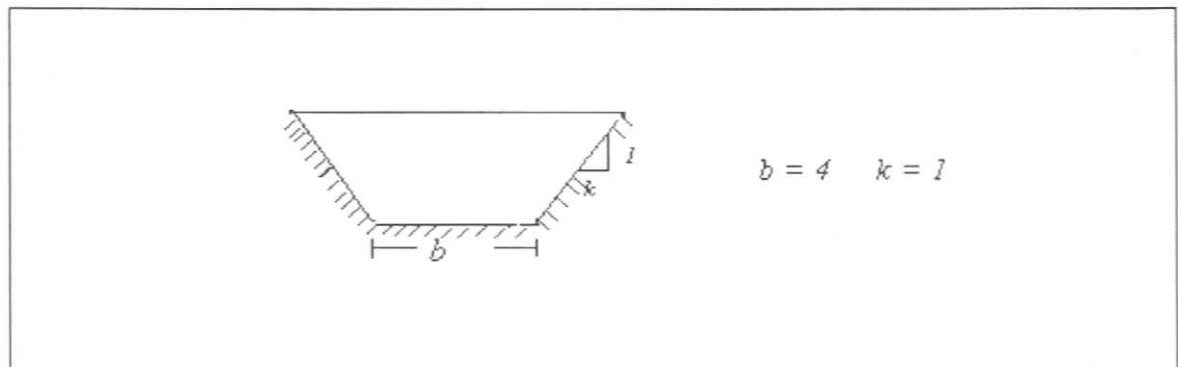
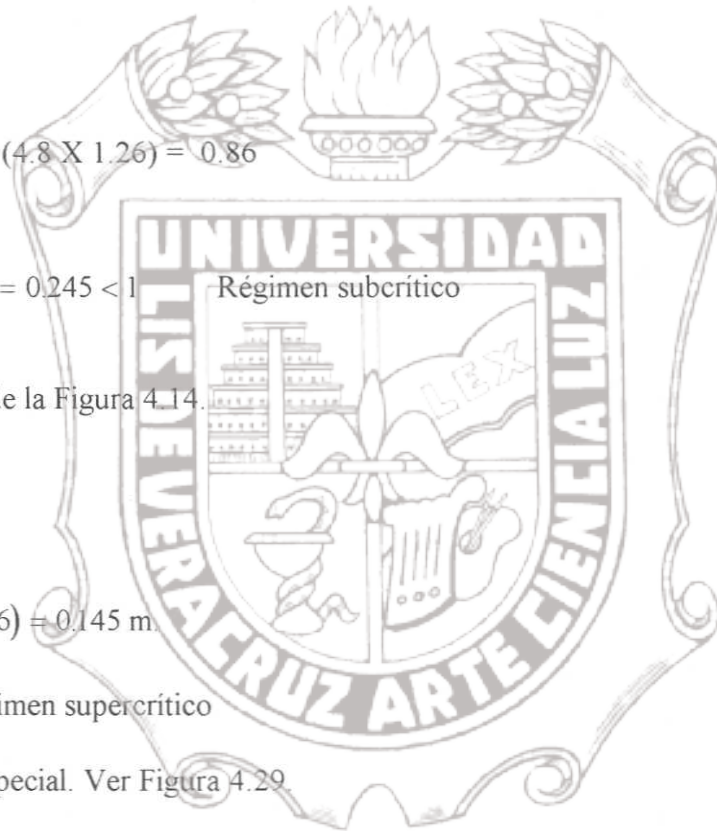


Fig. 4.29 Sección trapecial.

Tendremos que calcular

$$F_{2M} = \frac{Q}{g^{1/2} k y_2^{5/2}} \tag{I}$$

O bien

$$F_{2M} = (t_2 + 1)F_2 \tag{II}$$

$$F_2 = \frac{V}{\sqrt{g} y} \tag{III}$$

Tenemos:

$$k = \frac{k_1 + k_2}{2} \tag{IV}$$

$$k = \frac{1+1}{2} = 1$$

Sustituyendo valores en I

$$F_{2M} = \frac{5.2}{\sqrt{g^{1/2}(1)(1.26)^{5/2}}} = 0.9316 \tag{V}$$

$$t_2 = \frac{b}{k y_2} = \frac{4}{1(1.26)} = 3.175$$

Entrando a la gráfica de la Figura 4.16.

Encontramos

$$\frac{y_1}{y_2} = 0.1$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$y_1 = 0.1(1.26) = 0.126$$

También podemos valuar  $F_{2M}$  por medio de

$$F_{2M} = (t_2 + 1)F_2 \quad (\text{VI})$$

$$F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g y_2}} \quad (\text{VII})$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{(b + ky)y} \quad (\text{VIII})$$

$$V = \frac{5.2}{(4 + 1(1.26))1.26} = 6.628$$

$$F_2 = \frac{6.628}{\sqrt{g \cdot 1.26}} = 0.223$$

Por lo tanto

$$t_2 = 3.175$$

Sustituyendo en VI

$$F_{2M} = (3.175 + 1) \cdot 0.223 = 0.931$$

Semejante al encontrado

c) Sección herradura

$$F_{2R} = \sqrt{\frac{Q^2}{g y_2^5}} \quad (\text{I})$$

$$F_{2R} = \sqrt{\frac{(5.2)^2}{g(1.26)^5}} = 0.931$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

O bien

$$F_{2R} = \frac{\left(\frac{A_2}{D^2}\right)}{\left(\frac{B_2}{D}\right)^2} F_2 \quad (\text{II})$$

Como  $\frac{A_2}{D^2}$  se obtiene de la Tabla 3.6

$$y_2 = D, \quad B = y_2$$

con  $\frac{y_2}{D}$  entrando

$$\frac{y_2}{D} = \frac{1.26}{1.5} = 0.84$$

$$\frac{A_2}{D^2} = 0.7482$$

$$F_{2R} = \frac{0.7482}{(0.84)^2} F_2$$

El número de Froude será:

$$F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g y_2}} \quad (\text{III})$$

Para un área cuya relación sea:

$$\frac{y_2}{D} = 0.84$$

Así tenemos de la Tabla 3.6

$$A_2 = 0.7482 D^2 \quad (\text{IV})$$





$$A_2 = 0.7482(1.5)^2 = 1.68345 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{Q}{A} \tag{V}$$

$$V = \frac{5.2}{1.68345} = 3.088 \text{ m seg}^{-1}$$

$$F_2 = \frac{3.088}{\sqrt{g \cdot 1.26}} = 0.878$$

$$F_{2R} = \frac{0.7482}{(0.84)^2} (0.878) = 0.931$$

$$\frac{y_1}{y_2} = 0.73$$

De la gráfica de la Figura 4.20.

$$y_1 = 0.73(1.26) = 0.919 \text{ m}$$



**4.8.6 Ejemplo:** Un canal trapezoidal de 2.5 m de ancho de plantilla, talud  $k= 0.5$  y pendiente  $S_1 = 0.02$  conduce un gasto  $Q = 12 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$  y continúa a través de la montaña por un túnel de sección de herradura de diámetro  $D = 3 \text{ m}$  el canal esta revestido de concreto con acabado liso  $n_1 = 0.013$  y el túnel revestido de concreto de acabado regular  $n_2 = 0.018$ , ver Figura 4.30.

a) Calcular la pendiente  $S_2$  necesaria para que se inicie el salto hidráulico en la sección del portal de entrada.

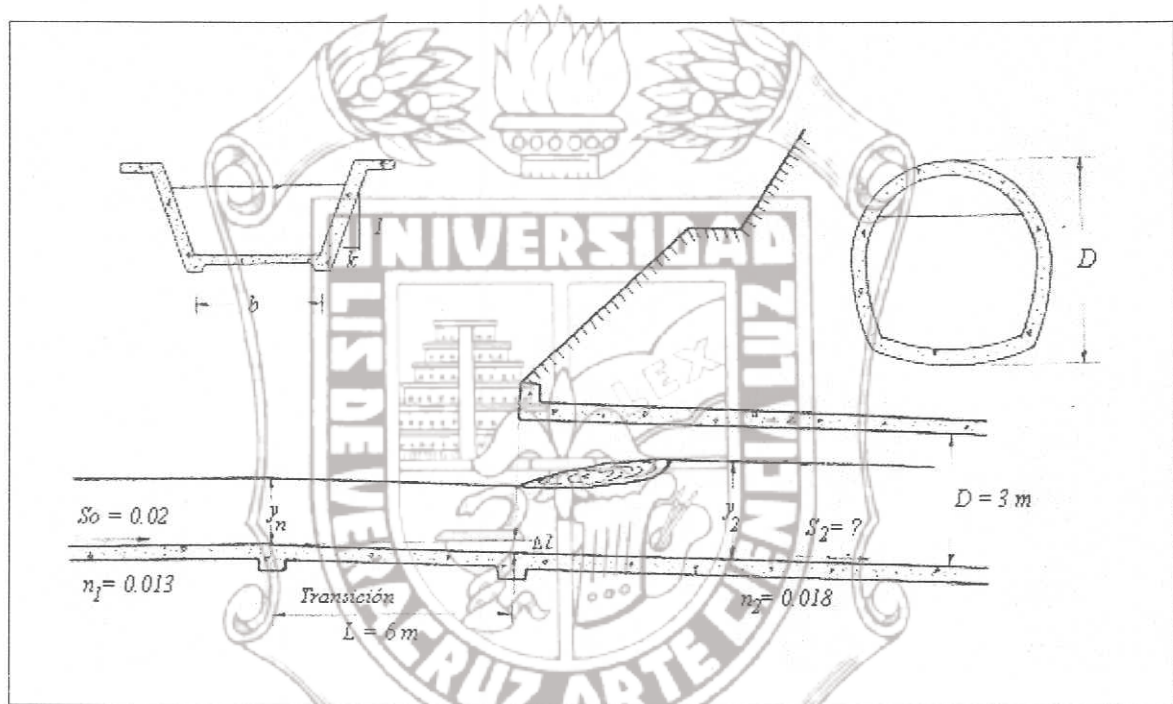


Fig. 4.30 Salto hidráulico a la entrada de un túnel en herradura.

Comparemos el tirante crítico que se presenta en cada sección con el tirante normal para el gasto de  $12 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ .

De la gráfica de la Figura 2.27 tenemos:

$$\frac{Q}{\sqrt{g} b^{2.5}} = \frac{12}{\sqrt{g} (2.5)^{2.5}} = 0.39$$

$$y_c = 1.275 \text{ m}$$

Sección trapezoidal

Sección de herradura

$$\frac{Q}{\sqrt{g} D^{2.5}} = \frac{12}{(3)^{2.5}} = 0.25$$

$$\frac{y_c}{D} = 0.456$$

Por lo tanto  $y_c = 1.37 \text{ m}$

Tirante normal

De la gráfica de la Figura 3.9.

Sección trapecial

$$\frac{Q_n}{b^{8/3} S^{1/2}} = \left( \frac{12 \cdot 0.013}{(2.5)^{8/3} (0.02)^{1/2}} \right) = 0.0958$$

$$\frac{y_n}{b} = 0.27$$

$y_n = 0.675 \text{ m}$

$y_n < y_c$

El caudal que circula es supercrítico



Cálculo del tirante en el portal de entrada. Ver Figura 4.31.

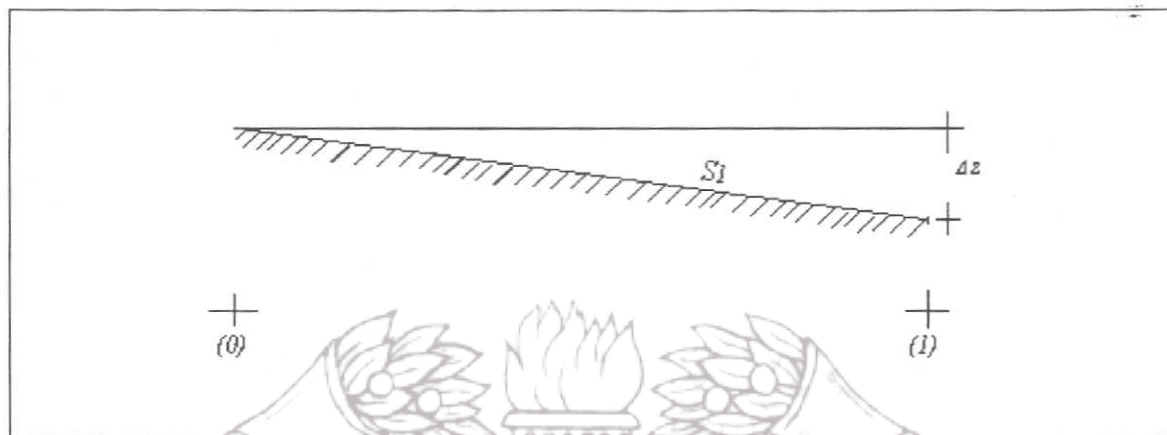


Figura 4.31 Transición del canal

Despreciemos las pérdidas en el tramo de transición y considerando que en la transición se mantiene la misma pendiente que en el canal.

$$E_0 = E_1 - \Delta Z \quad (I)$$

$$\Delta Z = S_1 L \quad (II)$$

$$E_1 = E_0 + S_1 L \quad (III)$$

$$E_0 = y_0 + \frac{V_0^2}{2g} \quad (IV)$$

$$A_0 = (b + ky)y \quad (V)$$

$$A_0 = (2.5 + 0.5(0.675))0.675 = 1.9153 \text{ m}^2$$

$$V_0 = \frac{Q}{A_0} \quad (VI)$$

$$V_0 = \frac{12}{1.9153} = 6.265 \text{ m seg}^{-1}$$

$$E_0 = 0.675 + \frac{(6.265)^2}{2g} = 2.71 \text{ m}$$



$$E_1 = 2.71 + 0.02(6) = 2.83 \text{ m}$$

Y como

$$V = \frac{Q}{A} \tag{VII}$$

$$2.83 = y_1 + \frac{V^2}{2g}$$

$$2.83 = y_1 + \frac{Q^2}{2g A^2} \tag{VIII}$$

Para resolver nuestra ecuación emplearemos la tabla 3.6 de elementos geométricos en canales de sección de herradura.

Por tanteos, tenemos:

$$\text{Si } \frac{y_1}{D} = 0.27$$

$$y_1 = 0.27 (3) = 0.81 \text{ m}$$

$$\frac{A}{D^2} = 0.2107$$

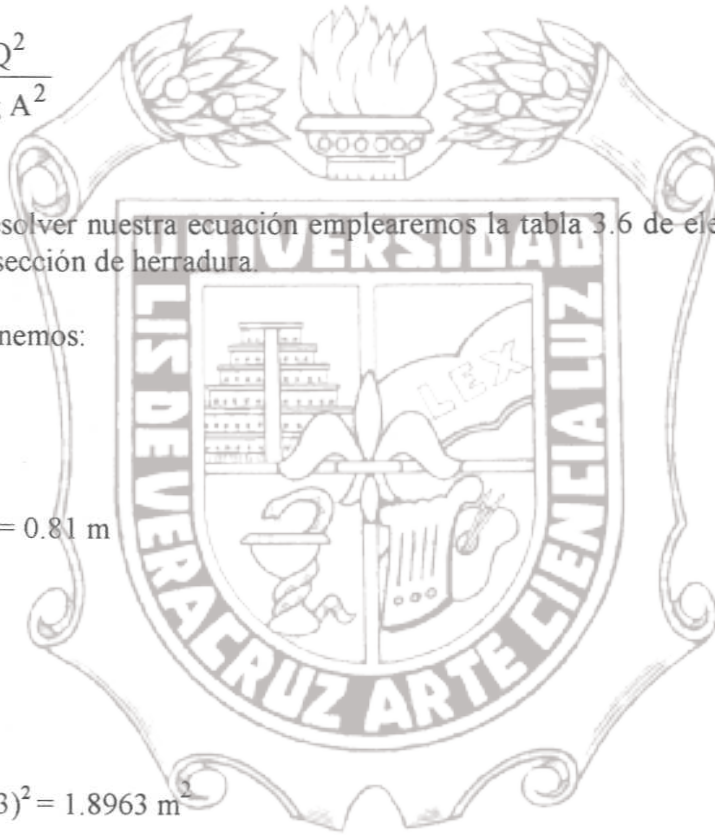
$$A_1 = 0.2107 (3)^2 = 1.8963 \text{ m}^2$$

$$V_1 = \frac{Q}{A} \tag{IX}$$

$$V_1 = \frac{12}{1.8963} = 6.328 \text{ m}^2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 2.043 \text{ m}$$

$$E_1 = 0.81 + 2.043 = 2.853 > 2.83 \text{ m}$$



Si afinamos:

$$\text{Volvemos a suponer } \frac{y_1}{D} = 0.2715$$

$$y_1 = 0.2715 (3) = 0.8145 \text{ m}$$

Interpolando

$$\frac{A_1}{D^2} = 0.212125$$

$$A_1 = 0.212125(3)^2 = 1.9091 \text{ m}^2$$

$$V_1 = \frac{Q}{A} = \frac{12}{1.9091} = 6.286 \text{ m seg}^{-1}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 2.016 \text{ m}$$

$$E_1 = 0.8145 + 2.016 = 2.83 \text{ m}$$

El tirante en el portal de entrada será:

$$y_1 = 0.8145 \text{ m}$$

Como

$$y_1 = 0.8145 < y_c = 1.370 \text{ m}$$

Entonces es régimen supercrítico.

Siendo factible que se presente el salto hidráulico.

Cálculo del conjugado mayor.

Empleando las curvas de la Figura 4.19

$$\frac{Q}{\sqrt{g y_1^3}} = \frac{12}{\sqrt{g (0.8145)^3}} = 6.402$$



$$\frac{y_1}{D} = \frac{0.8145}{3} = 0.2715$$

$$\frac{y}{y_1} = 2.62$$

$$y_2 = 2.62(0.8145) = 2.134 \text{ m}$$

$$y_2 = 2.134 < 3 \text{ m, no se ahoga el túnel}$$

Para que el salto se inicie en la sección del portal de entrada, se necesita que el conjugado mayor calculado, sea el tirante normal dentro del túnel.

Cálculo de la pendiente

De la fórmula Manning:

$$S = \left( \frac{V n}{R_h^{2/3}} \right)^2 \quad (X)$$

Tenemos

$$\frac{y_2}{D} = \frac{2.134}{3} = 0.7113$$

Interpolando de la Tabla 3.6

$$\frac{A_2}{D^2} = 0.64147$$

$$A_2 = 0.64147 (3)^2 = 5.7732 \text{ m}^2$$

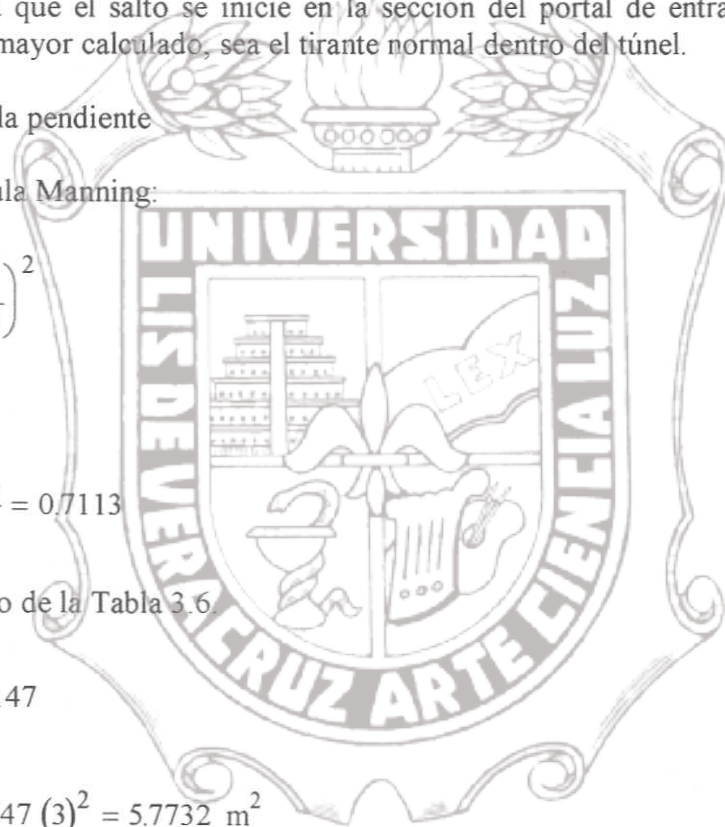
$$\frac{R_h}{D} = 0.300756$$

$$R_h = 0.300756 (3) = 0.9023$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{12}{5.7732} = 2.0786$$

$$S = \left( \frac{2.0786 \times 0.018}{(0.9023)^{2/3}} \right)^2 = 0.001606 \text{ Pendiente requerida}$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



b) Si  $S_2 = 0.01$ , indicar que ocurrirá con el salto hidráulico.

Determinemos  $y_n$  en el túnel para la nueva pendiente

$$\frac{Qn_2}{S^{1/2}D} = \frac{12(0.018)}{(0.01)^{1/2}(3)^{8/3}} = 0.11538$$

De las curvas de la Figura 3.9.

$$\frac{y}{D} = 0.381$$

$$y_n = 3(0.381) = 1.143$$

$$y_n = 1.143 < y_c = 1.37 \text{ m} \text{ Régimen supercrítico}$$

Para la pendiente  $S_2 = 0.01$  el régimen es supercrítico por lo tanto, no se presenta el salto hidráulico.

c) Calcular la pendiente  $S_2$  mínima que elimine el salto hidráulico.

Para eliminar el salto hidráulico bastaría que la pendiente dentro del túnel fuese la crítica, una pendiente menor forzaría a un régimen subcrítico y a un salto hidráulico, por lo tanto, la pendiente crítica dentro del túnel sería la mínima para evitar el salto.

así:

$$\frac{y_n}{D} = \frac{y_n}{D} = \frac{1.37}{3} = 0.456$$

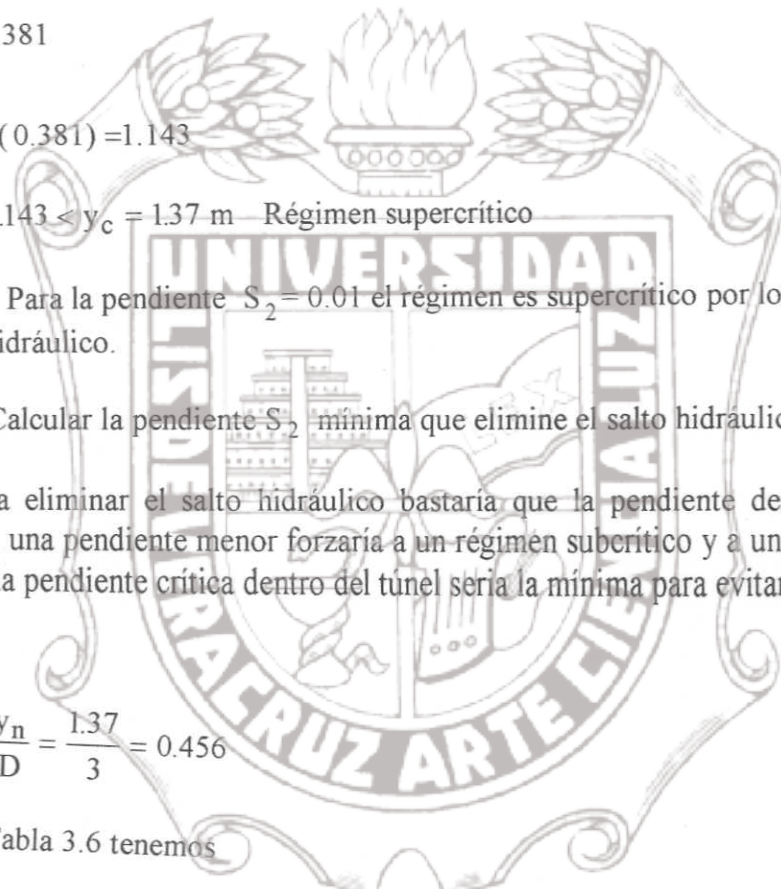
De la Tabla 3.6 tenemos

$$\frac{A}{D^2} = 0.39264$$

$$\frac{R_h}{D} = 0.24412$$

$$Ac = 0.39264(3)^2 = 3.5338 \text{ m}^2$$

$$R_h = 0.24412(3) = 0.7324 \text{ m}$$



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



$$V = \frac{Q}{A} \quad (I)$$

$$V = \frac{12}{3.5338} = 3.396 \text{ m seg}^{-1}$$

$$Sc = \left( \frac{V n}{Rh^{2/3}} \right)^2 \quad (II)$$

$$Sc = \left( \frac{3.396 \times 0.018}{(0.7324)^{2/3}} \right)^2 = 0.00566$$

d) Calcular el desnivel  $\Delta z$  entre las dos secciones que limitan la transición, así como la pendiente  $S_2$  necesaria, de tal manera que se mantenga el mismo tirante del canal (normal) a lo largo de la transición y del túnel.

Del inciso a) tenemos:

Energía específica para el flujo uniforme

$$E_o = 0.675 + \frac{(6.265)^2}{2g} = 2.71 \text{ m}$$

Por lo tanto  $y_o = 0.675 \text{ m}$

Si se desea el mismo tirante dentro del túnel, será necesario calcular la energía específica de la siguiente forma:

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (I)$$

$$y_o = y_1 \quad (II)$$

Entrando a la Tabla 3.6.

$$\frac{y_1}{D} = \frac{0.675}{3} = 0.225$$

$$\frac{A_1}{D^2} = 0.16865$$

$$A_1 = 0.16865 (3)^2 = 1.5179 \text{ m}^2$$

$$\frac{Rh}{D} = 0.1481$$

$$Rh = 0.1481(3) = 0.443 \text{ m}$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} \tag{III}$$

$$V_1 = \frac{12}{1.5179} = 7.906 \text{ m seg}^{-1}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{(7.906)^2}{2g} = 3.189 \tag{IV}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \tag{V}$$

$$y_0 = y_1 \tag{VI}$$

$$E_1 = 0.675 + 3.189 = 3.864 \text{ m}$$

Si  $\Delta Z$  representa el desnivel entre las secciones inicial y final de la transición y además se desprecian las pérdidas en la misma, la ecuación de energía entre las dos secciones sería:

$$E_0 = E_1 - \Delta Z. \tag{VII}$$

$$\Delta Z = E_1 - E_0$$

$$\Delta Z = 3.864 - 2.71 = 1.154 \text{ m}$$

Para que se presente el mismo tirante  $y_n = 0.675$  en la sección de entrada al túnel, se necesita que dicha sección quede a 1.154 m por debajo de la sección en que se inicia la transición.



Para conservar el mismo tirante a lo largo del túnel.

$$S_2 = \left( \frac{V_n}{Rh^{2/3}} \right)^2 \quad \text{(VIII)}$$

$$V = 7.906 \text{ m seg}^{-1}$$

$$S_2 = \left( \frac{7.906 \times 0.018}{(0.443)^{2/3}} \right)^2 = 0.05973$$



**4.8.7 Ejemplo:** Determinar la reducción que experimentaría el gasto descargado por la compuerta del ejercicio 4.8.3 si se mantiene el mismo tirante aguas arriba de 1.9 m la misma abertura  $a = 0.51$  m y la pendiente del canal se reduce a  $S_o = 0.0009$ . Ver Figura 4.32.

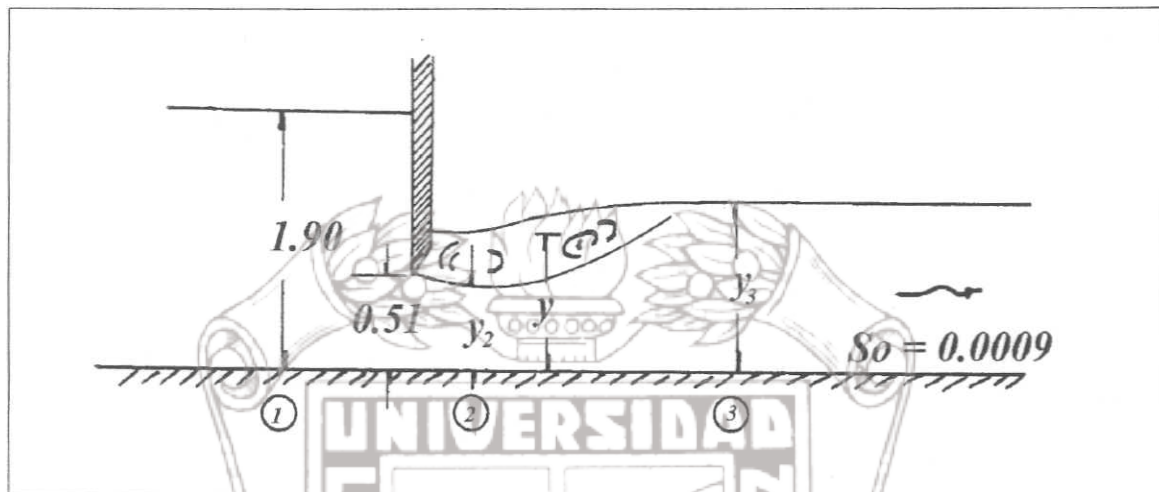


Fig. 4.32 Salto hidráulico ahogado a la salida de una compuerta.

Al reducir la pendiente del canal, el tirante normal en el mismo aumentará forzando seguramente a una descarga ahogada de la compuerta que, a su vez, reducirá el gasto, con ello el tirante normal y a su vez el grado de ahogamiento.

Supongamos un gasto menor que el de descarga libre, con el cual se hará el cálculo completo para después ser verificado.

