



**UNIVERSIDAD VERACRUZANA**

**INSTITUTO DE INGENIERIA**

**DESARROLLO E IMPLEMENTACION DE  
UN ALGORITMO DE AUTO-SINTONIA  
PARA REGULADORES PID**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE :  
MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA  
OPCION CONTROL**

**PRESENTA:**

***Rogelio Triana Aguirre***

**H. VERACRUZ, VER.**

**DICIEMBRE 1999**

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

UNIVERSIDAD VERACRUZANA



INSTITUTO DE INGENIERIA

*DESARROLLO E IMPLEMENTACION DE UN  
ALGORITMO DE AUTO-SINTONIA PARA  
REGULADORES PID.*

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN  
INGENIERIA ELECTRICA OPCION CONTROL

PRESENTA:

Rogelio Triana Aguirre

Asesor: Dr. Yu Tang Xu

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



UNIVERSIDAD VERACRUZANA  
INSTITUTO DE INGENIERIA

H. Veracruz, Ver., a 30 de Noviembre de 1999  
DI776/99

Al Candidato al Grado  
ING. ROGELIO TRIANA AGUIRRE  
PRESENTE:

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Dr. Yu Tang Xu para que lo desarrolle como tesis, para obtener el Grado de Maestro en Ingeniería Eléctrica Opción Control

TEMA:

"DESARROLLO E IMPLEMENTACION DE UN ALGORITMO DE AUTO-SINTONIA PARA REGULADORES PID."

- I .- Introducción
  - II .- Establecimiento del problema
  - III .- Marco de referencia
  - IV .- Marco teórico y conceptual
  - V .- Metodología
  - VI .- Resultados
  - VII .- Conclusiones
- Bibliografía

Sin otro particular, me es grato quedar de Usted como su atento y seguro servidor.

ATENTAMENTE

"LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ"

DR. ENRIQUE A. MORALES GONZALEZ  
DIRECTOR

EMG/apm\*

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



Triana Aguirre R. "Desarrollo e Implementación de un Algoritmo de Auto-Sintonía Para Reguladores PID". Maestría en Ingeniería Eléctrica opción Control, Instituto de Ingeniería. Universidad Veracruzana. Asesor: Dr. Tang Xu Y. Veracruz, Mexico, 1999.

## RESUMEN

En este trabajo se estudia y analiza el método de auto-sintonía para reguladores PID por medio de relevadores retroalimentados, con la finalidad de obtener un diseño confiable. El diseño es enfocado principalmente a sistemas de control clásicos; y se basa principalmente en relevadores con histéresis lo cual es considerado como la manera más confiable de obtener ciclos límites en este tipo de sistemas.

Se introduce una compensación debido al retardo de fase proporcionado por la histéresis de relevador, así como la modificación del criterio de Ziegler y Nichols de lazo cerrado, para ser empleado con este tipo de relevadores. Se utilizó este método para controlar un servomotor de CD. Los resultados de las simulaciones y de experimentos muestran la concordancia de estos conceptos.

Estos resultados son de dos indoles. El primero es el resultado de la sintonización por etapas, es decir, del ciclo límite se obtuvieron las características de la planta en forma gráfica, después se realizó el cálculo para obtener las ganancias del PID. Los resultados experimentales presentan una buena coincidencia con los resultados de las simulaciones.

El segundo es el resultado de la etapa de control, obtenido del algoritmo integrado de auto-sintonía, en donde se puede apreciar que tanto afecta la presencia de ruido en el sistema. Éstos no son tan precisos en cuanto a la especificación del diseño, pero son bastante aceptables.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana



## DEDICATORIAS

### A mi madre:

Joselina

Por su apoyo absoluto, amor y espíritu de lucha  
que me han impulsado a realizar mis metas

### A mi hermano y su familia

Raúl, Kaidemí, Nancy y Junior

Por ser como un respaldo de amor y  
apoyo para mi vida

### A mi prima

María de La Luz

Por darme la oportunidad de  
enseñarle lo que he aprendido en la vida

### A mi padre

Raúl

Por su lealtad y el cariño que me tiene

### A toda mi familia y amigos

Que están conmigo en los momentos buenos y malos



## AGRADECIMIENTOS

**Al Dr. Yu Tang Xu** por darme su apoyo, confianza, tiempo, su experiencia aportada para la realización de este trabajo y por aceptar ser mi asesor de tesis, gracias.

**Al Ing. Guillermo Hermida Saba** por el apoyo brindado durante el desarrollo de este trabajo, por su amistad, consejos y sugerencias, gracias.

**Al M. I. Alberto P. Lorandi Medina** por sus atenciones, correcciones y comentarios que fueron de gran valor para la terminación de este trabajo, gracias.

**Al Dr. Enrique A. Morales González** por sus atenciones y facilidades otorgadas en este trabajo y durante mi estancia en este Instituto, gracias.

A mis amigos que me ayudaron de alguna manera en la realización de este anhelo:

**Juan José, Claudia Verónica, Roberto, Rodolfo, María del Carmen,** y aquellos que en este momento escapan de mi memoria, gracias.

**Al creador** por permitirme concluir una meta más en mi vida y por darme la oportunidad de ser, gracias.

## ÍNDICE

	Página
Resumen	i
Dedicatorias	ii
Agradecimientos	iii
Indice	iv
I. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Introducción al Estudio	3
II. ESTABLECIMIENTO DEL PROBLEMA	4
2.1 Planteamiento del Problema	4
2.2 Hipótesis	4
2.3 Objetivos	4
2.4 Alcance	5
2.5 Delimitación del Problema	5
III. MARCO DE REFERENCIA	7
IV. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL	9
4.1 Introducción	9
4.2 Controladores PID	9
4.3 Fundamentos de la Función Descriptiva	12
4.4 Auto-sintonía	26





V. METODOLOGÍA	35
5.1 Diseño y Simulación del algoritmo de Auto-sintonía	35
5.1.1 Introducción	35
5.1.2 Simulación de Ciclos Límites	35
5.1.3 Detección de la señal periódica	41
5.1.4 Sintonización de Reguladores PID	46
5.2 Desarrollo de la implementación del PID Auto-sintonizable	56
5.2.1 Introducción	56
5.2.2 Descripción de los Componentes del Lazo de Control	56
5.2.3 Desarrollo e Implementación del Programa de Auto-sintonía	59
VI. RESULTADOS	67
VII. CONCLUSIONES	73
BIBLIGRAFÍA	75
APÉNDICES	77

## I.- INTRODUCCIÓN

### 1.1 Antecedentes

A pesar de las técnicas de control avanzado la mayoría de los procesos industriales en la actualidad son controlados por reguladores PID, debido a su simpleza y funcionalidad. Los reguladores PID han logrado mantenerse como el método más popular en el control de los procesos tanto en la industria química como en la de manufactura.

Uno de los inconvenientes que se ha encontrado con este tipo de reguladores es la sintonización de sus parámetros. Debido a que resulta muy complejo para el personal de la planta la obtención de un modelo matemático, la mayoría de los controladores se sintonizan a prueba y error en base a la experiencia con otros lazos similares. En un arranque de planta el instrumentista ajustaba el controlador en forma aproximada en cada lazo, para después hacer ajustes finos. EL tiempo que se consume con esta tarea es muy valioso, considerando el número de reguladores PID existentes en un proceso típico.

Ésto hace de gran interés el estudio y la investigación para encontrar alternativas que nos permitan una sintonización de estos reguladores, de manera eficiente de acuerdo a la dinámica del sistema.

En la teoría de control clásico, para diseñar un regulador que lleve al sistema a un régimen con ciertas especificaciones, es necesario contar con un modelo matemático que nos describa las características de dicho sistema. En la práctica resulta casi imposible determinar con exactitud el modelo matemático de un sistema, basado en leyes fundamentales de la física y ciencias aplicadas a un sistema específico. Esto se debe a que con frecuencia, las leyes que involucran a un sistema son multidisciplinarias, resultando ésto bastante complejo, o con frecuencia no se cuentan con los valores exactos de algunos parámetros, lo que hace más difícil la obtención de dicho modelo.

En un proceso que se encuentra listo para entrar en operación, es conveniente aplicarle una prueba dinámica, con el fin de obtener la aproximación de los parámetros, o para confirmar las predicciones del modelo matemático obtenido. Como resultado del problema de la obtención del modelo matemático de los sistemas, las identificaciones experimentales de procesos dinámicos han sido un área activa de investigación en muchos campos de la ingeniería. En la que resulta difícil generalizar un método que aplique a todos los sistemas dinámicos.

A continuación se presenta un esquema de control de una planta química, en donde se puede apreciar la cantidad de reguladores PID y las distintas características dinámicas que involucran a cada lazo de control.

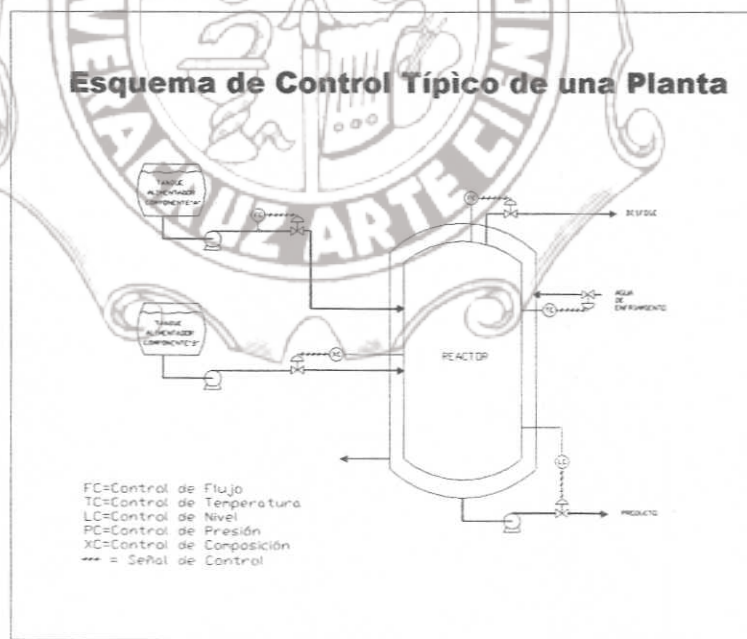


Fig.1



Del esquema anterior observamos que el ingeniero de control, tendría que ser un experto en modelado de sistemas de las siguientes áreas: Mecánica de Fluidos, Transferencia de Calor, Cinética Química, Transferencia de Masa, etc. Debido a que en la práctica esto no es común, ello impulsó a los investigadores a trabajar sobre el campo de la auto-sintonía, para eliminar la problemática del modelado y sintonización en la puesta a punto de sistemas industriales.

## 1.2 Intrducción Al Estudio

Uno de los principales métodos más atractivos es el de Astrom y Hagglund, [Astrom, Hagglund,5]. Ésta es una técnica atractiva para determinar la ganancia y frecuencia última, mediante la incorporación de un relevador en el lazo de control para producir una oscilación sostenida y controlada. Además de ser un método apropiado para algunos sistemas con un alto grado de no-linealidad, ya que se puede llevar al sistema en forma manual o por otros medios al punto de operación, para generar una oscilación controlada alrededor de dicho punto. Trabajando de esta manera en una región aproximadamente lineal, el controlador puede sintonizarse sin alejarse del punto de operación y sin riesgo. A la fecha este método se sigue perfeccionando y refinando en ciertas aplicaciones.

En el presente trabajo se pretende desarrollar un diseño confiable para la auto-sintonía de reguladores PID, basado en el método de Astrom y Hagglund, para el cual nos apoyaremos del CAD MATLAB® distribuido por Math Works.

Este diseño está enfocado a sistemas prácticos de control donde los reguladores PID funcionan satisfactoriamente, especialmente para Servomotores de CD.

## II.- ESTABLECIMIENTO DEL PROBLEMA

### 2.1 Planteamiento Del Problema

Aunque los métodos de sintonización de Ziegler y Nichols son utilizados para sintonizar reguladores PID, como son la respuesta al escalón y la ganancia crítica, estos presentan ciertos problemas debido a que el primero no considera las características de lazo cerrado, además de presentar algunos problemas cuando el sistema tiene una no-linealidad considerable. El segundo, frecuentemente presenta problemas para mantener las oscilaciones bajo control ante pequeñas perturbaciones. Además de otros métodos como el criterio de error de integración mínimo, los cuales tienen ciertas desventajas para aplicaciones generales en campo por ser muy exclusivos de cada sistema.

La sintonía de los reguladores PID, con los métodos mencionados anteriormente, pueden presentar problemas de confiabilidad y tiempo en la puesta a punto de estos reguladores.

### 2.2 Hipótesis

La técnica de auto-sintonía por relevadores es un método confiable que soluciona la problemática que podrían presentar algunos procesos utilizando métodos como los de Ziegler y Nichols, .

### 2.3 Objetivo

El objetivo de este proyecto es desarrollar un algoritmo de auto-sintonía basado en técnicas frecuenciales y su implementación en un procesador digital para controlar un proceso de laboratorio (Motor de CD.)

## 2.4 Alcance

El proyecto comprende desde el estudio del marco teórico de auto-sintonía de reguladores PID, diseño del algoritmo y desarrollo del programa de auto-sintonía y control, implementación del programa y por último, experimentación en un servomotor marca Dalvin Control ( disponible en el Laboratorio de Control ) del Instituto de Ingeniería de la Universidad Veracruzana.

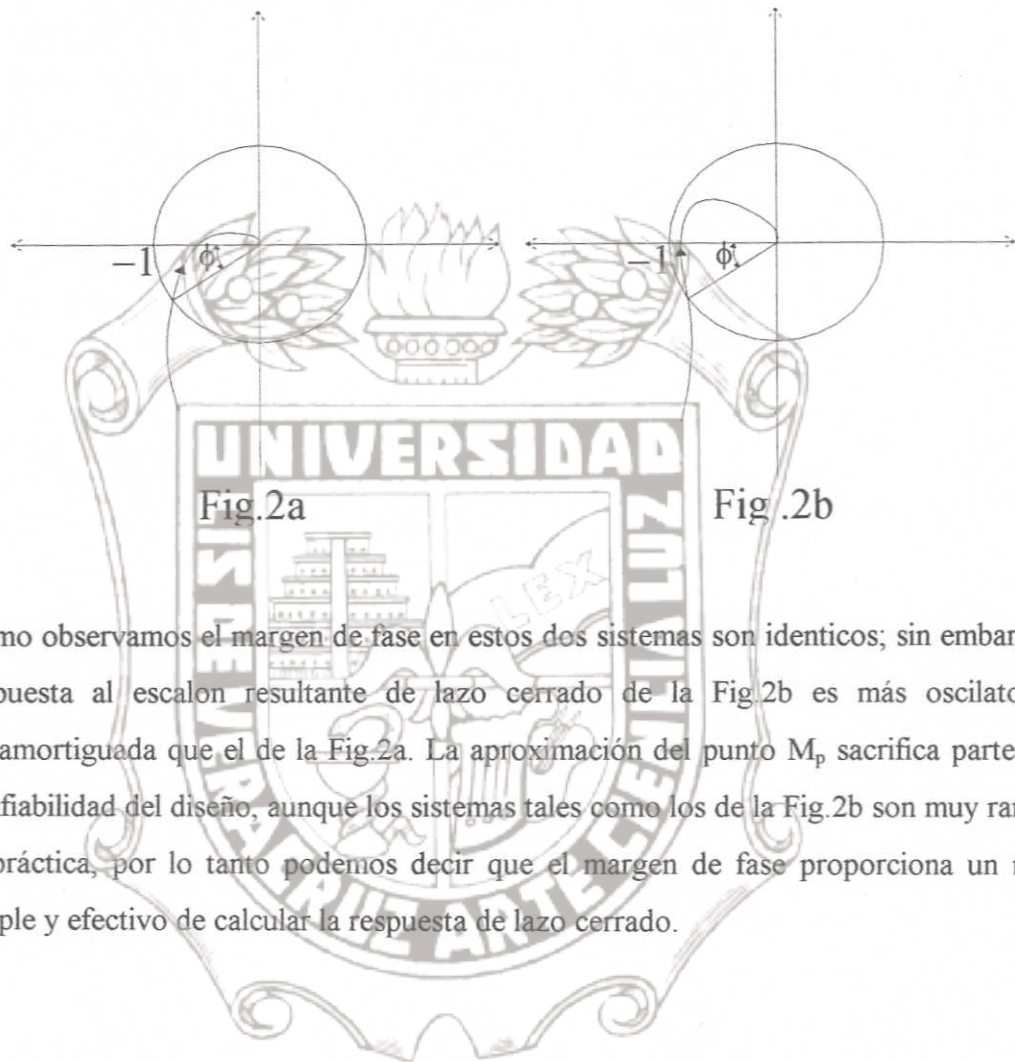
## 2.5 Delimitación Del Problema

Este trabajo está delimitado a sistemas que pueden ser controlados de manera satisfactoria con reguladores PID. Otra limitación es la correlación entre la respuesta en tiempo en lazo cerrado y el margen de fase ( $M_c$ ), ya que el  $M_c$  es una aproximación del punto  $M_p$ , el cual nos proporciona casi toda la información sobre la respuesta transitoria de lazo cerrado mediante la siguiente expresión.

$$M_p = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \text{para } \zeta \leq 0.707$$

Donde el punto  $M_p$  es la magnitud máxima de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado, y es el punto tangente del círculo que describe la respuesta en frecuencia de lazo cerrado con la curva de Nyquist ( $GH(j\omega)$ ). Y se encuentra al examinar toda la curva de Nyquist, mientras que para hallar  $M_c$  solo se considera un punto en la curva de Nyquist, a continuación se muestra la siguiente figura en donde podemos observar que diferentes curvas de Nyquist pueden tener un mismo margen de fase o punto  $M_c$ .