Si  $Q = 4.108 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$

De la gráfica de la Figura 3.9 tenemos:

$$\frac{Q n}{b^{8/3} S^{1/2}} = \frac{4.108 \times 0.025}{(3)^{8/3} (0.0009)^{1/2}} = 0.183$$

$$\frac{y_3}{b} = 0.47$$

$$y_3 = 0.47(3) = 1.411 \text{ m}$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

Verifiquemos la descarga

Como

$$F_3^2 = \frac{q^2}{g y_3^3} \quad (I)$$

Sustituyendo

$$F_3^2 = \frac{\left(\frac{4.108}{3}\right)^2}{g(1.411)^3} = 0.06811$$

Sustituyendo en la relación de sumergencia

$$\frac{y}{y_3} = \sqrt{1 + 2F_3^2 \left(1 - \frac{y_3}{y_2}\right)} \quad (II)$$

$$y_2 = Cc a = 0.318 \quad \text{del ejercicio anterior}$$

$$y = 1.411 \sqrt{1 + 2(0.06811) \left(1 - \frac{1.411}{0.318}\right)} = 1.030 \text{ m.}$$

Tenemos:  $y_3 > y > y_2$

Por lo tanto la descarga se ahoga

Calculemos los coeficientes de descarga

$$\frac{y_1}{a} = \frac{1.90}{0.51} = 3.725$$



$$\frac{y_3}{a} = \frac{1.411}{0.51} = 2.767$$

De la fig. 4.22 tenemos:

$$C_d = 0.44$$

$$Q = C_d a b \sqrt{2g y_1} \tag{IV}$$

$$Q = 0.44(0.513) \sqrt{2g(1.90)} = 4.108 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}, \text{ igual al supuesto}$$

Longitud del salto

$$\frac{L}{y_2 - y_1} = 6 - 0.05 \frac{y_3}{y_2} \tag{V}$$

$$L = \left( 6 - 0.05 \left( \frac{1.411}{0.3188} \right) \right) (1.411 - 0.3188) = 6.311 \text{ m}$$

b) Si la compuerta es alimentada por un canal donde se mantiene el gasto original de  $5.322 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ , calcular a cuánto ascenderá el tirante aguas arriba de la compuerta al producirse el ahogamiento, si se mantiene la misma abertura y  $S_o = 0.0009$ .

De la gráfica de la Figura 3.9 calculemos el tirante normal.

$$\frac{Q_n}{b^{8/3} S^{1/2}} = \frac{5.322 \times 0.025}{(3)^{8/3} (0.0009)^{1/2}} = 0.2369$$

$$\frac{y_n}{b} = 0.568$$

$$y_n = 3(0.568) = 1.716 \text{ m}$$



Determinemos la relación de sumergencia

$$\text{Como } F_3^2 = \frac{q^2}{g y_3^3}$$

Sustituyendo

$$F_3^2 = \frac{\left(\frac{5.322}{3}\right)^2}{g(1.715)^3} = 0.06366$$

$$y_n = Cc a$$

$$y_n = 0.3188$$

$$\frac{y}{y_3} = \sqrt{1 + 2F_3^2 \left(1 - \frac{y_3}{y_2}\right)}$$

$$y = 1.715 \sqrt{1 + 2(0.06366) \left(1 - \frac{1.715}{0.318}\right)} = 1.141 \text{ m}$$

Tenemos:  $y_2 < y < y_3$  por lo tanto la descarga se ahoga

El cálculo de  $y_1$  lo haremos por medio de tanteos

$$\frac{y_3}{a} = \frac{1.715}{0.51} = 3.363$$

Sí suponemos  $y_1 = 2.8$  tenemos

$$\frac{y_1}{a} = \frac{2.8}{0.51} = 5.49 \text{ de la Figura 4.22 obtenemos}$$

$$C_d = 0.47$$



(VI)

(VII)

$$y_1 = \left( \frac{Q}{C_d a b \sqrt{2g}} \right)^2$$

(VIII)

Sustituyendo

$$y_1 = \left( \frac{5.322}{0.47(0.51)(3)\sqrt{2g}} \right)^2 = 2.795 \approx 2.8 \quad \text{supuesto}$$

Por lo tanto el tirante arriba de la compuerta será:

2.8 > 1.9 anterior





## 4.9 EJEMPLOS PROPUESTOS

**4.9.1 Ejemplo:** Dado un canal rectangular de 1.0 m de ancho, tirante conjugado menor  $y_1 = 0.60$  m y gasto  $Q = 0.14$  m<sup>3</sup> seg<sup>-1</sup>, determinar el tirante conjugado mayor.

**4.9.2 Ejemplo:** Un gasto de 2.8 m<sup>3</sup> seg<sup>-1</sup>, fluye en una canal circular de 1.8 m de diámetro. Si el tirante conjugado mayor es de 0.61 m, determínese el tirante conjugado menor que provoque un salto hidráulico.

**4.9.3 Ejemplo:** Un gasto de 100 m<sup>3</sup> seg<sup>-1</sup>, se presenta en una canal trapecial con taludes 1:2 y un ancho en la base de 5 m. Si el tirante conjugado mayor es de 1.0 m, determínese el tirante del flujo aguas abajo que provoque un salto hidráulico.

**4.9.4 Ejemplo:** Con referencia a un canal de sección trapecial de 6 m de ancho y taludes 1:2, construir una familia de curvas de Fuerza Especifica para  $Q = 0, 1.5, 3, 6, 9$  y 12 m<sup>3</sup> seg<sup>-1</sup>, b) Dibujar una familia de curvas del tirante conjugado menor contra el tirante conjugado mayor para los caudales dados.

**4.9.5 Ejemplo:** Dado un canal rectangular con un ancho de 6.1 m, determínese la pérdida de energía si  $Q = 9.0$  m<sup>3</sup> seg<sup>-1</sup>,  $y_1 = 0.9$  m.

**4.9.6 Ejemplo:** En canal rectangular en que se presenta un salto hidráulico claro, uno de los tirantes conjugados es  $y = 3.0$  m, el gasto es  $Q = 40$  m<sup>3</sup> seg<sup>-1</sup>, y el ancho  $b = 10$  m. Calcule a) El otro tirante, verifique el régimen y las pérdidas que se presentan, b) La longitud del salto.

**4.9.7 Ejemplo:** Calcule los valores de los tirantes conjugados  $y_1$ ,  $y_2$  en el canal rectangular que se muestra en la Figura 4.33, suponiendo que se presenta un salto hidráulico claro. Considere un coeficiente de descarga  $C = 2.15$ .

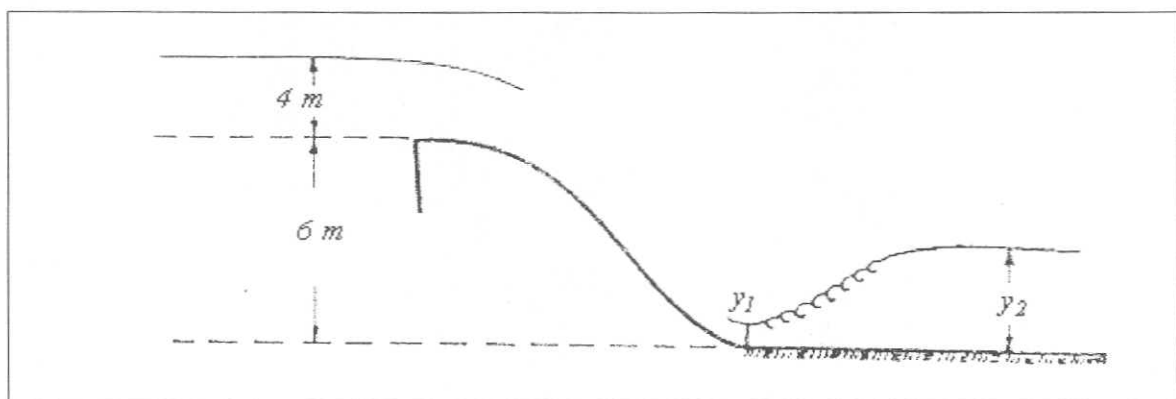


Fig. 4.33 Salto hidráulico claro.

4.9.7 **Ejemplo:** En el canal rectangular de la Figura 4.34, se presenta un salto hidráulico claro. Determine las cotas "A" y "B", si el tirante conjugado menor es de  $y_1 = 1.20$  m y el coeficiente de descarga del vertedor es  $C = 2.12$ .

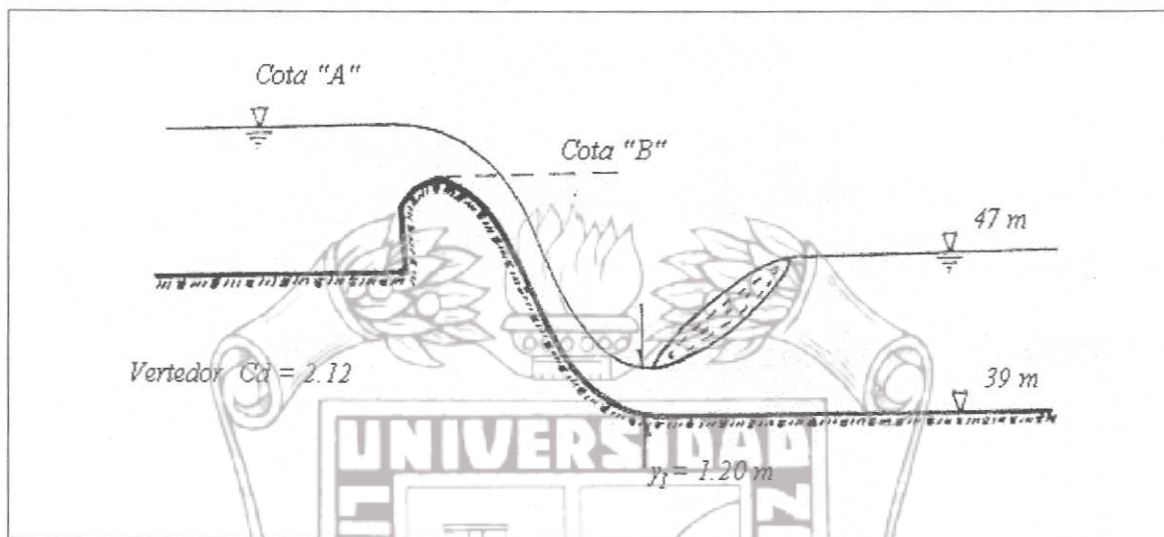


Fig. 4.34 Salto hidráulico claro.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



# 5 Flujo Gradualmente Variado

## 5.1 Flujo permanente y no permanente

**Permanente** si el tirante permanece constante en cualquier instante o en algún lapso especificado, el caso más común es aquel en que el gasto es constante en cualquier sección transversal; otros casos de flujo permanente ocurren cuando existen aportes o salidas de agua (que no varían con el tiempo) a lo largo del canal o en tramos del mismo, por ejemplo: los vertedores de canal lateral, las cunetas y bordillos en carreteras y los sistemas de drenaje en zonas de riego. Ver Figura 5.1

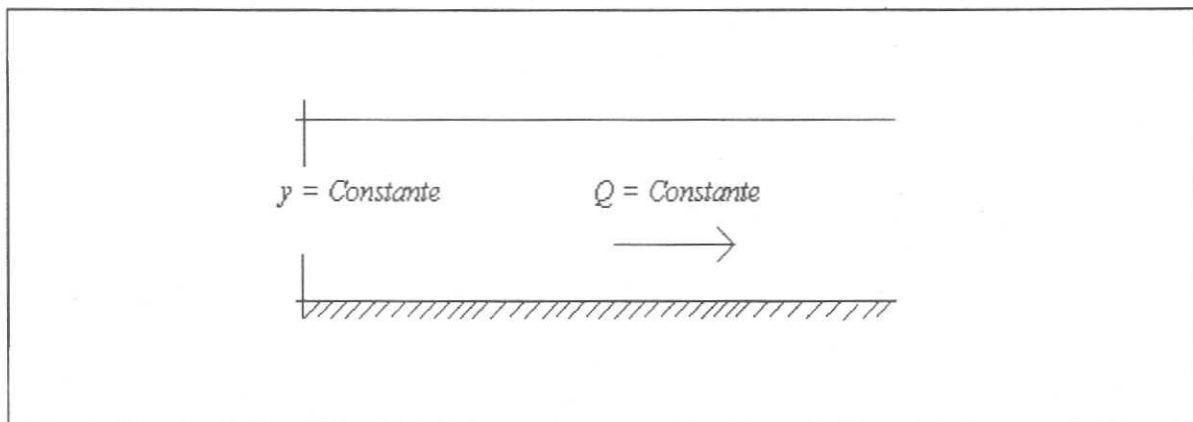


Fig. 5.1 Flujo permanente en un canal.

**No permanente** (transitorio) un ejemplo de este flujo será el canal donde se presente una avenida.

Esta clasificación obedece a la utilización del tiempo como un criterio.

## 5.2 Flujo uniforme y no uniforme (variado)

Se empleará el espacio como criterio de clasificación

**Flujo uniforme** se presenta cuando la velocidad media se presenta cuando la velocidad media permanece constante en cualquier sección del canal. Ver Figura 5.2.

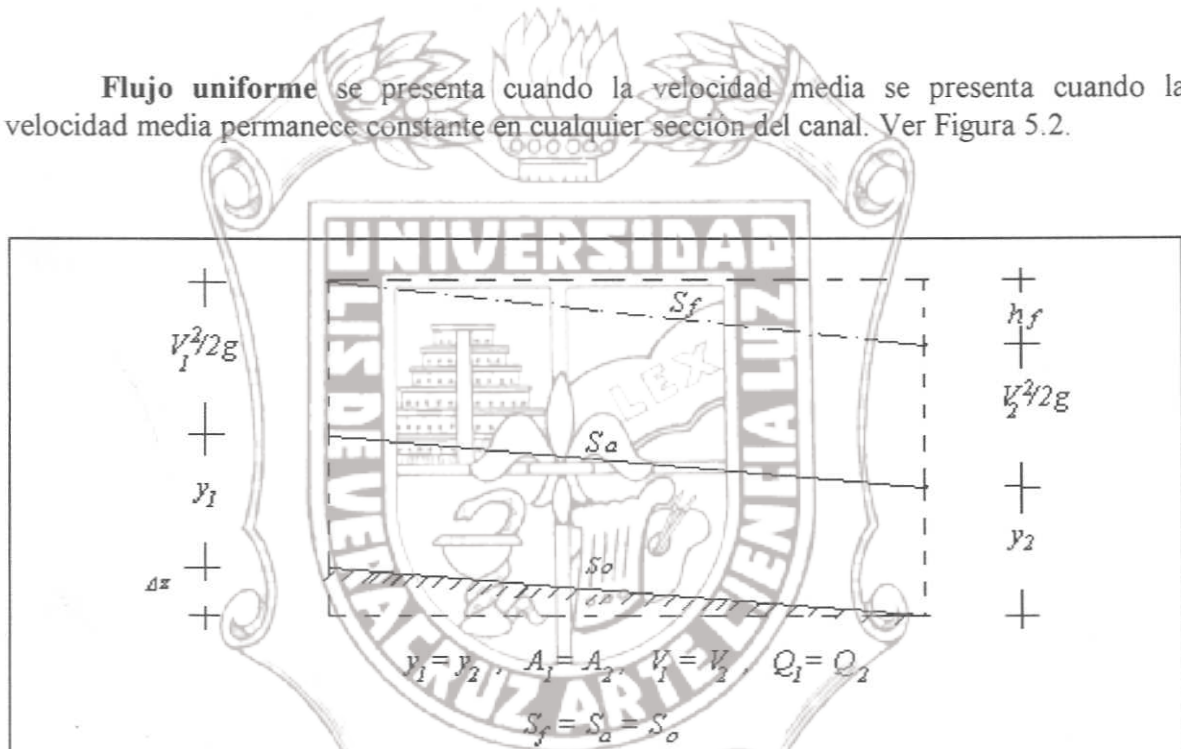


Fig. 5.2 Características del flujo uniforme.

Las características de un flujo uniforme se pueden satisfacer únicamente si el canal es prismático, teóricamente un flujo uniforme puede ser permanente o no permanente.

**Flujo uniforme permanente** el tirante no cambia con el tiempo y es el tipo tratado en la hidráulica de canales.

**Flujo uniforme no permanente** se requerirá que la superficie libre fluctúe de un instante a otro pero siempre paralelo a la plantilla.

**Flujo no uniforme (variado)** se presenta si la velocidad media cambia a lo largo del canal. Ver Figura 5.3.

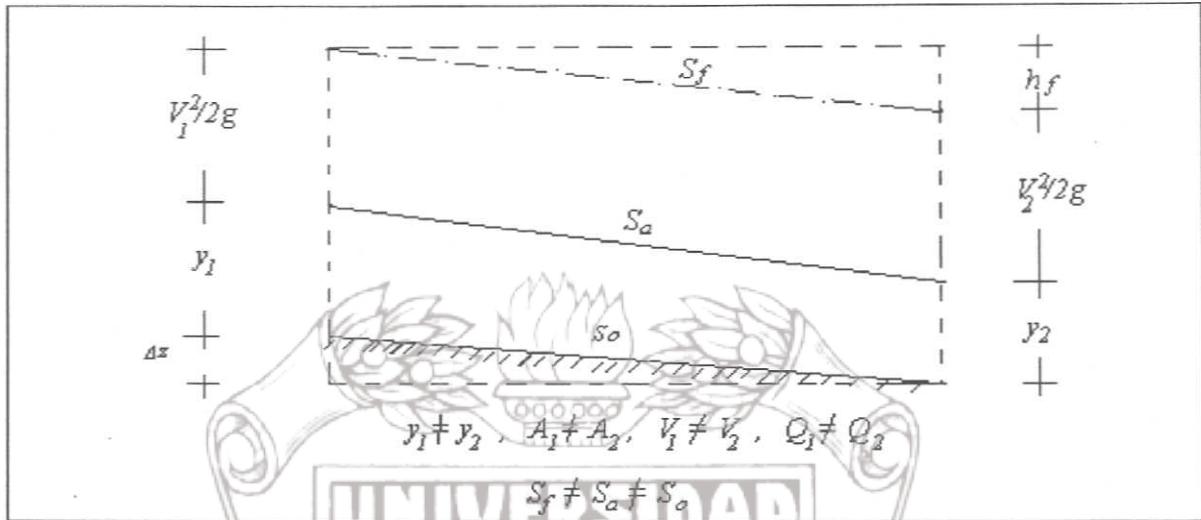


Fig. 5.3 Características del flujo no uniforme (variado).

Los cambios de velocidad se pueden producir por:

- Variación en la sección del canal
- Cambio en la pendiente
- Una estructura hidráulica (vertedor, compuerta), interpuesta en línea de flujo.

Por lo tanto, el flujo uniforme es un estado ideal que difícilmente se logra, solo en canales muy largos y rectos, de sección y pendiente constante.

El flujo no uniforme (variado) si puede ser permanente y no permanente. por otra parte el flujo variado lo podemos clasificar como:

**Gradualmente variado**

**Rápidamente variado**

**Espacialmente variado**

Instituto de Ingeniería  
 Universidad Veracruzana

**Flujo gradualmente variado** el tirante cambia gradualmente a lo largo del canal.

**Rápidamente variado** el tirante cambia rápidamente como en el caso del salto hidráulico.

**Espacialmente variado** cambia además las características hidráulicas a lo largo del canal.

### 5.3 Determinación de la ecuación dinámica de flujo gradualmente variado

Hipótesis:

1.- La pendiente de plantilla en el canal es uniforme y pequeña de tal manera que se confunde el tirante de la sección normal con el vertical y además, no ocurre arrastre de aire al interior de flujo.

2.- La curva de distribución de velocidades tiene la misma forma en cualquier sección del canal, por lo tanto, el coeficiente de energía  $\alpha$  es constante.

3.- La pérdida de energía más importante es la de fricción, para el cálculo de la pendiente de la línea de energía en una sección se utilizan las mismas fórmulas que en flujo uniforme, utilizando la velocidad media, el  $R_h$ , y el coeficiente "n" de la propia sección. Esta última suposición nunca ha sido verificada ni teórica, ni experimentalmente, los errores que se inducen son pequeños si se compara con los que se incurren al seleccionar el "n".

Del teorema de Bernoulli ver Figura 5.4, tenemos:

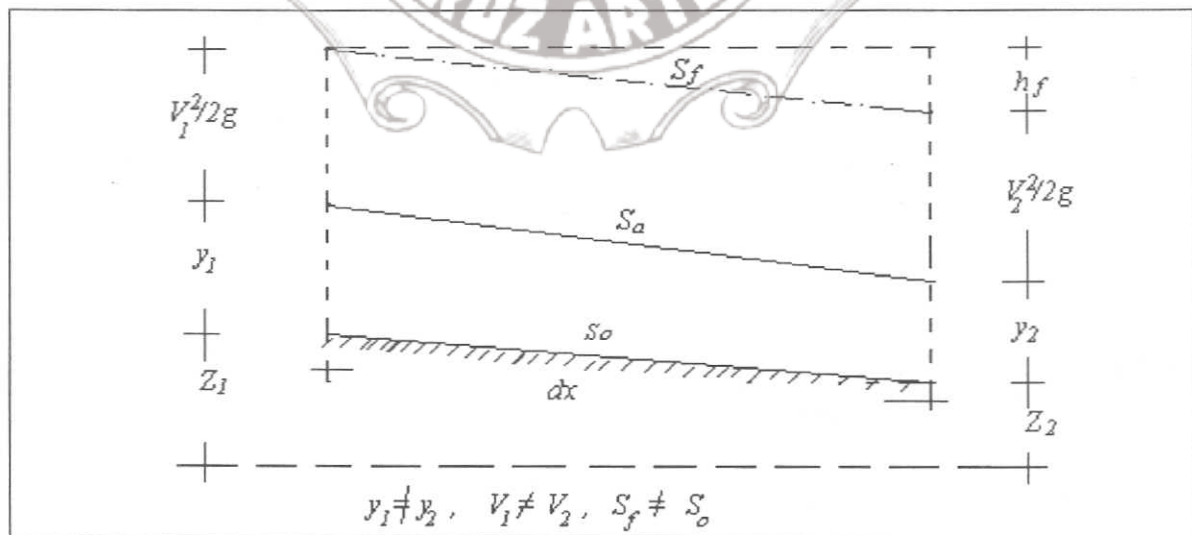


Fig. 5.4 Flujo gradualmente variado.

$$H = Z + y + \frac{V^2}{2g} \quad (5.1)$$

Si

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d}{dx} \left( Z + y + \frac{V^2}{2g} \right) = -S_f$$

Se acostumbra expresarla como

$$\frac{dZ}{dx} + \frac{d}{dx} \left( y + \frac{V^2}{2g} \right) = -S_f$$

$$\frac{d}{dx} \left( y + \frac{V^2}{g} \right) = -\frac{dZ}{dx} - S_f$$

Como  $-\frac{dZ}{dx} = S_o$  (5.2)

$$\frac{d}{dx} \left( y + \frac{V^2}{g} \right) = S_o - S_f \quad (5.3)$$

Como sabemos

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (5.4)$$

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f \quad (5.5)$$

Ecuación general de flujo no uniforme



Si

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

Y además  $V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{y b} = \frac{q}{y}$  (5.6)

$$V^2 = \frac{q^2}{y^2}$$

$$E = y + \frac{q^2}{2g y^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = \frac{d}{dy} \left( y + \frac{q^2}{y^2 2g} \right) = 1 - \frac{2y^{-3} \left( \frac{q^2}{g} \right)}{2} = 1 - \frac{q^2}{g y^3}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{g y^2 y}$$

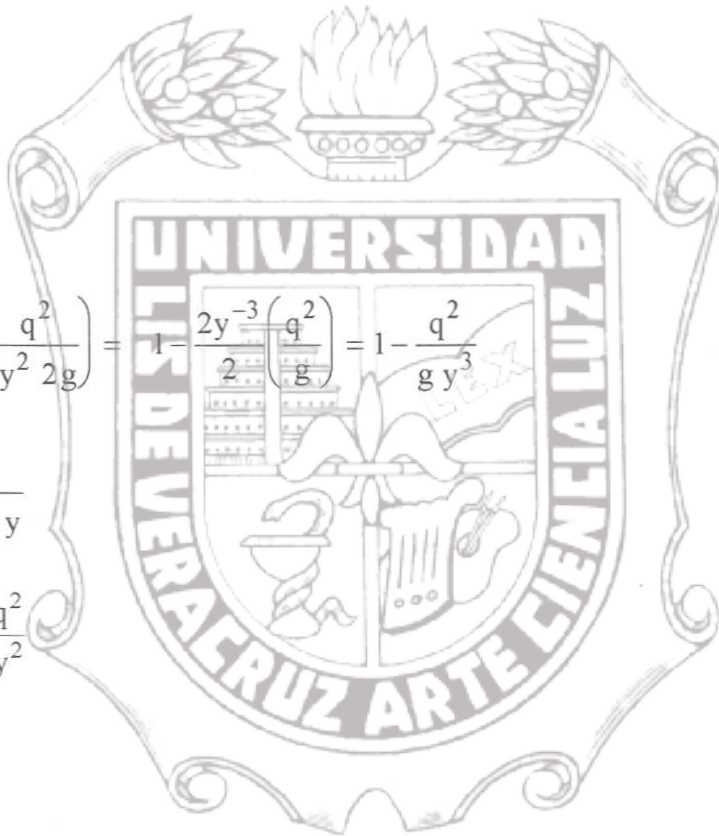
Y como  $V^2 = \frac{q^2}{y^2}$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2}{g y} \tag{5.8}$$

Como

$$F = \frac{V}{\sqrt{g y}} \tag{5.9}$$

$$F^2 = \frac{V^2}{g y} \tag{5.10}$$





$$\frac{dE}{dy} = 1 - F^2 \quad (5.11)$$

Si la ecuación 5.5 la multiplicamos y dividimos por dy

$$\frac{dE}{dx} = \frac{dE}{dx} \frac{dy}{dy} = \frac{dE}{dy} \frac{dy}{dx}$$

Tenemos  $\frac{dE}{dx} = \frac{dy}{dx} (1 - F^2)$  (5.12)

Como de la ecuación de 5.5 tenemos

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f \text{ sustituyendo en 5.12}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F^2} = S_o \frac{1 - \frac{S_f}{S_o}}{1 - F^2} \quad (5.13)$$

Ecuación dinámica de flujo gradualmente variado

Donde:

$\frac{dy}{dx}$ , representa la pendiente  $S_a$  de la superficie libre del agua referida al eje "x", coincidente con la plantilla del canal. Para el caso de canales muy anchos se emplea la Ecuación de Bresse.

$$\frac{dy}{dx} = S_o \frac{1 - \left(\frac{y_n}{y}\right)^3}{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^3} \quad (5.14)$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

Donde:

$$y = Rh \tag{5.15}$$

La solución de la ecuación dinámica permite determinar cuantitativamente la forma del perfil del flujo.

#### 5.4 Características y clasificación de los perfiles de flujo

La primera clasificación de los perfiles de flujo variado fue hecha por **Bakhmeteff** y esta basada en:

- 1.- La pendiente del canal
- 2.- La zona en que se aloja el perfil

Si partimos de la ecuación dinámica de flujo gradualmente variado 5.13.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F^2} = S_o \frac{1 - \frac{S_f}{S_o}}{1 - F^2}$$

Para un valor de Q y sección transversal cualquiera, nos encontramos que S<sub>f</sub> y F no son funciones sencillas de "y" de tal forma que la Ecuación Dinámica no tiene una solución explícita inmediata. Nos interesa ahora obtener el aspecto semicuantitativo de la variación de "y" con "x" en diferentes circunstancias, es decir, la forma que adopta el perfil de la superficie libre.

#### Pendiente del canal S<sub>o</sub>

La pendiente puede ser positiva. Ver Figura 5.5.

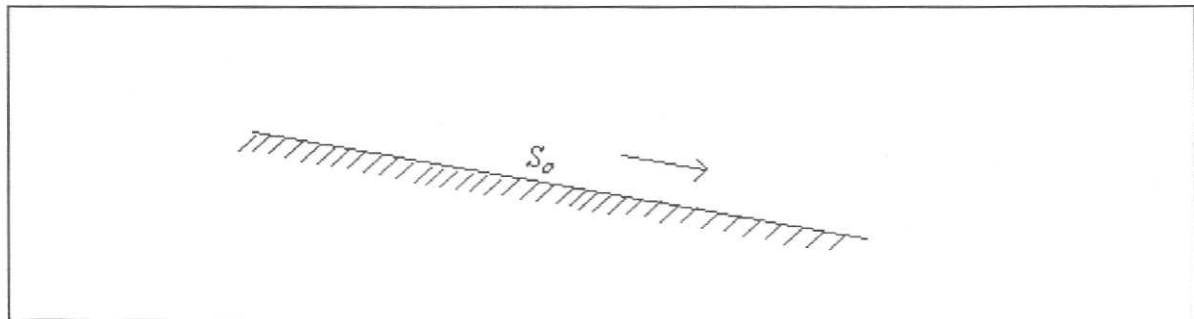


Fig. 5.5 S<sub>o</sub> será positiva si el fondo desciende en la dirección del flujo.

La pendiente puede ser negativa. Ver Figura 5.6.

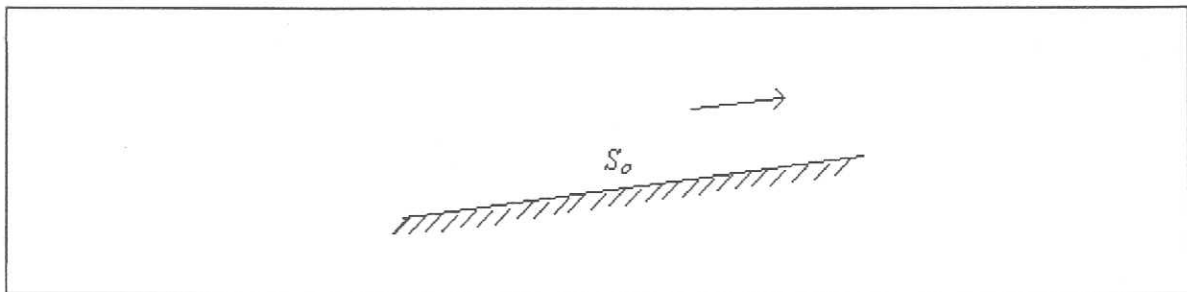


Fig.5.6 So será negativo si asciende, no hay posibilidad de flujo uniforme, con valor positivo finito de  $y_n$  es físicamente imposible.

La pendiente puede ser cero. Ver Figura 5.7.

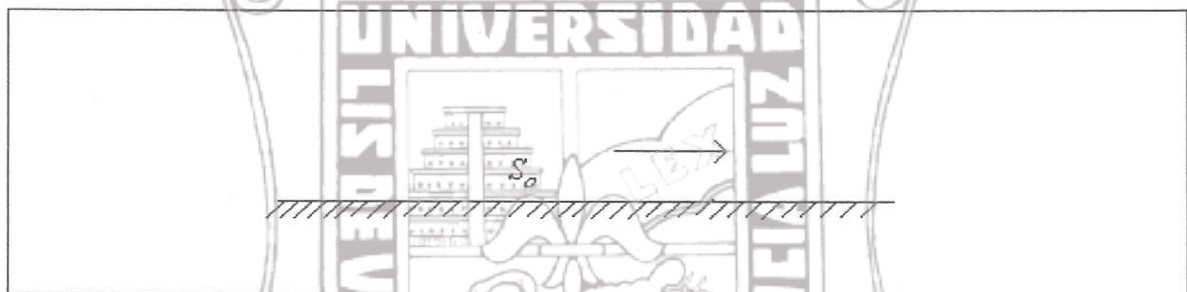


Fig. 5.7  $S_o = S_i$  es horizontal, no hay posibilidad de flujo uniforme,  $y_n = \infty$ .

Para el caso de pendiente positiva se puede establecer un flujo uniforme  $y_n$  donde la pendiente podría ser:

Suave sí  $y_n > y_c$ , perfiles tipo **M**

Crítica sí  $y_n = y_c$ , perfiles tipo **C**

Pronunciada sí  $y_n < y_c$ , perfiles tipo **S**

Su clasificación dentro de estos tipos depende de la magnitud misma de la pendiente, de la rugosidad y en menor grado del gasto.

### Pendiente de fricción $S_f$

La valuaremos por medio de la fórmula de **Manning**

$$S_f = \left( \frac{V_n}{Rh^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{Q_n}{A Rh^{2/3}} \right)^2 \quad (5.16)$$

## Número de Froude

$$F = \frac{V}{\sqrt{g y}} = \frac{Q}{A \sqrt{g y}} \quad (5.17)$$

Régimen Crítico  $y = y_c$  ;  $F^2 = 1$

Para un gasto dado  $y$  para la mayoría de las secciones usuales,  $S_f$  y  $F^2$  son decrecientes en forma continua a medida que el tirante crece. Esto es particularmente cierto en secciones anchas donde, al crecer el tirante,  $R_h$  y  $b$  prácticamente no cambian en comparación con los cambios que experimenta el área.

Por definición de flujo uniforme  $S_f = S_o$  cuando  $y = y_n$ , por lo que se concluye que:

$$S_f \geq S_o \quad \text{según que } y \leq y_n$$

$$F^2 \geq 1 \quad \text{según que } y \leq y_c$$

Con la ayuda de estas desigualdades se puede determinar rápidamente como se ve afectado el comportamiento de  $\frac{dy}{dx}$  por las magnitudes de  $y, y_n, y_c$ .

Sí tomamos en consideración el tirante normal y el crítico para cualquier tipo de pendiente podemos dividir el espacio en tres zonas. Ver Figura 5.8.

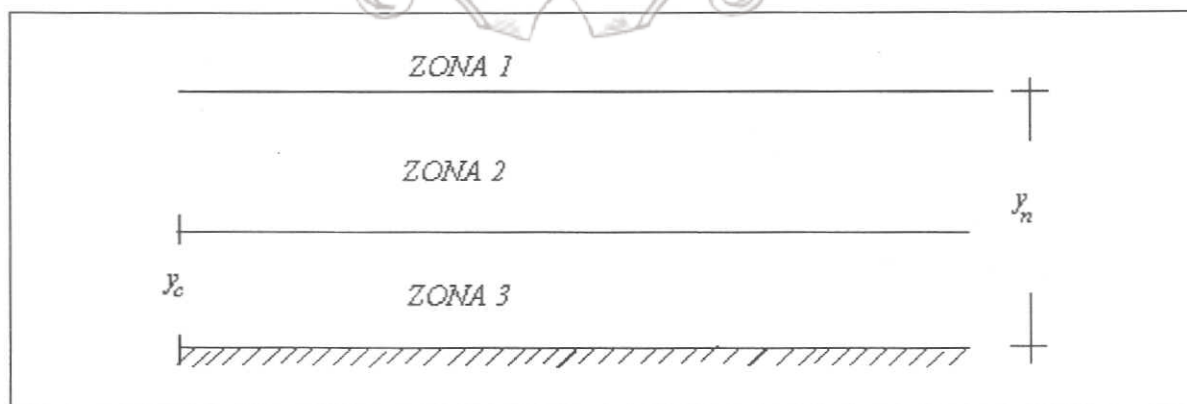


Fig. 5.8 Zonas en que se puede dividir el canal.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

Dentro de las cuales queda alojado cualquier perfil de tirante "y"

Recordemos también:

$\frac{dy}{dx} > 0$ , El perfil de la superficie libre diverge de la plantilla

$\frac{dy}{dx} = 0$ , El perfil de la superficie es paralelo con la plantilla.

$\frac{dy}{dx} < 0$ , El perfil de la superficie converge con la plantilla.

La forma del perfil al acercarse a las fronteras de la zona se puede estudiar como:

1.- cuando  $y \rightarrow \infty$ ,  $F^2 \rightarrow 0$ ,  $S_f \rightarrow 0$ ,  $\therefore \frac{dy}{dx} \rightarrow S_o$

Esto significa que la pendiente del agua es asintótica a la horizontal, curvas  $H_2, A_2$ .

2.- cuando  $y \rightarrow y_n$ ,  $(S_o = S_f)$ ,  $\therefore \frac{dy}{dx} \rightarrow 0$

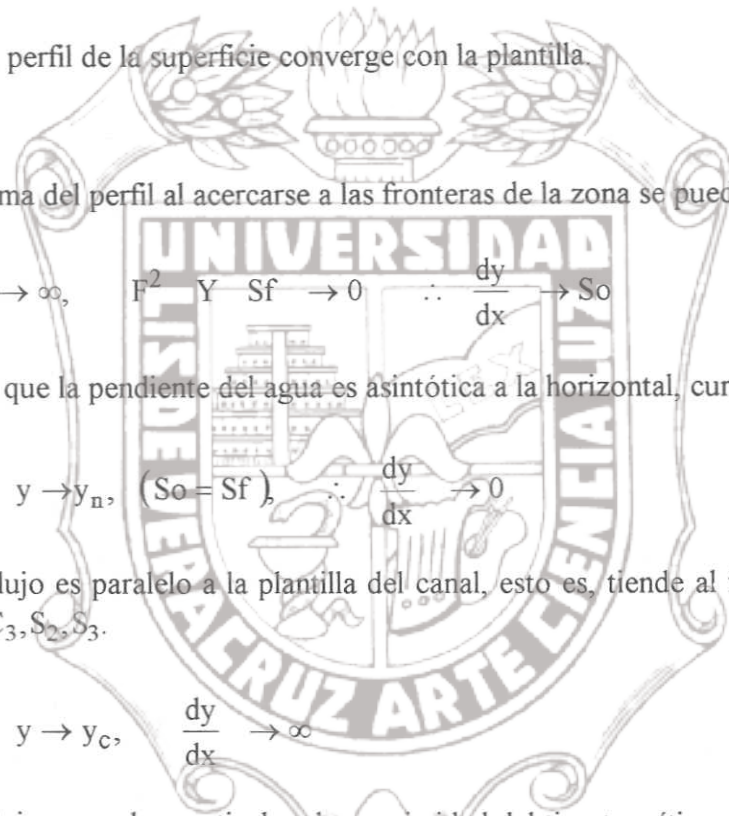
El perfil del flujo es paralelo a la plantilla del canal, esto es, tiende al flujo uniforme, curvas  $M_1, M_2, C_2, C_3, S_2, S_3$ .

3.- cuando  $y \rightarrow y_c$ ,  $\frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$

El perfil del flujo se vuelve vertical en la proximidad del tirante crítico. esto significa que si el perfil se desarrolla en régimen supercrítico ocurre una discontinuidad, presentándose un salto hidráulico antes de que "y" alcance el valor de " $y_c$ ", curvas  $M_3, H_3, A_3$ , por el contrario si el perfil se desarrolla en régimen subcrítico, dicho perfil logra una gran curvatura al aproximarse "y" al valor de " $y_c$ " para volverse vertical en el punto en que " $y = y_c$ ", curvas  $M_2, H_2, A_2$ , en ambos casos, se presenta un flujo rápidamente variado.

Cuando  $y \rightarrow 0$ ,  $S_f \rightarrow \infty$ ,  $\therefore F^2 \rightarrow \infty$ ,  $\frac{dy}{dx} \rightarrow$  a un limite positivo finito. Cuya magnitud depende de la sección particular que se trate, este resultado es de poco interés practico debido a que no puede existir un tirante cero.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



De acuerdo con estas consideraciones, existen diferentes formas para el perfil de la superficie libre de un flujo gradualmente variado. En total de cada zona existe un perfil distinto que es válido dentro de los límites de esa zona. Ver Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Clasificación de los perfiles en flujo gradualmente variado.

		PERFILES EN LA ZONA 1 $y > y_n ; S_0 > S_f$ $y > y_c ; Ff < 1$	PERFILES EN LA ZONA 2 $y_n \geq y > y_c ; S_0 = S_f ; Ff = 1$ $y_c > y > y_n ; S_0 < S_f ; Ff > 1$	PERFILES EN LA ZONA 3 $y < y_n ; S_0 < S_f$ $y < y_c ; Ff > 1$
PENDIENTE POSITIVA	SUBCRÍTICA: $y_n > y_c$ $S_0 > 0$	$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{+} = +$ CALCULO M1	$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{+} = -$ CALCULO M2	$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$ CALCULO M3
	CRÍTICA: $y_n = y_c$	$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{+} = +$ CALCULO C1	$\frac{dy}{dx} = 0$ CALCULO C2	$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$ CALCULO C3
	SUPERCRÍTICA: $y_n < y_c$	$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{-} = -$ CALCULO S1	$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{-} = -$ CALCULO S2	$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$ CALCULO S3
PENDIENTE HORIZONTAL	$S_0 = 0$ $y_n > y_c$	$\frac{dy}{dx}$ NO EXISTE NINGUNA	$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{+} = -$ CALCULO H2	$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$ CALCULO H3
PENDIENTE NEGATIVA	$S_0 < 0$	$\frac{dy}{dx}$ NO EXISTE NINGUNA	$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{+} = -$ CALCULO A2	$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$ CALCULO A3

## 5.4.1 Perfiles tipo M.

El perfil  $M_1$  es muy común en:

- Estructuras de control tales como vertedores y compuertas.
- Accidentes naturales como estrechamientos y curvas.

Puede producir un efecto de remanso en un canal o río, extendiéndose varios kilómetros hacia aguas arriba, tomándose como límite o longitud de dicho remanso aquella sección en que el tirante difiere en 1 % , respecto del normal. Ver Figura 5.9.



Fig. 5.9 Perfiles Tipo  $M_1$ .

El perfil  $M_2$  ocurre cuando el tirante se reduce, ver Figura 5.10.

- En el ensanchamiento de la sección.
- En la proximidad de una caída.

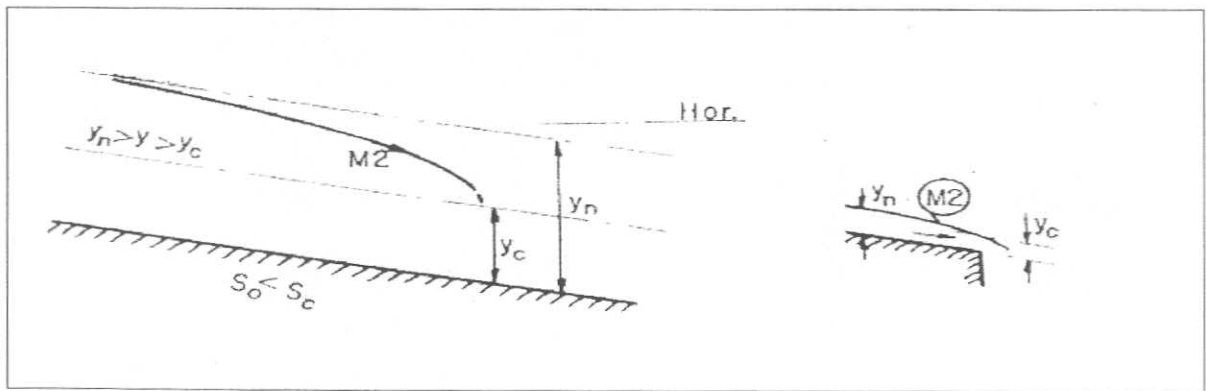


Fig. 5.10 Perfiles Tipo  $M_2$

El perfil  $M_3$  se puede encontrar: Ver Figura 5.11.

- a).- Aguas abajo de un cambio de pendiente de supercrítico a subcrítico.
- b).- Después de la descarga de una compuerta.

Este perfil esta regido por las condiciones aguas abajo y termina normalmente en un salto hidráulico.

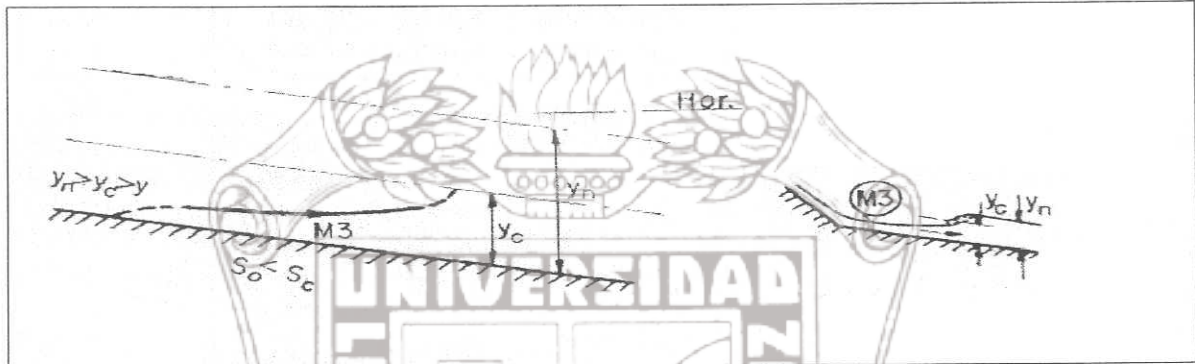


Fig. 5.11 Perfiles Tipo  $M_3$ .

Los perfiles  $M_2$  y  $M_3$  son muy cortos en comparación con el  $M_1$ .

## 5.4.2 Perfiles Tipo S

El perfil  $S_1$  es producido por: Ver Figura 5.12.

- a).- Una estructura de control como una presa o compuerta situada en un canal de gran pendiente.
- b).- Principia después del salto hidráulico y termina en la obstrucción.

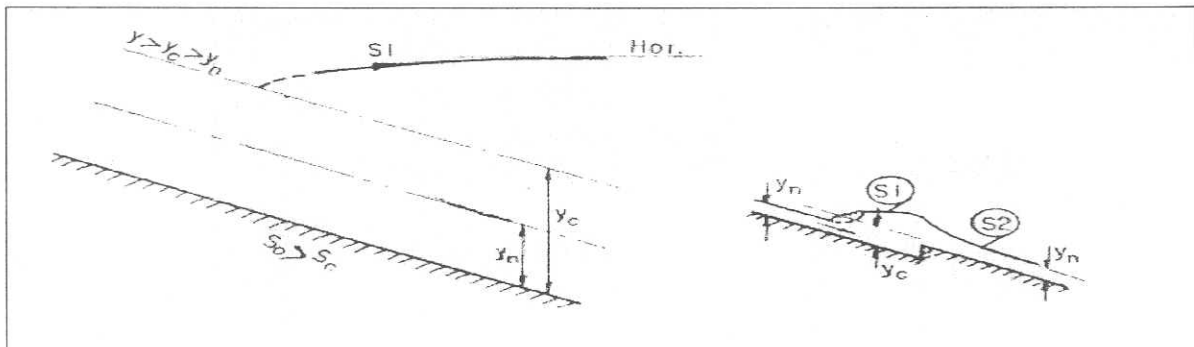


Fig. 5.12 Perfiles Tipo  $S_1$



El perfil  $S_2$  es generalmente muy corto y se encuentra, ver Figura 5.13.

- a).- A la entrada de un canal de gran pendiente.
- b).- En un cambio de pendiente suave a pronunciada.

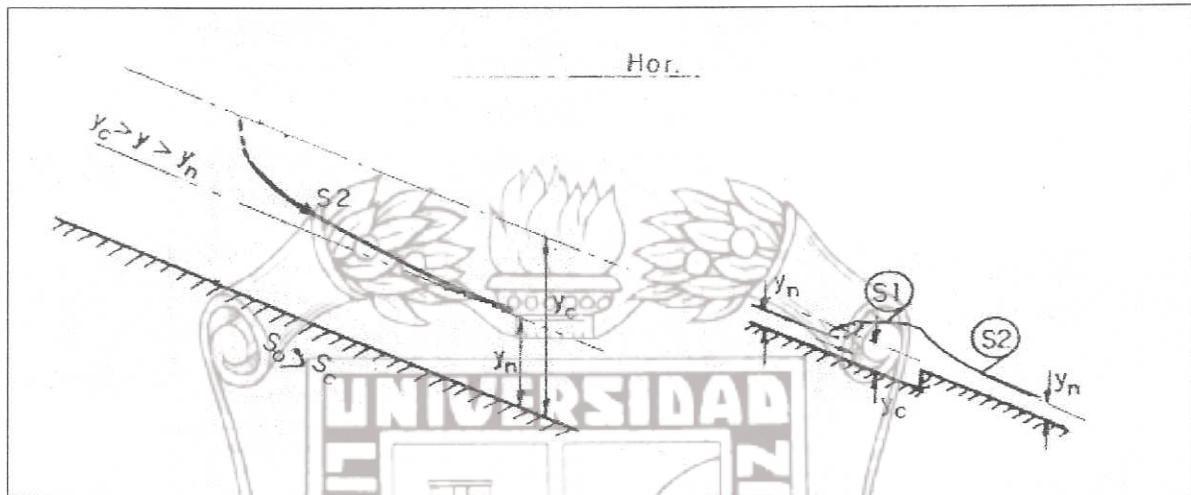


Fig. 5.13 Perfiles Tipo  $S_2$ .

El perfil  $S_3$ , ver Figura 5.14, se puede producir:

- a).- Aguas abajo de la intersección de un cambio de gran pendiente a otro de menor pendiente.
- b).- Aguas abajo de la intersección de un cambio de gran pendiente a otro de menor pendiente.

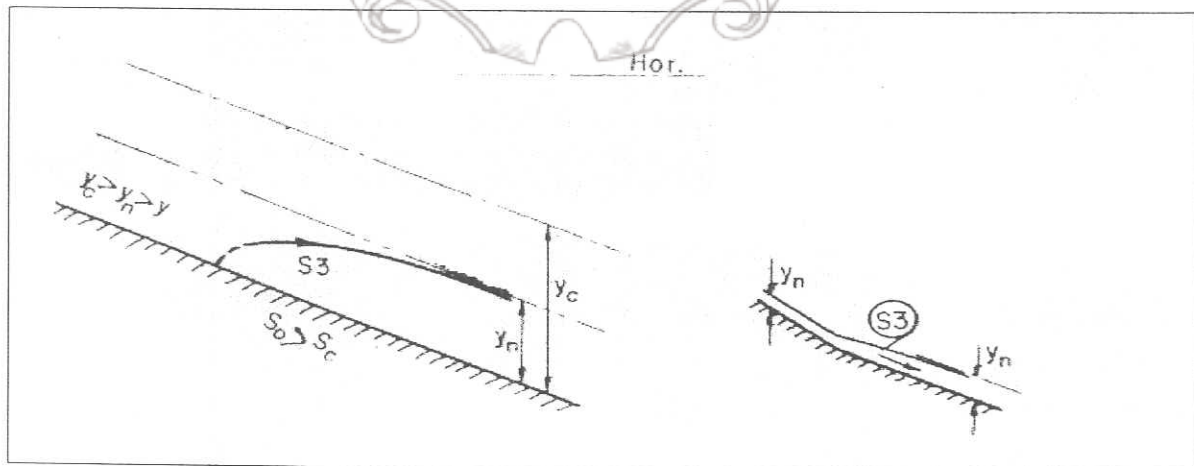


Fig. 5.14 Perfiles tipo  $S_3$ .

5.4.3 Perfil Tipo C

Como los tirantes normal y crítico coinciden, hay solo dos perfiles. éstos son aproximadamente horizontales pero, por supuesto, la inestabilidad propia del estado crítico se manifiesta en la forma de una ondulación superficial apreciable, ver Figuras 5.15 y 5.16.

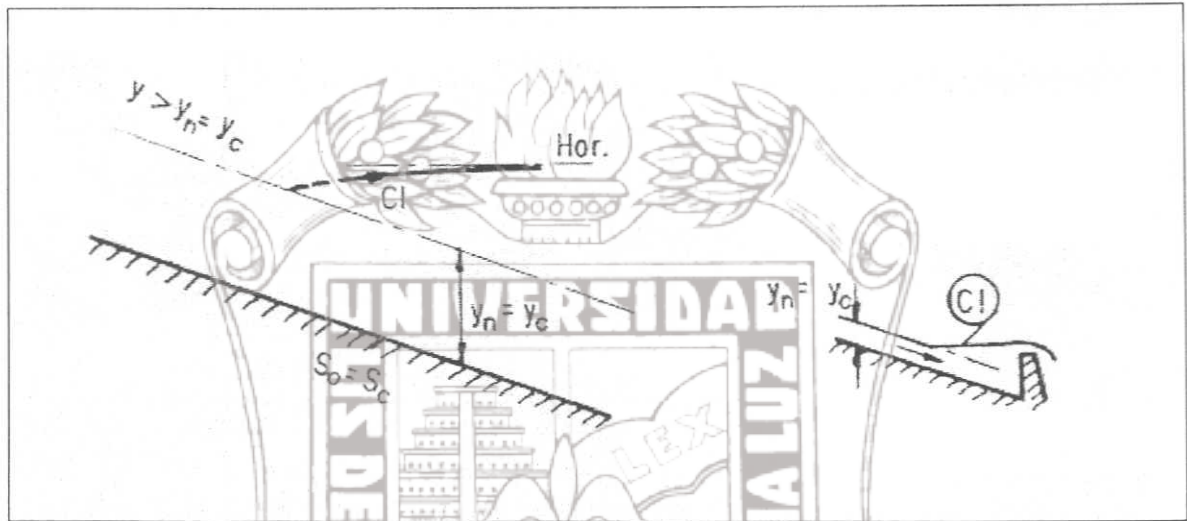


Fig. 5.15 Perfiles Tipo C<sub>1</sub>.

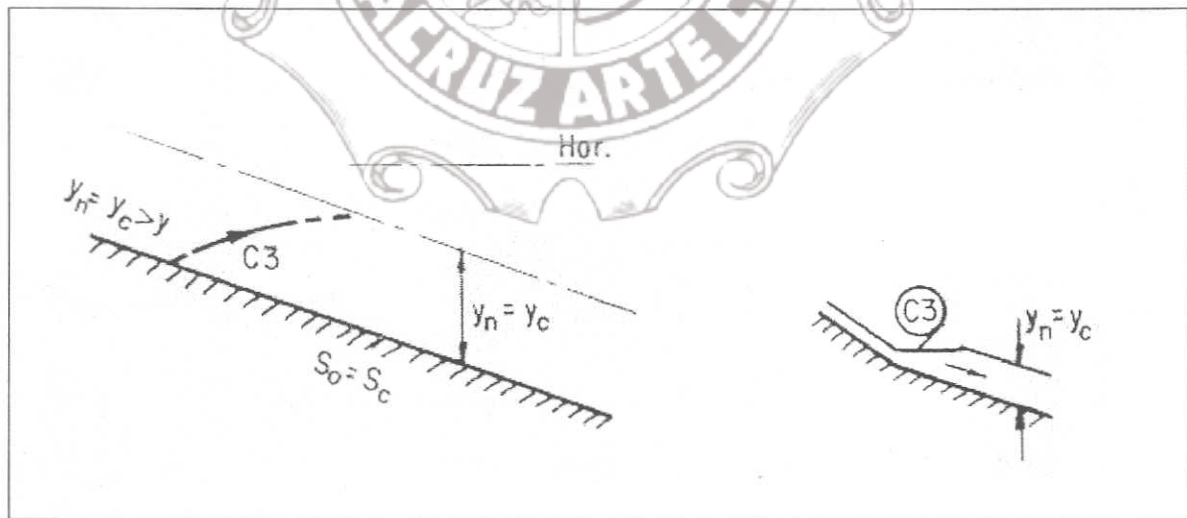


Fig. 5.16 Perfiles Tipo C<sub>3</sub>.

## 5.4.4 Perfiles Tipo H

Este perfil es el límite inferior de una pendiente suave el tirante normal es infinito, ver Figuras 5.17 y 5.18.



Fig. 5.17 Perfiles Tipo H<sub>2</sub>

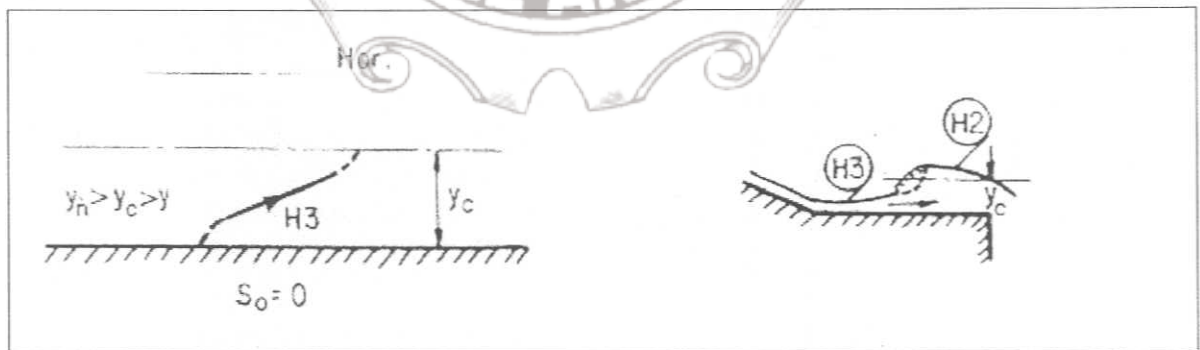


Fig. 5.18 Perfiles Tipo H<sub>3</sub>

## 5.4.5 Perfiles Tipo A

La pendiente  $S_0$  negativa es rara, cuando el tirante es infinito,  $\frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{1}$ , lo que significa un perfil asintótico a la horizontal. Los perfiles son extremadamente cortos, ver Figuras 5.19 y 5.20.



Fig. 5.19 Perfiles Tipo A<sub>2</sub>.

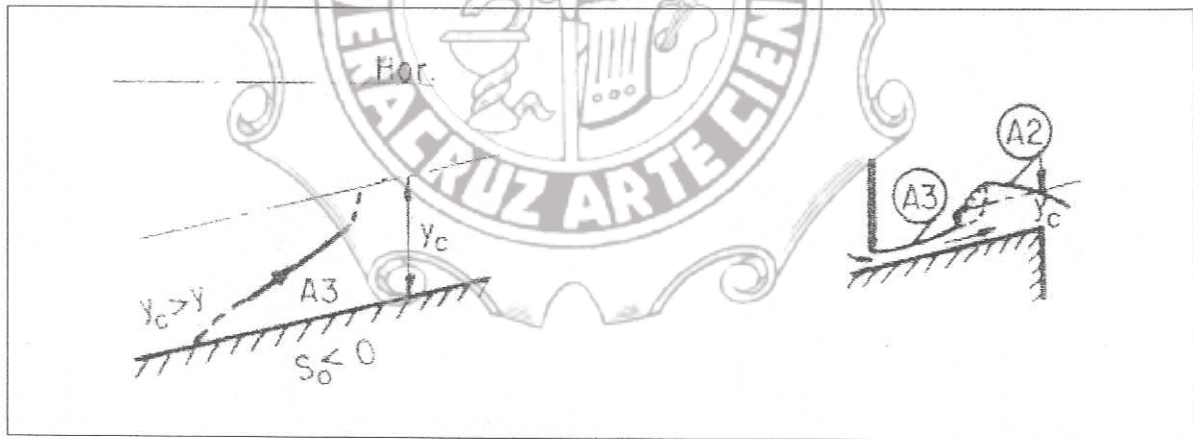


Fig. 5.20 Perfiles Tipo A<sub>3</sub>.