Como observamos el margen de fase en estos dos sistemas son idénticos; sin embargo, la respuesta al escalón resultante de lazo cerrado de la Fig. 2b es más oscilatoria y subamortiguada que el de la Fig. 2a. La aproximación del punto  $M_p$  sacrifica parte de la confiabilidad del diseño, aunque los sistemas tales como los de la Fig. 2b son muy raros en la práctica, por lo tanto podemos decir que el margen de fase proporciona un medio simple y efectivo de calcular la respuesta de lazo cerrado.

### III.- MARCO DE REFERENCIA

En 1984 K. J. Astrom y T. Hagglund, ambos investigadores del Instituto tecnológico de Suecia, publicaron un método basado en la función descriptiva, para determinar las ganancias del PID a partir de la identificación de un punto en la curva de Nyquist [Astrom, Hagglund, 5].

En este análisis se supone que solo la componente armónica fundamental es significativa, esta premisa es válida por que la mayoría de las armónicas superiores en la salida de un elemento no lineal son de menor amplitud, además la mayoría de los sistemas a controlar son filtros paso bajas.

Es posible predecir el ciclo límite a través de un estudio gráfico en el dominio de la frecuencia. Esta situación corresponde en el caso donde la curva de  $G(j\omega)$  (Dinámica del sistema) se corta con la curva de la función descriptiva  $[-1/N]$  ( característica del relevador) .

Esto se debe a que la ecuación característica de la frecuencia de lazo cerrado es igual a:

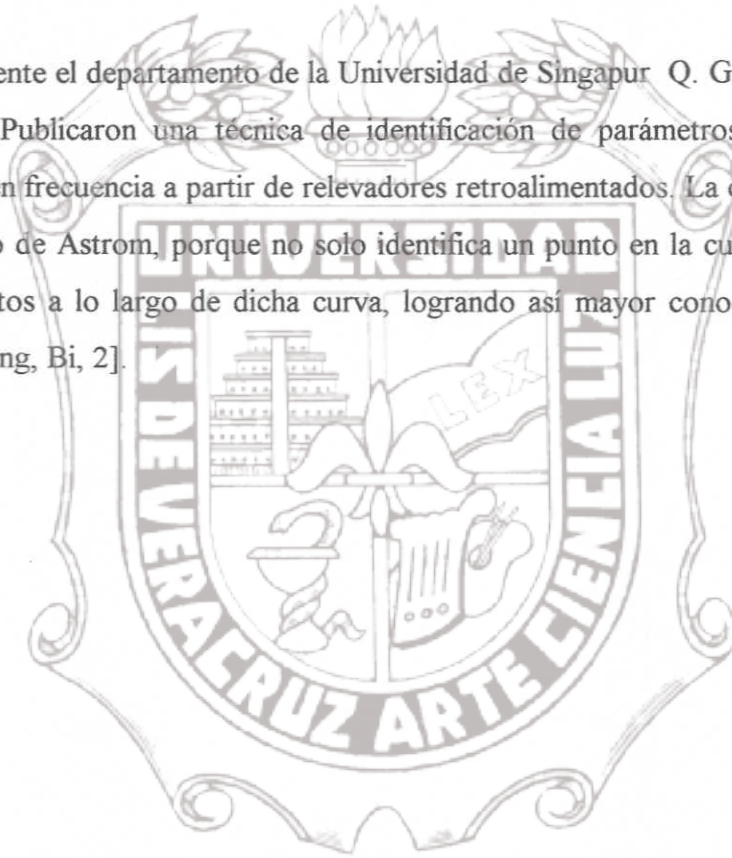
$$1 + NG(j\omega) = 0 \quad \text{o bien} \quad G(j\omega) = -1/N$$

Posteriormente en 1992 en la Universidad de Singapur C. C. Hang y W. K. Ho y Astrom del instituto de Suecia, presentaron una mejora para sistemas con disturbio de cargas estáticas [Hang, Ho, Astrom, 4].

Más tarde en 1993 Q. G. Wang T. H. Lee y K. K. Tan. Presentaron una aportación al método de auto-sintonía por relevadores para aquellos sistemas con retardo de transporte, mediante la asignación de espectro finito [Wang, Lee, Tan, 3].

Casi en el mismo tiempo, otra vez de la Universidad de Singapur C. C. Hang, A. P. Loh y V. U. Vasnani, presentaron una extensión de esta técnica para controladores en cascada, para la sintonía del lazo primario y secundario [Hang, Loh, Vasnani, 12].

Recientemente el departamento de la Universidad de Singapur Q. G. Wang, C. C. Hang. Y Q. Bi. Publicaron una técnica de identificación de parámetros por medio de la respuesta en frecuencia a partir de relevadores retroalimentados. La cual es una extensión del método de Astrom, porque no solo identifica un punto en la curva de Nyquist, sino varios puntos a lo largo de dicha curva, logrando así mayor conocimiento del sistema [Wang, Hang, Bi, 2].





## IV.- MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

### 4.1 Introducción

El método de auto-sintonía se basa en la generación de ciclos límites (Oscilaciones controladas y auto sostenidas), donde los parámetros de estas oscilaciones son utilizados para sintonizar un controlador tipo PID o para obtener un conocimiento previo de la planta para diseñar un controlador más sofisticado.

El análisis de estos ciclos límites está basado en el método de la función descriptiva que es principalmente una extensión de la respuesta en frecuencia para sistemas lineales a sistemas no-lineales.

### 4.2 Controladores PID

El controlador PID es sin duda el regulador más explotado en la industria, debido a su sencillez en implementación y su funcionamiento en controles clásicos.

La manera en que estos controladores toman una decisión para mantener la salida(variable de control) en el punto de consigna, es mediante el cálculo de la salida(m) en base a la diferencia entre la variable que se controla y el punto de consigna. A esta diferencia se le conoce como error (e), para claridad de este estudio se trataran por separado los modos del controlador (Proporcional, Integral y Derivativo).

Modo proporcional.- Es la constante que relaciona la variable de control (m), con el error "e". La ley matemática que expresa esta relación es:

$$m = Ke$$

En esta expresión la constante K es la ganancia proporcional, que es igual a la variación de la variable de control, para una variación unitaria del error "e" y se representa como

sigue:

$$K = \frac{\Delta m}{\Delta e}$$

Como podemos apreciar la salida del controlador cambia si la señal del error cambia.

Donde un cambio en la carga requiere de una nueva posición del controlador, y éste se moverá en proporción de la razón de cambio de la señal de error. Esto significa que un controlador proporcional usualmente dará un error en estado estacionario.

En algunos casos este modo es satisfactorio, en donde el error en estado estacionario no es muy importante. Como es el caso del nivel en un tanque.

Modo Integral.- En este modo de actuación, el controlador genera una señal de corrección que depende, de la integración del error a lo largo del tiempo. En este caso si el error fuera constante durante cierto periodo, la señal de control crecería proporcionalmente al tiempo.

De lo anterior podemos notar que con un pequeño error la acción integral lo hace crecer en el tiempo, y esto causará el movimiento del controlador para compensar dicho error. Este modo tiene el inconveniente de introducir un atraso de fase, es decir el margen de fase es reducido  $90^\circ$  con este modo, haciendo menos estable el sistema. La ley matemática que expresa esta relación es:

$$m = \frac{1}{T_i} \int e dt$$

Donde  $T_i$  es la constante conocida como tiempo de integración o tiempo integral.

Modo derivativo.- Esta acción de control genera un termino de la señal de control "m" que depende de la velocidad de variación del error "e", esto es:

$$m = Td \frac{de}{dt}$$

Donde Td es la constante denominada tiempo derivativo.

En este modo de control el cambio del actuador es proporcional a la velocidad de cambio de la señal de error, es decir el controlador se anticipa al error. Se debe tener en cuenta que este modo amplifica el ruido, debido a que aumenta la ganancia en frecuencias altas por lo que no es recomendable el uso de este modo en lazos con este tipo de problemas.

Enunciaremos en forma resumida, como influyen los tres modos mencionados anteriormente en un sistema de control.

- Un controlador proporcional reduce el tiempo de subida pero no elimina el error en régimen permanente
- El controlador Integral elimina el error en régimen permanente pero empeora la respuesta transitoria .
- Un control derivativo incrementa la estabilidad del sistema , reduce el sobre impulso y mejora la respuesta transitoria.

En la siguiente tabla se resumen los efectos de cada modo de control.

MODO DE CONTROL	TIEMPO DE SUBIDA	SOBRE IMPULSO	TIEMPO DE ESTABLEC.	ERROR PERMAN.	ESTABILIDAD
Kp	Disminuye	Aumenta	Poca Variación	Disminuye	Disminuye
Ki	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Elimina	Disminuye
Kd	Poca Variación	Disminuye	Disminuye	Poca Variación	Aumenta

Se debe tener en cuenta que estas relaciones no son precisas, porque estos modos no trabajan aisladamente, es decir los efectos de unos dependen de los efectos de los otros



modos . Por esta razón esta tabla es solo una referencia para tener un panorama general acerca de la influencia de estos modos de control.

El controlador PID es el que resulta de la combinación de los tres. Además de eliminar el offset por medio del modo integral, se consigue con una sintonía apropiada de las constantes, colocar los ceros de tal manera que el margen de ganancia pueda ser impuesto por el diseño, para estabilizar el proceso en el punto deseado con ciertas especificaciones de respuesta transitoria.

La ecuación básica que relaciona la señal de control "m" con el error en combinación con los tres modos de control y con la cual trabajaremos, es la siguiente:

$$m(t) = k \left( 1 + \frac{1}{T_i} \int e dt + T_d \frac{de}{dt} \right)$$

O en forma de función de transferencia:

$$\frac{m(s)}{e(s)} = k \left( 1 + \frac{1}{T_i * s} + T_d * s \right)$$

donde s es la variable de la Transformada de Laplace.

A esta ecuación se le conoce en la industria como representación ideal, la cual se usará más adelante para el diseño del algoritmo de auto-sintonía de los mismos.

### 4.3 Fundamentos De La Función Descriptiva

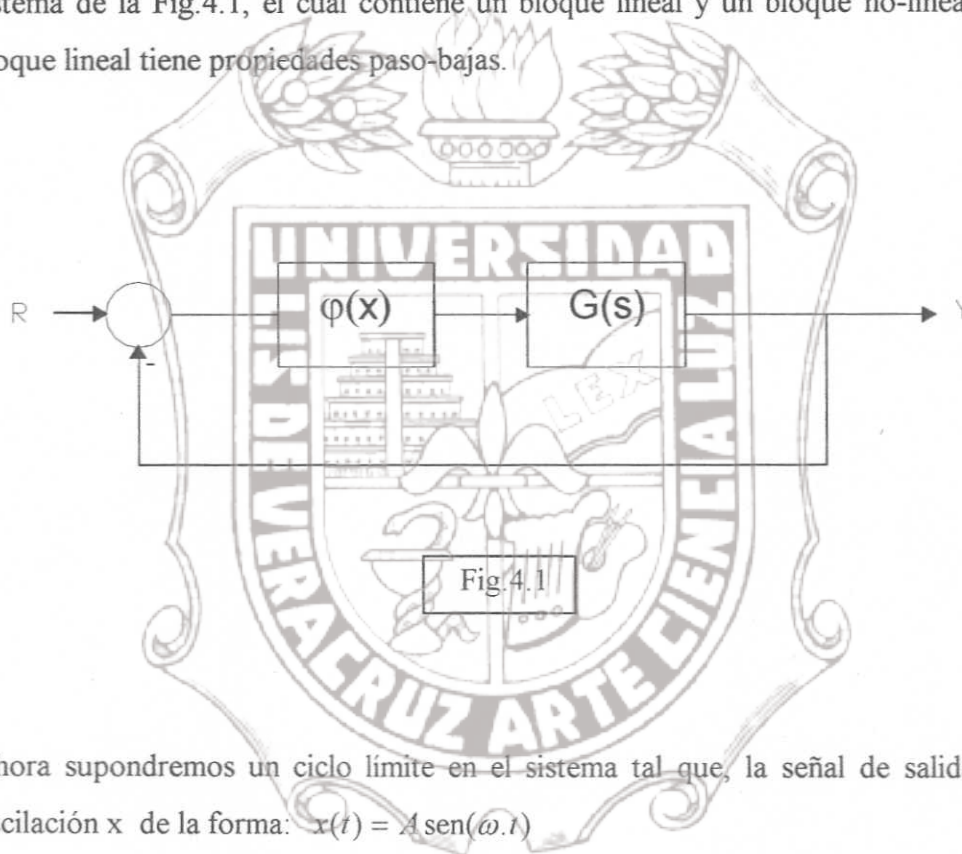
El principal uso del método de la función descriptiva, es para la predicción de ciclos límites en sistemas no-lineales, aunque el método tiene otras aplicaciones. En este capítulo haremos énfasis en el análisis de la función descriptiva para las predicciones de ciclos límites.

Descripción del análisis de la función descriptiva.

Realizaremos este estudio de manera similar al que se emplea para encontrar los coeficientes que satisfagan la solución de ciertas ecuaciones diferenciales donde suponemos que existe una solución de cierta forma para dicha solución. De la misma

forma supondremos que existe un ciclo límite con amplitud y frecuencia indeterminada, para después determinar dicha amplitud y frecuencia que satisfagan la solución.

Primero describiremos el procedimiento del análisis de la función descriptiva para el sistema de la Fig.4.1, el cual contiene un bloque lineal y un bloque no-lineal, donde el bloque lineal tiene propiedades paso-bajas.



Ahora supondremos un ciclo límite en el sistema tal que, la señal de salida tiene una oscilación  $x$  de la forma:  $x(t) = A \text{sen}(\omega.t)$

Por lo tanto  $x(t)$  es la señal a la entrada del elemento no-lineal y dependiendo si el elemento almacene o no energía, tendrá una salida dependiente de la amplitud y frecuencia  $w(A, \omega)$ , en donde  $w$  es generalmente una función periódica no senoidal, la cual es posible representar por una serie de Fourier.

Hemos supuesto anteriormente que el bloque lineal tiene propiedades de paso bajas, por lo que se puede asumir que los términos de las armónicas superiores son suficientemente atenuados por el bloque lineal, y su efecto no es significativo después de éste .

Como un ejemplo ilustrativo analizaremos la ecuación de Van der Pol.

$$\ddot{x} + \alpha(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0 \quad (4.1)$$

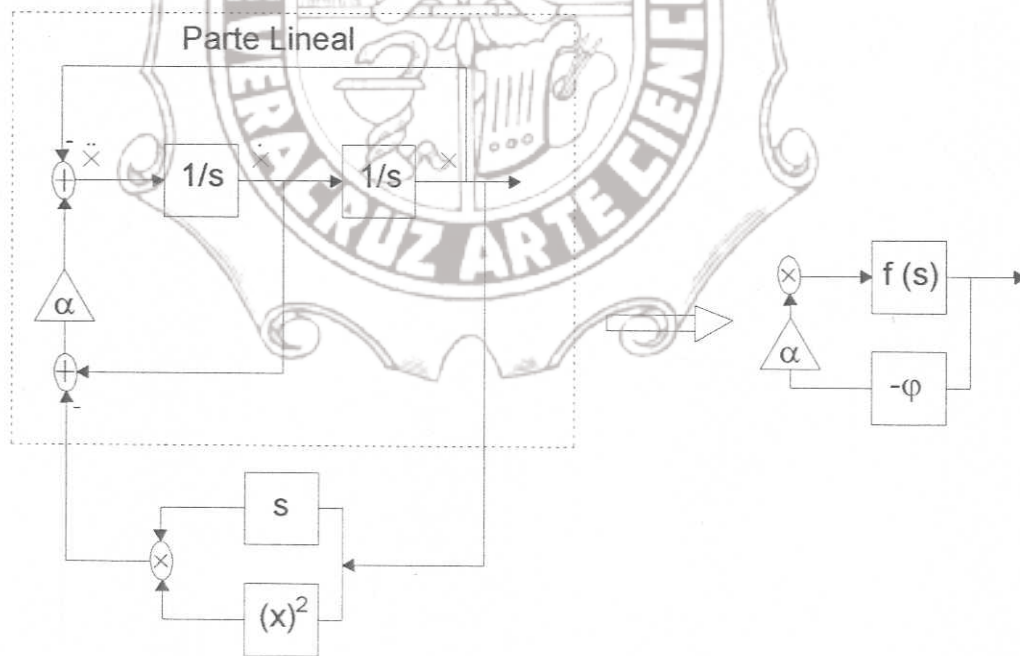
Donde podemos desacoplar la no-linealidad de la siguiente forma

$$\ddot{x} + \alpha \cdot x^2 \dot{x} - \alpha \cdot \dot{x} + x = 0, \quad \ddot{x} = -x + \alpha \cdot \dot{x} - \alpha \cdot \dot{x} x^2$$

De esta manera la parte lineal queda simplificada como:

$$s^2 - \alpha s + 1$$

El sistema equivalente de la ecuación de Van der Pol se presenta como:



Simplificando la parte lineal queda representada esta manera



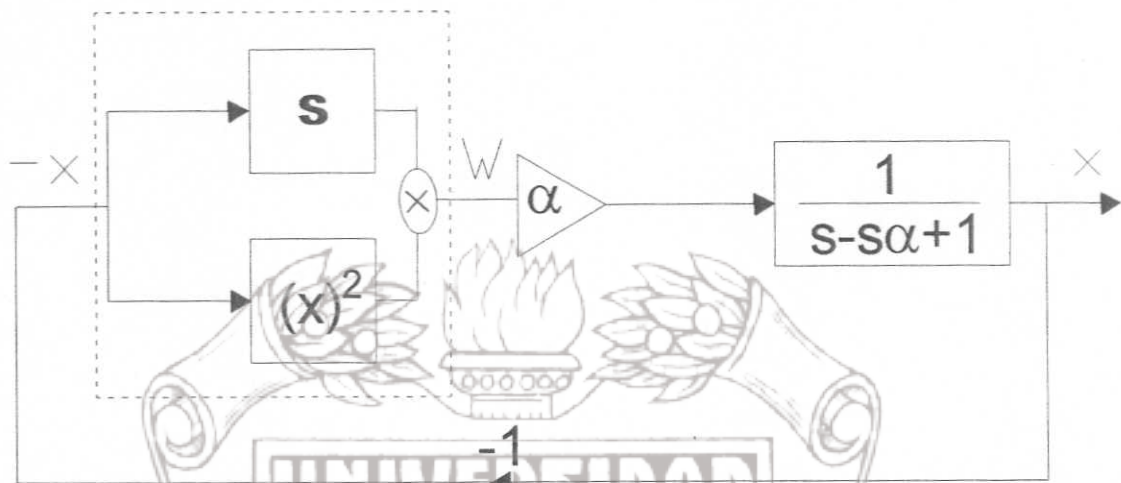


Fig.4.2

Ahora analizaremos este sistema con el procedimiento previamente descrito de la función descriptiva.