## 5.5 Secciones de control

Cuando en un escurrimiento se presenta un cambio de régimen subcrítico a supercrítico la sección donde esto sucede es una sección crítica, ya que es la única que puede pertenecer simultáneamente a los dos regímenes.

Esta sección se presenta por ejemplo, en la cresta de un vertedor o en casos como el de la Figura 5.21, sección (C) provocada por un cambio brusco de la pendiente del canal, al pasar de un valor menor que la pendiente crítica a otro mayor que ella.

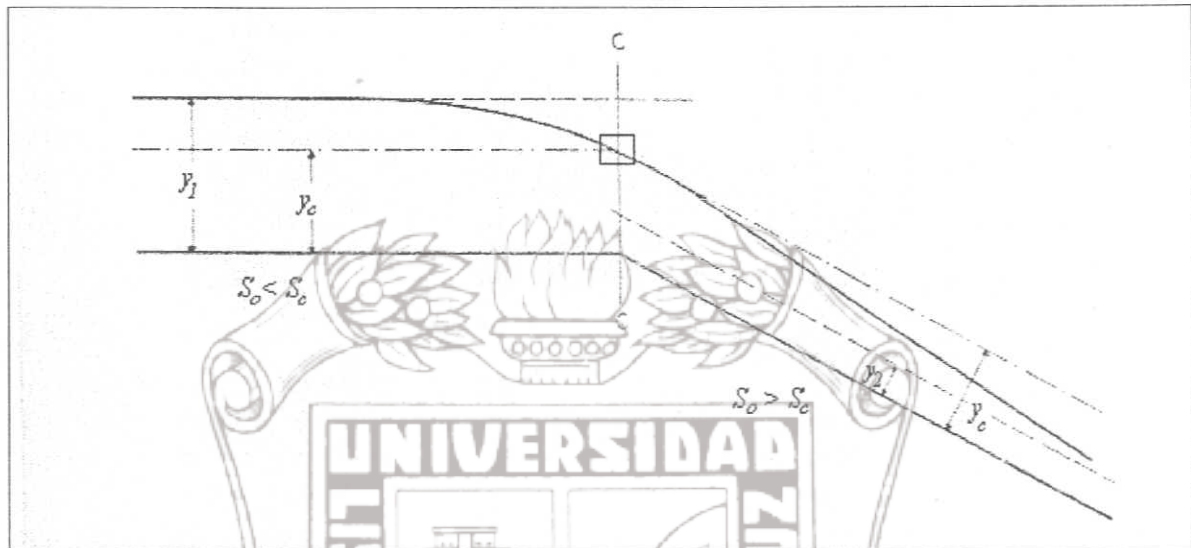


Fig. 5.21 Cambio de un régimen subcrítico a un régimen supercrítico.

Por las mismas razones expuestas, la sección crítica también se presenta en la naturaleza, por ejemplo, en el origen de las cascadas o en ríos en que haya cambios bruscos de pendiente.

La sección crítica artificialmente en algunas obras de ingeniería como sucede al principio de los canales de descarga, comúnmente llamados “rápidos”, las cuales trabajan a régimen supercrítico y se usan con frecuencia en las obras de excedencias. En este tipo de obras, a menudo se fuerza al flujo a cambiar bruscamente de subcrítico a supercrítico (al empezar la rápida propiamente dicha) haciendo el cambio de pendiente necesario.

Es precisamente en estos casos cuando a estas secciones críticas se les llama **Secciones de control**. La importancia de ésta sección radica en el hecho de que, sabiendo de antemano que allí se va a tener siempre un tirante crítico, puede utilizarse como sección de aforos. En efecto, si se pinta una escala lineal en las paredes de la sección de control de manera que se pueda leer el tirante en cualquier momento, para conocer el gasto basta sustituir el tirante y las características geométricas de la sección en la ecuación 2.58 ó, inversamente, si se conoce el gasto, puede determinarse el tirante correspondiente utilizando la misma fórmula ya que sabemos de antemano que siempre será el tirante crítico el que se presente en esa sección específica.

Un caso común donde se utilizan las secciones de control es en las obras de excedencias cuando se provoca un salto hidráulico y después se construye un canal de descarga. En éstos casos la sección de control se proyecta precisamente al empezar la rápida, tal como se indica en la Figura 5.22, sección (C).

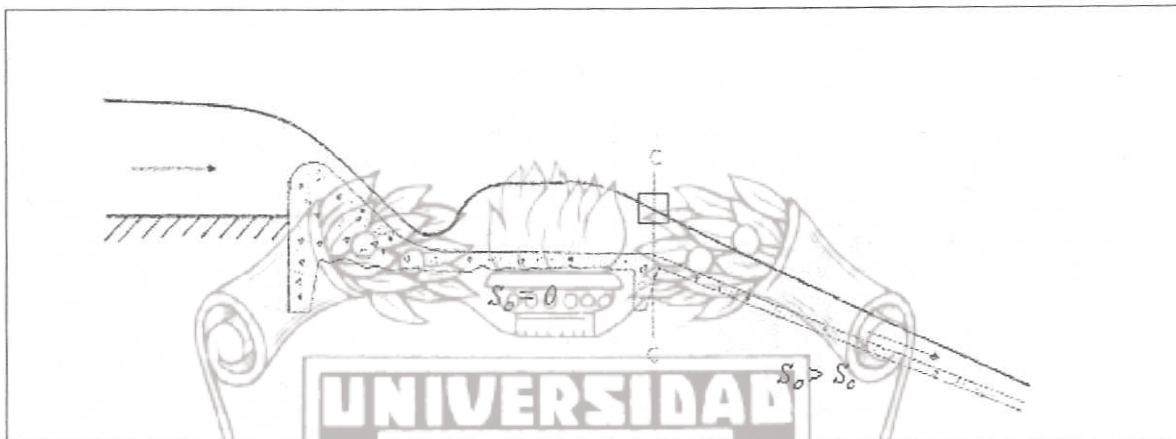


Fig. 5.22 Estructura con cimacio y canal de descarga.

En estas estructuras, la sección de control puede utilizarse en el proyecto como sección inicial en el cálculo de los tirantes a lo largo del canal de descarga, y disponer así de una serie de perfiles de la superficie libre para distintos gastos, mismos que son necesarios tanto para diseñar las estructuras finales de descarga, como para conocer la altura necesaria del revestimiento a lo largo del canal.

### 5.6 Análisis del perfil del flujo

El análisis del perfil del flujo es un procedimiento utilizado para predecir la forma general del perfil del flujo.

Es necesario establecer la sección de control que proporcione las condiciones iniciales. Se procede hacia aguas arriba de la sección de control o hacia aguas abajo, según que el régimen sea subcrítico o supercrítico y este dependerá de la pendiente de la plantilla.

Ejemplos de sección de control.

- 1).- Las presas
- 2).- Vertedores
- 3).- Compuertas.

Debido a que el gasto está relacionado con la carga a través de una curva llamada de gasto-tirante.

Como el tirante crítico depende únicamente del gasto y de la forma de la sección, cualquier intersección bien definida de la línea del perfil del flujo y la correspondiente al tirante crítico constituye una sección de control.

Consideremos el caso de que  $S_o = S_f$ , de la ecuación de la ecuación 5.13, tenemos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F^2}$$

Esto significa que  $\frac{dy}{dx} = 0$ , o bien, que  $F^2 = 1$ , por lo cual:

$$\frac{dy}{dx} (1 - F^2) = S_o - S_f$$

$$S_o = S_f$$

Veamos un canal compuesto de dos tramos, siendo la sección "o" donde produce el cambio. Ver Figura 5.23.

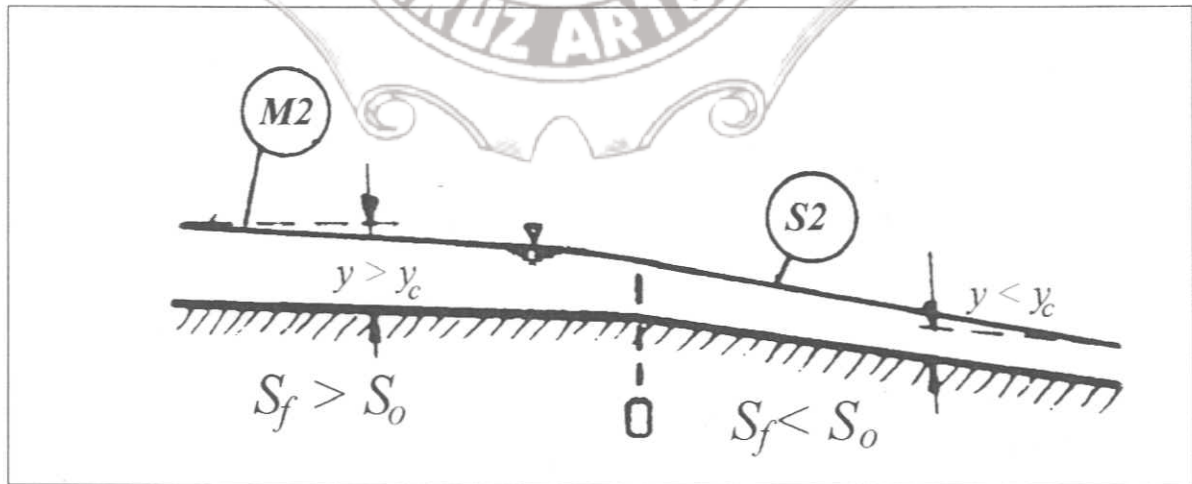


Fig. 5.23 Cambio de un régimen subcrítico a un supercrítico.

El flujo cambiará gradualmente de subcrítico en el tramo de aguas arriba a supercrítico en algún punto intermedio, aguas arriba de "o" se formará un perfil  $M_2$  ( $S_f > S_o$ ) y aguas abajo un perfil  $S_2$  ( $S_f < S_o$ ) aguas arriba y aguas abajo de "o" se formará un perfil corto de transición entre los dos perfiles, dentro del cual habrá una sección en la que  $S_f = S_o$  y además, puesto que en esta zona no es claro que  $\frac{dy}{dx} = 0$ , la única posibilidad es que  $F^2 = 1$  y que ocurra el estado crítico en la vecindad de la sección "o". Ver Figura 5.24.

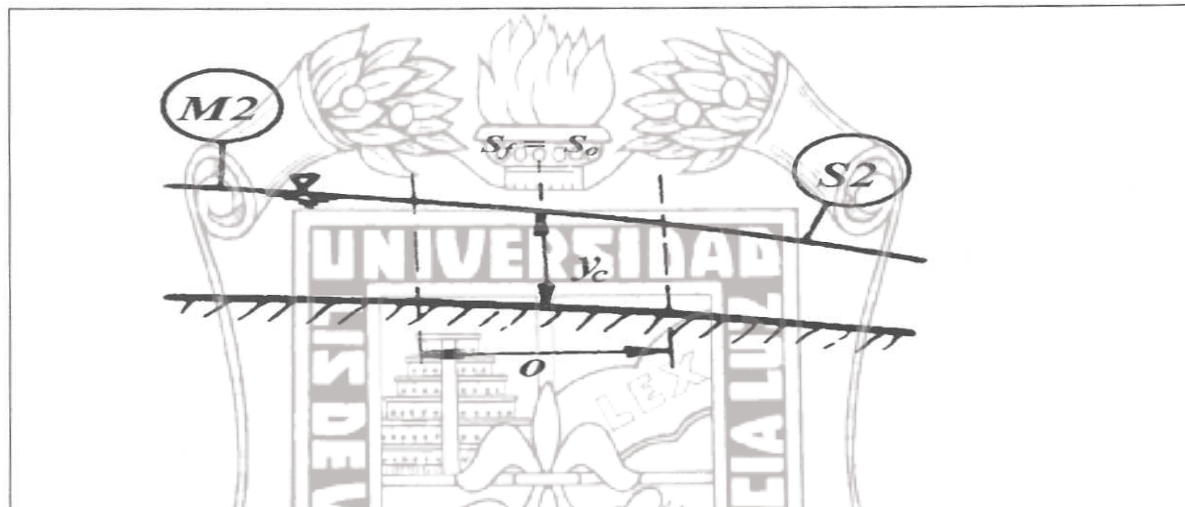


Fig. 5.24 Tramo en el que  $S_f = 0$ .

El análisis muestra que en la proximidad de la posición "o" existe una sección crítica, esto es, un control. Este control es efectivo sólo en la transición de régimen subcrítico a supercrítico ya que el proceso inverso ocurre antes el salto hidráulico.

### 5.6.1 Secciones de control a la entrada o salida de un canal

Observemos los perfiles a la entrada y salida para:

- 1).- Pendiente suave y pronunciada
- 2).- Para una variedad de niveles en el vaso de salida.

Indicaremos las secciones de control por medio de puntos encerrados dentro de un cuadrado.



## Entrada de un canal con pendiente pequeña

La condición de flujo uniforme empieza muy cerca de la entrada, ver Figura 5.25.

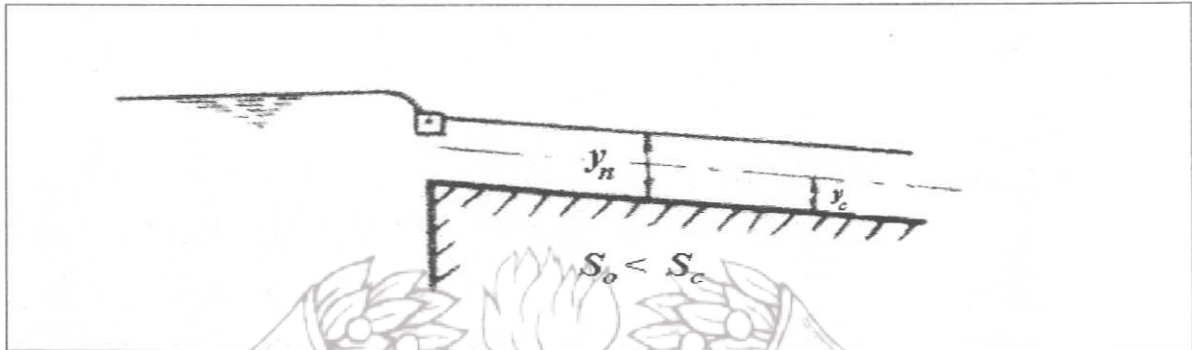


Fig. 5.25 Sección de control a entrada de un canal de pendiente pequeña.

Una caída brusca en la superficie del agua ocurre a la entrada por efecto de la conversión de energía y de las pérdidas debidas a la turbulencia.

El problema consiste en encontrar los valores de "y" tales que satisfaciendo a la fórmula de Manning para la pendiente  $S_o$ , satisfaga también la ecuación 5.18.

$$E = y_n + \frac{Q^2}{2gA_n^2} + h_c \quad (5.18)$$

El subíndice "n" corresponde al flujo uniforme

$\Delta h_c$  = Pérdida por entrada

## Entrada de un canal con pendiente pronunciada

El perfil cae hasta el tirante crítico y después tiende hacia la línea de tirante normal a través de un perfil corto tipo  $S_2$ .

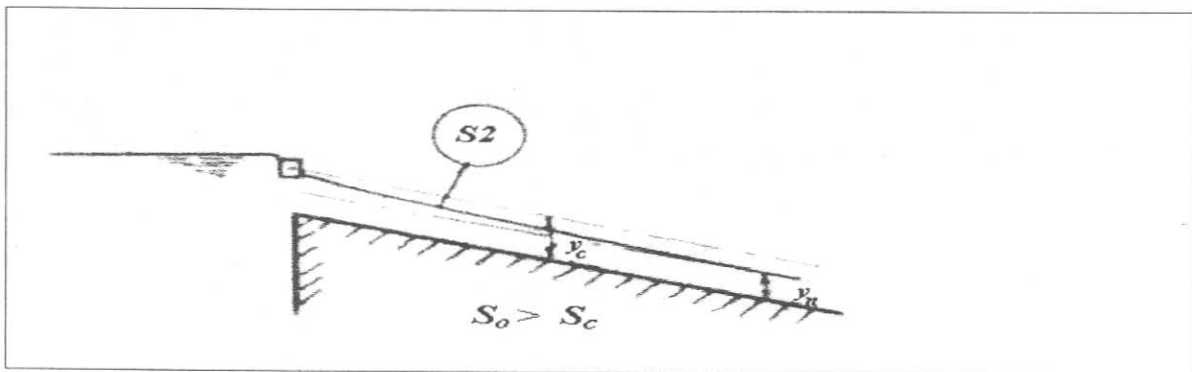


Figura 5.26 Sección de control a la entrada de un canal de pendiente pronunciada.

La sección de control es crítica a la entrada del canal, de tal manera que:

$$E = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2} + \Delta h_c \quad (5.19)$$

Existiendo para cada valor de E uno para q que produzca un crítico que satisfaga la ecuación 5.19.

## Salida de un canal con pendiente pequeña

Un nivel alto en el depósito de descarga produce una curva del tipo  $M_1$  que termina aguas abajo con el nivel horizontal del recipiente. Teóricamente, debería haber un ligero ascenso del nivel de la superficie del agua en la sección de salida y que es igual a la carga de velocidad, en la práctica no hay recuperación de energía debido a que se disipa en turbulencia, ver Figura 5.27.

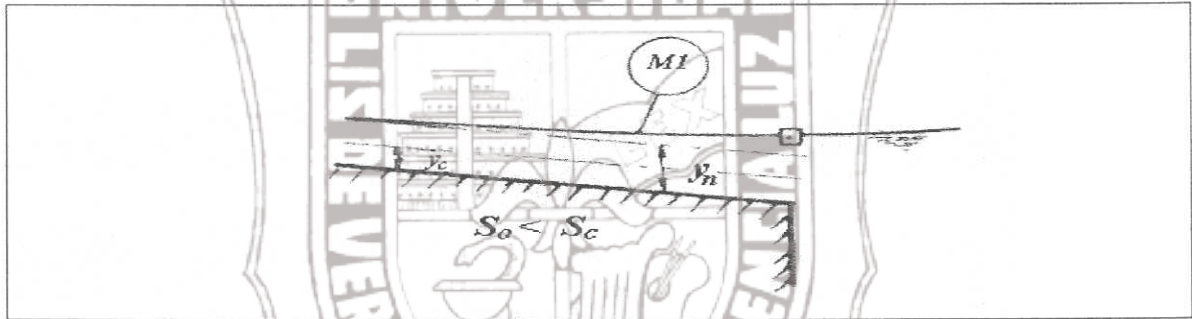


Fig. 5.27 Sección de control a la salida de un canal con pendiente pequeña formándose un perfil  $M_1$ .

Si el nivel en el depósito esta debajo de la línea normal se produce un perfil  $M_2$ , en el limite tiene el tirante crítico en la sección de control, cualquier descenso del nivel en el depósito no tiene influencia sobre el perfil, ver Figura 5.28.

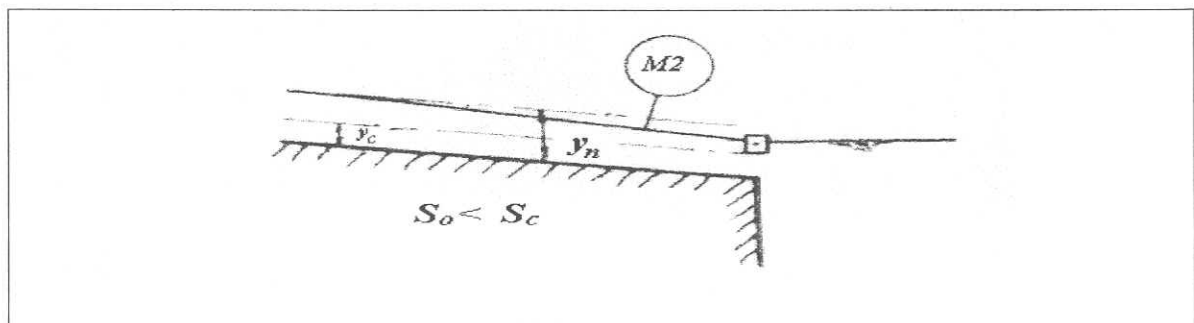


Fig. 5.28 Sección de control a la salida de un canal de pendiente pequeña, formándose un perfil  $M_2$ .

También si el nivel en el depósito está debajo de la línea normal se produce un perfil  $M_2$ , en el límite tiene el tirante crítico en la sección de control, cualquier descenso del nivel en el depósito no tiene influencia sobre el perfil, ver Figura 5.29

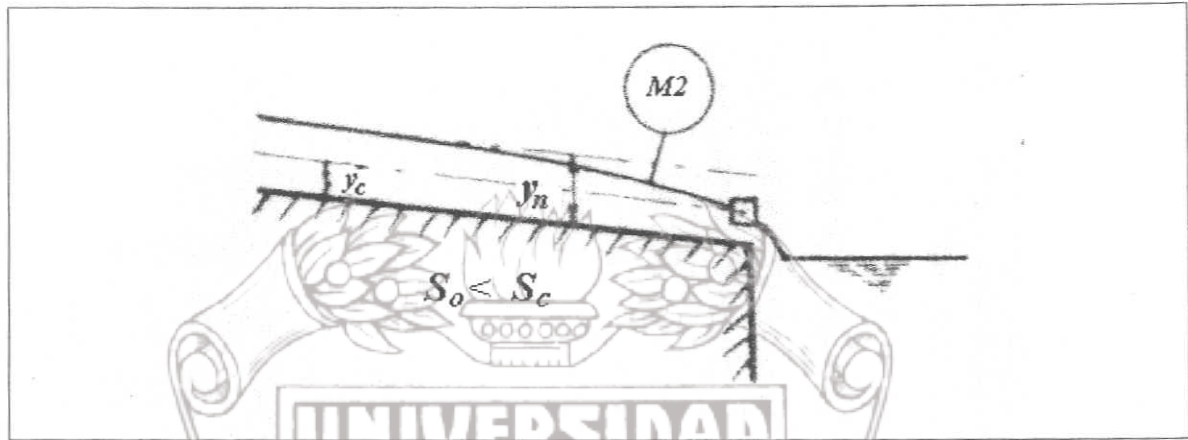


Fig. 5.29 Sección de control a la salida de un canal de pendiente pequeña, formándose un perfil  $M_2$  cualquier descenso en el nivel del depósito no afecta el tipo de perfil.

**Salida de un canal con pendiente pronunciada**

Un nivel alto en el depósito produce un perfil  $S_1$ , empezando aguas arriba con un salto hidráulico, localizando donde el tirante es conjugado del normal, ver Figura 5.30.

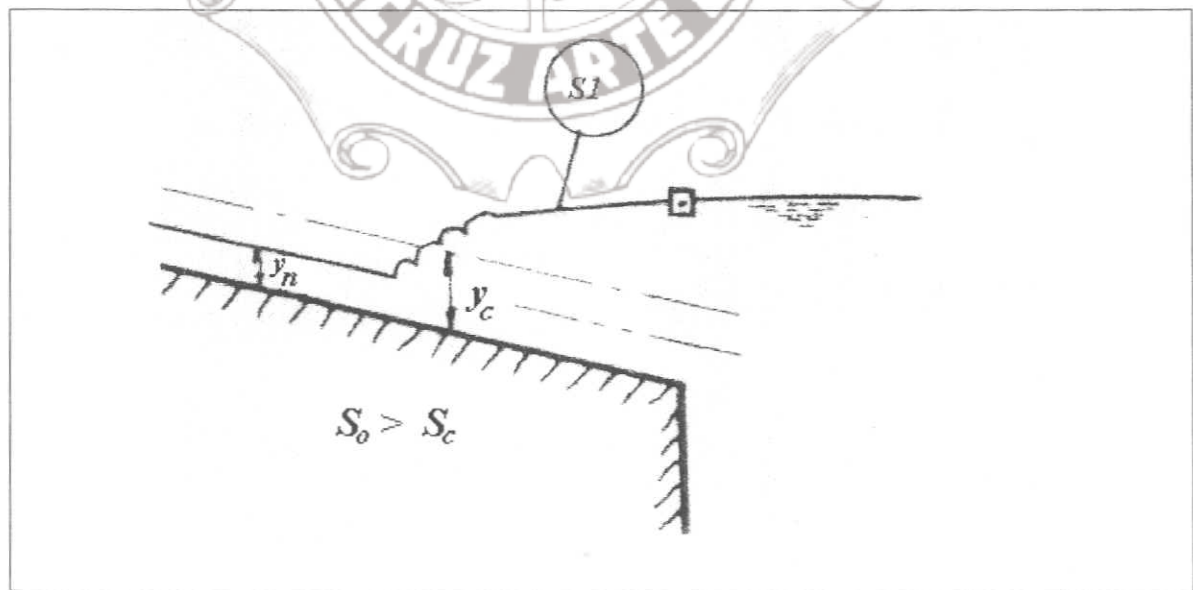


Fig. 5.30 Sección de control a la salida de un canal de pendiente pronunciada, formándose un perfil  $S_1$ .

A la salida los perfiles descienden con el nivel de la superficie en el depósito haciendo con esto que el salto se corra hacia aguas abajo, puede llegar a tener una forma imperfecta para diferencias pequeñas entre los niveles aguas arriba y aguas abajo. Ver Figuras 5.31 y 5.32.

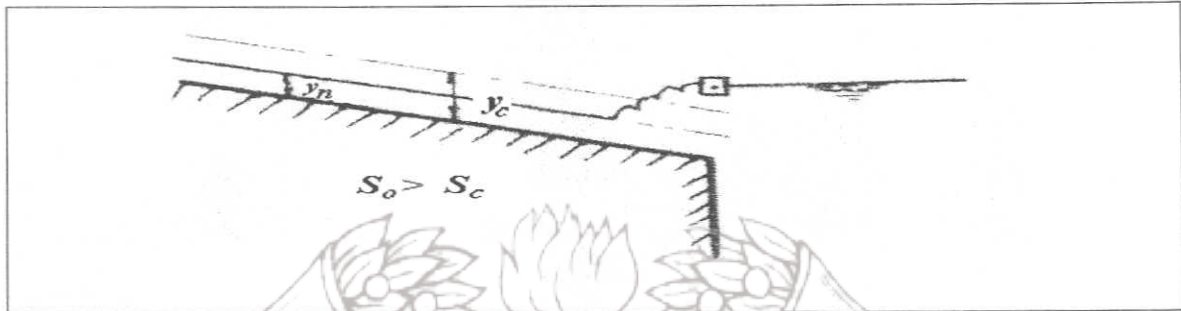


Fig. 5.31 Sección de control a la salida de un canal de pendiente pronunciada, formándose un corrimiento en el salto.

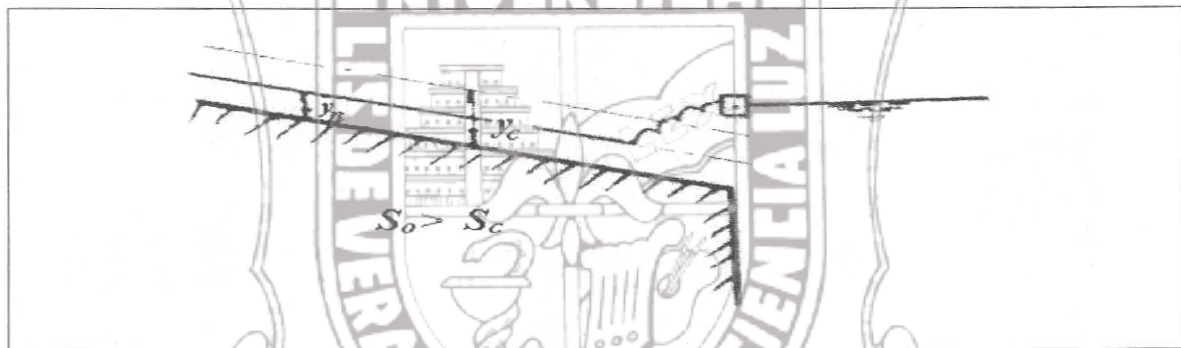


Fig. 5.32 Sección de control a la salida de un canal de pendiente pronunciada, formándose un corrimiento en el salto.

Cuando el nivel del depósito está debajo del tirante normal y el flujo uniforme persiste en la salida (con excepción del perfil  $S_1$ ), el flujo es supercrítico y las condiciones de aguas arriba no quedan afectadas por lo niveles en el depósito de aguas abajo, ver Figura 5.33.

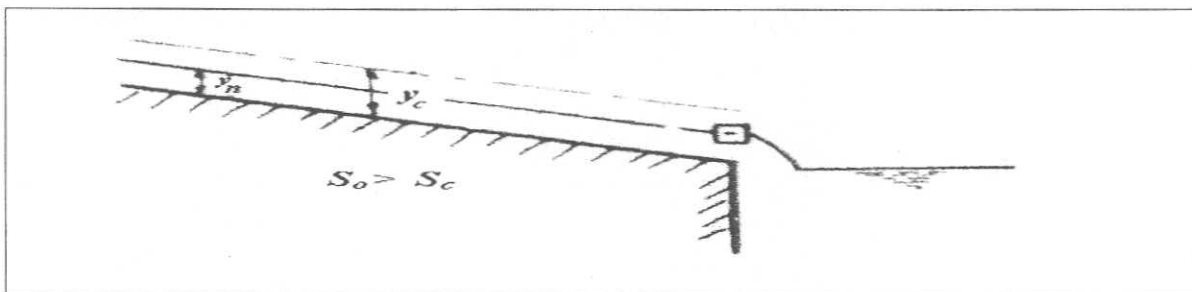


Fig. 5.33 Sección de control a la salida de un canal de pendiente pronunciada cuando el nivel del depósito está debajo del tirante normal.