Suponemos que existe un ciclo límite en el sistema de la forma  $x(t) = A \text{sen}(\omega.t)$

Por lo tanto, la salida del bloque no-lineal es:  $w = -x^2 \dot{x}$ .

Sustituyendo la señal senoidal en la variable  $x$  tenemos:

$$w = -(A \text{sen}(\omega.t))^2 \frac{d}{dt}(A \text{sen}(\omega.t)) \quad , \quad w = -A^3 \text{sen}^2(\omega.t) \cos(\omega.t)$$

Aplicando unas identidades trigonométricas y una breve operación algebraica la ecuación queda:

$$w = -\frac{A^3 \omega}{4} (\cos(\omega.t) - \cos 3(\omega.t)) \tag{4.2}$$

A partir de la ecuación (4.2) se ve que  $w$  contiene una tercer armónica, y de la Fig.4.2 notamos que el bloque lineal tiene propiedades paso bajas. Entonces podemos asumir que el término de la tercer armónica es suficientemente atenuado por el bloque lineal.

Por lo tanto podemos aproximar  $w$  por:

$$w = -\frac{A^3 \omega}{4} (\cos(\omega.t)) = \frac{A^2}{4} \frac{d}{dt} [-A \text{sen}(\omega.t)] = \frac{A^2}{4} \frac{d}{dt}(x) = \frac{A^2}{4} s(x)$$

De este resultado, el bloque no-lineal de la Fig.4.2 puede ser aproximado por el bloque equivalente, casi lineal Fig.4.3. El cual se diferencia de una función de transferencia de un sistema lineal por ser dependiente de la magnitud de entrada.

Así en el dominio de la frecuencia esto corresponde a:

$$w = N(A, \omega)(j\omega) \quad , \text{donde } N(A, \omega) = \frac{A^2}{4}$$

El sistema equivalente casi lineal es representado de la siguiente forma

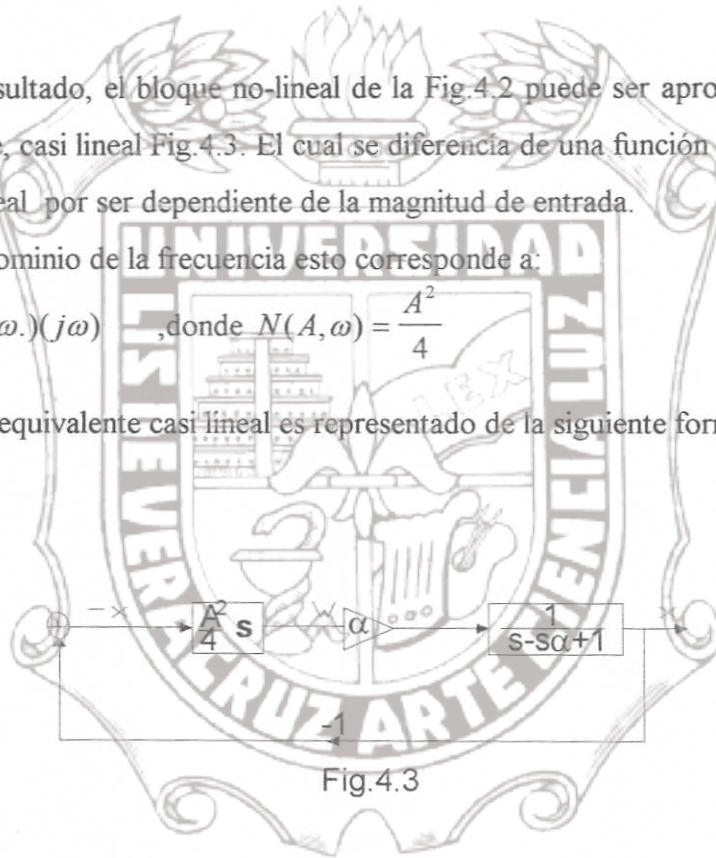


Fig.4.3

De esta manera el bloque no-lineal puede ser aproximado por la función de respuesta en frecuencia  $N(A, \omega)$ . Donde hemos supuesto que el sistema contiene una oscilación senoidal.

Realizando el sistema anterior resulta:

$$\frac{\frac{A^2}{4} \frac{s}{s^2 + \alpha \cdot s + 1}}{1 + \frac{A^2}{4} \frac{s}{s^2 + \alpha \cdot s + 1}} = \frac{A^2 s \alpha}{4s^2 + s\alpha(A^2 - 4) + 4}$$

Resolviendo la ecuación característica del sistema en el dominio de la frecuencia

$$4\omega^2 + \omega\alpha(A^2 - 4) + 4 = 0 \quad \omega = -\frac{1}{8}\alpha(A^2 - 4) \pm \sqrt{\frac{\alpha^2(A^2 - 4)^2}{64} - 1}$$

De aquí observaremos que para una amplitud de 2 obtenemos los eigenvalores  $\lambda_{1,2} = \pm j$

Esto indica la existencia de un ciclo de amplitud 2 y frecuencia 1.

Si la amplitud 2 decrece, ahora el sistema tiene los polos de lazo cerrado en la parte real positiva y el sistema se vuelve inestable, entonces la amplitud aumentará. Por otro lado si la amplitud aumenta, los polos de lazo cerrado se ubican en la parte real negativa y el sistema es exponencialmente estable y la amplitud "A" decrece. Por lo tanto concluimos que existe un ciclo límite estable con amplitud de 2.

Es interesante notar que la amplitud y la frecuencia obtenidas no dependen del parámetro  $\alpha$ , como en otros análisis, por ejemplo del análisis en el plano de fase se sabe que esto es cierto para un valor de  $\alpha$  pequeño, es decir cuando la no-linealidad es insignificante; a medida que  $\alpha$  crece la aproximación es menos exacta.

De lo anterior notamos que a partir de la aproximación del bloque no-lineal por el casi lineal, puede determinarse la amplitud y la frecuencia del ciclo límite a partir de:

$$1 + g(j\omega)N(\alpha, \omega) = 0$$



De lo anterior podemos decir, que el método de la función descriptiva es válido si se satisfacen las cuatro condiciones siguientes:

- 1.- La no-linealidad es solamente una y ésta es una no-linealidad dura o de tal forma que se pueda arreglar como una función casi lineal, como el ejemplo anterior donde la función  $N(A, \omega)$  es llamada la función descriptiva del elemento no-lineal, en donde su no-linealidad debe ser baja, es decir si  $\alpha$  es pequeña la aproximación es buena.
- 2.- El componente no-lineal es invariante en el tiempo. La razón de esta suposición se debe a que la función descriptiva se basa en el criterio de Nyquist y éste aplica solo a sistemas invariantes en el tiempo.
- 3.- El sistema lineal debe tener propiedades de paso bajas, es decir las armónicas mayores deben ser atenuadas. De aquí que solo se considere la componente fundamental.
- 4.- La no-linealidad es impar, esto significa que la relación entre la entrada y la salida de el elemento no-lineal alrededor al origen es simétrica.

Ahora vamos a representar la respuesta en frecuencia de un componente no-lineal por medio de la función descriptiva. Hemos considerado una entrada senoidal al elemento no-lineal de amplitud "A" y frecuencia " $\omega$ ", donde la salida del elemento no-lineal es generalmente una función periódica no senoidal. Usando series de Fourier podemos representar una función periódica por superposición de oscilaciones puras, para representar esta salida.

$$w(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega.t) + b_n \text{sen}(n\omega.t)] \quad (4.3)$$

Mediante manipulaciones matemáticas y tomando en cuenta las relaciones de ortogonalidad, se obtienen los coeficientes de Fourier  $a_n$  y  $b_n$ ; integrado y multiplicado ambos miembros de la ecuación(4.3)por  $\cos(m\omega t)$ .

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(m\omega.t)w(t)dt = \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(m\omega.t)d(\omega.t) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_k \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n\omega.t) \cos(m\omega.t)d(\omega.t) + b_k \int_{-\pi}^{\pi} \sin(n\omega.t) \cos(m\omega.t)d(\omega.t) \right]$$

Resolviendo la ecuación nos da:

$$\int_{-\pi}^{\pi} w(t) \cos(m\omega.t)d(\omega.t) = a_m \pi \quad \text{donde } a_m = a_n$$

Por lo tanto

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \cos(n\omega.t)d(\omega.t) \quad (n=0,1,2,\dots) \quad (4.4)$$

De manera análoga

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \sin(n\omega.t)d(\omega.t) \quad (n=1,2,\dots) \quad (4.5)$$

De la ecuación (4.4) y debido a la cuarta condición expuesta anteriormente tenemos que  $a_0=0$ . Además la tercera condición implica que solamente necesitamos obtener la componente fundamental  $w(t)$ , reduciendo así la ecuación (4.3) como sigue:

$$w(t) = a_1 \cos(\omega.t) + b_1 \sin(\omega.t) = M \sin(\omega.t + \theta) \quad (4.6)$$

$$\text{donde } M = |a_1 + b_1| = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad \text{y} \quad \theta = \arctan\left(\frac{a_1}{b_1}\right)$$

Y su representación compleja de esta senoide puede escribirse como

$$w_1 = Me^{j(\omega.t + \theta)}$$

La función descriptiva es similar al concepto de respuesta en frecuencia, la cual es la razón del dominio de la frecuencia de la entrada senoidal y la salida de un sistema.

De forma análoga definimos la función descriptiva como la razón compleja de la componente fundamental de la entrada senoidal y la componente fundamental de salida del elemento no-lineal.

$$N(A, \omega) = \frac{Me^{j(\omega.t + \theta)}}{Ae^{j\omega.t}} = \frac{M}{A} e^{j\theta} \quad (4.7)$$

El concepto de función descriptiva puede ser tratado como una extensión de la respuesta en frecuencia; donde se expuso anteriormente que ésta difiere de la respuesta en frecuencia de un elemento lineal, en que es dependiente de la amplitud de entrada.

### Predicción de ciclos límites basados en la función descriptiva.

Es posible predecir un ciclo límite, haciendo una extensión al criterio de estabilidad de Nyquist, en el sistema de la Fig.4.1 En donde vamos a exponer de manera breve este criterio.

Considere el sistema lineal de la Fig.4.4.

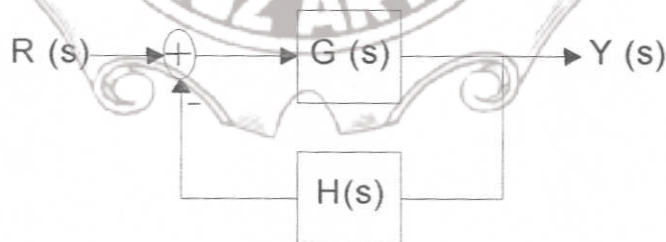


Fig.4.4

El criterio de Nyquist es esencialmente gráfico y utiliza la función de transferencia de la ganancia de lazo abierto, la cual se describe a continuación.



El criterio de estabilidad de Nyquist se basa en el teorema de Cauchy de la variable compleja. En él se describe que una trayectoria continua y cerrada en el plano "s" que no pase por ningún punto singular de la siguiente función de transferencia, le corresponde una curva cerrada en el plano P(s). Donde la cantidad de rodeos al origen de este plano juega un importante papel en la estabilidad del sistema.

Tenemos la ganancia de lazo cerrado de la Fig. 4.4

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{GH(s)}{1+GH(s)} = \frac{K_{GH(s)} \frac{N_{GH(s)}}{D_{GH(s)}}}{1 + K_{GH(s)} \frac{N_{GH(s)}}{D_{GH(s)}}} = \frac{K_{GH(s)} N_{GH(s)}}{D_{GH(s)} + K_{GH(s)} N_{GH(s)}}$$

Se puede observar que los polos de lazo cerrado son iguales a los ceros de:

$$P(s) = 1 + GH(s) = \frac{D_{GH(s)} + K_{GH(s)} N_{GH(s)}}{D_{GH(s)}}$$

En otras palabras, se puede determinar la estabilidad del sistema en lazo cerrado al ubicar los ceros de P(s).

$$1 + GH(s) = 0 \quad \text{o} \quad GH(s) = -1$$

Siendo los ceros de P(s), los polos de lazo cerrado. Y sus polos; los polos de lazo abierto del sistema de la Fig. 4.4.

Ahora supongamos que conocemos GH(s) en su forma factorizada como sigue:

$$GH(s) = \frac{(s+a_1) \dots (s+a_n)}{(s+b_1) \dots (s+b_n)} = \left[ \frac{|s+a_1| \dots |s+a_n|}{|s+b_1| \dots |s+b_n|} \right] \left[ \begin{array}{l} \arg[(s+a_1) + \dots + (s+a_n)] \\ - \arg[(s+b_1) + \dots + (s+b_n)] \end{array} \right] \quad (4.8)$$

Y además existe un cero en el semiplano derecho.

Haciendo un recorrido en el semiplano derecho como se indica en la Fig. 4.5 (a) se crea otro contorno cerrado en el plano GH(s), es decir si un cero se encuentra encerrado en el recorrido de Nyquist, el contorno del plano GH(s) encierra el punto [-1,0].

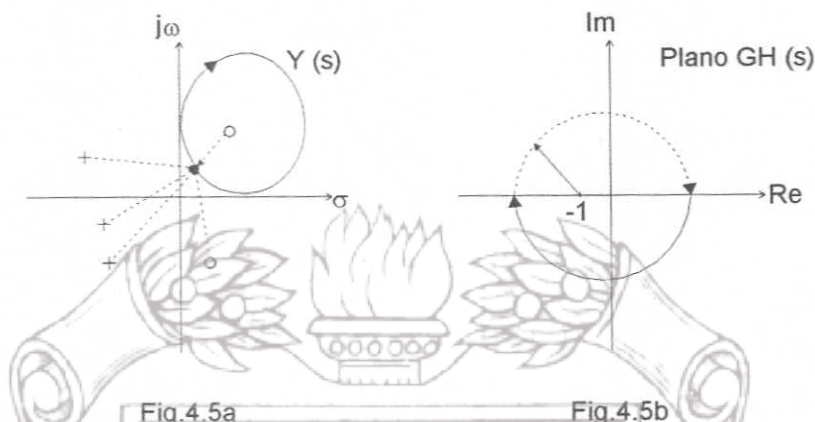


Fig.4.5a

Fig.4.5b

Esto se puede visualizar de la siguiente manera:

Si suponemos que el cero encerrado en el recorrido de Nyquist se encuentra en  $s = -a_1$ , entonces el ángulo de fase asociado con este cero gira  $-360^\circ$  conforme el recorrido. Y debido a que el argumento de  $GH(s)$  contiene ese cero, se ve que también el argumento cambia  $-360^\circ$  en la ecuación (4.8).

De manera similar podríamos mostrar que si el recorrido de Nyquist encierra dos ceros; el plano  $GH(s)$  encierra dos veces al punto  $[-1,0]$ . Por otra parte, si el recorrido encierra un polo y no un cero, entonces el contorno cerrado de  $GH(s)$  será en sentido contra horario de las manecillas del reloj; esto se debe a que los ángulos de los polos en  $GH(s)$  están acompañados de signos negativos.

De lo anterior podemos resumir el criterio de estabilidad de Nyquist como sigue.

- 1.- Se traza el recorrido de Nyquist abarcando todo el semiplano derecho.
- 2.- Se mapea este recorrido en el plano complejo  $GH(s)$ .
- 3.- Se determina el número de encierros en sentido horario en el plano de  $GH(s)$  alrededor del punto  $[-1,0]$

4.- El número neto de encierros (N) es igual a la diferencia entre el número de ceros de P(s) y el número de polos de GH(s) encerrados en sentido de las manecillas del reloj por el recorrido de Nyquist. Es decir

$$Z=N+P$$

Donde P es el número de polos inestables de GH(s); y Z es el número de polos inestables del sistema en lazo cerrado. Por lo tanto, para que el sistema sea estable Z debe ser igual a 0.

Con el resumen anterior podemos extender el criterio de Nyquist, considerando una ganancia en la trayectoria de G(s), en donde esta ganancia puede ser inclusive compleja como se aprecia en la Fig.4.6.

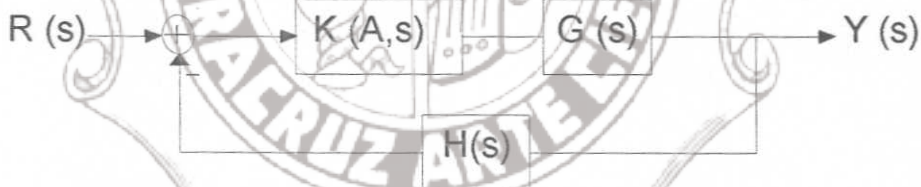


Fig.4.6

La función P(s) es modificada como sigue:

$$P(s) = 1 + K(A,s)GH(s)$$

Por lo tanto, la ecuación características del sistema queda como

$$GH(s) = -\frac{1}{K(A,s)} \quad (4.9)$$

en donde K(A,s) es la Función Descriptiva.



La extensión del criterio de Nyquist se enuncia:

El número de encierros (N) se modifica alrededor del punto  $-1/K(A;s)$  en lugar de  $[-1,0]$ .

Donde  $-1/K(A;s)$  es el lugar geométrico que describe la función descriptiva.

Del criterio de Nyquist es sabido que existe una estabilidad marginal si la gráfica polar de  $GH(s)$  pasa por el punto  $(-1,0)$ . De manera similar si la gráfica de  $GH(s)$  pasa por el punto  $-1/K(A,s)$ , existirá una estabilidad marginal o ciclo límite:

De la relación  $GH(j\omega) = -\frac{1}{K(A,\omega)}$

Podemos decir que existe un ciclo límite si existe una solución para esta ecuación, en caso contrario, el sistema no tiene ciclos límites.

La función descriptiva es en forma general dependiente de la amplitud y la frecuencia; cuando esto sucede el método es muy complejo para el análisis.

Gráficamente podemos representarlo por una familia de curvas de frecuencias dependientes de A. Para este caso, y de forma común a las no-linealidades duras, la función descriptiva depende solo de la amplitud por lo que esto la hace atractiva para su estudio.

Como se mencionó anteriormente este método es utilizado principalmente para la predicción y análisis de ciclos límites en sistemas que cumplen ciertos requisitos expuestos anteriormente. A continuación explicaremos un criterio acerca de la estabilidad de dichos ciclos límite.

Primero construiremos el gráfico que nos permitirá este estudio Fig.4.7 . Trazamos en el plano complejo la respuesta en frecuencia de  $GH(j\omega)$  . Se traza al igual la inversa negativa de la función descriptiva, haciendo un barrido en la amplitud. Ya que se definió anteriormente que la función descriptiva es solo dependiente de la amplitud en este caso.

Si las curvas se interceptan en uno o varios puntos, existirán ciclos límites y sus características de estos, están dadas por la amplitud de la función descriptiva y la frecuencia de  $GH(j\omega)$ .



Analizaremos la estabilidad de los ciclos límites de un sistema dado en base a la Fig. 4.7. Existen dos intersecciones  $M_1$  y  $M_2$ , en las cuáles existe un ciclo límite para cada punto. Consideraremos antes que nada, que no existen polos inestables en el sistema lineal. Primero estudiaremos la estabilidad del ciclo límite en  $M_1$ , suponiendo que se desplaza por una pequeña perturbación al punto  $M_1'$  y este punto es encerrado por  $GH(j\omega)$ , por lo que la amplitud aumenta y se aleja del punto  $M_1$ . Por el contrario si se mueve al punto  $M_1''$  el sistema se hace estable y la amplitud de la oscilación disminuye alejándose también del punto  $M_1$ . De lo anterior concluimos que el punto  $M_1$  es un ciclo límite inestable.

Para el punto  $M_2$  como en el caso anterior, la amplitud crece debido a una perturbación y el punto  $M_2$  queda fuera del contorno de  $GH(j\omega)$ , por lo que el sistema se vuelve estable y la amplitud decrece, regresando a  $M_2$ . Si al revés, el punto  $M_2$  se desplaza en dirección opuesta hasta  $M_2''$ , este queda encerrado por  $GH(j\omega)$  y el sistema se vuelve inestable,

aumentando la amplitud y regresando otra vez al punto  $M_2$ . Por lo tanto el punto  $M_2$  es un ciclo límite estable.

Del resultado anterior podemos dar un criterio acerca de la existencia y estabilidad de ciclos límites. Y dice:

A cada punto de intersección de la curva  $GH(j\omega)$  con la curva  $-1/N(a)$  le corresponde un ciclo límite. Y si existe un punto cercano en la trayectoria de  $-1/N(a)$  que está del lado donde la amplitud aumenta y no es encerrado por la curva  $GH(j\omega)$  (es decir es estable), entonces el punto de intersección es un ciclo límite estable. Y de otra manera al ciclo límite es inestable.

#### 4.4. Auto-sintonía

Un método clásico de sintonía de reguladores PID, conocido como el método de la ganancia crítica ó última, desarrollado por Ziegler-Nichols. En el cual la ganancia integral y derivativa son puestas a cero; la ganancia proporcional se aumenta gradualmente hasta obtener una estabilidad marginal, produciendo así un ciclo límite. En la práctica esto resulta muchas veces complicado, ya que con pequeñas perturbaciones el sistema se vuelve estable o inestable, resultando así oscilaciones imprecisas. Además que en ciertos sistemas no es posible aplicarlos por tener un margen de ganancia infinito. Por lo que en esta sección analizaremos la obtención de esta oscilación, de una manera confiable y estable.

En la sección anterior estudiamos como podemos obtener un ciclo límite estable para un sistema dado. Aquí propondremos una no-linealidad que tenga las características idóneas para llevar a nuestro sistema a un ciclo límite estable.



Esta no-linealidad se trata de un relevador, debido a su simpleza para ser implementado y a las características de su función descriptiva, lo hacen el dispositivo ideal para llevar a un sistema lineal estable a una oscilación sostenida y controlada. A continuación desarrollaremos este método.

La función que describe un relevador es representada como:



Su función descriptiva está determinada por:

$$N(A, \omega) = \frac{M}{A} e^{j\theta} \quad \text{donde } M = |a_n + b_n| \text{ y } \theta = \arctan \frac{a_n}{b_n}$$

Para calcular  $Me^{j\theta}$  es necesario encontrar los coeficientes  $a_n$  y  $b_n$  de la serie de Fourier, que esta determinada por la señal de entrada senoidal  $f(x)$  al elemento no-lineal, y su salida de este se representa como sigue:

$$w(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega.t) + b_n \text{sen}(n\omega.t)]$$

De las condiciones expuestas a principio de esta sección sabemos que solo necesitamos obtener la componente fundamental  $a_1$  y  $b_1$ . Tomando cuenta que se determinó que  $a_0 = 0$  y las armónicas superiores no se consideran.

De esta manera procedemos a calcular los coeficientes  $a_1$  y  $b_1$  con las ecuaciones (4.4 y 4.5) respectivamente:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \cos(n\omega.t) d(\omega.t)$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 d * \cos(\omega.t) d(\omega.t) + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} -d * \cos(\omega.t) d(\omega.t) = 0$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \text{sen}(n\omega.t) d(\omega.t)$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 d * \text{sen}(\omega.t) d(\omega.t) + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} -d * \text{sen}(\omega.t) d(\omega.t) = \frac{d}{\pi} \cos(\omega t) \Big|_{-\pi}^0 - \frac{d}{\pi} \cos(\omega t) \Big|_0^{\pi}$$

$$b_1 = \frac{4d}{\pi}$$

Debido a que  $M = (b_1 + ja_1)$  y  $a_1 = 0$

$$M = \frac{4d}{\pi} < 0^\circ$$

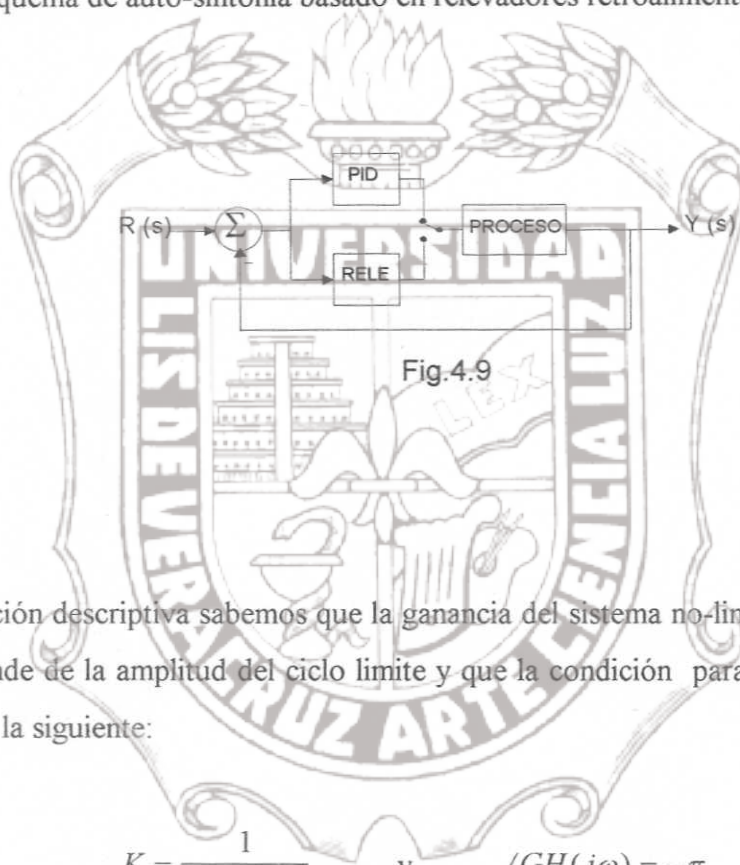
En este caso podemos apreciar que el resultado de la función descriptiva es real y solo depende de la amplitud.

$$N(a) = \frac{4d}{\pi A} \tag{4.9}$$

El esquema de auto-sintonía basado en relevadores retroalimentados es muy utilizado, debido a que muchos procesos presentan ciclos límites (oscilaciones sostenidas) con este tipo de arreglo. De esta manera la amplitud y la frecuencia obtenidas de este arreglo son

utilizadas para calcular las constantes de un regulador PID, a continuación se muestra dicho esquema.

Esquema de auto-sintonía basado en relevadores retroalimentados



De la función descriptiva sabemos que la ganancia del sistema no-lineal es una constante que depende de la amplitud del ciclo límite y que la condición para que se dé este ciclo límite es la siguiente:

$$K = \frac{1}{|GH(j\omega)|} \quad \text{y} \quad \angle GH(j\omega) = -\pi$$

Del análisis anterior conocemos que  $K=4d/\pi A$  donde  $K$  es considerada como la ganancia equivalente que lleva al sistema a una estabilidad marginal; y de aquí se ve que la amplitud de las oscilaciones, ecuación (4.9), pueden manipularse por la amplitud del relevador.



Es importante tener en cuenta que el sistema lineal (proceso) deba tener una curva de Nyquist que intercepte el eje real negativo. Esto es para garantizar que exista una intersección (ciclo límite). Pero se sabe, que muchas de las plantas son de primero y segundo orden o tienen un polo o par de polos dominantes, (es decir la dinámica es casi equivalente a una planta de primer o segundo orden), y tienen un número de polos mayor al número de ceros. Esto hace que, cuando la frecuencia tiende a infinito;  $HG(j\omega)$  tiende a cero. En otras palabras muchos sistemas de control que son de primer o segundo orden o equivalentes interceptan el eje real negativo en la vecindad de  $[0,0]$ .

Es decir en el esquema de la Fig.4.8 con procesos con este tipo de dinámica, existirán oscilaciones con amplitudes cercanas a cero y una frecuencia alta. Por lo que el ruido de las señales de medición y las limitaciones del equipo pueden afectar la confiabilidad de esta técnica.

En la Fig.4.10a se muestra este cruce y en la Fig.4.10b se presentan las oscilaciones de la salida del proceso y del relevador.

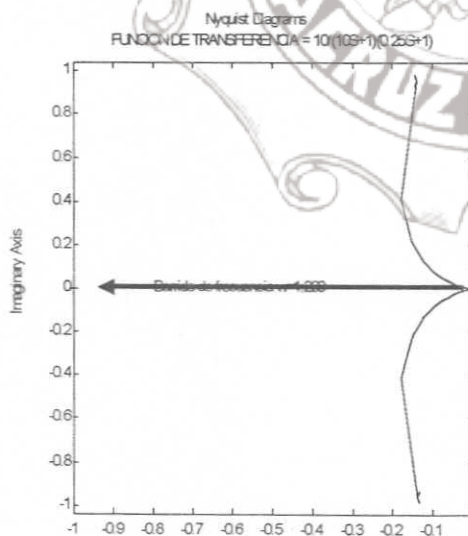


Fig.4.10a

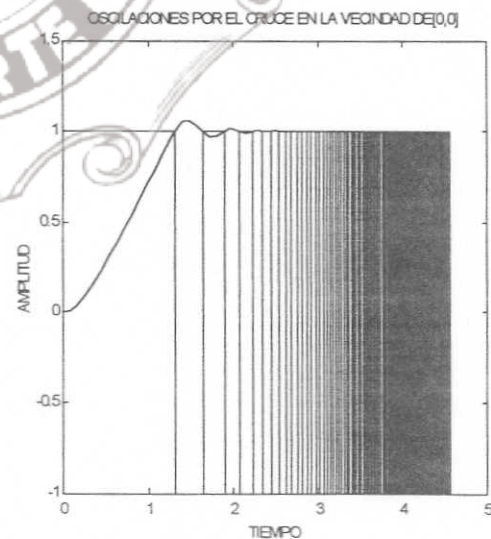


Fig.4.10b

Una forma de garantizar el cruce de  $GH(j\omega)$  y  $-1/N(A)$  en el plano complejo para este tipo de plantas, es desplazar la línea de  $-1/N(A)$  que mapean en el eje real negativo, a una

región del tercer cuadrante(hacia abajo). Tal que garantice el cruce para que el ciclo límite generado a partir de este, sea de amplitud y frecuencia confiable para su medición.

Esto se puede lograr introduciendo una histéresis en el relevador, la cual produce un retardo o ángulo de desfaseamiento (corrimiento constante en el eje imaginario).

El análisis de la función descriptiva para esta no-linealidad es tratado como sigue:

Presentaremos en forma gráfica la entrada y salida del relevador con histéresis cuya función es la siguiente:

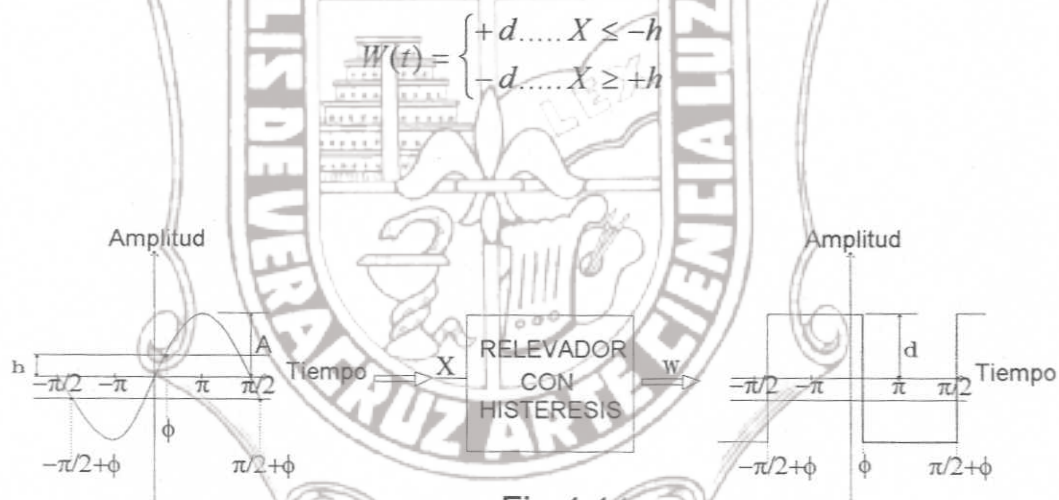


Fig.4.11

Como en el caso anterior del relevador simple, sabemos que solo son considerados los términos  $a_1$  y  $b_1$  de la serie de Fourier ecuación(4.3), en base a las condiciones del sistema expuestas al principio de este estudio. Por lo que se procederá de manera similar para obtener estos términos.

La función descriptiva para el relevador con histéresis se calcula como sigue:

$$b_1 = \frac{d}{\pi} \int_{-\pi+\phi}^{0+\phi} \text{sen}(\omega.t)d(\omega.t) + \frac{d}{\pi} \int_{0+\phi}^{\pi+\phi} -\text{sen}(\omega.t)d(\omega.t) = \frac{d}{\pi} \cos(\omega t) \Big|_{-\pi+\phi}^{0+\phi} - \frac{d}{\pi} \cos(\omega t) \Big|_{0+\phi}^{\pi+\phi}$$

Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$$b_1 = [\cos(0 + \phi) - \cos(-\pi + \phi) + \cos(\pi + \phi) + \cos(0 + \phi)]$$

Realizando los límites y Utilizando la identidad trigonométrica :

$$\cos(a + b) = [\cos(a)\cos(b) - \text{sen}(a)\text{sen}(b)]$$

Tenemos el resultado para el coeficiente  $b_1$  :

$$b_1 = \frac{4d}{\pi} \cos(\phi)$$

De manera análoga para el coeficiente de Fourier  $a_1$  :

$$a_1 = \frac{d}{\pi} \int_{-\pi+\phi}^{0+\phi} \cos(\omega.t) d(\omega.t) + \frac{d}{\pi} \int_{0+\phi}^{\pi+\phi} -\cos(\omega.t) d(\omega.t)$$

$$a_1 = \frac{d}{\pi} \left( -\text{sen}(\omega.t) \Big|_{-\pi+\phi}^{0+\phi} + \text{sen}(\omega.t) \Big|_{0+\phi}^{\pi+\phi} \right) = -\frac{4d}{\pi} \text{sen}(\phi)$$

De la ecuación (4.6) analizada anteriormente se tiene:

$$w(t) = M \text{sen}(\omega.t + \theta) \quad \text{donde} \quad M = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad \text{y} \quad \theta = \arctan\left(\frac{a_1}{b_1}\right)$$

Sustituyendo los valores obtenidos en  $a_1$  y  $b_1$  en  $M$  y  $\theta$  tenemos:

$$M = \frac{4d}{\pi} \sqrt{(-\text{sen}(\phi))^2 + \cos(\phi)^2} = \frac{4d}{\pi} \quad \theta = \arctan\left(\frac{-\text{sen}(\phi)}{\cos(\phi)}\right) = -\phi$$

Ahora se relacionará el ángulo de desfaseamiento ( $\phi$ ) con la amplitud ( $d$ ) del relevador y la histéresis ( $h$ ).