## 5.7 Métodos de integración de la ecuación dinámica

### Integración gráfica

### Integración directa

### Método de incrementos finitos canales prismáticos.

## 5.8 Método de Incrementos finitos

Este método tiene aplicaciones más amplias debido a que es adecuado para análisis de perfiles de flujo tanto en canales prismáticos como no prismáticos.

A partir de una sección de control, se determinan sucesivamente los tirantes procediendo hacia aguas arriba de dicha sección en el caso de flujo subcrítico o hacia aguas abajo en el caso de supercrítico.

Si partimos de la ecuación 5.5, tenemos:

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f$$

Tomemos un tramo de canal prismático como se observa en la Figura 5.34.

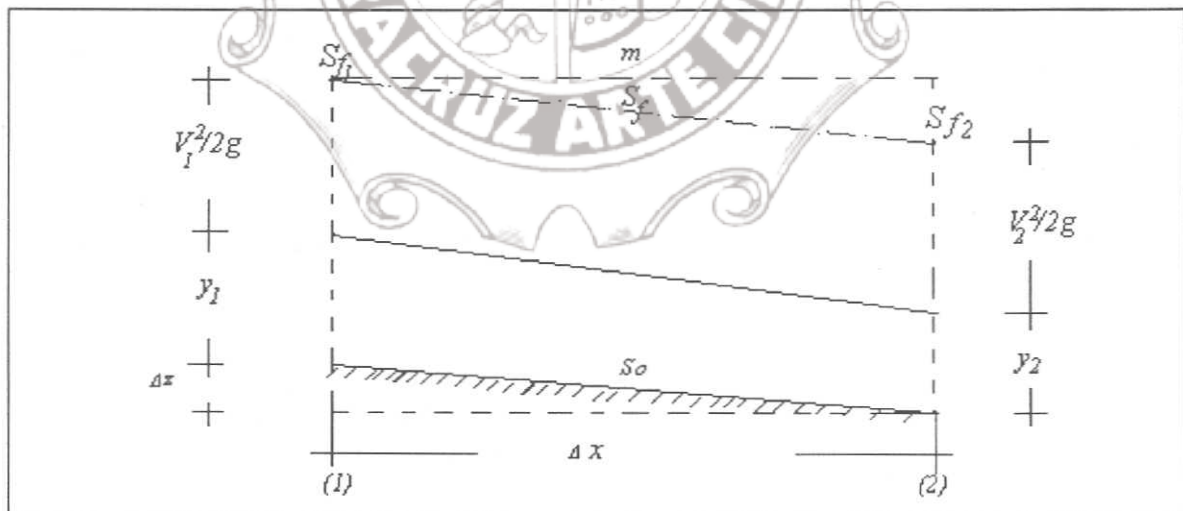


Fig. 5.34 Análisis por medio de incrementos finitos.

Si aplicamos la ecuación 5.5 al tramo, tendremos:

$$E_2 - E_1 = (S_o - S_f) \Delta x \tag{5.20}$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (5.21)$$

Y también  $E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad (5.22)$

La pendiente de la plantilla será

$$S_0 = -\frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (5.23)$$

La pendiente media de fricción calculada por la fórmula de Manning

$$h_f = S_f \Delta x = \frac{1}{2}(S_{f1} - S_{f2})\Delta x \quad (5.24)$$

Donde

$$S_{f1} = \left( \frac{V_1 n_1}{R_h^{2/3}} \right)^2 \quad \text{sección 1} \quad (5.25)$$

$$S_{f2} = \left( \frac{V_2 n_2}{R_h^{2/3}} \right)^2 \quad \text{sección 2} \quad (5.26)$$

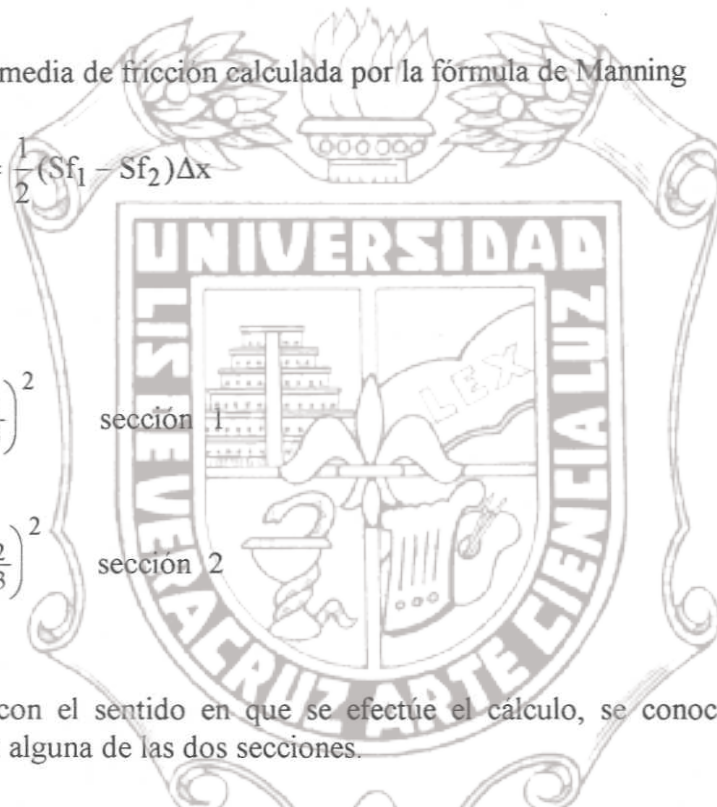
De acuerdo con el sentido en que se efectuó el cálculo, se conocerán las características hidráulicas en alguna de las dos secciones.

El procedimiento consiste en suponer un valor tentativo del tirante en la sección desconocida y ajustar dicho valor.

Cuando las secciones no están previamente especificadas y más bien se trata de determinar el perfil completo es factible suponer un tirante y calcular su distancia de la sección que posee dicho tirante.

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - S_f} \quad (5.27)$$

Se requiere que las características que se especifiquen no produzcan longitudes  $\Delta x$  muy grandes que produzcan errores serios dado que se trata de un procedimiento de incrementos finitos.



5.9 Ejemplos de aplicación

5.9.1 **Ejemplo:** Interpretación cualitativa de los perfiles. Sea un canal prismático largo que conecta dos vasos de almacenamiento, se supone que la abertura de la compuerta y el gasto permanecen constantes, ver Figura 5.35.

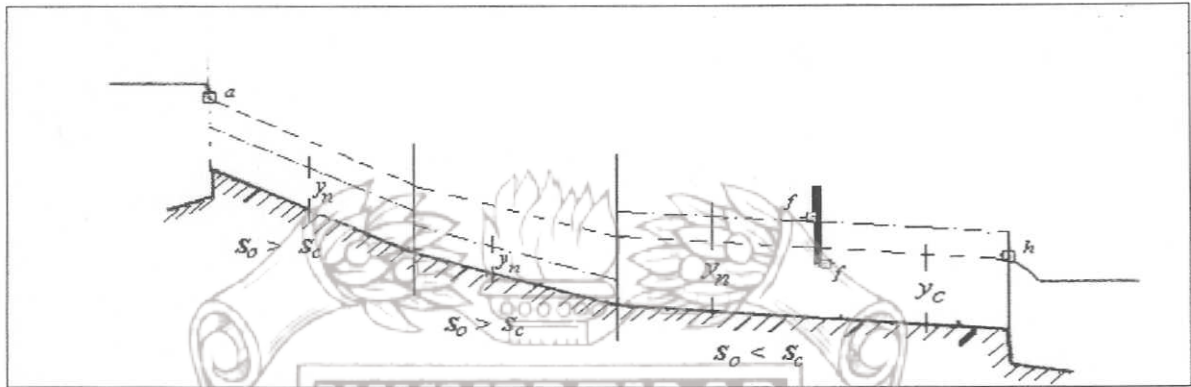


Fig. 5.35 Canal con varias pendientes.

Pasos:

- a).- Dibujar las líneas de tirante normal y crítico, las curvas son paralelas a la plantilla. Siendo el canal prismático, el tirante crítico es el mismo en toda su longitud.
- b).- Se localizan las secciones de control en sitios de entrada y salida, en los cambios de pendiente de suave a pronunciada y en la compuerta; esta última válida en 2 direcciones debido a que los tirantes aguas arriba y hacia aguas abajo están gobernados por la ecuación de descarga de la compuerta.

Siendo la compuerta una sección de control, se procede hacia aguas abajo de la sección "f" (debido a que el régimen es supercrítico), generando el perfil  $M_3$  que termina en la sección donde se produzca el salto hidráulico. Ver figura 5.36.

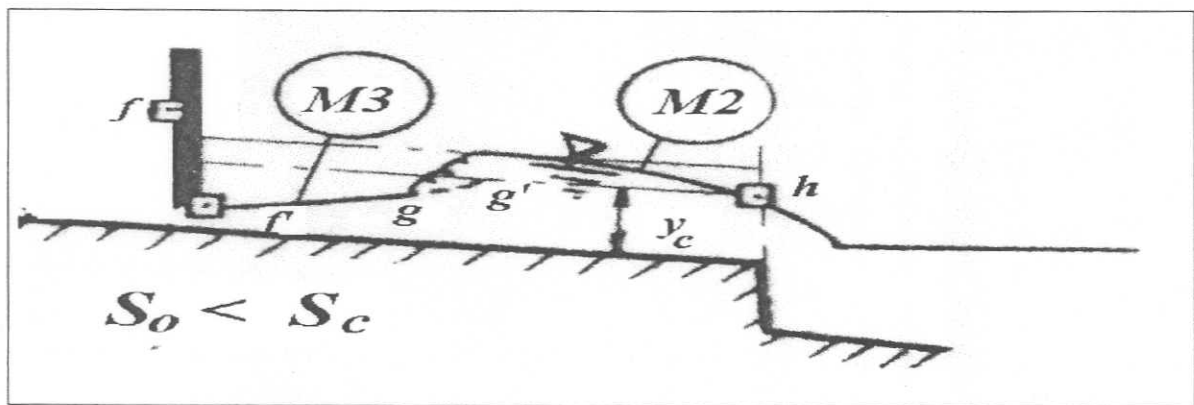


Fig. 5.36 Salto hidráulico.

En efecto, al proceder hacia aguas arriba de la sección crítica (de control) "h", se genera un perfil  $M_2$  ( a régimen subcrítico ).

La sección "g" donde ocurre el salto hidráulico (que une los perfiles  $M_3$  y  $M_2$  ), se puede localizar tomando en consideración las condiciones que deben reunirse para que este ocurra. en particular, debemos referirnos a la condición de igualdad de "Momentum" antes y después del salto; esto es, teóricamente el fenómeno ocurrirá cuando los tirantes conjugados, así como las características hidráulicas del flujo antes del salto satisfagan la ecuación.

$$\frac{Q^2}{g A_1} + Zg_1A_1 = \frac{Q^2}{g A_2} + Zg_2A_2 \quad (I)$$

La línea "a' b" corresponde a la línea de los tirantes conjugados mayores correspondientes a los tirantes del perfil  $M_3$  ( considerados como conjugados menores ). Por la posición de "f' " se puede estimar la longitud del salto. por tanteos se busca la posición de una distancia horizontal igual a la longitud del salto entre las curvas igual "a' b' " y "cd".

Por ejemplo, la distancia horizontal "ef" es igual a la longitud de salto correspondiente al tirante "y<sub>2</sub> " en "f", de este modo el salto se formará entre "g " y "f", debido a que el tirante "f" es el conjugado del tirante "g" y la distancia "ef" mide la longitud del salto. Debe observarse que si no se tomará en cuenta la longitud del salto en el análisis el salto se formaría en el punto "f' ", resultando así un error representado por "f' f " , ver Figura 5.37.

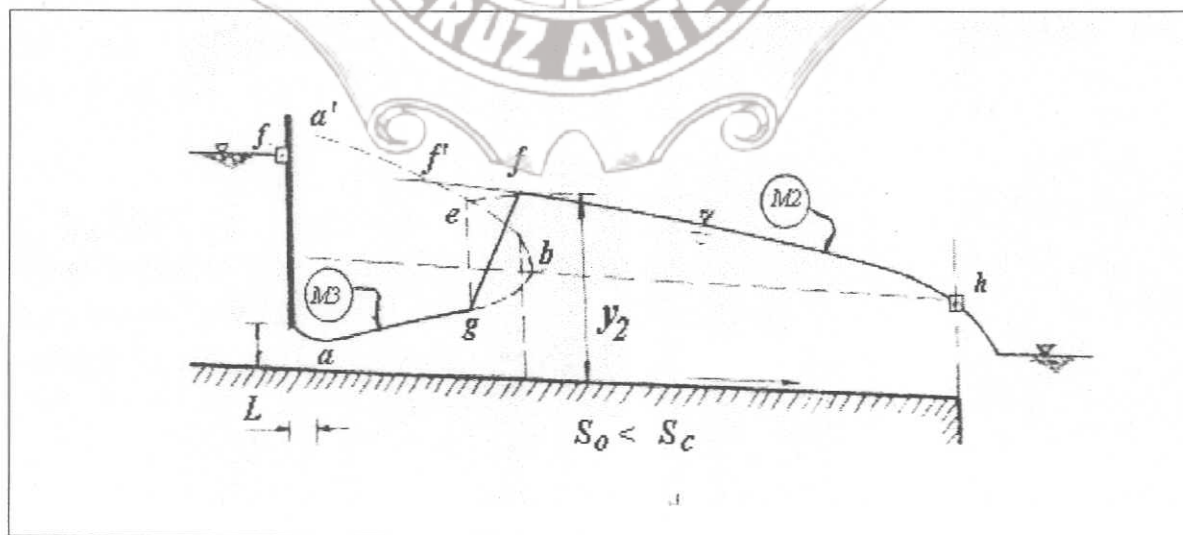


Fig. 5.37 Localización del salto hidráulico.

Instituto de Ingeniería Universidad Veracruzana



Se procede en la dirección de aguas abajo de la sección de control "a" (debido a que el régimen es supercrítico) y se puede trazar los perfiles  $S_2$  y  $M_3$  hasta el punto "e" en la intersección con la línea de tirante crítico. Ver Figura 5.38.

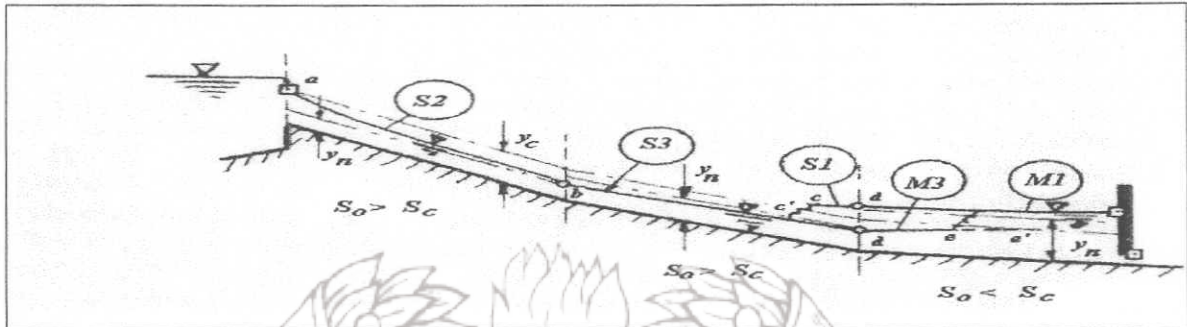


Fig. 5.38 Análisis de la sección de control "a" hasta el punto "e".

De manera análoga se procede hacia aguas arriba de la sección de control "f" debido a que a que el flujo es subcrítico; los perfiles  $M_1$  y  $S_1$  se extienden hasta la línea de tirante crítico en "e". en alguna sección entre "c" y "e". El perfil superior tiene un tirante conjugado en el inferior ocurriendo el salto hidráulico de transición, esto se analiza mejor si nos referimos a la Figura 5.39 siguiente:

El salto puede ocurrir tanto en el tramo de pendiente pronunciada o suave, dependiendo:

a).- De que el tirante  $y_2$  aguas abajo sea mayor o menor que el tirante  $y_1$ , el salto ocurrirá en el tramo de pendiente pronunciada, siendo la curva "od" de la superficie del tipo  $S_1$ . Determinamos ahora distancia horizontal "ij" entre "a" y "od" que sea igual a la longitud del salto. el salto "hj" empezará en la sección que contenga a "i", Figura 5.39 a.

b).- Si el tirante " $y_2$ " baja aproximadamente a menos que " $y_1$ ", el salto empezará a moverse hacia el tramo de pendiente suave y en este caso se localizará como en la figura 5.39 b.

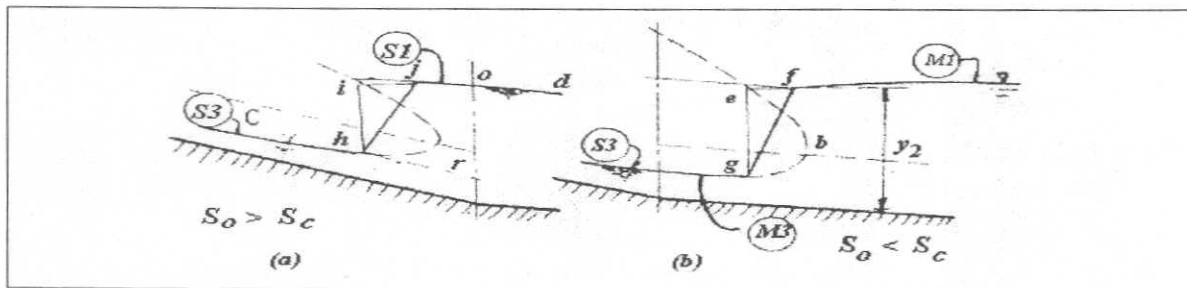


Fig. 5.39 Lugar donde ocurre el salto hidráulico a).- Si  $y_2 > y_1$  el salto ocurre en  $S_o > S_c$

b).- Si  $y_2 < y_1$  el salto ocurre en  $S_o < S_c$

Por lo que respecta a los perfiles del canal se deduce que realmente la compuerta no ayuda a controlar el gasto y más bien este queda definido por las condiciones en la sección "a" de entrada del canal. el régimen después de la entrada es supercrítico, independientemente de la presencia o no de la compuerta aguas abajo, esto es, la sección "a" es de control; sin embargo, si se cerrará la compuerta a tal grado que el remanso alcanzara la sección de entrada (llegando incluso al ahogamiento), esto permitiría que todo el flujo aguas arriba de la compuerta fuera en régimen subcrítico y ella serviría efectivamente para controlar los gastos.

También se concluye que se debe conocer el gasto antes de determinar los perfiles de flujo. en la mayoría de los casos, no se conoce previamente pero puede determinarse a partir de la información necesaria sobre los niveles del depósito, pendientes, etc. Suponiendo un cierto valor del gasto, se calculan los valores de " $y_n$ " y " $y_c$ " y se determinan los perfiles de flujo aguas arriba y aguas abajo de los controles. El perfil calculado aguas arriba de la compuerta llega al depósito con ciertos valores del tirante " $y$ " y velocidad " $v$ ", a partir de los cuales, se obtiene la energía específica que debería ser la disponible en la sección de entrada.

Para el gasto considerado, si esto no es cierto, significa que el valor supuesto es erróneo y que debe elegirse un nuevo valor hasta que se llegue a la sección de entrada con la energía disponible.

Dada una cierta pendiente del canal, es necesario primeramente definir si es suave o pronunciada, comparando el valor de los tirantes crítico y normal para decidir sobre el tipo de flujo en el tramo inicial.

Después de identificar los perfiles, los niveles reales se evalúan por alguno de los métodos ya explicados, ver Figura 5.40.

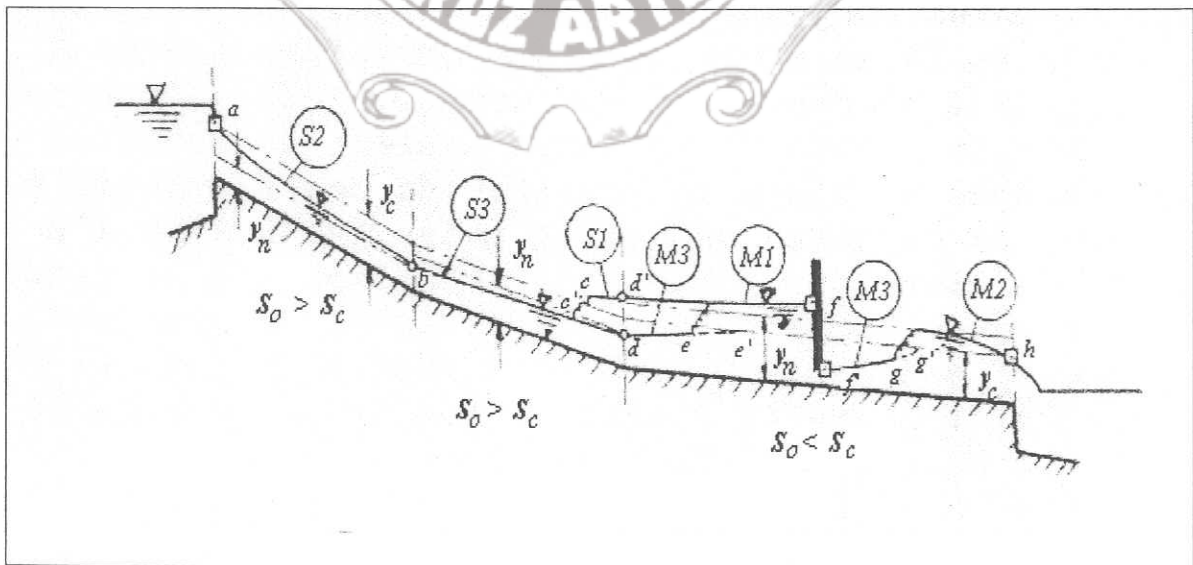


Fig. 5.40 Perfiles de flujo después del análisis.

5.9.2 Identifique el tipo de perfil para cada uno de los siguientes casos, ver Figuras 5.41, 5.42 y 5.43, si  $Q = 273.4 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ ,  $n = 0.016$ ,  $B = b = 48 \text{ m}$  y  $S_o = 0.02$ .

a)

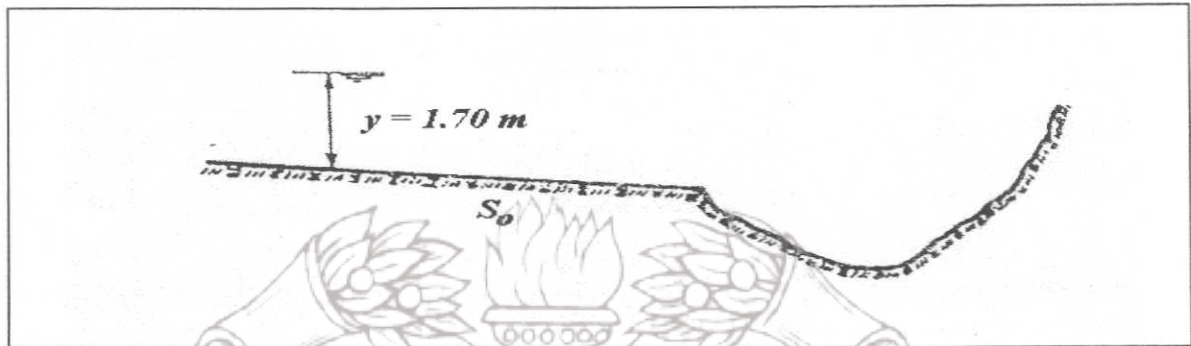


Fig. 5.41 Canal con descarga a una sección mayor.

b)

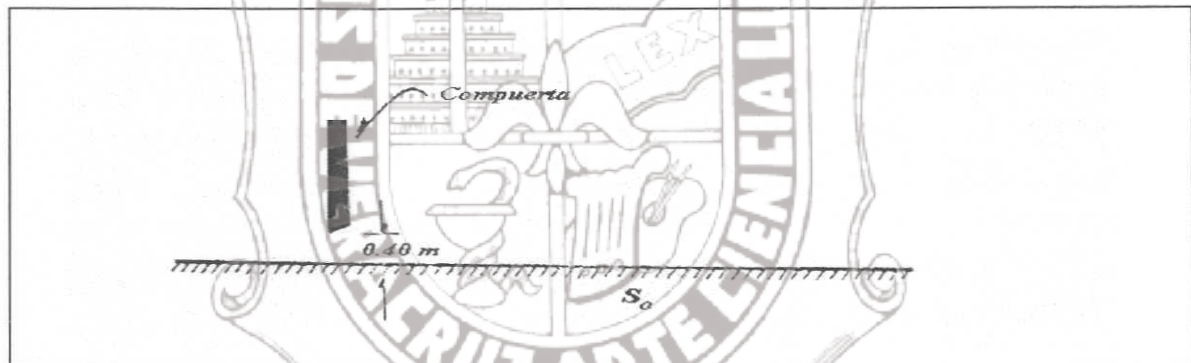


Fig. 5.42 Descarga a través de una compuerta con abertura de 0.40 m.

c)

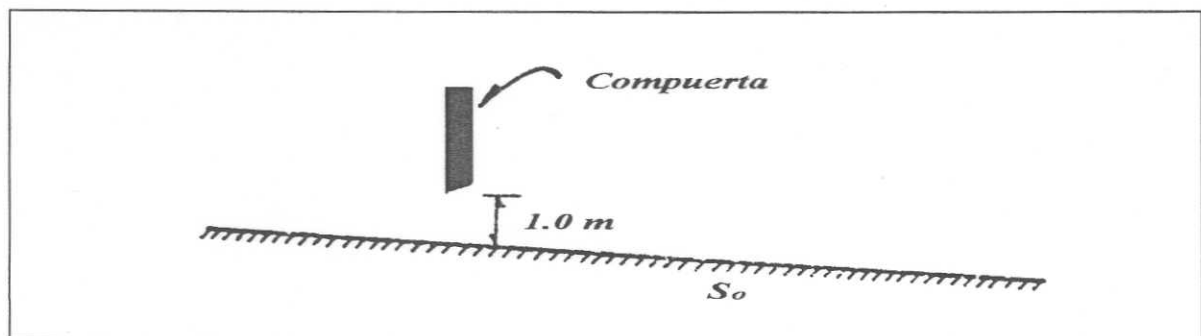


Fig. 5.43 Descarga a través de una compuerta con abertura de 1.0 m.

Tenemos:

a) Para este caso

$$A = B y \quad (I)$$

$$A = 48(1.70) = 81.6 \text{ m}^2$$

$$P = B + 2 y \quad (II)$$

$$P = 48 + 2(1.70) = 51.40 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{A}{P} \quad (III)$$

$$R_h = \frac{81.6}{51.40} = 1.5875 \text{ m}$$

De la fórmula de Manning

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \quad (IV)$$

$$Q = A V \quad (V)$$

$$V = \frac{Q}{A}, \text{ sustituyendo en IV}$$

$$\frac{Q}{A} = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

$$S_f = \left( \frac{Q n}{A R_h^{2/3}} \right)^2 \quad (VI)$$

Sustituyendo valores

$$S_f = \left( \frac{273.4(0.016)}{81.6(1.5875)^{2/3}} \right)^2 = 0.0015$$



Para una sección rectangular el tirante crítico está dado por

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (\text{VII})$$

$$q = \frac{Q}{B} \quad (\text{VIII})$$

$$q = \frac{273.4}{48} = 5.70 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$y_c = \left( \frac{(5.70)^2}{g} \right)^{1/3} = 1.49$$

Determinemos la pendiente crítica

$$A_c = B y_c \quad (\text{IX})$$

$$A_c = 48 (1.49) = 71.52 \text{ m}^2$$

$$P_c = B + 2 y_c \quad (\text{X})$$

$$P_c = 48 + 2 (1.49) = 50.98 \text{ m}$$

$$R_{h_c} = \frac{A_c}{P_c} \quad (\text{XI})$$

De la fórmula de Manning

$$S_c = \left( \frac{Q n}{A_c R_{h_c}^{2/3}} \right)^2 \quad (\text{XII})$$

$$S_c = \left( \frac{273.4(0.016)}{71.52(1.403)^{2/3}} \right)^2 = 0.00238.$$



Determinemos ahora el tirante normal

$$A = B y_n \tag{XIII}$$

$$A = 48 y_n$$

$$P = B + 2 y_n \tag{XIV}$$

$$P = 48 + 2 y_n$$

$$R_h = \frac{A}{P} \tag{XV}$$

$$R_{hc} = \frac{48 y_n}{48 + 2 y_n}$$

De la fórmula de Manning

$$A R_h^{2/3} = \frac{Q n}{S_o^{1/2}} \tag{XVI}$$

$$48 y_n \left[ \frac{48 y_n}{48 + 2 y_n} \right] = \frac{273.4 (0.016)}{(0.02)^{1/2}}$$

$$48 y_n \left[ \frac{48 y_n}{48 + 2 y_n} \right] = 30.93$$

Resolviendo por tanteos

$$y_n = 0.78 \text{ m}$$

Entonces como:

$$S_o > S_c > S_f, \text{ por lo tanto } y_n < y_c < y; F < 1$$

Nos encontramos en la zona subcrítica



De  $\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F^2}$

(XVII)

$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{-} = +$

Será un perfil tipo  $M_1$  de la Tabla 5.1.

b) Para este caso

Si  $y = 0.40$

$y_c = 1.49$

$S_c = 0.00238$

Siendo

$y_c > y$ ,  $S_c < S_f$ , por lo tanto  $F > 1$

Nos encontramos en la zona supercrítica

Y como también

$S_o > S_c$ ,  $y_n < y_c$ , y al ser  $y_n > y$ ,  $S_o < S_f$

Que resumiendo significa:

$S_c < S_o < S_f$ ;  $F > 1$  y los tirantes  $y_c > y_n > y$ ,

Valores que en la ecuación hidráulica XVII conducen a:

$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$

Será un perfil del tipo  $S_3$  de la Tabla 5.1.



Instituto de Ingeniería Universidad Veracruzana

c) Para este caso

Sí  $y = 1.0 \text{ m}$

$$y < y_c$$

$$S_f > S_c$$

Siendo

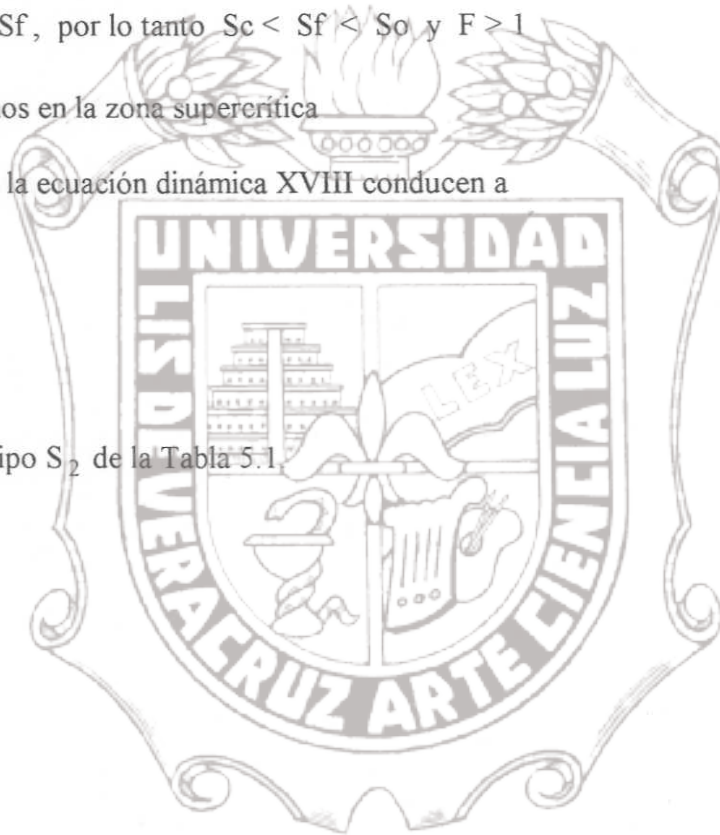
$y_n < y$ ,  $S_o > S_f$ , por lo tanto  $S_c < S_f < S_o$  y  $F > 1$

Nos encontramos en la zona supercrítica

Valores que en la ecuación dinámica XVIII conducen a

$$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{-} = -$$

Será un perfil tipo  $S_2$  de la Tabla 5.1





**5.9.3 Ejemplo:** Un canal de sección rectangular de 3 m de ancho, factor de fricción de Manning ,  $n = 0.014$  y pendiente  $S_o = 0.001$  es alimentado por un embalse cuyo nivel de superficie se encuentra 3 m arriba de la plantilla a la entrada del canal. Encontrar el gasto que entra al canal, ver Figura 5.44.

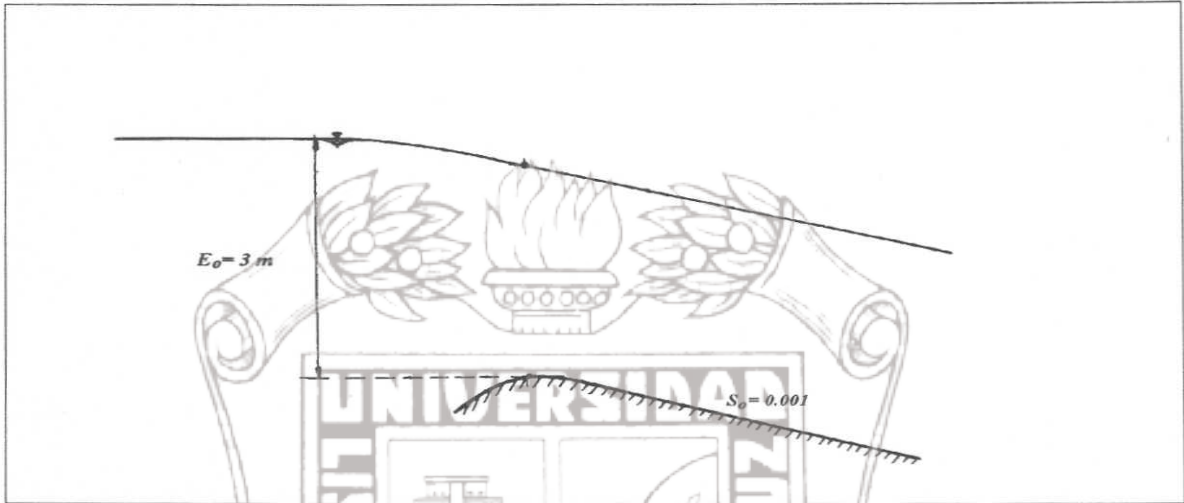


Fig. 5.44 Canal alimentado por un embalse.

Puesto que la energía específica a la entrada debe ser constante, del estado crítico en la misma resultaría que para una sección rectangular, ver Figura 5.45.

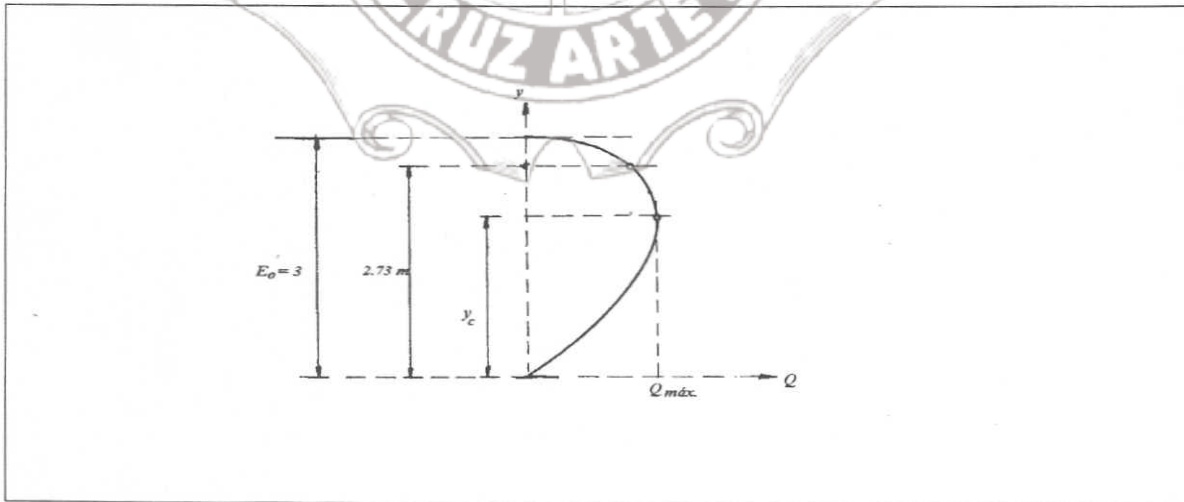


Fig. 5.45 Curva Gastos-vs-Tirantes , el gasto será máximo cuando se presente el tirante crítico.

$$y_c = \frac{2}{3} E_o \quad (I)$$

$$y_c = \frac{2}{3}(3) = 2 \text{ m}$$

Velocidad crítica:  $F = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (II)$

Si  $F = 1$

$$V = \sqrt{g y_c} \quad (III)$$

$$V = \sqrt{g(2)} = 4.429 \text{ m seg}^{-1}$$

El gasto máximo que descargaría el canal sería.

$$Q_{\text{máx}} = b y_c V_c \quad (IV)$$

$$Q_{\text{máx}} = 3(4.429)(2) = 26.574 \text{ m}^3 \cdot \text{seg}^{-1}$$

Para el tirante crítico tenemos:

$$A = b y$$

$$A = 3(2) = 6 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2 y$$

$$P = 3 + 2(2) = 7 \text{ m} \quad (VI)$$

$$R_h = \frac{A}{P} \quad (VII)$$

$$R_h = \frac{6}{7} = 0.857$$

$$R_h^{2/3} = 0.902$$



De la fórmula de Manning, la pendiente crítica vale:

$$S_c = \left( \frac{V_c(n)}{R_h^{2/3}} \right)^2$$

$$S_c = \left( \frac{4.429 \times 0.014}{0.902} \right)^2 = 0.004726$$

Este examen preliminar indica que  $S_o < S_c$  por lo cual se tendría que la pendiente es suave y que el gasto que entra al canal es menor que el máximo, esto es, el tirante a la entrada tendría que ser mayor que el crítico.

El tirante normal se presentaría casi a la entrada, debiéndose cumplirse que:

$$E = y_n + \frac{V_n^2}{2g} + \Delta h_e \tag{IX}$$

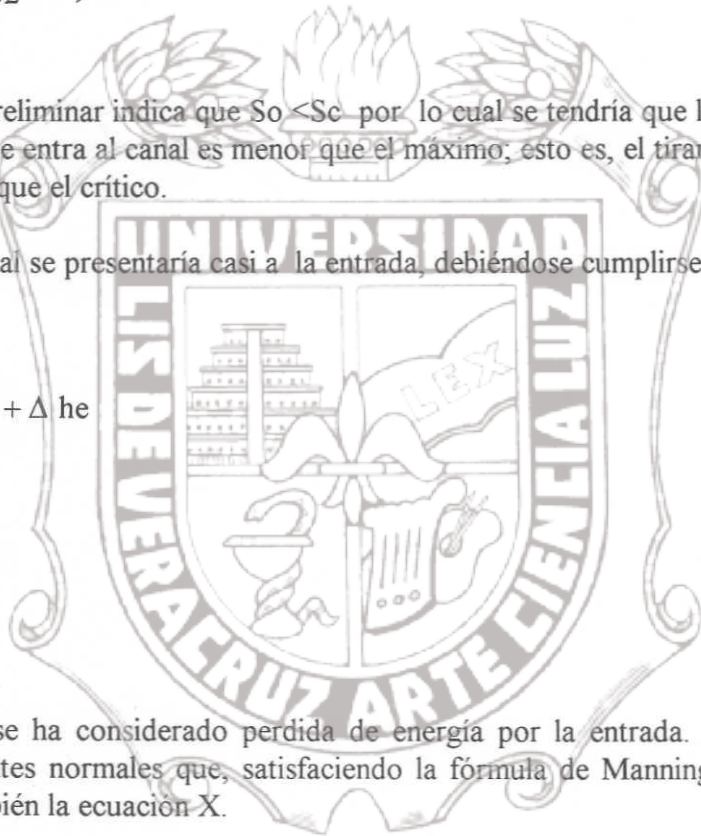
$$3 = y_n + \frac{V_n^2}{2g} \tag{X}$$

En donde no se ha considerado pérdida de energía por la entrada. Se probaran entonces diferentes tirantes normales que, satisfaciendo la fórmula de Manning ( para  $S_o = 0.001$ ), satisfagan también la ecuación X.

De la fórmula Manning:

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \tag{XI}$$

$$V = \frac{1}{0.014} R_h^{2/3} (0.001)^{1/2} = 2.2588 R_h^{2/3} \tag{XII}$$



Calculando por tanteos, para lo cual nos apoyaremos en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2 Análisis de la ecuación XII.

$y_n$	A	P	Rh	$Rh^{2/3}$	V	Q	$\frac{V^2}{2g}$	E
m	$m^2$	m	m	$m^{2/3}$	$m \text{ seg}^{-1}$	$m^3 \text{ seg}^{-1}$	m	m
2	6	7	0.857	0.902	2.037	12.225	0.212	2.212≠3
2.73	8.19	8.46	0.968	0.979	2.210	18.104	0.249	2.973≈3

Por lo tanto el gasto será:  $Q = 18.104 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$

La velocidad en el canal es:

$$V = 2.210 \text{ m seg}^{-1} < V_c$$

Y el tirante normal:

$$y_n = 2.73 > y_c$$

Si la pendiente hubiese resultado pronunciada, el gasto habría quedado determinado por la condición del estado crítico y correspondería al máximo ya calculado. El tirante normal para este gasto sería menor que el crítico y se presentaría hacia aguas abajo de la entrada, ver Figura 5.46.

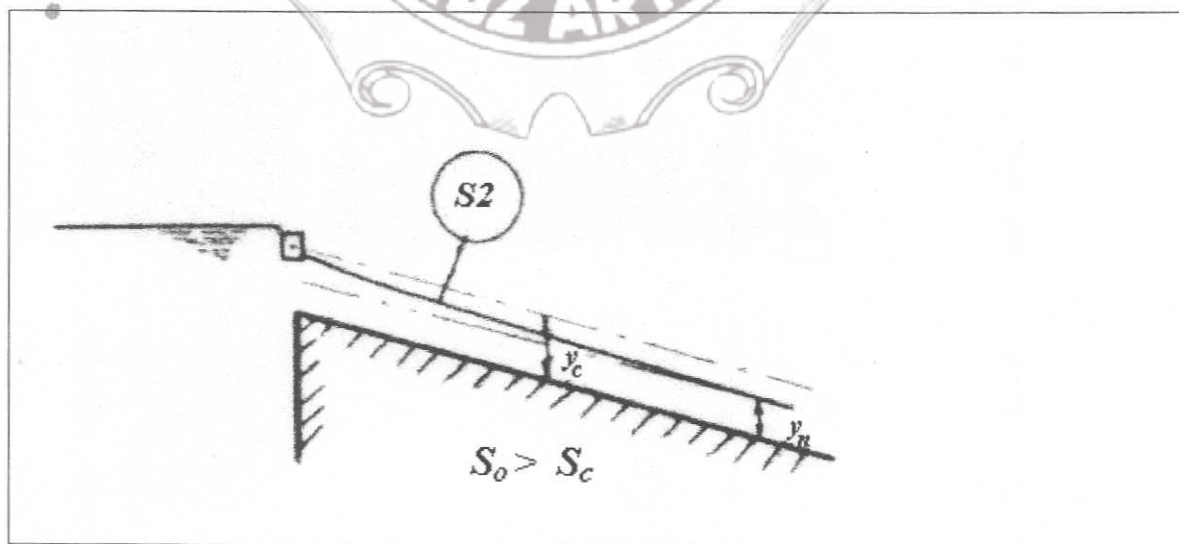


Fig. 5.46 Canal con pendiente  $S_o > S_c$  alimentado por un embalse.

**5.9.4 Ejemplo:** Un canal trapecial tiene un ancho de plantilla  $b = 5$  m., talud  $k = 1$  y para una pendiente  $S_o = 0.0004$  adopta un tirante normal  $y_n = 1.75$  m. en flujo uniforme para un factor de fricción de Manning,  $n = 0.025$  a partir de cierta sección en adelante, es necesario aumentar la pendiente del canal a  $S_o = 0.17591 > S_c$ .

a) Calcular la distancia  $\Delta x$  que deberá revestirse de concreto ( $n = 0.015$ ) suponiendo que el material en que se excava el canal resiste hasta una velocidad de  $1.50$  m  $\text{seg}^{-1}$ , ver Figura 5.47.

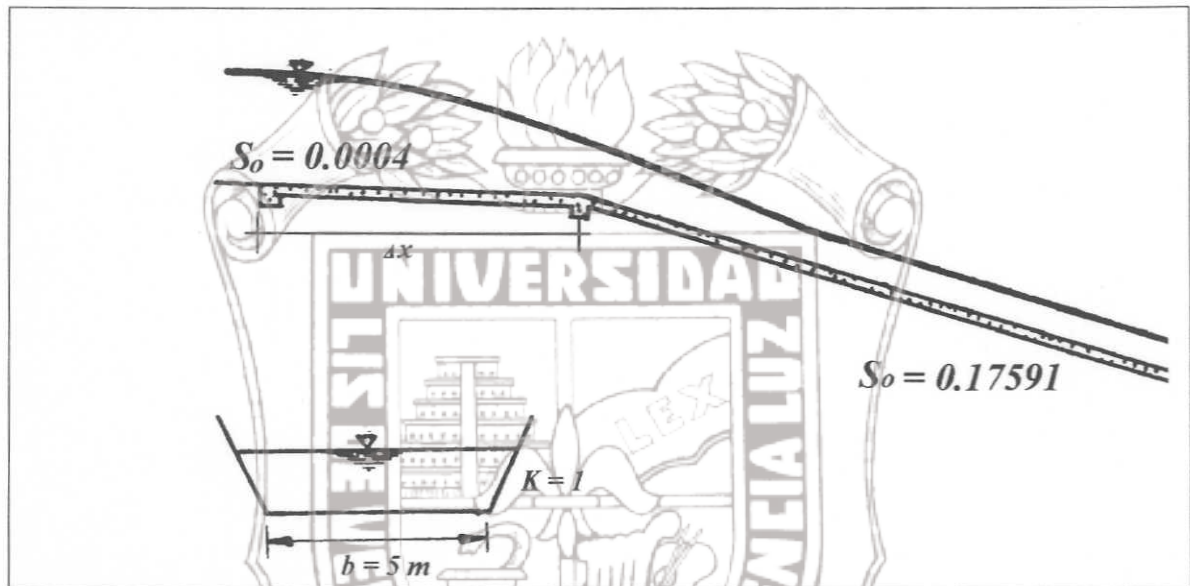


Fig. 5.47 Cambio de un régimen subcrítico a un supercrítico.

Para  $y_n = 1.75$  m. ¿qué gasto fluye?

$$A = (b + ky)y \tag{I}$$

$$A = (5 + 1.75)1.75 = 11.8125 \text{ m}$$

$$P = b + 2y \sqrt{k^2 + 1} \tag{II}$$

$$P = 5 + 2(1.75) \sqrt{2} = 9.9497 \text{ m}$$

$$Rh = \frac{A}{P} \tag{III}$$

$$R_h = \frac{11.8125}{9.9497} = 1.1872 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \tag{IV}$$

$$V = \frac{1}{0.025} (1.1872)^{2/3} (0.0004)^{1/2} = 0.897$$

$$Q = A V. \tag{V}$$

Cálculo del tirante crítico

Por gráficas de la Figura 2.27.

$$\frac{Q k^{3/2}}{b^{5/2} \sqrt{g}}$$

$$\frac{10.5958(1)^{3/2}}{(5)^{5/2} \sqrt{g}} = 0.0605$$

$$\frac{k y_c}{b} = 0.146$$

$$y_c = 0.733$$

$$V_c = \frac{Q}{A_c} \tag{VI}$$

Si  $n = 0.015$

$$P_c = b + 2y \sqrt{k^2 + 1} \tag{VII}$$

$$P_c = 5 + 2(0.733) \sqrt{2} = 7.0732 \text{ m}$$



$$Rh_c = \frac{A_c}{P_c}$$

(VIII)

$$Rh = \frac{4.2022}{7.0732} = 0.594 \text{ m}$$

$$Sc = \left( \frac{V_c n}{Rh_c^{2/3}} \right)^2$$

$$Sc = 0.002865 < So = 0.17591$$

Calculemos el tirante que se presentaría suponiendo que todo el canal estuviera revestido ( $n = 0.015$ ).

De las gráficas de la Figura 3.9.

$$\frac{Q_n}{b^{8/3} S^{1/2}} = \frac{10.5958(0.015)}{(5)^{8/3}(0.0004)^{1/2}} = 0.1087$$

$$\frac{y_n}{b} = 0.26$$

$$y_n = 0.26(5) = 1.30$$

$$V_n = \frac{Q}{A}$$

(X)

$$V_n = \frac{Q}{(b + k y)y} = \frac{10.5958}{(5 + 1.30)1.30} = 1.293$$

$$V_n = 1.293 < 1.50 \text{ m seg}^{-1} = V_{\text{máx}}$$



De los resultados obtenidos se deduce que:

$$y_n = 1.30 > y = 0.733 \quad \text{So} < \text{Sc}$$

En el canal aguas arriba del cambio de pendiente y que  $\text{So} > \text{Sc}$  en el canal aguas abajo del cambio de pendiente. El tirante crítico se presentara en dicho cambio. por lo tanto, el perfil en el tramo aguas arriba será del tipo  $M_2$  debiendo realizar el cálculo hacia aguas arriba de la sección crítica. Para el tramo aguas abajo el perfil es del tipo  $S_2$  y el cálculo se haría hacia aguas abajo de la sección crítica. En ambos casos, el tirante crítico sería la condición inicial para efectuar el cálculo.

$$A = \frac{Q}{V_{\text{máx}}} \tag{XI}$$

$$A = \frac{10.5958}{1.5} = 7.0638 \text{ m}^2$$

Debiendo verificarse

$$(5 + y)y = 7.0638$$

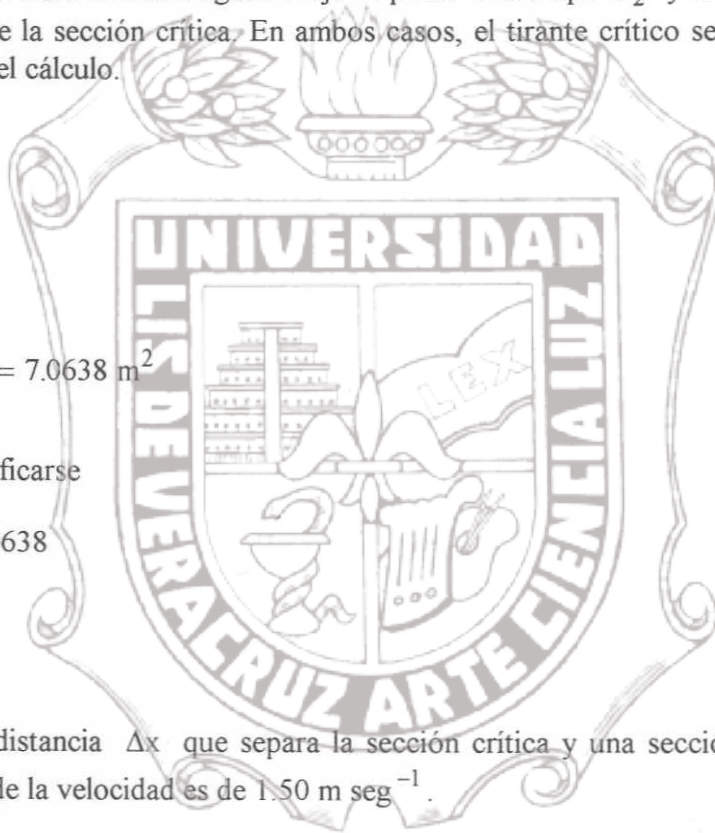
$$y = 1.149 \text{ m.}$$

Encontrar la distancia  $\Delta x$  que separa la sección crítica y una sección cuyo tirante es de 1.149 m donde la velocidad es de  $1.50 \text{ m seg}^{-1}$ .

Resolveremos empleando cinco tramos de longitudes distintas para definir la longitud de la zona revestida en el canal.

Dado que el perfil es  $M_2$ , el cálculo se hará hacia aguas arriba de la sección crítica cuyo tirante es  $y_c = 0.733 \text{ m}$ , hasta terminar en la sección de tirante  $y = 1.149 \text{ m}$ .

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{\text{So} - \text{Sf}} \tag{XII}$$





Lo más sencillo sería incrementar linealmente éstos tirantes, calculando el incremento uniforme como sigue

$$\Delta y = \frac{1.149 - 0.733}{5} = 0.0832$$

Números de tramos = 5

Siendo los tirantes:

$$y_c = 0.733$$

$$y_1 = 0.733 + 0.0832 = 0.816$$

$$y_2 = 0.816 + 0.0832 = 0.8992$$

$$y_3 = 0.8992 + 0.0832 = 0.9824$$

$$y_4 = 0.9824 + 0.0832 = 1.0656$$

$$y_5 = 1.0656 + 0.0832 = 1.1488$$

Sin embargo, debido a que en la proximidad de la sección crítica es mayor la curvatura del perfil, convendrá que dicha zona se elija incrementos mayores para obtener distancias  $\Delta x$  que no sean muy pequeñas en comparación con las otras, se propone:

$$y_c = 0.733$$

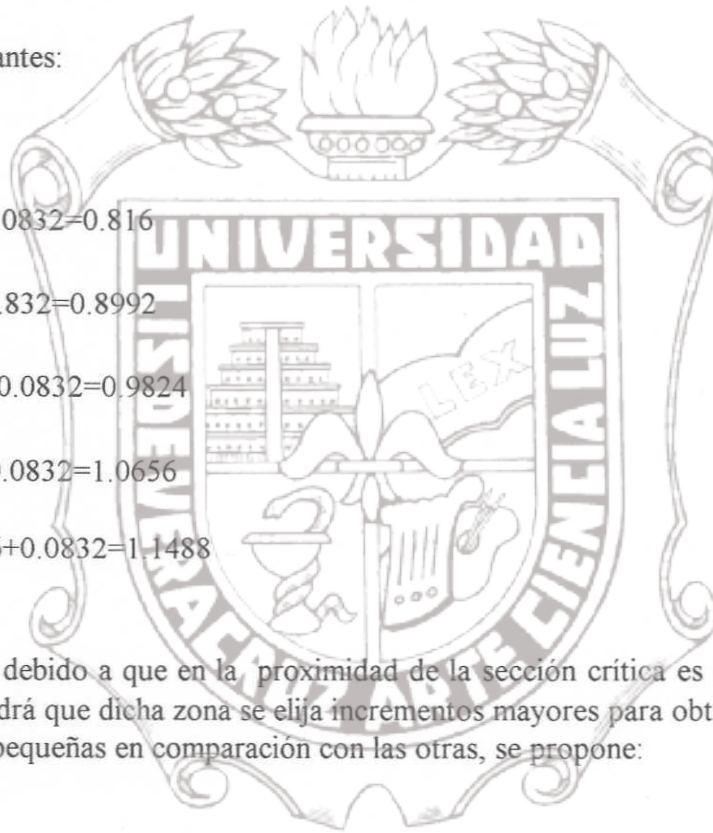
$$y_1 = 0.91$$

$$y_2 = 0.99$$

$$y_3 = 1.06$$

$$y_4 = 1.11$$

$$y_5 = 1.149$$



Calculo de  $\Delta x$  a que se encuentra  $y = 0.91$  m, ver Figura 5.48.

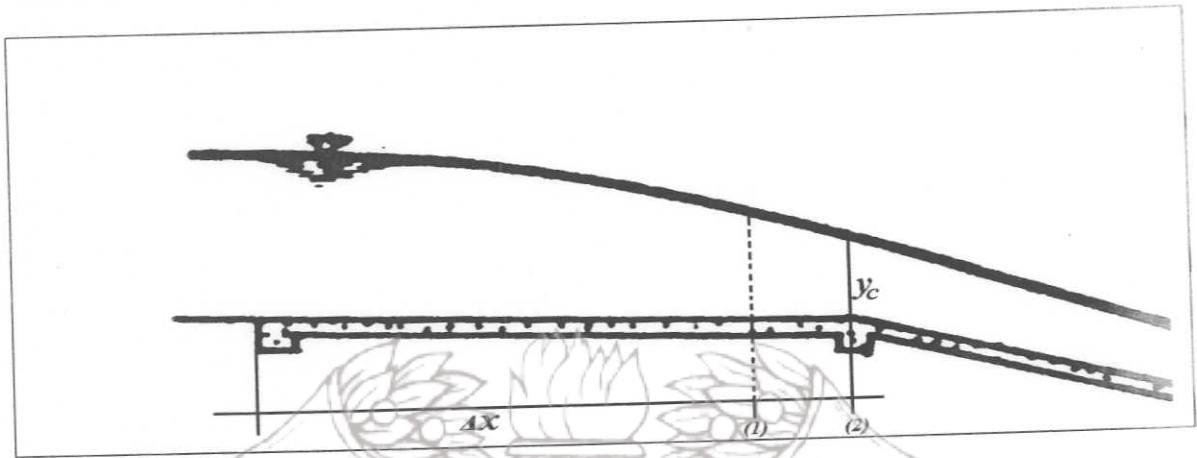


Fig. 5.48 Análisis de las secciones de cálculo.