A partir de la señal  $X = A \text{sen}(wt)$ , tenemos que cuando el ángulo  $(wt) = \phi$ , le corresponde una amplitud de  $h$ . Por lo tanto podemos representar esto como:

$$h = A \text{sen}(wt) = A \text{sen}(\phi) \quad \text{Despejando el ángulo } (\phi)$$

$$\phi = \arcsen\left(\frac{h}{A}\right)$$



Por lo tanto la función descriptiva en función de la amplitud de entrada y de las características del relevador es:

$$N(A) = \frac{4d}{\pi \cdot A} \left\langle -\text{sen}^{-1}\left(\frac{h}{A}\right) \right. \quad (4.10)$$

Donde observamos que esta nueva función descriptiva sigue dependiendo únicamente de la amplitud, a continuación demostraremos como la curva  $-1/N(A)$  mantiene una trayectoria paralela al eje real.

De la extensión del criterio de Nyquist sabemos que la inversa negativa de la Función Descriptiva, es la curva que nos marcara el punto de oscilación en la curva de GH(s) y se representa como sigue.

$$-\frac{1}{N(A)} = -\frac{\pi \cdot A}{4d} \left\langle \text{sen}^{-1}\left(\frac{h}{A}\right) \right. \quad \text{pasando a coordenadas cartesianas}$$

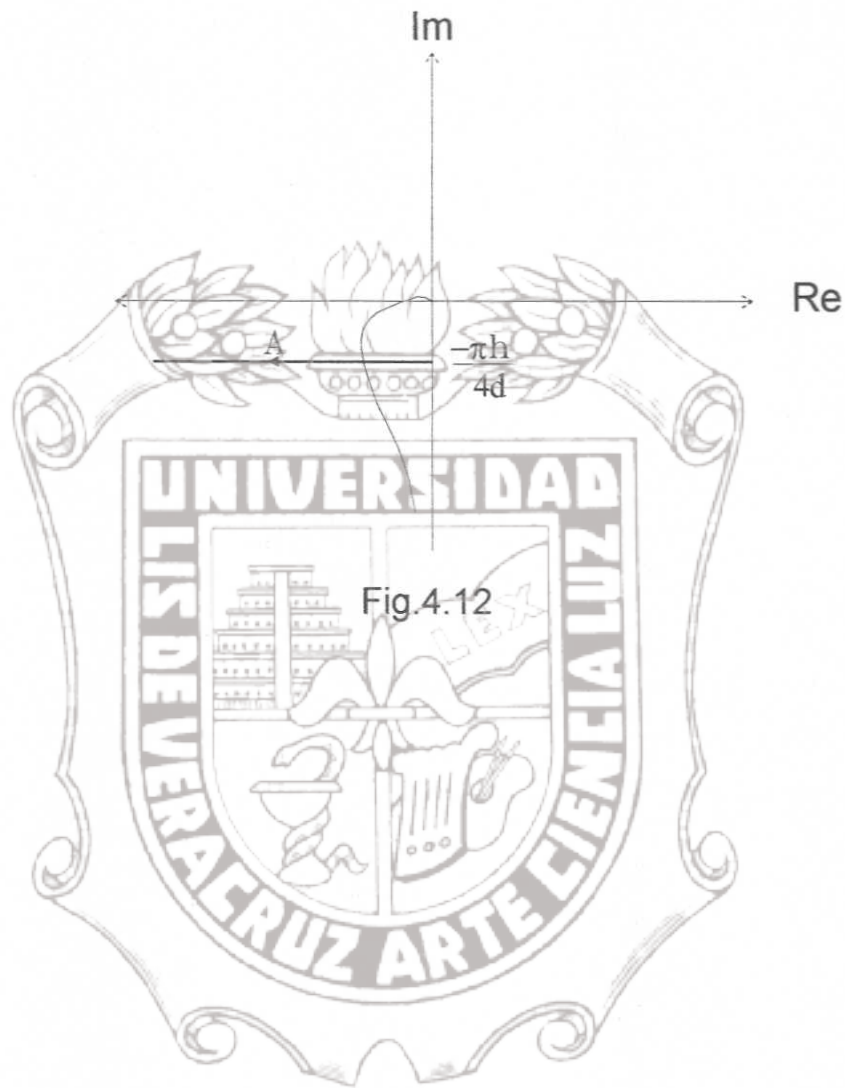
$$\text{Parte real :} \quad \frac{\pi \cdot A}{4d} \cos \left[ \text{sen}^{-1}\left(\frac{h}{A}\right) \right] = \frac{\pi \cdot A}{4d} \frac{\sqrt{A^2 - h^2}}{A} = \frac{\pi}{4d} \sqrt{A^2 - h^2}$$

$$\text{Parte Imaginaria:} \quad \frac{\pi \cdot A}{4d} \text{sen} \left[ \text{sen}^{-1}\left(\frac{h}{A}\right) \right] = \frac{\pi \cdot h}{4d} = \frac{\pi \cdot h}{4d}$$

La función descriptiva para el relevador con histéresis queda:

$$-\frac{1}{N(A)} = -\frac{\pi}{4d} \sqrt{A^2 - h^2} - j \frac{\pi \cdot h}{4d}$$

De la ecuación anterior podemos observar que el valor de la parte imaginaria, es una constante que depende de las características del relevador, por lo que esta línea se encuentra situada como se ve en la siguiente figura:



## V.- METODOLOGIA

### 5.1 Diseño y simulación del algoritmo de Auto-sintonía

#### 5.1.1 Introducción

En base a lo expuesto en capítulos anteriores este diseño está enfocado a sistemas que tienen mayor número de polos que ceros, y además se pueden aproximar como un sistema de primer o segundo orden. Siendo este el caso de muchos sistemas en la práctica. El análisis es enfocado principalmente a la auto-sintonía de servomotores de CD, siendo que este tipo de sistemas no puede ser sintonizado con el popular método de Ziegler y Nichols debido a que la respuesta al escalón es una rampa y la ganancia última no existe, por tener un margen de ganancia infinito.

La simulación se llevó a cabo en el simulador MATLAB® versión 5.2 y está enfocada principalmente al comportamiento de los ciclos límites y al diseño de auto-sintonía para controladores PID a partir del conocimiento de estos ciclos. Esto es con la finalidad principalmente de corroborar la exactitud del análisis de la Auto-sintonía. Ya que se sustenta en la Función Descriptiva, siendo éste un método aproximado. Además de analizar y demostrar la confiabilidad del diseño propuesto para diversos casos.

#### 5.1.2 Simulación de Ciclos Límites.

Primeramente presentaremos dos sistemas para verificar la exactitud de la función descriptiva en estos tipos de sistemas .

La función de transferencia del servomotor en forma aproximada es :

$$G(s) = \frac{a}{s(s+b)}$$

En donde los coeficientes “a” y “b”, vienen dados como sigue:



para el coeficiente "a" :  $K_t * N / R_a * J_e$

y para "b" tenemos :  $(R_a * D_e) + (K_e * K_t) / R_a * J_e$

La definición de estos parámetros son:

$K_t$  - constante del torque del motor (oz-in/amp)

$J_e$  - Inercia total referida al eje del motor (oz-in-sec<sup>2</sup>)

$R_a$  - Resistencia de armadura (ohms)

$D_e$  - Coeficiente de fricción total referida al motor (oz-in/rad/sec)

$K_e$  - Fuerza contra electromotriz (volts/rad/sec)

$N$  - Relacion de engranaje (vueltas/vueltas)

Presentamos la función de transferencia de un servomotor típico.

$$GH(s) = 4201.2 / s(s+12.5)$$

Otro sistema común, es el lazo de control de temperatura de un cambiador de calor, a continuación presentamos sus características dinámicas.

- El cambiador de calor tiene una ganancia de 50°C/Kg.s y una constante de tiempo de 30 segundos.
- El transmisor tiene una escala calibrada de 50 a 150°C, y una constante de tiempo de 10 segundos.
- El actuador ( válvula de control), tiene una capacidad de 1.6 Kg/s de Vapor, características lineales y constantes de tiempo de 3seg.

A partir de los datos anteriores obtenemos la función de transferencia de lazo abierto del sistema

$$GH(S) = \left( \frac{50}{30s+1} \right) \left( \frac{0.016}{3s+1} \right) \left( \frac{1}{10s+1} \right)$$

Presentaremos ahora las gráficas de Nyquist para los sistemas del servomotor y para el cambiador de calor, con un barrido de la frecuencia de (45 a 500 rad/seg) y (0.05 a 10 rad/seg) respectivamente, en la cual podemos notar que las curvas no cruzan el eje real negativo o lo hacen en la vecindad de [0,0]. Por lo que resulta conveniente aquí, introducir una histéresis que permita desplazar esta curva hacia abajo y paralela al eje real, para garantizar un cruce confiable de la curva de Nyquist con la función  $-1/N_a$ .

Gráficas del Cruce de las curvas  $-1/N_a$  y  $GH(j\omega)$  en el eje real negativo

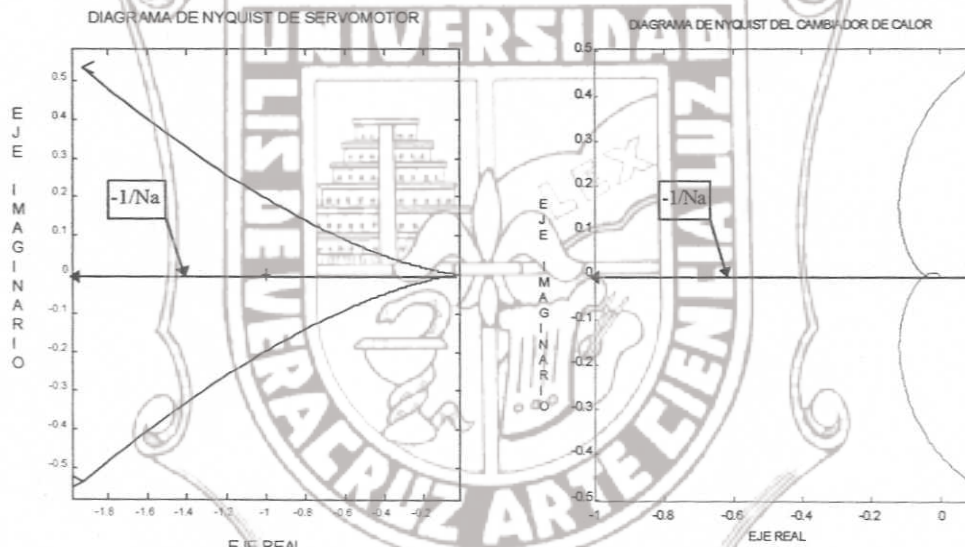


Fig.5.1a

Fig.5.1b

Vamos ahora a utilizar una histéresis en el relevador que nos permita obtener valores adecuados, de frecuencia y amplitud los cuales describen el ciclo limite.

De la sección anterior tenemos las ecuaciones que nos relacionan los valores de amplitud y frecuencia, con las características del relevador y son:

$$h = \frac{4di}{a\pi} \quad a = \sqrt{\left(\frac{4dr}{\pi} + h\right)^2}$$

Donde:

$a$  - Es la amplitud del ciclo límite

$h$  - El ancho de histéresis

$d$  - La amplitud del relevador

$i$  - La parte imaginaria del punto de cruce

$r$  - La parte real del punto de cruce

Del modelo matemático de la planta o de la gráfica de Nyquist, se sabe que a una determinada frecuencia le corresponde una coordenada en la gráfica polar a dicho sistema. Por otro lado, asignando un valor al ancho de histéresis y a la amplitud del relevador, conocemos directamente el valor de la parte imaginaria donde se sitúa la inversa negativa de la Función Descriptiva paralela al eje real, que se cortará en dicho valor con la curva de Nyquist a medida que la amplitud crece. En base a esto podemos decir que el relevador fuerza al sistema a un ciclo límite en ese punto. Así mismo podemos conocer la amplitud y la frecuencia del ciclo límite a partir de este cruce con las fórmulas dadas anteriormente.

Cabe hacer hincapié que este análisis es para demostrar el funcionamiento del método solamente, ya que en la práctica la amplitud y la frecuencia se puede estimar o medir directamente.

Para el ejemplo del servomotor a partir de la gráfica de Nyquist sabemos que a una frecuencia de 50 rad/s le corresponde las coordenadas de  $[-1.58, -0.39]$ . De las fórmulas anteriores podemos deducir el valor del ancho de histéresis y de la amplitud del ciclo límite que nos lleve a un ciclo límite en ese punto. Y de manera análoga podemos proceder para el cambiador de calor; quedando las gráficas de la siguiente manera.



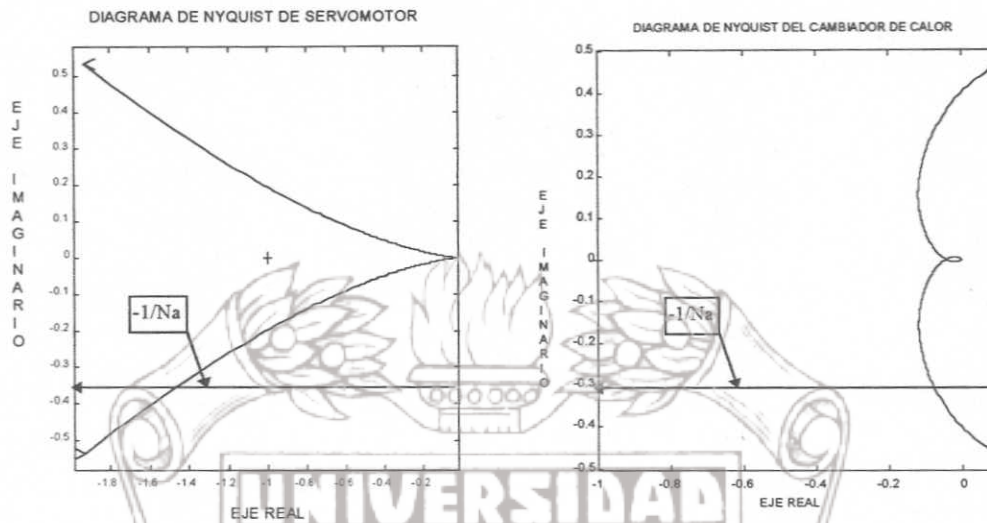


Fig-5.2a

Fig-5.2b

En las gráficas podemos observar como la curva  $-1/Na$  corta la curva de Nyquist en un punto especificado por el ancho de histéresis y la amplitud del relevador.

Tenemos para el servomotor:

- $w = 50$
- $h = 0.50$
- $i = -0.39$
- $r = -1.58$
- $d = 1$
- $a = 02.0$

Para el cambiador de calor:

- $w = 0.06$
- $h = 0.4$
- $i = -0.32$
- $r = -0.07$
- $d = 1$
- $a = 0.42$

De lo anterior observamos que se debe tener cuidado en el valor asignado al ancho de histéresis y a la amplitud del relevador, ya que de estos dos parámetros dependen tanto el valor de la frecuencia como de la amplitud del ciclo límite.

Aquí podemos observar que para un sistema desconocido es recomendable modificar la amplitud del relevador, hasta obtener una amplitud de ciclo limite adecuada para el sistema.

Ahora vamos a simular en SIMULINK (interfase gráfica de MATLAB) estos dos sistemas para verificar la confiabilidad del método, a continuación presentaremos el esquema de simulación en SIMULINK Fig.5.3 y seguido sus respectivas gráficas.

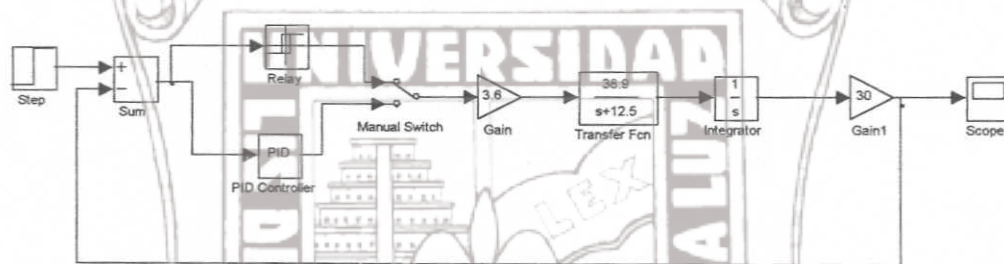


Fig.5.3

Gráficas que muestran las oscilaciones de los sistemas

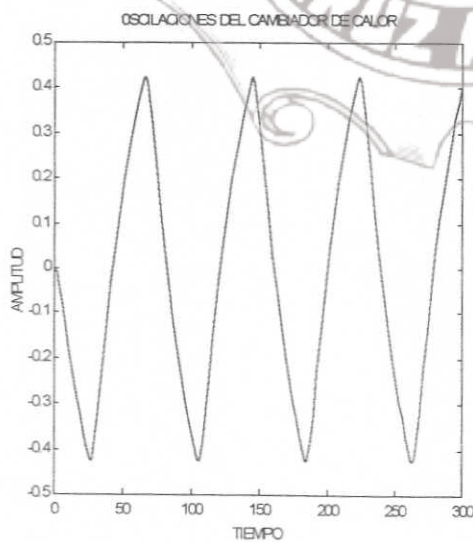


Fig.5.4a

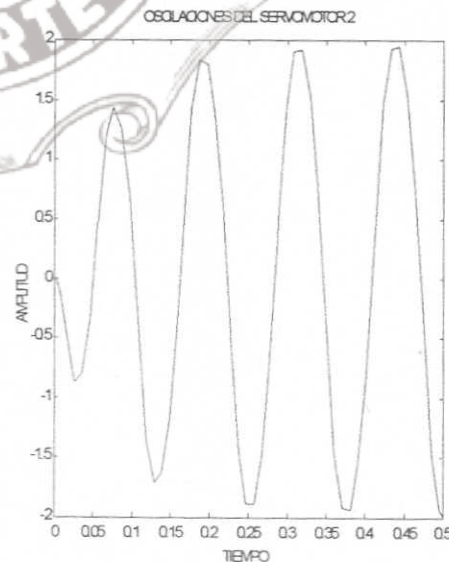


Fig.5.4b

Como observamos en las gráficas anteriores, podemos decir que la suposición de considerar la planta como filtro paso bajo es válido, ya que los valores obtenidos en la simulación son bastantes parecidos a los del análisis previo como siguen:

En el análisis del servomotor la frecuencia y amplitud resultaron ser de 50 y 2.0 respectivamente. El resultado de la simulación arrojaron valores de 48 y 2.0

Para el cambiador de calor, del análisis resultó una frecuencia y amplitud de 0.06 y 0.42 respectivamente. El resultado de la simulación generó 0.06 y 0.435. Por lo tanto concluimos que el método es confiable.