Sección (2)  $y = 0.733$

$$A_2 = (b + k y)y. \tag{XIII}$$

$$A_2 = (5 + 0.733)0.733 = 4.2023 \text{ m}^2$$

$$P_2 = b + 2y \sqrt{k^2 + 1} \tag{XIV}$$

$$P_2 = 5 + 2(0.733) \sqrt{2} = 7.0732 \text{ m}$$

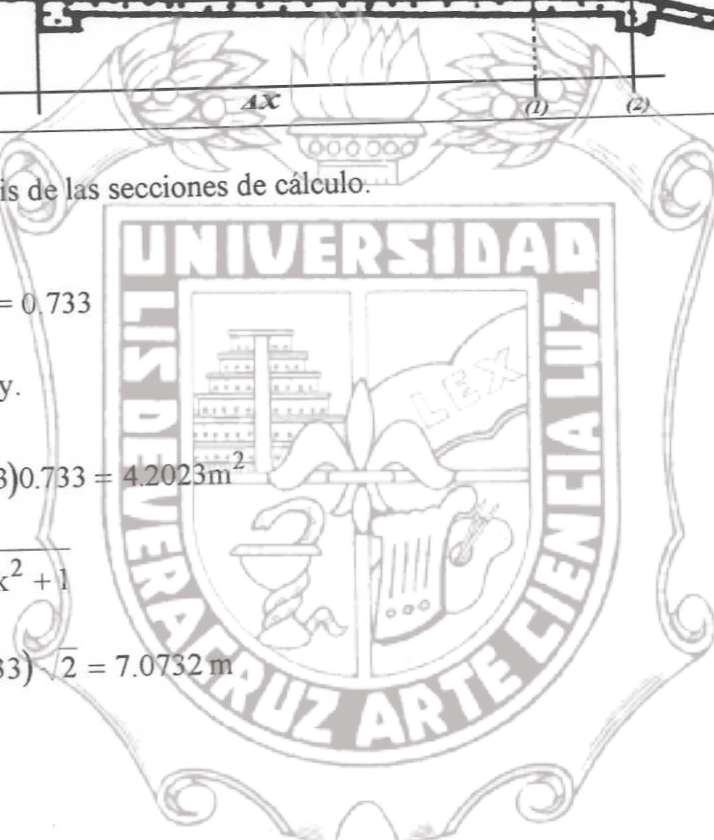
$$Rh_2 = \frac{A_2}{P_2} \tag{XV}$$

$$Rh_2 = \frac{4.2023}{7.0732} = 0.594 \text{ m}$$

$$Rh^{2/3} = 0.7067$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} \tag{XVI}$$

$$V_2 = \frac{10.5958}{4.2023} = 2.521 \text{ m seg}^{-1}$$



$$\frac{V_2^2}{2g} = 0.324$$

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \tag{XVII}$$

$$E_2 = 0.733 + 0.324 = 1.05734$$

$$Sf_2 = \left( \frac{V_2 n}{Rh^{2/3}} \right)^2 \tag{XVIII}$$

$$Sf_2 = \left( \frac{2.521 \times 0.015}{0.7076} \right)^2 = 0.0028638$$

Sección (1)  $y_1 = 0.91 \text{ m}$

$$A_1 = (b + k y)y \tag{XIX}$$

$$A_1 = (5 + 0.91) 0.91 = 5.3781 \text{ m}^2$$

$$P_1 = b + 2y \sqrt{k^2 + 1} \tag{XX}$$

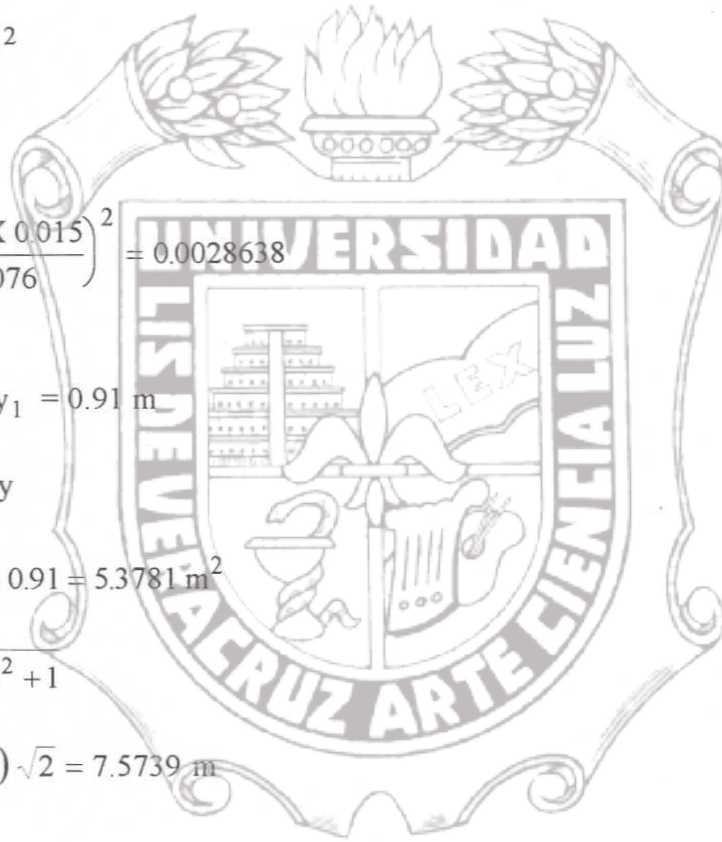
$$P_1 = 5 + 2(0.91) \sqrt{2} = 7.5739 \text{ m}$$

$$Rh_1 = \frac{A_1}{P_1} \tag{XXI}$$

$$Rh_1 = \frac{5.3781}{7.5739} = 0.7101 \text{ m}$$

$$Rh^{2/3} = 0.7959$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} \tag{XXII}$$



$$V_1 = \frac{10.5958}{5.3781} = 1.9701 \text{ m seg}^{-1}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 0.1980$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \tag{XXIII}$$

$$E_1 = 0.91 + 0.198 = 1.1080 \text{ m}$$

$$Sf_1 = \left( \frac{V_1 n}{Rh^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{1.9701(0.015)}{0.7959} \right)^2 = 0.0013784885$$

La pendiente entre las dos secciones es:

$$Sf = \frac{Sf_1 - Sf_2}{2} \tag{XXIV}$$

$$Sf = \frac{0.0028638 + 0.001378}{2} = 0.002121$$

Sustituyendo en XII.

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - Sf} = \frac{1.05734 - 1.1080}{0.0004 - 0.002121} = 29.45 \text{ m}$$

De la misma forma se puede calcular  $\Delta x =$  entre  $y_2 = 0.91$  y  $y_1 = 0.99$

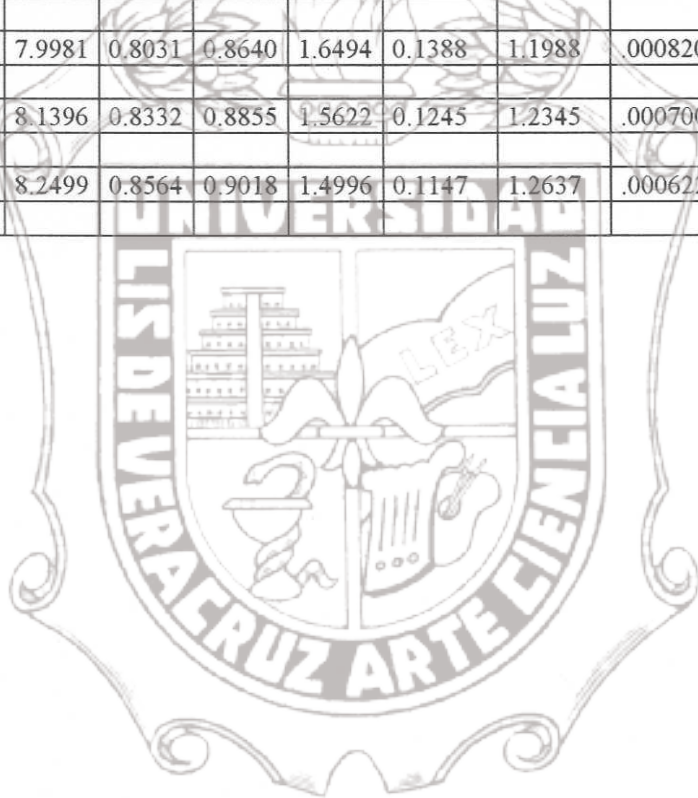


# Tesis de Maestría

Calculando por tanteos, para lo cual nos apoyaremos en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3 Análisis de la ecuación XII.

$y_i$	$A_i$	$P_i$	$Rh_i$	$Rh^{2/3}$	$V_i$	$\frac{V_i^2}{2g}$	$E_i$	$Sf_i$	$Sf$	$\Delta x$
0.733	4.2023	7.0732	0.5941	0.7067	2.5213	0.3243	1.05734	.002864		
									.002121	29.45
0.91	5.3781	7.5739	0.7101	0.7975	1.9701	0.1980	1.1080	.001378		
									.001207	55.59
0.99	5.9301	7.8001	0.7603	0.8330	1.7867	0.1629	1.1529	.001035		
									.0009276	87.07
1.06	6.4236	7.9981	0.8031	0.8640	1.6494	0.1388	1.1988	.0008200		
									.0007602	99.16
1.11	6.7821	8.1396	0.8332	0.8855	1.5622	0.1245	1.2345	.0007004		
									.0006613	111.84
1.149	7.0652	8.2499	0.8564	0.9018	1.4996	0.1147	1.2637	.0006222		
									SUMA	383.11



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

**5.9.5 Ejemplo:** En la obra de toma, cuya geometría se muestra en la Figura 5.49, las extracciones desde el embalse se controlan mediante dos compuertas de servicio que obturan dos orificios de 1 m de ancho cada uno y dentro del intervalo de niveles de embalse indicados. El túnel es circular de 2.5 m de diámetro y revestido de concreto ( $n = 0,015$ ). Suponiendo despreciable la pérdida de energía en la rejilla y descarga libre hacia el túnel, definir el perfil del flujo que se establecería dentro del mismo para el nivel máximo en el embalse. Para ello considerar que la abertura de las compuertas es  $a = 0.608$  m y que la sección en el plano de la compuerta tiene la forma indicada.

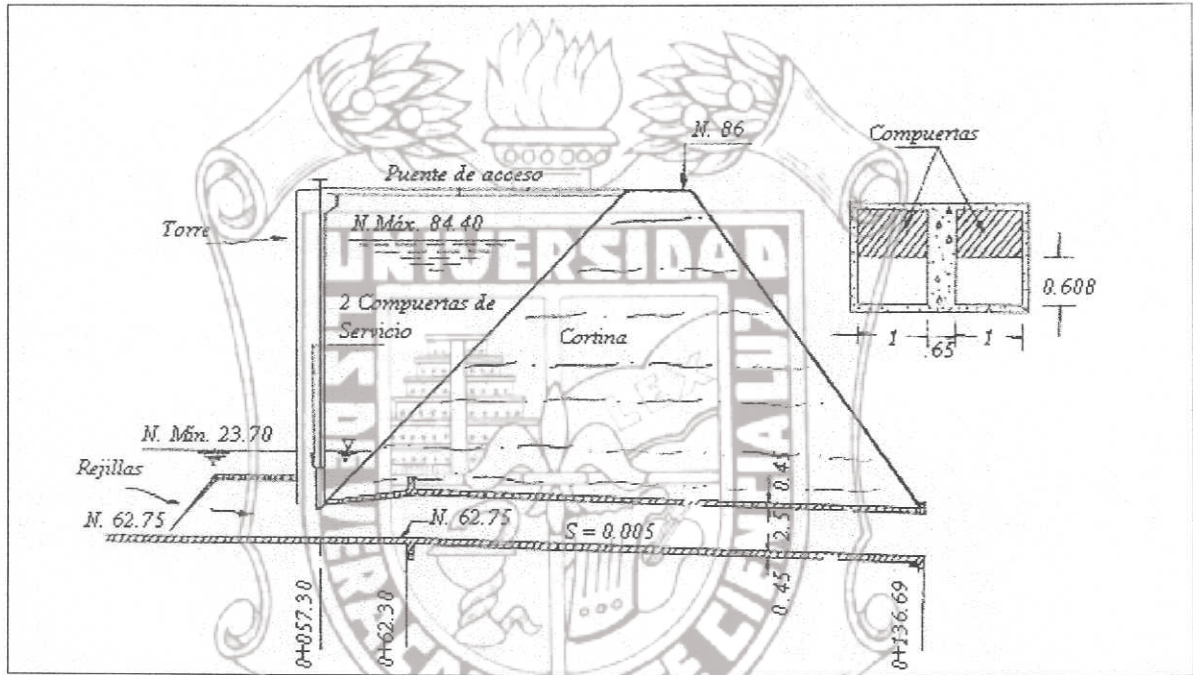


Fig. 5.49 Obra de toma, el gasto descarga por las dos compuertas.

$$Q = C_d a b \sqrt{2g y_1} \quad (I)$$

Carga sobre la compuerta

$$y_1 = 84.40 - 62.75 = 21.65\text{m.}$$

$$\text{Con } \frac{y_1}{a} = \frac{21.65}{0.608} = 35.6$$

Como el valor se tiende a estabilizar, de la Figura 4.22, tendremos:

$$C_d = 0.60$$

Sustituyendo en I

$$Q = 0.60 (1+1) 0.608 \sqrt{2g(21.65)} = 15.03 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$$

Tirante en la sección contracta

Coefficiente de velocidad

$$C_v = 0.960 + 0.098 \frac{a}{y_1} \tag{II}$$

$$C_v = 0.960 + 0.098 \frac{0.608}{21.65} = 0.963$$

Coefficiente de contracción

$$C_c = \frac{1}{2} \frac{a}{y_1} \left( \frac{C_d}{C_v} \right)^2 + \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \frac{a}{y_1} \left( \frac{C_d}{C_v} \right)^2 \right]^2 + \left( \frac{C_d}{C_v} \right)^2} \tag{III}$$

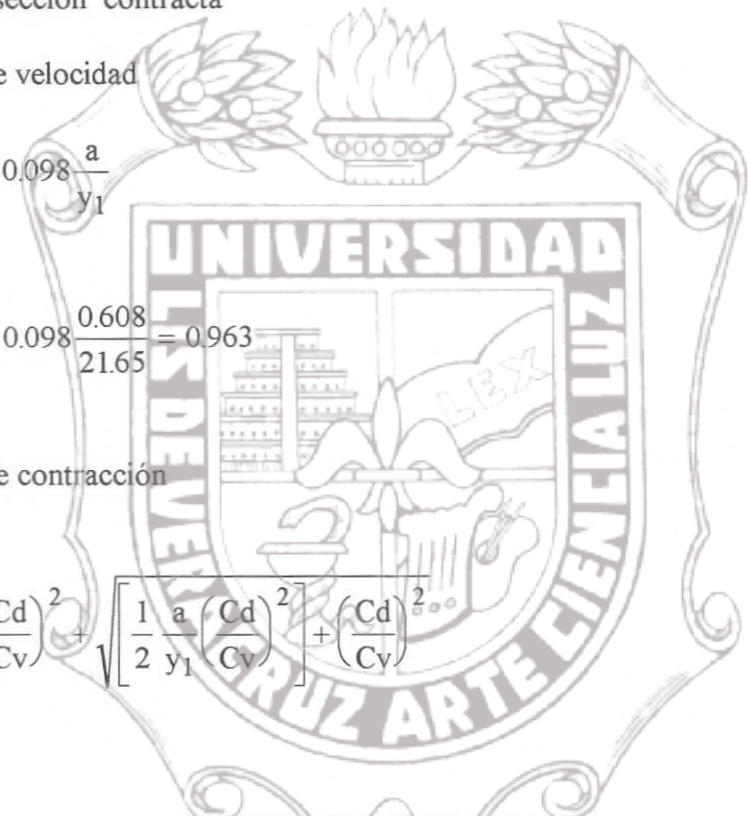
$$C_c = \frac{1}{2} \frac{0.608}{21.65} \left( \frac{0.60}{0.963} \right)^2 + \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \frac{0.608}{21.65} \left( \frac{0.60}{0.963} \right)^2 \right]^2 + \left( \frac{0.60}{0.963} \right)^2}$$

$$C_c = 0.629$$

Tirante en la sección contracta

$$y_2 = C_c a \tag{IV}$$

$$y_2 = 0.629(0.608) = 0.382$$



Ver Figura 5.50 donde se presenta:

$$\ell = \frac{a}{C_c}$$

$$\ell = \frac{0.608}{0.629} = 0.967 \quad \text{de la compuerta}$$



Fig. 5.50 Distancia a la que se encuentra la sección contracta de la compuerta.

Determinemos el tirante en la sección 0 + 062.30

De la ecuación dinámica de flujo gradualmente variado tenemos

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - S_f} \quad (V)$$

$$\Delta x = 62.30 - (57.30 (0.967)) = 4.033 \text{ m}$$

Los datos en la sección contraída son

$$A_2 = b y_2 \quad (VI)$$

$$A_2 = 2(0.3824) = 0.7649$$



$$P_2 = b + 4 y_2 \tag{VII}$$

$$P_2 = 2 + 4(0.3824) = 3.5296$$

$$Rh_2 = \frac{A_2}{P_2} \tag{VIII}$$

$$Rh_2 = \frac{0.7649}{3.5296} = 0.2167$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} \tag{IX}$$

$$V_2 = \frac{15.03}{0.7649} = 19.649$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{(19.649)^2}{2g} = 19.67$$

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \tag{X}$$

$$E_2 = 0.3824 + 19.67 = 20.05$$

$$Sf_2 = \left( \frac{V_n}{Rh^{2/3}} \right)^2 \tag{XI}$$

$$Sf_2 = \left( \frac{19.649 (0.015)}{(0.2167)^{2/3}} \right)^2 = 0.6681$$

Sección 0 + 062.30

Entre la sección 0 + 057.30 y 0 + 062.30 la pendiente vale  $S_0 = 0$

Sustituyendo en la ecuación dinámica

$$E_3 - E_2 = \Delta x \left[ S_0 - \frac{1}{2}(Sf_2 + Sf_3) \right] \tag{XII}$$



$$E_3 - E_2 = \Delta x \left[ -\frac{1}{2}(Sf_2 + Sf_3) \right]$$

Si multiplicamos por (-1)

$$-E_3 + E_2 = \frac{\Delta x}{2} (Sf_2 + Sf_3)$$

$$E_2 - E_3 = \frac{\Delta x}{2} (Sf_2 + Sf_3)$$

$$20.05 - \left( y_3 + \frac{V_3^2}{2g} \right) = \frac{4.033}{2} (0.6681 + Sf_3) \quad \text{(XIII)}$$

Como la sección es circular, resolvamos por medio de tanteos, para lo cual nos apoyaremos en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4 Análisis de la ecuación XIII

$y_3$	$\frac{y_3}{d}$	$A_3$	$Rh_3$	$Rh^{2/3}$	$V_3$	$\frac{V_3^2}{2g}$	$E_2 - E_3$	$E_2$	$Sf_3$	$\frac{(Sf_2 + Sf_3)}{2} \Delta x$
0.500	0.200	0.6988	0.3015	0.4495	21.508	23.578	24.0783	4.0283	0.5152	2.3860
0.555	0.222	0.8111	0.3306	0.4781	18.529	17.518	18.0731	2.0389	0.3379	2.0310

Por lo tanto el tirante al inicio del tunel es:  $y_3 = 0.555$

Determinación del tirante crítico

De la gráfica de la Figura 2.27 para sección circular

$$\frac{Q}{\sqrt{g} D^{5/2}} = \frac{15.03}{\sqrt{g} (2.5)^{5/2}} = 0.4856$$

$$\frac{y_c}{D} = 0.712$$

$$y_c = 0.712(2.5) = 1.78 \text{ m}$$

Pendiente crítica

Apoyándonos en la Tabla 5.5 tenemos:

$d$  = Tirante

$D$  = Diámetro del tubo

$A$  = Área hidráulica

$r$  = Radio hidráulico

$Q$  = Gasto en  $\text{pie}^3 \text{seg}^{-1}$  obtenido con la fórmula de Manning

$n$  = Coeficiente de Manning

$S$  = Pendiente de la plantilla y de la superficie del agua en el canal

Tabla 5.5 Conductos de sección circular funcionando parcialmente llenos. Fuente: USBR.

$\frac{d}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{r}{D}$	$\frac{Q_n}{D^{5/2}n^{3/2}}$	$\frac{Q_n}{d^{5/2}n^{3/2}}$	$\frac{d}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{r}{D}$	$\frac{Q_n}{D^{5/2}n^{3/2}}$	$\frac{Q_n}{d^{5/2}n^{3/2}}$
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0.01	0.0013	0.0066	0.00007	15.04	0.51	0.4027	0.2581	0.239	1.442
0.02	0.0037	0.0132	0.00031	10.37	.52	4127	2592	.247	1.415
0.03	0.0069	0.0197	0.00074	8.56	.53	4227	2692	.255	1.388
0.04	0.0105	0.0262	0.00138	7.38	.54	4327	2792	.263	1.362
0.05	0.0147	0.0325	0.00222	6.55	.55	4426	2849	.271	1.336
0.06	0.0192	0.0389	0.00328	5.95	.56	4526	2876	.279	1.311
0.07	0.0242	0.0451	0.00455	5.47	.57	4625	2703	.287	1.286
0.08	0.0294	0.0513	0.00604	5.09	.58	4724	2728	.296	1.262
0.09	0.0350	0.0575	0.00775	4.76	.59	4822	2753	.303	1.238
0.10	0.0409	0.0635	0.00967	4.49	.60	4920	2776	.311	1.215
0.11	0.0470	0.0695	0.01181	4.25	.61	5018	2799	.319	1.192
0.12	0.0534	0.0755	0.01417	4.04	.62	5115	2821	.327	1.170
0.13	0.0600	0.0813	0.01674	3.86	.63	5212	2842	.335	1.148
0.14	0.0668	0.0871	0.01952	3.69	.64	5308	2862	.343	1.126
0.15	0.0739	0.0929	0.0225	3.54	.65	5404	2882	.350	1.105
0.16	0.0811	0.0985	0.0257	3.41	.66	5499	2900	.358	1.084
0.17	0.0885	0.1042	0.0291	3.28	.67	5594	2917	.366	1.064
0.18	0.0961	0.1097	0.0327	3.17	.68	5687	2933	.373	1.044
0.19	0.1039	0.1152	0.0365	3.08	.69	5780	2948	.380	1.024
0.20	0.1118	0.1206	0.0405	2.96	.70	5872	2962	.388	1.004
0.21	0.1199	0.1259	0.0448	2.87	.71	5964	2975	.395	0.985
0.22	0.1281	0.1312	0.0492	2.79	.72	6054	2987	.402	0.966
0.23	0.1365	0.1364	0.0537	2.71	.73	6143	2998	.409	0.947
0.24	0.1449	0.1416	0.0585	2.63	.74	6231	3008	.416	0.928
0.25	0.1535	0.1466	0.0634	2.56	.75	6319	3017	.422	0.910
0.26	0.1623	0.1516	0.0686	2.49	.76	6405	3024	.429	0.891
0.27	0.1711	0.1566	0.0739	2.42	.77	6489	3031	.435	0.873
0.28	0.1800	0.1614	0.0793	2.36	.78	6573	3036	.441	0.856
0.29	0.1890	0.1662	0.0849	2.30	.79	6655	3039	.447	0.838
0.30	0.1982	0.1709	0.0907	2.25	.80	6736	3042	.453	0.821
0.31	0.2074	0.1756	0.0966	2.20	.81	6815	3043	.458	0.804
0.32	0.2167	0.1802	0.1027	2.14	.82	6893	3043	.463	0.787
0.33	0.2260	0.1847	0.1089	2.09	.83	6969	3041	.468	0.770
0.34	0.2355	0.1891	0.1153	2.05	.84	7043	3038	.473	0.753
0.35	0.2450	0.1935	0.1218	2.00	.85	7115	3033	.477	0.736
0.36	0.2546	0.1978	0.1284	1.958	.86	7186	3026	.481	0.720
0.37	0.2642	0.2020	0.1351	1.915	.87	7254	3018	.485	0.703
0.38	0.2739	0.2062	0.1420	1.875	.88	7320	3007	.488	0.687
0.39	0.2836	0.2102	0.1490	1.835	.89	7384	2995	.491	0.670
0.40	0.2934	0.2142	0.1561	1.797	.90	7445	2980	.494	0.654
0.41	0.3032	0.2182	0.1633	1.760	.91	7504	2963	.496	0.637
0.42	0.3130	0.2220	0.1705	1.724	.92	7560	2944	.497	0.621
0.43	0.3228	0.2258	0.1779	1.689	.93	7612	2921	.498	0.604
0.44	0.3328	0.2295	0.1854	1.655	.94	7662	2895	.498	0.588
0.45	0.3428	0.2331	0.1929	1.622	.95	7707	2865	.498	0.571
0.46	0.3527	0.2366	0.201	1.590	.96	7749	2829	.496	0.553
0.47	0.3627	0.2401	0.208	1.559	.97	7785	2787	.494	0.535
0.48	0.3727	0.2435	0.216	1.530	.98	7817	2735	.489	0.517
0.49	0.3827	0.2468	0.224	1.500	.99	7841	2666	.483	0.496
0.50	0.3927	0.2500	0.232	1.471	1.00	7854	2500	.463	.463

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$\frac{y_c}{D} = 0.712$$

$$A_c = 3.7388$$

$$Rh = 0.7438$$

$$V_c = \frac{Q}{A}$$

(XIV)

$$V_c = \frac{15.03}{3.7388} = 4.02$$

$$Sc = \left( \frac{4.02 (0.015)}{(0.7438)^{2/3}} \right) = 0.005396$$

Como  $Sc = 0.005396 > So = 0.005$

El cálculo se realizará hacia aguas abajo (perfil  $M_3$ ) por medio de tanteos, para lo cual nos apoyaremos en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6 Análisis de la ecuación XIII

$\frac{y_i}{D}$	$y_i$	$A_i$	$Rh_i$	$Rh^{2/3}$	$V_i$	$\frac{V_i^2}{2g}$	$E_i$	$Sf_i$	$Sf$	$\Delta x$
0.222	0.555	0.811	0.3306	0.4781	18.5298	17.5181	18.0731	0.3379		
									0.2927	11.89
0.24	0.60	0.9056	0.354	0.5004	16.5963	14.0529	14.6529	0.2475		
									0.2085	16.03
0.264	0.66	1.0364	0.384	0.5283	14.5025	10.7307	11.3907	0.1695		
									0.1435	17.37
0.29	0.725	1.1813	0.4155	0.5568	12.7238	8.2600	8.9849	0.1175		
									0.1030	14.97
0.312	0.78	1.3079	0.4411	0.5794	11.4919	6.7380	7.5180	0.0885		
									0.0788	14.13
0.3328	0.832	1.4291	0.4650	0.6002	10.5169	5.6431	6.4751	0.0691		
									SUMA	74.39

Tenemos:  $136.69 - 62.30 = 74.39$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

En la Figura 5.51 observamos el perfil que se forma.

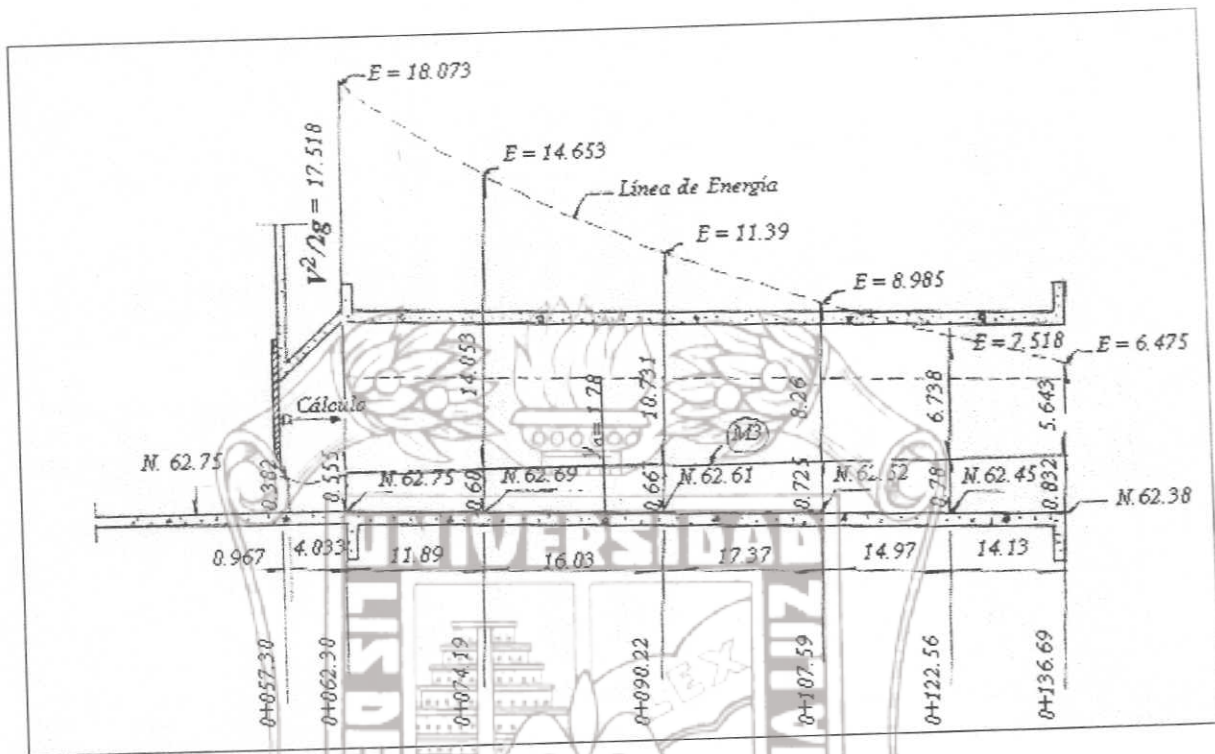


Fig. 5.51 El perfil que se establecería dentro del ducto para el nivel máximo en el embalse, con una abertura de 0.608 m, es del tipo  $M_3$

**5.9.6 Ejemplo:** Un canal rectangular de 15 m de ancho se inicia al pie del cimacio que tiene una altura de 4.27 m como se muestra en la Figura 5.52. Dicho cimacio tiene la misma longitud de cresta que el ancho del canal, con una carga  $h = 2.43$  m sobre la misma, deberá descargar un gasto  $Q = 112.5 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . El canal será excavado en tierra con un factor de rugosidad de Manning  $n = 0.025$ . Determinar la posición del salto hidráulico si la pendiente del canal vale  $S_o = 0.0009$ .