### 5.1.3 Detección de la señal periódica.

Primeramente se analizó un algoritmo reciente publicado por [Hsu, Ortega, 16], que estima la frecuencia de una senoidal. Sus ecuaciones se presentan a continuación:

Se da una señal senoidal a estimar representada como  $y(t) = A \sin(\omega t)$

Donde  $t$  es el tiempo continuo,  $\hat{A}$ ,  $\hat{\omega}$  son estimaciones de  $A$ ,  $\omega$  respectivamente, los cuales se calculan como

$$\hat{A} = 2\varepsilon \sqrt{x_{1s}^2 + x_{2s}^2}$$

$$\hat{\omega} = x_{3s}$$

$x_{1s}$ ,  $x_{2s}$ ,  $x_{3s}$  son soluciones de  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$ . Donde  $x_1(t)$  está en el estado estacionario,  $x_2(t)$  y  $x_3(t)$  son oscilaciones estables de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -2\varepsilon x_3 x_2 + x_3^2 (y - x_1)$$

$$\dot{x}_3 = -\gamma (x_3 y - 2\varepsilon x_2) x_3 x_1$$



donde  $\epsilon$  y  $\gamma$  son los parámetros de diseño y deben ser mayor que cero, y las condiciones iniciales de los estados son:

$$0 \geq x_1(0), \quad x_2(0)=0, \quad x_3 > 0$$

Se simularon estas ecuaciones primeramente con las condiciones iniciales de  $x_1$  y  $x_2$  en cero y  $x_3=2$ , los parámetros de diseño  $\epsilon$  y  $\gamma$  con valor de uno, la señal alimentada fue una senoidal de frecuencia igual a 1 rad/s, y amplitud de 1, resultando lo siguiente:



Fig.5.5

Como observamos en la figura anterior el estimador con los valores previamente descritos converge bien, aunque el tiempo de convergencia es un poco tardado, es decir se requiere de muchas oscilaciones (10 aproximadamente).

Posteriormente la amplitud de la senoide es aumentada a 5 para observar la convergencia del estimador, manteniendo los demás parámetros intactos. Se observa que con amplitudes mayores de 1 diverge, por lo menos con los parámetros de diseño dados.

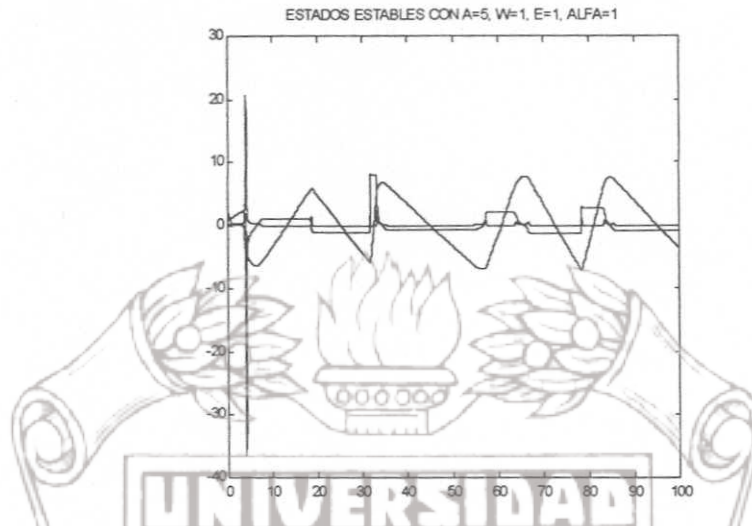


Fig.5.6

Cambiando el parámetro  $\alpha$  a un valor más pequeño notamos en la siguiente figura que el estimador vuelve a converger en la frecuencia, aunque en la amplitud no lo hace bien ya que el valor estimado es de 7 y el de la señal original es 5.

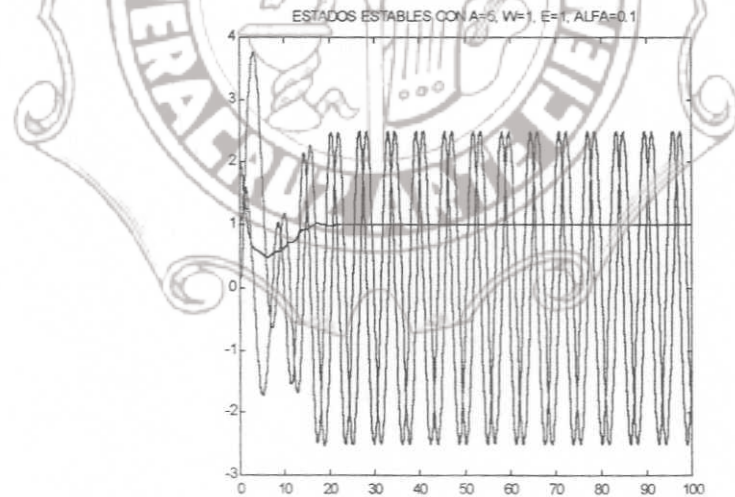


Fig.5.7

Ahora manteniendo  $\alpha=0.1$  y la amplitud igual a 1. Se hizo un barrido en la frecuencia hasta 3, observamos en la siguiente figura que la respuesta tarda un poco en converger, pero los resultados de la frecuencia y amplitud estimadas son buenos.

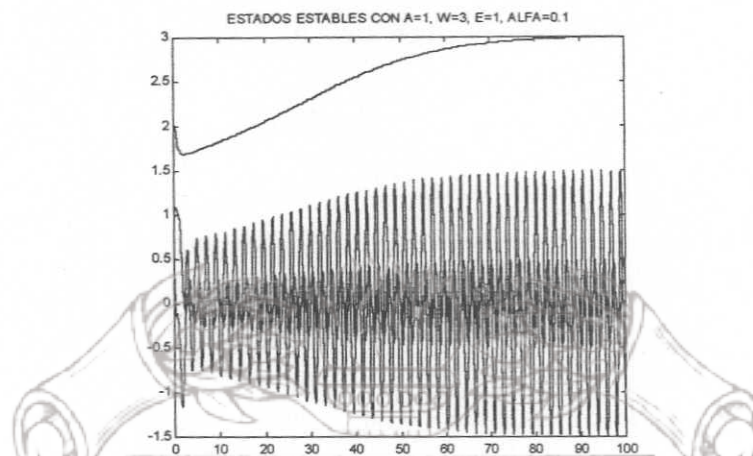


Fig.5.8

Después aumentamos la frecuencia del generador a 20 rad/s( que es una frecuencia cercana de oscilación de los servomotores analizados con anterioridad), manteniendo los mismos parámetros del estimador observamos como éste se vuelve demasiado lento para converger, como podemos observar en la siguiente figura la convergencia de este algoritmo es prácticamente imposible.

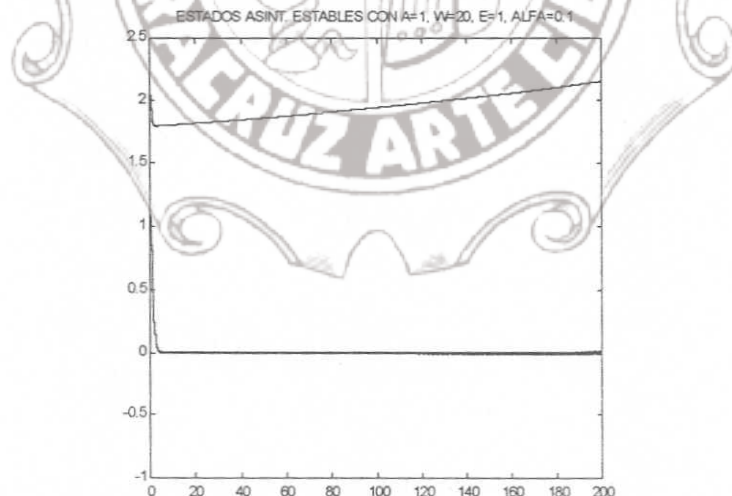


Fig.5.9

Por último simulamos con los parámetros de diseño y condiciones iniciales dadas en [Hsu, Ortega, 16], cuyas condiciones iniciales son  $x_1, x_2, x_3$  [1,1,10] respectivamente, parámetros de alfa igual a 0.5, épsilon igual a 0.4. Se simuló con una señal senoidal con



amplitud de 10 y frecuencia igual a 100 rad/s. El programa diverge aun con un paso de integración fijo de  $1e-03$ .

De lo anterior se aprecia que el estimador no es confiable para ser incorporado en la implementación del PID auto-sintonizable, además que en muchos de los procesos las oscilaciones son forzadas con relevadores con amplitudes de 1 y 0, generando periodos cuyos tiempos de subida son más rápidos que los de bajada haciendo éste estimador más torpe para estos casos. Cabe señalar las simulaciones del estimador se realizaron en MATLAB, SIMNON y VISSIM, empleando diversos algoritmos de integración y utilizando pasos de integración fijos y pequeños, dando en todos los casos resultados similares.

En el análisis previo realizado al estimador nos da una pauta para realizar una medición directa, es importante tener consideraciones prácticas a cerca del ruido que nos puedan llevar a la detección de periodos falsos. En análisis anteriores (capítulo 4.4, Fig.4.11) se ha concluido que es recomendable la introducción de una histéresis en el relevador no solo para garantizar el ciclo límite sino también para evitar disparos falsos debido al ruido. Si analizamos la señal del relevador con la salida (capítulo 4.4, Fig.4.11) del sistema nos percatamos que estas dos señales están casadas en la frecuencia es decir una depende de la otra, de esta manera la frecuencia del relevador es la frecuencia de las oscilaciones, por lo tanto esta manera es una forma intrínseca y confiable de medir la frecuencia. Para la amplitud podemos emplear el método de detección de pico, la confiabilidad de esta técnica es relativamente dependiente del ruido, pero en diseños industriales los equipos deben de cumplir con estándares internacionales en donde la tolerancia máxima es de  $\pm 2\%$  del span, partiendo de esta premisa el método es bastante confiable.

En esta figura se presentan señales con presencia de ruido, en donde se aprecia que la introducción de la histéresis del relevador hace inmune al método con este tipo de

problemas

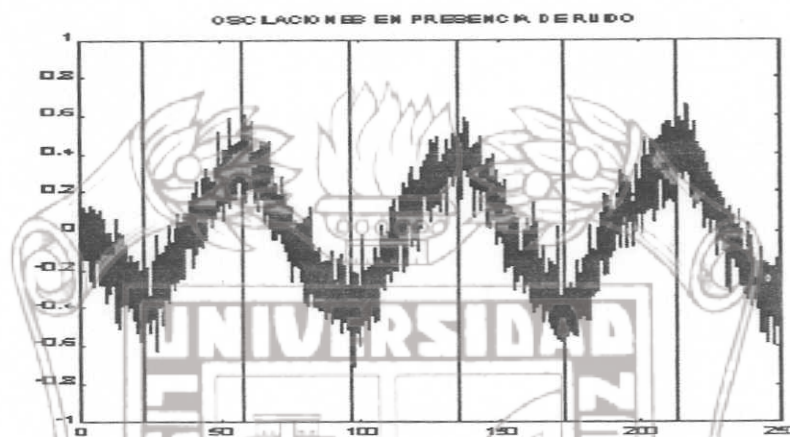


Fig 5.10

Estos valores obtenidos en el ciclo límite en la forma previamente descrita pueden ser aplicados de manera confiable en la sintonización de un regulador PID.

#### 5.1.4 Sintonización de Reguladores PID.

De los resultados anteriores podemos sintonizar un regulador PID, mediante un procesador tal que nos lleve al punto de operación deseado, con especificaciones predefinidas.

El popular método de Ziegler y Nichols es una opción para sintonizar el PID con estos resultados, cabe aclarar que este método presenta dos desventajas para relevadores con histéresis, que a continuación se mencionan.

1. - Cambios rápidos y repentinos de la variable.- En muchas aplicaciones de control, la aplicación de este criterio para este tipo de respuesta es muchas veces deseable en donde el cambio de la variable manipulada es grande y rápido. Por otro lado existen otras aplicaciones en donde no es deseable cambios rápidos y grandes de la variable como por ejemplo: en el control de temperatura de un plato en una columna de destilación, ya que esto puede causar daños mecánicos a los platos de la columna, o en la fabricación de ciertos materiales donde un rápido incremento y sobrepaso de la temperatura pudiera ocasionar efectos irreversibles en el producto.

2. -Retardo producido por la histéresis del relevador.- En el capítulo anterior se expuso como un relevador introduce un retardo de  $-\arccos(\eta/A)$ . Debido a que el método de Ziegler y Nichols (Z-N) está basado en la ganancia última siendo esta una constante real, que lleva al sistema  $GH(j\omega)$  a obtener una ganancia total unitaria en el cruce del eje real negativo. Como podemos apreciar este retardo en la ganancia del relevador (no contemplado en el método de Ziegler y Nichols) tiene un efecto sobre el método y se describirá en breve.

El método de Z-N es básicamente un método experimental, donde se simularon diferentes tipos de plantas para obtener las relaciones de las constantes de controladores PID. De esta manera un lazo de control afinado con las reglas de Z-N presentará un sobreimpulso de aproximadamente 10% ~ 60% y en promedio el sobreimpulso es de 25% y una razón de amortiguamiento de  $\frac{1}{4}$ .

Podemos decir que la relación de amortiguamiento para un sistema con un par de polos dominantes de lazo cerrado se puede relacionar con el margen de fase, cuya relación aproximada es:

$$\delta = \frac{\varphi}{100} \quad \text{para } 0 < \delta < 0.6$$



De esto podemos apreciar que el margen de fase promedio para este tipo de lazos es de  $45^\circ$  aproximadamente y un retardo introducido por el relevador lo convertirá en un sistema más amortiguado. A continuación se presenta una simulación con el sistema del intercambiador de calor, primeramente con un relevador puro y posteriormente se le agrega una histéresis con un ancho de 0.6. Más adelante se presentará el análisis de este concepto.



Fig.5.11a

Fig.5.11b

De la gráficas anteriores notamos que las oscilaciones obtenidas del relevador con histéresis, agregan un ángulo positivo al margen de fase utilizando las reglas de sintonización de Ziegler y Nichols. Por lo que deducimos que esta regla puede alejarnos significativamente de las especificaciones de Z-N.

### **\*\*Compensación del Ángulo del Relevador con Histéresis**

Sabemos que, un sistema presentará un ciclo límite si las siguientes condiciones se cumplen.

$$\text{Argumento de } GH(j\omega_u) = 180^\circ \quad \text{y} \quad k_u = 1/|GH(j\omega_u)|$$

Haciendo esta extensión para el diseño de un PID a partir de relevadores retroalimentados con histéresis, del capítulo 4.4 ec(4.10) sabemos que el relevador introduce un retardo de fase de  $-\arccos(h/A)$  y la condición de argumento se extiende para el sistema de la Fig.4.4 de la siguiente manera.

Para que un sistema tenga un ciclo límite es condición necesaria que el argumento de dicho sistema sea igual a  $180^\circ$  y su ganancia sea igual a uno. Es decir el punto de ciclo límite es  $[-1,0]$  del diagrama polar de Nyquist, debido a que nuestro sistema está compuesto en dos sub-sistemas a la vez [relevador( $k_u$ ), planta( $GH(j\omega_u)$ )] y cada uno contribuye con su respectivo ángulo y ganancia, y es posible desacoplar dichos valores como sigue:

$$\text{Argumento de } k_u GH(j\omega_u) = 180^\circ = -\arccos(h/A) + \angle GH(j\omega_u)$$

Por lo tanto para conservar el ángulo de  $180^\circ$  se debe compensar  $GH(j\omega_u)$  como:

$$\angle GH(j\omega_u) = 180^\circ + \arccos(h/A) \tag{5.1}$$

De la condición de argumento anterior, sabemos que si la ganancia  $k_u$  (ganancia del relevador con histéresis) contribuye con el ángulo, debemos de considerar la falta de este ángulo al substituir el relevador por un regulador PID.

Por ejemplo si deseamos diseñar un regulador que proporcione un margen de fase específico, debemos de considerar la falta de este ángulo al momento del diseño como sigue:

Definimos el margen de fase ( $\gamma$ ) como el ángulo que resulta de la suma de  $180^\circ$  y el ángulo de la función de lazo abierto  $k_u GH(j\omega_u)$ ; es decir, es el ángulo que existe entre el eje real negativo y el punto de cruce del círculo unitario con el diagrama de Nyquist. De esta manera cuando introducimos un PID, el retraso del relevador ya no existe, por lo que se debe compensar este ángulo en el diseño.

$$(\gamma) = 180^\circ + \angle GH(j\omega_u) + \angle PID(j\omega_u) \quad \text{sustituyendo la ec(5.1) tenemos}$$

$(\gamma) = 180^\circ + (180^\circ + \arccos(h/A)) + \angle \text{PID}(j\omega_u)$  por lo tanto el margen de fase queda:

$$(\gamma) = \arccos(h/A) + \angle \text{PID}(j\omega_u)$$

Para el diseño de un PID con un margen de fase, esta dado por el siguiente ángulo

$$\angle \text{PID}(j\omega) = \theta = \gamma - \arccos(h/A) \quad (5.2)$$

En este caso utilizaremos el algoritmo conocido en la industria como ideal el cual tiene su representación en Laplace como:  $\text{PID}(s) = k_p(1 + 1/T_i s + T_d s)$

De la respuesta frecuencial obtenemos la magnitud y el argumento de la función de transferencia de este controlador como sigue.

El argumento del controlador es igual a la tangente de la parte imaginaria entre la parte real.

$$\omega_u T_d - \frac{1}{\omega_u T_i} = \text{Tan} \theta \quad (5.3)$$

La magnitud del  $|\text{PID}(j\omega_u)| = k_u \sqrt{1 + \left(\omega_u T_d - \frac{1}{\omega_u T_i}\right)^2}$

Sustituyendo el la (ec-5.3) en la (ec-5.4)

$|\text{PID}(j\omega_u)| = k_u \sqrt{1 + (\text{Tan} \theta)^2}$  desarrollando la tangente en seno y coseno . Y aplicando una identidad trigonométrica, simplificamos esta ecuación a

$$|\text{PID}(j\omega_u)| = k_u \frac{1}{\cos \theta}$$

De la condición para del ciclo límite  $k_u |GH(j\omega_u)| = 1$  realizamos

$$k_u = \frac{1}{GH(j\omega_u)} \quad (5.4)$$



Para especificar un margen de fase es condición que la ganancia total del sistema sea uno, por lo tanto la ganancia del relevador es sustituida por la ganancia del controlador para cumplir este requisito

$$|PID(j\omega_u)| |GH(j\omega_u)| = 1$$

$$k \frac{1}{\cos\theta} |GH(j\omega_u)| = 1 \quad k \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{|GH(j\omega_u)|}$$

Despejando  $k$  tenemos  $k = \frac{\cos\theta}{|GH(j\omega_u)|}$

Sustituyendo ec-3 en ec-4  $k = k_u \cos\theta$  (5.5)

Para resolver la (ec-5.3) tenemos dos incógnitas, por lo que necesitamos otra ecuación que nos relacione estas incógnitas. Una manera de lograr esto es escoger precisamente una relación entre  $T_i$  y  $T_d$  como:

$$T_i = \alpha T_d \tag{5.6}$$

De esta manera la sustituimos en  $T_i$  para despejar  $T_d$  de la (ec-5.3) se obtiene:

$$T_d = \frac{\tan\theta + \sqrt{\frac{4}{\alpha} + \tan^2\theta}}{2\omega_u} \tag{5.7}$$

Cabe considerar que un valor grande  $\alpha \gg 1$  causará un aumento de fase, esto es la ganancia del componente derivativo se sobrepone a la acción integral. Y por el contrario si  $\alpha \ll 1$  provocará un retraso de fase, ya que la ganancia integral domina al derivativo.

Una buena estimación es utilizar la relación de Ziegler y Nichols, la cual resulta  $\alpha = 4$ .

Presentaremos una simulación del controlador, utilizando un margen de ganancia de  $45^\circ$  para mostrar la utilidad de este método y para comparación con los resultados anteriores del método de Ziegler y Nichols.

En la próxima gráfica se utiliza el mismo cambiador de calor, con una histéresis de 0.6 y  $\alpha$  igual a 4.



Fig. 5.12

Otra alternativa para diseñar el controlador es aplicando un margen de ganancia , en donde definimos este margen de ganancia como: El recíproco de la magnitud de  $|GH(j\omega)|$  a la frecuencia donde el ángulo de fase es  $-180^\circ$ , es decir en el cruce del eje real negativo.

Esto resulta más apropiado para el diseño de un controlador PI, esto es debido a que siempre es posible alcanzar el cruce del eje real negativo , sin introducir un cero en el semiplano derecho gracias al retardo de fase. Este tipo de controladores es usado principalmente cuando tenemos lazos en el que existe una cantidad de ruido considerable, como es el caso de un control de flujo y más aun si es turbulento.

Ahora se presenta el diseño para este tipo de controlador:

Del modelo ideal del controlador  $PID(s) = k_p(1+1/T_i S+T_d S)$  haciendo la acción derivativa cero tenemos:  $PI(s) = k_p(1+1/T_i S)$

El ángulo en la respuesta frecuencial de este controlador está dado por

$$\tan\theta = \gamma - \arccos(h/A) = -1/T_i w_u$$

Si hacemos el margen de fase  $\gamma = 0$ , que es una condición necesaria para la especificación por margen de ganancia esto se simplifica a:

$$-\arccos(h/A) = -1/T_i w_u$$

De esta manera la constante de integración se puede calcular

$$T_i = 1 / \arccos(h/A) w_u$$

Y el margen de ganancia como  $k = k_u / A_m$  Donde  $A_m$  es el margen de ganancia.

La siguiente gráfica describe la respuesta del lazo de control con un controlador PI que tiene una ganancia de 2.

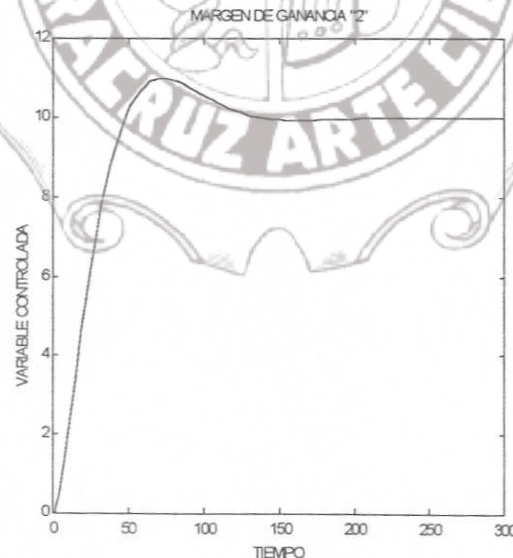


Fig.5.13

Con el análisis anterior estamos en condición de utilizar un buen criterio de sintonía de estos controladores, observamos en una de las gráficas anteriores Fig.5.11a la respuesta



del PID utilizando el criterio de Z-N la cual tiene un sobre paso aproximado de 6% y posteriormente la respuesta del PID Fig.5.12 utilizando el diseño de margen de fase resultando un sobre paso del 10% aproximadamente.

De lo anterior podemos decir que el diseño por margen de fase es una manera de manejar con más precisión la respuesta de tiempo transitorio. De ésta forma podemos extender de cierta manera el criterio de sintonía de Z-N para ser aplicado en forma automática, en donde no se tenga facultad de criterio.

Al principio de esta sección se estableció que un controlador PID sintonizado con el criterio de Z-N proporcionan resultados de manera general con sobre impulsos de 10%~60% con un promedio de 25% , con una razón de amortiguamiento de un cuarto. A continuación se presentará la tabla que muestra el criterio para la sintonía de un controlador en sus tres modalidades P, PI y PID utilizando el método de lazo cerrado de Z-N.

Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5k_u$		
PI	$0.4k_u$	$0.8T_u$	
PID	$0.6k_u$	$0.5T_u$	$0.12T_u$

En la tabla anterior tenemos primeramente un controlador proporcional, que es en si, un diseño con margen de ganancia de 2, si recordamos el diseño previo del controlador PI con margen de ganancia podemos darnos cuenta que son las mismas especificaciones de esta tabla para un proporcional con la ventaja que el diseño es un PI. Con ésto podemos decir que el diseño de margen de ganancia con  $A=2$  de un PI a partir de relevadores

retroalimentados con histéresis es una buena aproximación del criterio de Ziegler y Nichols.

Cuando en el lazo es requerido un Controlador PID podemos utilizar el diseño de margen de fase. En análisis previos (sección 5.1.4, ec. 5.6) este diseño requiere relacionar las constantes  $T_i$  y  $T_d$  de alguna manera. Una buena aproximación es utilizar la relación que guarda el criterio de Z-N que es  $T_i = 4T_d$ . Con esto podemos aproximar el control para que tenga una razón de amortiguamiento de  $\frac{1}{4}$  y considerando en promedio un sobre impulso de 25% equivale a  $\delta=0.45$  aproximadamente es decir, el margen de fase se encuentra entre  $45^\circ$  y  $50^\circ$  aproximadamente.

Las fórmulas de Z-N extendidos al método de relevadores retroalimentados con histéresis quedan establecidas como siguen:

Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PI	$0.5k_u$	$1 / \text{arcosen}(h/A)w_u$	
PID	$k = k_u \cos\theta$	$4T_d$	$T_d = \frac{\text{Tan}\theta + \sqrt{1 + \text{Tan}^2\theta}}{2w_u}$

Donde

- A=amplitud de las oscilaciones
- h = ancho de histéresis del relevador
- $k_u$  = magnitud de la función descriptiva(ganancia del relevador)
- $w_u$ = frecuencia crítica
- $\theta = 45^\circ - \text{arcosen}(h/A)$

## 5.2 Desarrollo De La Implementación Del PID Auto-sintonizable

### 5.2.1 Introducción

En este capítulo se describe en forma breve el equipo utilizado y las conexiones de los mismos para la implementación del algoritmo de auto-sintonía, para más detalles se incluye el apéndice B para referirse a los diagramas y características de éstos. En esta sección se trata con detalle principalmente el desarrollo del programa (programa fuente apéndice A) así como los detalles técnicos de la implementación.

### 5.2.2 Descripción De Los Componentes Del Lazo De Control

Los equipos más importantes utilizados en la puesta a punto del algoritmo de auto-sintonía son descritos a continuación.

- I.- PC marca Lanix.
- II.- Tarjeta de adquisición de datos diseñada en este Instituto de Ingeniería.
- III.- Computadora analógica y panel de control marca Comdyna, Inc
- IV.- Servomotor marca Delvin Control.

I.- Computadora marca Lanix.- Esta maquina trabaja con un procesador 486 a una velocidad de 66 Mhz, con una capacidad de memoria RAM de 24 Mb y disco duro con capacidad de 540Mb. Su dirección base del puerto paralelo es 378(hexadecimal), el cual es direccionado mediante el programa Turbo C++<sup>®</sup> versión 3.0 de Borland Internacional, Inc.

II.- Tarjeta de adquisición de datos.- Esta tarjeta de adquisición de datos cuenta con un convertidor analógico a digital de ocho bits de aproximaciones sucesivas con ocho canales de entrada multiplexados (ADC0809), maneja datos de entrada de 0 a 5v el cual



tiene un error de  $\pm 1$  del bit menos significativo (LSB), trabaja a su velocidad máxima de conversión de aproximadamente 100  $\mu$ s, lo cual es proporcionada por el C. I. 555 TIMERS, configurado como oscilador de carrera libre a una velocidad aproximada de 640 KHz.

Para leer los 8 bits del ADC se utilizó el registro status del puerto paralelo el cual tiene habilitado 5 bits de entrada, es decir solo se puede leer en este registro. Accesando 4 bits y leyendo dos veces este registro mediante un bit de control perteneciente al registro de control, multiplexa las salidas de un buffer triestado C.I. SN74LS244 que contiene la información de los ocho bits de entrada.

Para la salida digital se cuenta con el C.I. DAC0800 que es un convertidor de resistores ponderados R-2R de 8 bits, el cual tiene como salidas magnitudes de corriente proporcional a los números digitales, que posteriormente se convierten a voltaje por medio de un OPAMP 741 configurado como transresistencia con un rango de 0 a 5V aproximadamente.

### III.- Computadora analógica y panel de control marca Comdyna, Inc

La computadora analógica Comdyna modelo GP-6 es utilizada para acondicionar las señales en ambos sentidos de la tarjeta de adquisición de datos y de la interfase 767. Este equipo cuenta con un panel que contiene OPAMP'S, capacitores y potenciómetros arreglados de tal manera es posible manipular señales analógicas para realizar operaciones elementales algebraicas de suma y multiplicación hasta la simulación de un modelo matemático o la solución de una ecuación diferencial.

La interfase de control modelo 767 es un panel que sirve como estación de operación para el servomotor, ya que en él se leen, calibran y manipulan toda la instrumentación del

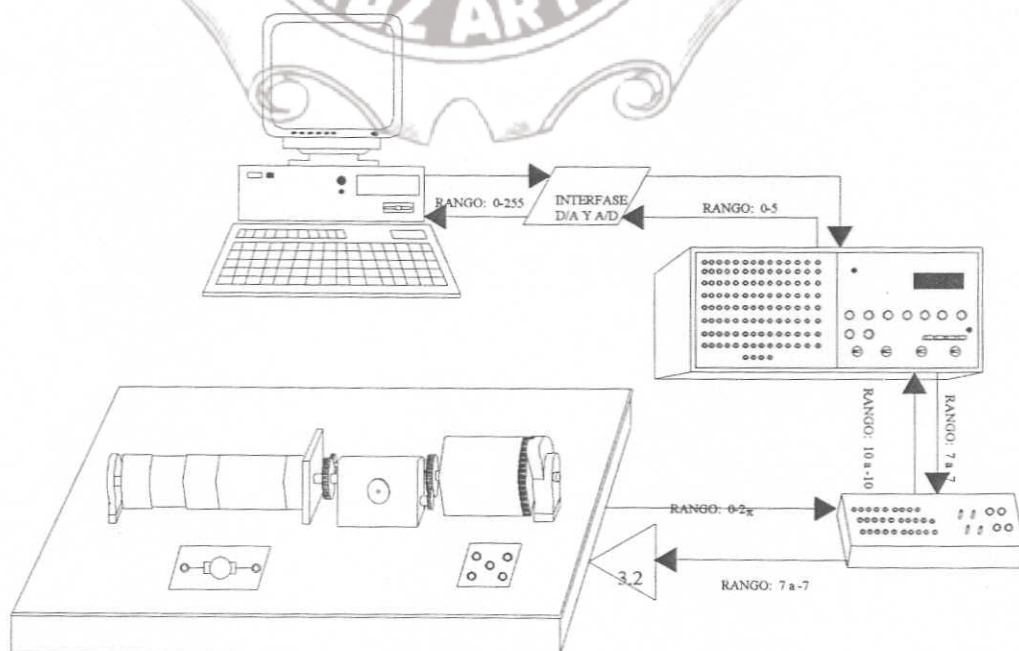
servomotor además de contar con otras opciones para ser utilizadas con una tarjeta de adquisición de datos y software diseñados por la misma marca para fines didácticos.

#### IV.- Servomotor marca Dalvin Control modelo DVH-100.

Es un servo mecanismo robusto, construido con la finalidad de estudiar e investigar tópicos de sistemas de control electromecánico en forma real. Está equipado con un tacómetro integrado en el motor, un tren de engranaje con relación 1:4, con un sistema de embrague para desacoplar la carga una carga inercial, y un potenciómetro para sensar la posición de esta última y un vernier para supervisar dicha posición.

Cuenta también con un amplificador de potencia modelo DVH-10 diseñado para suministrar una fuente de potencia de alta calidad. Esta unidad puede ser operada en modo de voltaje o corriente.

A continuación se muestran el diagrama en el cual están conectados los equipos así como el comportamiento de sus señales.



## 5.2.3 Desarrollo E Implementación Del Programa De Auto-sintonía

Una vez obtenido el diseño en la etapa anterior y el equipo definido para la implementación del algoritmo, se inició con el desarrollo de la programación considerando las características del equipo y de las señales.

La primera etapa consistió en la comunicación de la interfase con una resolución de ocho bits de entrada y salida, la cual fue diseñada para un SPP( estándar parallel port), enviando los datos de salida( 8 bits) en el registro data que tiene la dirección base. Para leer los datos de entrada el programa direcciona dos veces al registro status con dirección base+1 para leer los bits de entrada, de cuatro en cuatro. En cada lectura se realizan máscaras y corrimientos para formar un byte.

Aunque en la actualidad existen puertos mejorados en donde el Data Port es un registro de ocho bits que está configurado y disponible como bidireccional, para propósitos de este trabajo no fue necesario mejorar la tarjeta ya que la velocidad del programa es lo suficiente rápida (8.75 $\mu$ s) para manejar los cambios efectuados por el ADC.

Posteriormente se desarrolló el algoritmo para la detección del periodo y amplitud, el primero fue basado en el número de contéos por periodos del relevador con histéresis ya que el programa C no maneja lectura de milisegundos con precisión. La detección de amplitud fue calculada por la detección de pico.

Para el cálculo de contéos por periodo se calibró el contador con un patrón. Para este propósito se utilizó un generador de funciones marca Goldstar modelo FG-8002 utilizando señales senoidales en un rango de 2 a 3 volts. (Centrado en 2.5 donde las oscilaciones tienen lugar alrededor de este punto.)

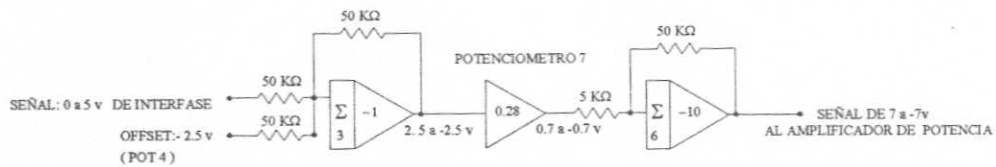


Se efectuaron 5 pruebas para cada frecuencia de 5,10,100 , 1000, hertz, dando como resultado el siguiente promedio:

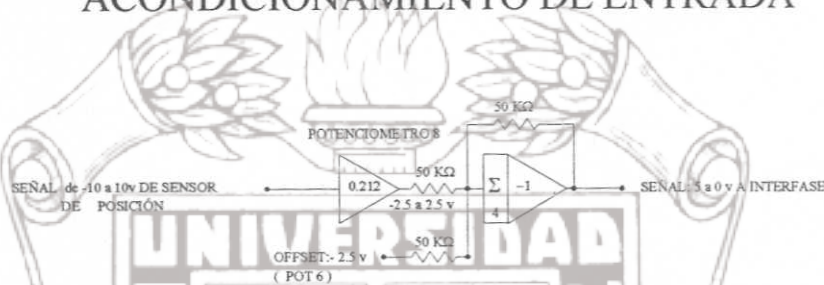
frecuencia	ciclos del contador por periodo
5 hertz.....	6451 ciclos
10 hertz.....	3507 ciclos
100 hertz.....	329 ciclos
1000 hertz.....	17 ciclos

Como podemos observar una lectura confiable con este método es de 100 hertz hacia abajo. Como resultado de las simulaciones realizadas a una variedad de sistemas en los que destacan como más rápidos los servomotores con oscilaciones máximas de 30 hertz con una histéresis muy pequeña, concluimos que el método es aceptable.