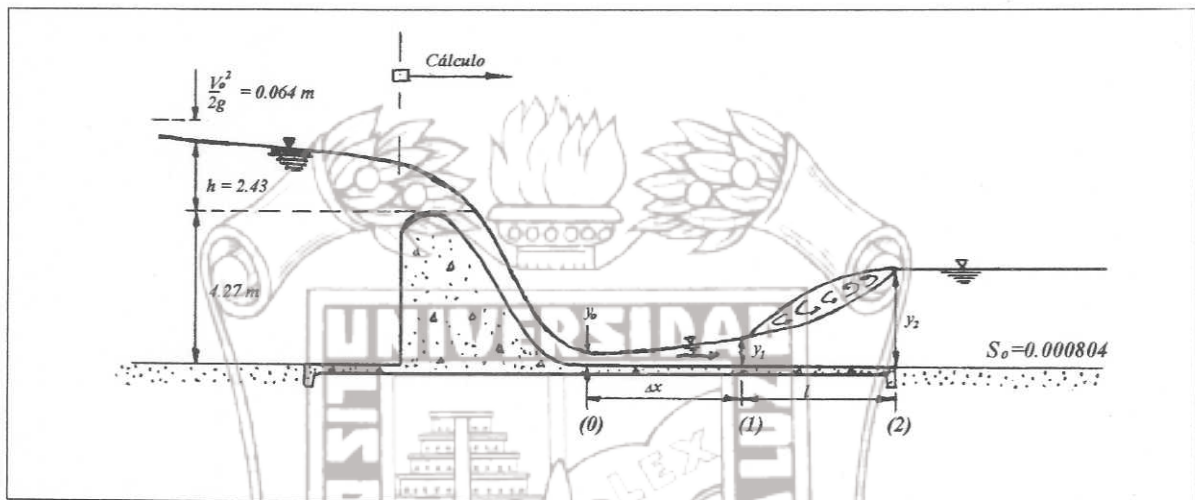


Fig. 5.52 Salto hidráulico al pie de un cimacio.

$$S_o = 0.000804$$

Debido a que  $S_o = 0.0009 > S_o = 0.000804$  que la obtenida inicialmente el salto se barre.

Tirante normal para  $S_o = 0.0009$

De la gráfica de la Figura 3.9.

$$\frac{Qn}{b^{8/3} S^{1/2}} = \frac{112.5 (0.025)}{(15)^{8/3} (0.0009)^{1/2}} = 0.678$$

$$\frac{y_n}{b} = 0.232$$

$$y_n = 0.26(15) = 3.48$$

Instituto de Ingeniería  
 Universidad Veracruzana

De los resultados obtenidos se deduce que:

$$y_n = 3.48 > y_2$$

Conjugado mayor que se formaría con el salto al pie del cimacio.

El salto se producirá en la sección en que se presente un tirante conjugado mayor o igual al normal,  $y_2 = y_n$ .

Tirante conjugado menor

$$\frac{y_1}{y_2} = (\sqrt{1 + 8F_2^2} - 1) \frac{1}{2} \quad (I)$$

$$F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g y_2}} \quad (II)$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} \quad (III)$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{(2.155)^2}{2g} = 0.237$$

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad (IV)$$

$$E_2 = 3.48 + 0.237 = 3.717$$

$$F_2 = \frac{2.155}{\sqrt{g \cdot 3.48}} = 0.369$$

$$y_1 = \frac{3.48}{2} \left[ \sqrt{1 + 8(0.369)^2} - 1 \right] = 0.775 \text{ m}$$



La energía en (1) será

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} \quad (V)$$

$$V_1 = \frac{112.5}{15(0.775)} = 9.677$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{(9.677)^2}{2g} = 4.773$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (VI)$$

$$E_1 = 0.775 + 4.773 = 5.548$$

$$F_1 = \frac{9.677}{\sqrt{g \cdot 0.775}} = 3.51$$

Longitud del salto

De la Tabla 4.1 entrando con  $F = 3.51$

$$\frac{L}{y_2} = 5.55$$

$$L = 5.55 (y_2) = 5.55 (3.48) = 19.31$$

La pérdida de energía en el salto es:

$$\Delta E = E_1 - E_2 \quad (VII)$$

$$\Delta E = 5.548 - 3.717 = 1.831 \text{ m}$$

Determinemos ahora la distancia que separa la sección al pie del cimacio, de tirante  $y_0 = 0.723$  y aquella correspondiente al conjugado menor  $y_1 = 0.775$

De la sección para  $y_0 = 0.723$  del ejercicio 4.8.2.





$$V_o = \frac{Q}{b y_o} \quad (\text{VIII})$$

$$V_o = \frac{112.5}{15(0.723)} = 10.373 \text{ m seg}^{-1}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{(9.677)^2}{2g} = 4.773$$

$$E_o = y_o + \frac{V_o^2}{2g} \quad (\text{IX})$$

$$E_o = 0.723 + \frac{(10.373)^2}{2g} = 6.207$$

$$Rh_o = \frac{A}{P} = \frac{b y}{b + 2 y} \quad (\text{X})$$

$$Rh_o = \frac{15(0.723)}{15 + 2(0.723)} = 0.659$$

Pendiente de fricción en ésta sección

$$Sf_o = \left( \frac{V n}{Rh^{2/3}} \right)^2 \quad (\text{XI})$$

Para la zona revestida  $n = 0.015$

$$Sf_o = \left( \frac{10.373(0.015)}{(0.659)^{2/3}} \right)^2 = 0.04223$$

Para la sección donde  $y_1 = 0.775$

$$Rh_1 = \frac{A}{P} = \frac{b y_1}{b + 2 y_1} \quad (\text{XII})$$



$$Rh_1 = \frac{15(0.775)}{15 + 2(0.775)} = 0.72$$

$$Sf_1 = \left( \frac{V_n}{Rh^{2/3}} \right)^2 \quad (XIII)$$

$$Sf_1 = \left( \frac{9.677(0.015)}{(0.702)^{2/3}} \right)^2 = 0.03378$$

De la ecuación dinámica para flujo gradualmente variado tenemos:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - Sf} \quad (XIII)$$

$$Sf = \frac{1}{2}(Sf_1 + Sf_2)$$

$$Sf = \frac{1}{2}(0.04223 + 0.03378) = 0.03801$$

Como entre ambas secciones  $S_0 = 0$ .

$$\Delta x = \frac{5.548 - 6.207}{0 - 0.03801} = 17.34 \text{ m}$$



5.10 EJEMPLOS PROPUESTOS

5.10.1 Ejemplo: Calcule la longitud necesaria desde la sección en que  $y = 0.30 \text{ m}$  hasta la descarga libre  $b = 0.245 \text{ m}$ ,  $n = 0.011$ ,  $S_o = 0$ ,  $Q = 0.06 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ . Utilice el método de incrementos finitos (use tramos contiguos cuyas diferencias de velocidades sean como máximo 10%), ver Figura 5.53.

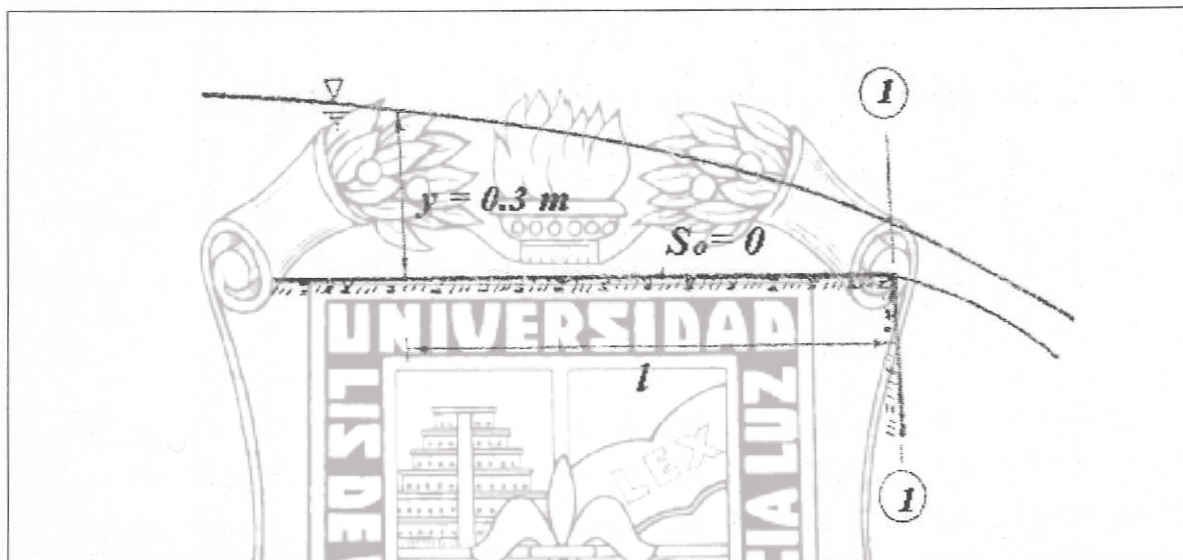


Fig. 5.53 Canal con descarga libre.

5.10.2 Ejemplo: Se tiene una canal de sección rectangular donde  $b = 8.00 \text{ m}$ ,  $n = 0.016$ ,  $S = 0.0014$ ,  $y_0 = 2.00 \text{ m}$ ,  $L = 20 \text{ m}$ . Calcule el tirante  $y_2$ , si en la sección 1 se tiene los siguientes casos, a)  $y_1 = 2.60 \text{ m}$ , b)  $y_1 = 1.70 \text{ m}$ , c)  $y_1 = 0.90 \text{ m}$ , ver Figura 5.54.

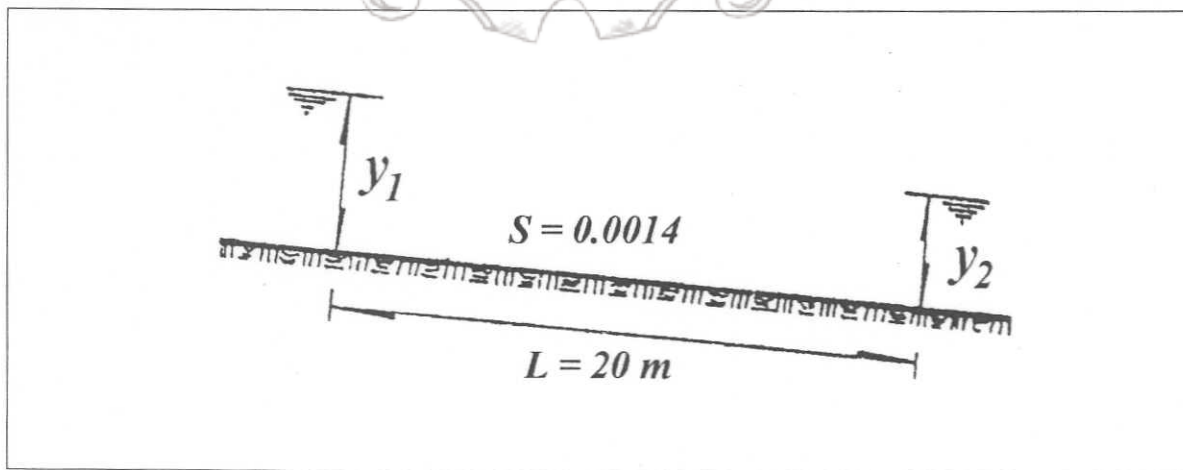


Fig. 5.54 Canal de sección rectangular con pendiente  $S = 0.0014$ .

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

5.10.3 Ejemplo: Un canal tiene las siguientes características ver Figura 5.55,  $Q = 273.4 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ ,  $b = 48 \text{ m}$ ,  $n = 0.016$ ,  $S_o = 0.000121$ . Por medio del análisis de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado identifique los siguientes perfiles:

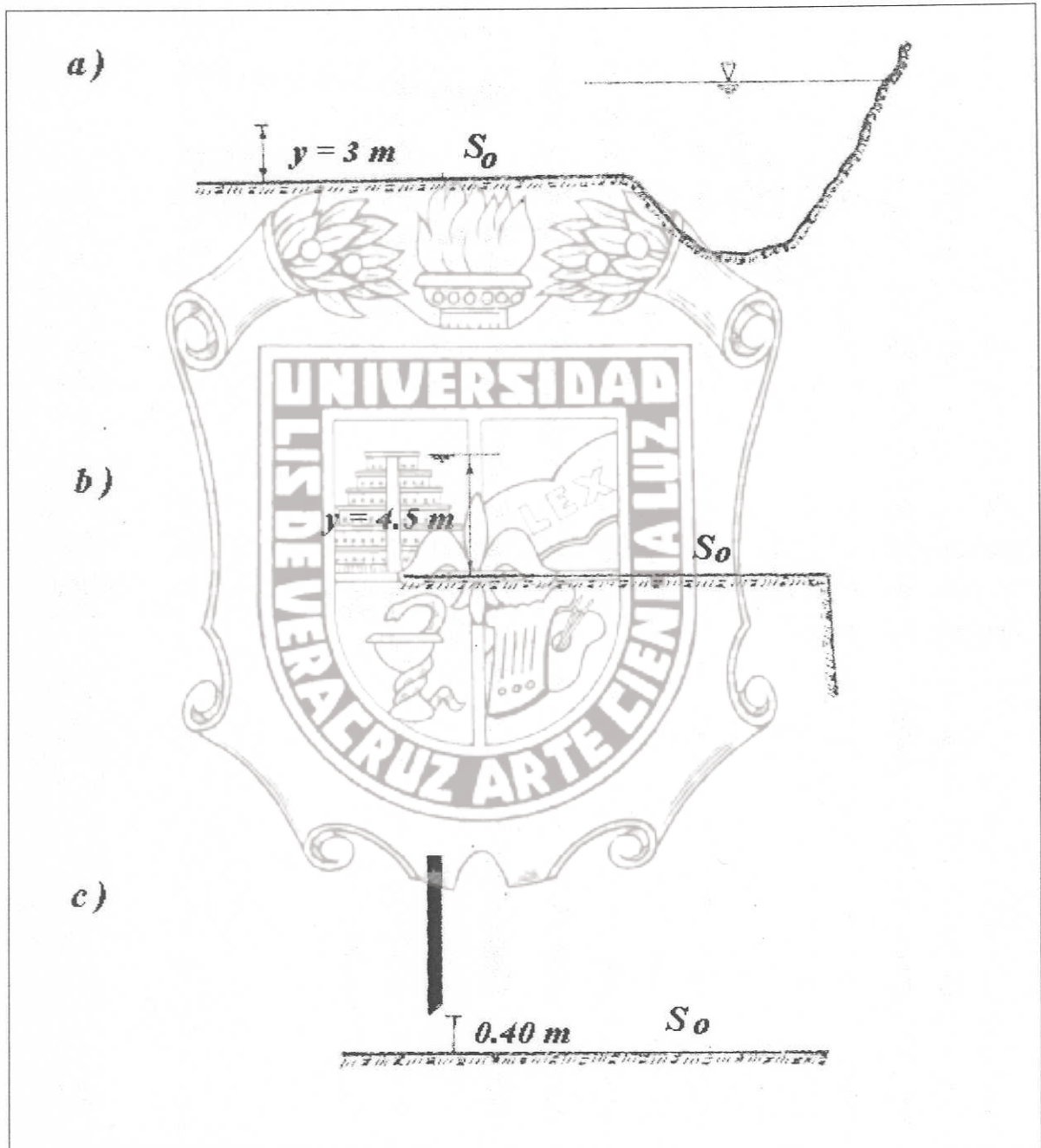


Fig. 5.55 a) Canal de sección rectangular con descarga a un canal de sección mayor, b) canal de sección rectangular con descarga libre y c) canal de sección rectangular con descarga a través de una compuerta.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

**5.10.4 Ejemplo:** Sea un canal de sección trapecial ver Figura 5.56,  $b = 5$  m,  $S_0 = 0.1759$ ,  $Q = 10.60 \text{ m}^3 \text{ seg}^{-1}$ ,  $n = 0.015$ , talud 1:1. Calcule la longitud  $L$  desde  $y = 0.95 y_c$  hasta  $1.05 y_0$ , utilizando el método de incrementos finitos, con diferencias de velocidades menores o iguales a 5%. Dibuje a escala el perfil.

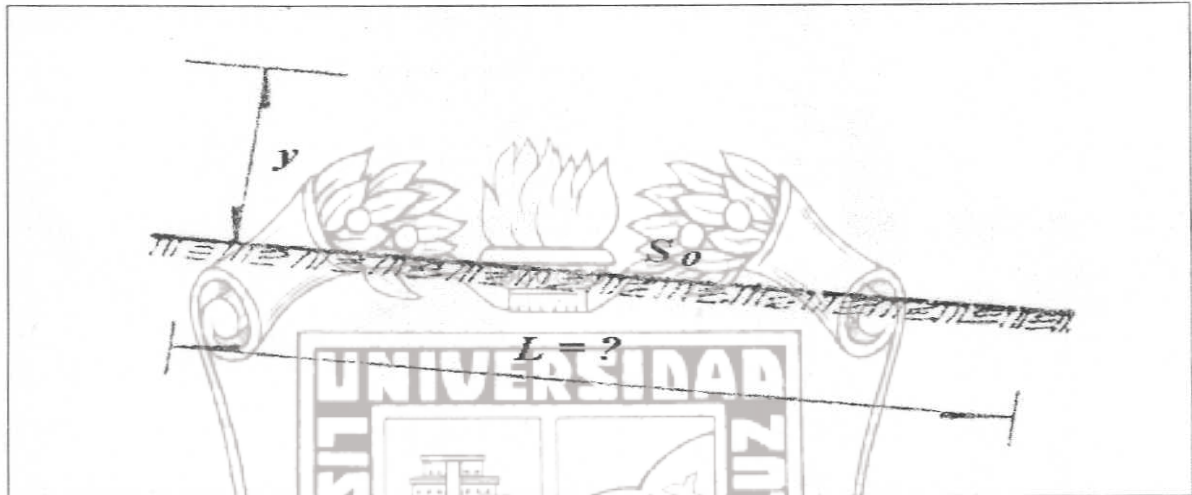


Fig. 5.56 Canal de sección trapecial con talud 1:1 y base de 5m.

**5.10.5 Ejemplo:** El canal que se muestra en la Figura 5.57 es de sección rectangular, de ancho constante igual a 5.50 m, construido con material que tiene un coeficiente de rugosidad  $n = 0.015$ . Con los datos que se indican, calcule a) La pendiente de la plantilla  $S_1$ , b) El tirante  $y_2$  (donde  $S_2 = 0.096$ ) y c) Compruebe que el tirante  $y_c$  es realmente el crítico.

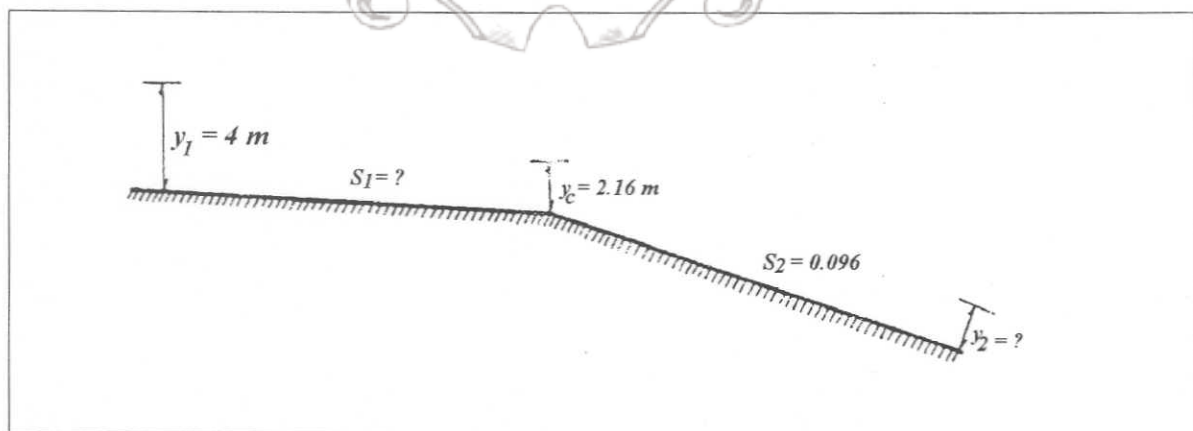


Fig. 5.57 Canal de sección rectangular de ancho constante y con cambio de pendiente.

**5.10.6 Ejemplo:** En la Figura 5.58 se representa un tramo de un canal de sección rectangular, donde  $b = 10$  m,  $n = 0.014$  y con las características que se indican, determine el valor de  $y_1$  y  $y_2$ .

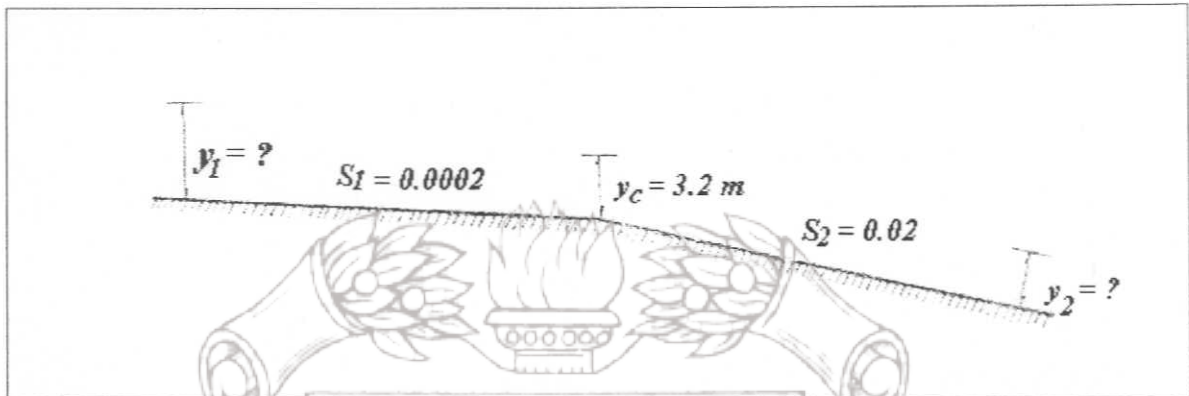


Fig. 5.58 Canal de sección rectangular con cambio de pendiente.

**5.10.7 Ejemplo:** Considere un canal trapecial como el de la Figura 5.59 con los siguientes datos taludes 1:1,  $b = 10$  m,  $y_1 = 4.50$  m,  $n = 0.015$ ,  $S_1 = 0.0002$ ,  $S_2 = 0.08$ . Calcule a) El tirante en la sección "A" y b) El tirante  $y_2$ .

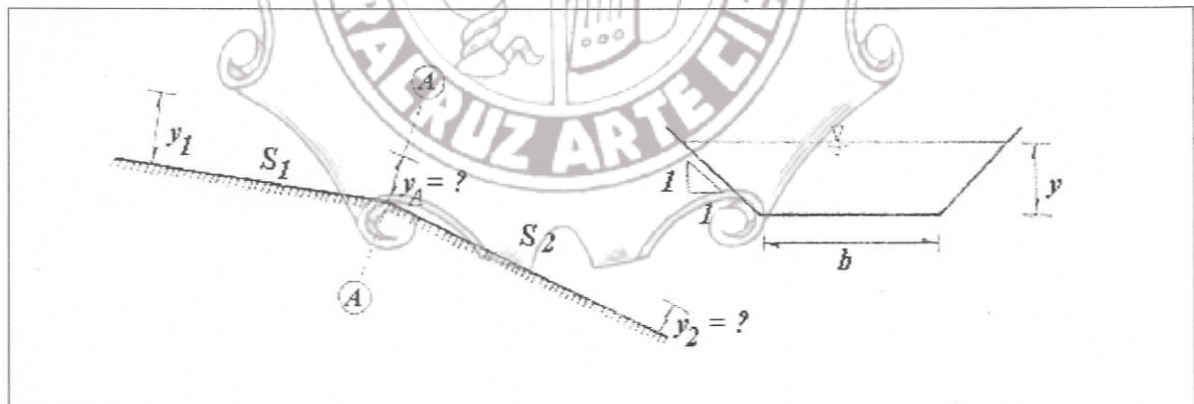
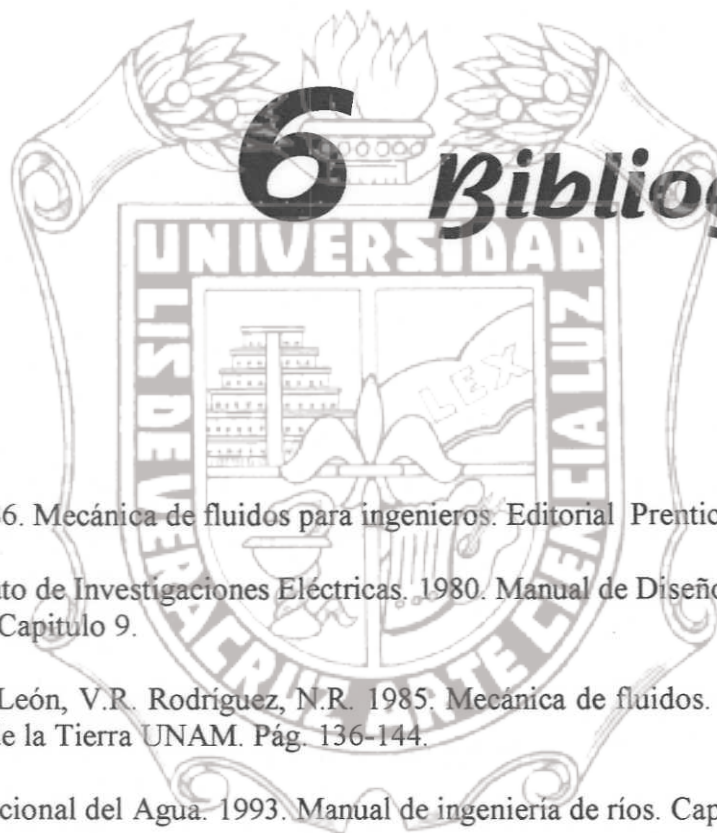


Fig. 5.59 Canal de sección trapecial talud 1:1, base de 10 m y cambio de pendiente.



## 6 Bibliografía

- Bertin, J. 1986. Mecánica de fluidos para ingenieros. Editorial Prentice Hall. Pág. 364-394.
- C.F.E. Instituto de Investigaciones Eléctricas. 1980. Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia, Capítulo 9.
- Castro, F.R. León, V.R. Rodríguez, N.R. 1985. Mecánica de fluidos. División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra UNAM. Pág. 136-144.
- Comisión Nacional del Agua. 1993. Manual de ingeniería de ríos. Capítulo 5. Pág. 1-98.
- Chow, T. V. 1982. Hidráulica de los canales abiertos. Editorial Diana.
- Chow, T.V. 1959. Open channel hydraulics. Editorial Mc. Graw Hill.
- Daugñerty, R.L. Franzini, B.J. 1977. Fluid mechanics with engineering applications. Editorial Mc. Graw Hill. Pág. 322-370.
- De Azevedo. J.M. Acosta, A.G. 1976. Manual de Hidráulica. Editorial Harla. Pág. 319- 442.
- French, H.R. 1988. Hidráulica de canales abiertos. Editorial Mc Graw Hill.
- Gardea, V.H. 1987. Hidráulica de canales. División de Ingeniería Civil, Topográfica y Geodésica UNAM.

Gardea, V.H. 1994. Hidráulica de canales. División de Ingeniería Civil, Topográfica y Geodésica UNAM.

Giles, R.V. 1991. Mecánica de los fluidos e hidráulica. Editorial Mc. Graw Hill. Pág. 160-191.

Haberman, L.W. John, J.E. 1974. Introducción a la mecánica de los fluidos. Editorial Prentice Hall. Pág. 208-244.

Henderson, F. M. 1966. Open channel flow. Editorial Macmillan series in civil engineering.

King, W.H. Brater, F.E. 1962. Manual de hidráulica. Editorial UTEHA. Pág. 238-418.

Linsley K.R. 1964. Ingeniería de los recursos hidráulicos. Editorial C.E.C.S.A. Pág. 313-345.

Massey, B.S. 1979. Mecánica de fluidos. Editorial C.E.C.S.A. Pág. 473-537.

Mataix, C. 1982. Mecánica de fluidos y maquinas hidráulicas. Editorial Harla. Pág. 227-235.

Mott, R.L. 1996. Mecánica de fluidos aplicada. Editorial Prentice Hall. Pág. 351-374.

Osuna, A. 1984. Hidráulica. Servicio de publicaciones E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Pág. 191-250. Madrid.

Rusell, E.G. 1968. Hidráulica. Editorial C.E.C.S.A. Pág. 324-383.

Silber, R. Hidráulica del régimen permanente. Editorial Aguilar.

Silvestre, P. 1983. Fundamentos de hidráulica general. Editorial Limusa. Pág. 283-380.

Simon, L.A. 1983. Hidráulica básica. Editorial Limusa. Pág. 151-203.

Simon, L.A. 1986. Hidráulica Práctica. Editorial Limusa. Pág. 207-270.

Sotelo, A. Hidráulica II. Facultad de Ingeniería UNAM.

Sotelo, A. 1974. Hidráulica general Volumen 1. Editorial Limusa. Pag. 203-239.

Sotelo, A. Cafaggi, F. A. 1997. Longitud del salto hidráulico. Revista de la Ingeniería Mexicana. Pág. 125-134.

Streeter, V.L. Wylie, B.E. 1987. Mecánica de los fluidos. Editorial Mc. Graw Hill. Pág. 476-514.

Trueba, C.S. 1978. Hidráulica. Editorial C.E.C.S.A. Pág. 180-294.

USBR. 1979. Diseño de presas pequeñas. Editorial C.E.C.S.A. Pág. 463-496.