Antes de poner el relevador en operación es necesario adecuar los valores digitales a los corrimientos realizados con las polaridades positivas y negativas de la señal de entrada y salida respectivamente para la tarjeta de adquisición de datos, ya que ésta maneja solo valores positivos en un rango de 0 a 5 volts en ambas direcciones, de esta manera el 0 analógico es equivalente al número digital 128 que es la mitad del rango digital en este caso 0 a 255 por ser de 8 bits. A continuación se muestra el acondicionamiento de estas señales implementadas en la computadora analógica.



## ACONDICIONAMIENTO DE ENTRADA



## ACONDICIONAMIENTO DE SALIDA

Una vez calibrado el contador de periodos y ajustadas las señales en su equivalente digital se puso en operación el relevador para obtener las oscilaciones del ciclo límite, utilizando un criterio de convergencia de  $\pm 3\%$  del periodo anterior observándose lo siguiente:

Para un ancho de histéresis de  $10^\circ$  se observaron que las oscilaciones eran bastantes irregulares aunque los resultados de convergencia fueron racionalmente buenos ( en 5 pruebas el rango fue de 2620 a 2674), pero se obtuvieron periodos muy irregulares en cada corrida variaban de (80 a 2940). Esto se debe en gran parte al ruido de la señal ya que los valores de los voltajes alrededor del punto de oscilación eran relativamente pequeños (0.1 volt) y aunado a esto, las pequeñas oscilaciones en este tipo de sistemas, acentúan las no linealidades como son la histéresis en los engranes y la combinación de fricción estática y dinámica de los cojinetes.

Se aumentó el ancho de histéresis a  $20^\circ$  observándose una gran mejoría en la regularidad de las oscilaciones y en los resultados de convergencia, después se probó el sistema con un ancho de histéresis de  $45^\circ$  dando también buenos resultados (variaciones de 0.6 %)

Tomando como referencia los resultados de la histéresis de  $45^\circ$ , el periodo fue de 0.31s equivalente a una frecuencia de 20.27 rad/s y el valor de la amplitud de 172 equivalente a  $61^\circ$ . Como se muestra en la siguiente figura.

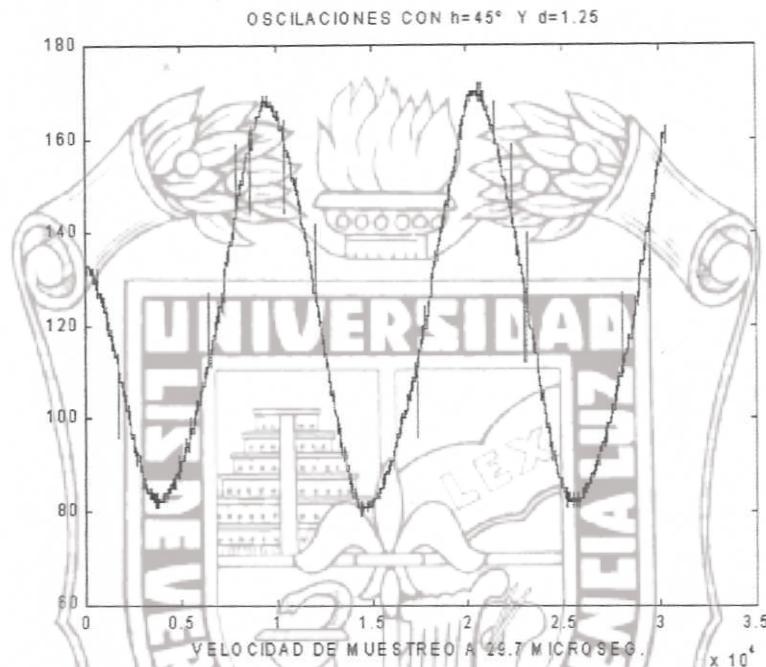


Fig.5.14

La amplitud de las oscilaciones se efectuaron por medio de la detección de pico de la señal, estas detecciones de pico son actualizadas en cada periodo. En los resultados obtenidos se observan una muy buena regularidad aunque en la gráfica se observan pequeños impulsos en diversos puntos de la señal con la posibilidad de rebasar el valor pico, una manera de compensar los efectos que podría implicar esta posibilidad es promediar el valor del impulso y restarle el valor de dicho promedio antes multiplicado por la probabilidad de ocurrencia del sobrepaso. En la gráfica podemos observar que esta probabilidad es baja o en su defecto mejor aun podemos agregar un filtro digital paso bajas para eliminar este problema..

Una vez obtenido el periodo de las oscilaciones se realizaron los cálculos para obtener los valores de las constantes, estos cálculos se realizaron en base a los resultados del diseño



de margen de fase tratado en la sección 4.1.4. que es un diseño específico para la respuesta transitoria de Ziegler - Nichols modificado y son

El ángulo de fase del controlador se obtuvo como:

$$\theta = \gamma - \phi$$

donde  $\theta$  es el ángulo introducido por el PID  
 $\gamma$  es el ángulo de margen de fase  
 $\phi$  es el retraso de fase del relevador y esta dado por  $\phi = -\arccos(h/A)$

Las fórmulas que aplican para el diseño de margen de fase son:

$$\theta = 45 - \Phi$$

$$k = k_u \cos\theta$$

$$T_d = \frac{\tan\theta + \sqrt{1 + \tan^2\theta}}{2\omega_u} \quad k_u = \frac{Ad}{\pi \cdot A} \quad T_i = 4T_d$$

donde  $T_d$  es el factor derivativo  
 $T_i$  es el factor integral  
 $\omega_u$  es la frecuencia crítica  
 $k_u$  es la ganancia crítica  
 $d$  es la amplitud del relevador  
 $A$  es la amplitud de la oscilación

Primeramente los valores del conteo son convertidos a tiempo mediante la relación del tiempo de muestreo que es igual 33664 conteos por segundo.

Una vez obtenido el tiempo se procede a calcular el ángulo de retraso de fase  $\phi$ , y por último se emplearon las relaciones para obtener las constantes  $T_i$  y  $T_d$ , de acuerdo a las fórmulas descritas anteriormente, a continuación se muestran en breve los resultados y las operaciones efectuadas.

Los resultados de las pruebas que involucran las variables en las fórmulas anteriores en diferentes etapas fueron:

Variable	Decimales	Grados	Volt 0-5
A	44	47.5	0.7
h	36	45	0.75
d	64	---	1.25

Como se aprecia en la tabla anterior podemos trabajar las relaciones en valores decimales o en voltajes referidos a una etapa. En este caso se eligió trabajar con los voltajes en la entrada y salida de la interfase, cabe señalar que el cero se encuentra a la mitad del span, es decir 2.5, así para un valor dado se le resta el valor de 2.5v para obtener los valores con su respectivo signo. Al igual que estos, los valores decimales tienen un span de 255 como valor cero o punto de simetría y se encuentra en 128(valor digital) por lo que éste valor se le resta a los absolutos decimales.

Los cálculos efectuados después de la identificación de las oscilaciones fueron las siguientes.

$$\phi = \arccos\left(\frac{0.7}{0.75}\right) = 69^\circ, \quad w_u = \frac{2\pi}{t_u} = \frac{6.28}{0.317} = 19.8, \quad k_u = \frac{4d}{A\pi} = \frac{4(1.25)}{0.75(\pi)} = 1.9$$

$$\theta = \gamma - \phi = 45^\circ - 69^\circ = -24^\circ, \quad T_d = \frac{\tan(-24^\circ) + \sqrt{1 + (\tan(-24^\circ))^2}}{2(19.8)} = 0.0163$$

$$T_i = \alpha(T_d) = 4(0.0163) = 0.065, \quad kp = (k_u \cos(-24)) = 1.73$$

a partir de los resultados el PID queda:

$$m(s) = kp \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) = 1.73 \left( e(t) + \frac{1}{0.065} \int e(t) + 0.016 \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Ahora el siguiente paso es discretizar el controlador, cabe hacer mención que el algoritmo discretizado no es el mismo que se utilizó en la etapa de simulación ya que el efecto de retención es realizado por el DAC y tal efecto ya no es incluido en esta operación. Para esto se utilizó el método de la función de transferencia pulso, aproximando el término integral mediante la sumatoria trapezoidal, y el termino derivativo mediante la diferencia de dos puntos, como se muestra a continuación.

$$m(kT) = kp \left( e(kT) + \frac{T}{T_i} \sum_{h=1}^k \frac{e(h-1)T + e(hT)}{2} + \frac{T_d}{T} [e(kT) - e(k-1)T] \right)$$

La transformada Z de la siguiente ecuación da como resultado:

$$m(Z) = kp \left( 1 + \frac{T}{2T_i} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} + \frac{T_d}{T} (1-z^{-1}) \right)$$

la ecuación en diferencias de esta ecuación se escribe como:

$$U = U(k-1) + \alpha e(k) + \beta e(k-1) + \gamma e(k-2)$$

$$\text{donde } \alpha = kp(1 + T/2T_i + T_d/T)$$

$$\beta = kp(T/2T_i - 2T_d/T - 1)$$

$$\gamma = kpT_d/T$$



Por último los valores de  $k_p$ ,  $T_i$ , y  $T_d$  son sustituidos del controlador analógico y escogiendo un tiempo de muestreo de  $T = 0.001s$  resulta:

$$\alpha = 1.73 \left( 1 + \frac{0.001}{2(0.065)} + \frac{0.016}{0.001} \right) = 29.8$$

$$\beta = 1.73 \left( \frac{0.001}{2(0.065)} - \frac{2(0.016)}{0.001} - 1 \right) = -57.83$$

$$\gamma = \frac{1.73(0.016)}{0.001} = 28.05$$

La ecuación en diferencias del PID queda como:

$$u(k) = u(k-1) + 29.8e(k) - 57.83e(k-1) + 28.05e(k-2)$$

Esta ecuación se implementó considerando los límites de las señales digitales 0-255 acotando la señal "u" a este rango sin limitarla en la actualización de  $u(k-1)$ , además se debe tomar en cuenta que cuando "u" es igual a cero la salida debe ser 128 que es en realidad el cero analógico a la entrada del amplificador ya que existe un corrimiento negativo de las señales analógicas para manejar los valores negativos, por lo tanto el valor de 128 debe ser siempre sumado a u antes de enviar los datos de salida.

Por último el programa es integrado una vez probadas las tres etapas (detección de oscilaciones, cálculo y control).

## VI.- RESULTADOS

Las pruebas se realizaron en tres etapas básicamente; generación de ciclos límites, cálculo de constantes y rutina de control. Describiremos en este apartado los resultados de cada una de las etapas, así como los aspectos más relevantes de éstos, obtenidos en éste desarrollo.

Los resultados de estas pruebas son guardados en un archivo con extensión dat (código ascii). Creado por el mismo programa "c", este archivo es posteriormente cargado en MATLAB mediante el comando Load con la sintaxis (load nombre.dat -ascii), para después graficarlos.

En la puesta a punto del servomotor, se utilizó el panel de control Comdyna 767 para calibrar el cero y el span de la señal de posición, así también las señales de entrada y salida de la interfase se calibraron con la computadora Comdyna GP-6. Una vez puesto a punto el sistema se experimentó primeramente con la generación del ciclo límite. Dando resultados muy similares, en comparación con los valores de las oscilaciones del modelo matemático, obtenido en base a los parámetros dados por el fabricante. Lo que confirma una vez más que la aproximación de la función descriptiva es bastante buena.

A continuación se presentan estas dos gráficas para comparar la exactitud de este método, tomando en cuenta que la relación de los valores analógicos multiplicado por 51 son los valores digitales, ésto se debe a que la resolución de la interfase es de 8 bits y equivale a tener un rango en decimales de 0 a 255. Por lo tanto la ganancia de  $255-0/5-0$  es 51. Y la relación de muestreos con el tiempo es de 1s a 33664 conteos.

MODELO CON RELEVADOR DE LAS MISMAS CARACTERÍSTICAS QUE EL REAL

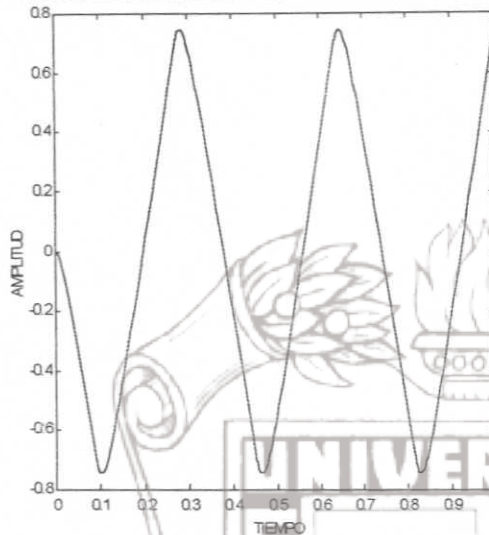


Fig. 6.1a

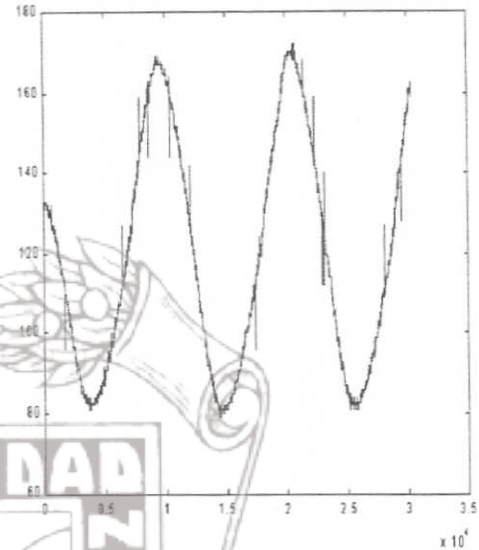


Fig. 6.1b

Una vez obtenidos los valores de las oscilaciones el controlador PID es puesto en operación, previos cálculos de acuerdo a fórmulas obtenidas en el capítulo 4.1.4. En las primeras pruebas los resultados resultaron catastróficos, esto se derivó de errores humanos en la obtención de las constantes, un error en el cálculo efectuado manualmente y otro de conceptualización de los valores de las señales, en esta fase experimental un componente del panel de control fue dañado las dos veces por las oscilaciones excesivas. Una vez detectados los errores se corrió nuevamente el programa ajustandolo a un tiempo de 2 segundos para prevenir alguna otra falla, resultando valores cercanos a lo esperado. Con esta experiencia podemos apreciar el riesgo que puede implicar una mala interpretación en adecuar las señales de diferentes etapas, un error de cálculo o de cualquier tipo en la sintonía de un regulador PID en sistemas críticos o de alto riesgo. Aunque estos tipos de sistemas cuentan con protecciones de seguridad, un procedimiento de esta índole aumentan el riesgo en la seguridad y pérdidas en la producción.

En las siguientes gráficas se presentan la respuesta al escalón del Servomotor y es comparada con los resultados de las simulaciones.



Aquí observamos que en el arranque del controlador, la salida se aleja en unos instantes del punto de referencia, aunque después se sobrepone para alcanzar dicho punto.

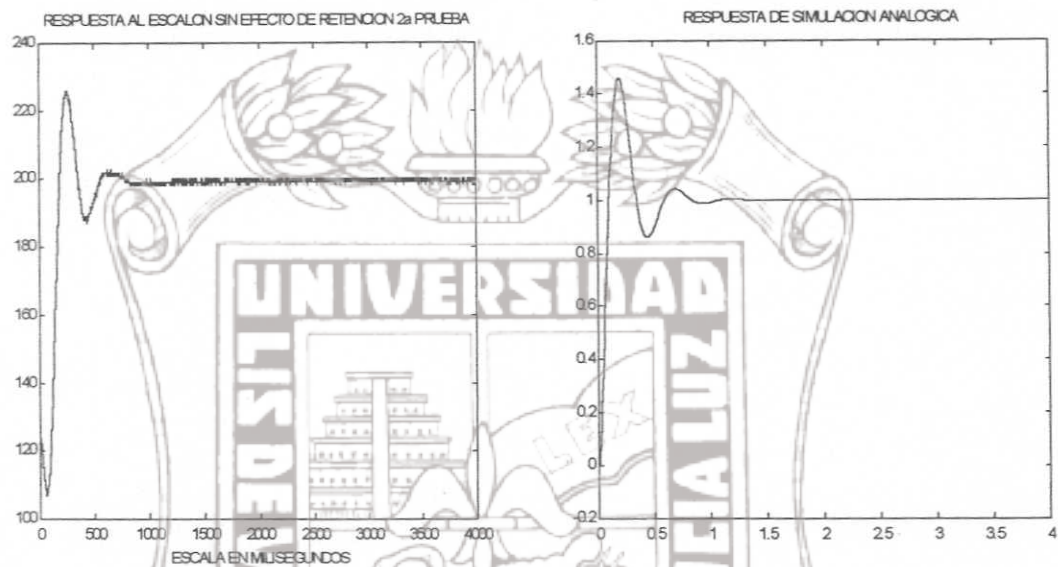


Fig.6.2-a

Fig.6.2b

Posteriormente se realizó otra prueba, en donde la actualización es realizada antes de acotar los valores de la señal actuante, es decir en las pruebas anteriores la señal de actuación pasada UA (ver apéndice A), no excedía de  $\pm 127$ , esto afectaba en el arranque del controlador ya que el valor pasado no tenía el suficiente peso en la ecuación

En la siguiente gráfica se muestra como ésta prueba es muy cercana a la respuesta obtenida en la simulación (cabe señalar que el ruido aquí no interfiere ya que los cálculos efectuados fueron en base al análisis de la gráfica del ciclo límite). Aquí también se observó que el redondeo de las fracciones en la obtención de las constantes afectan considerablemente el desempeño del controlador.

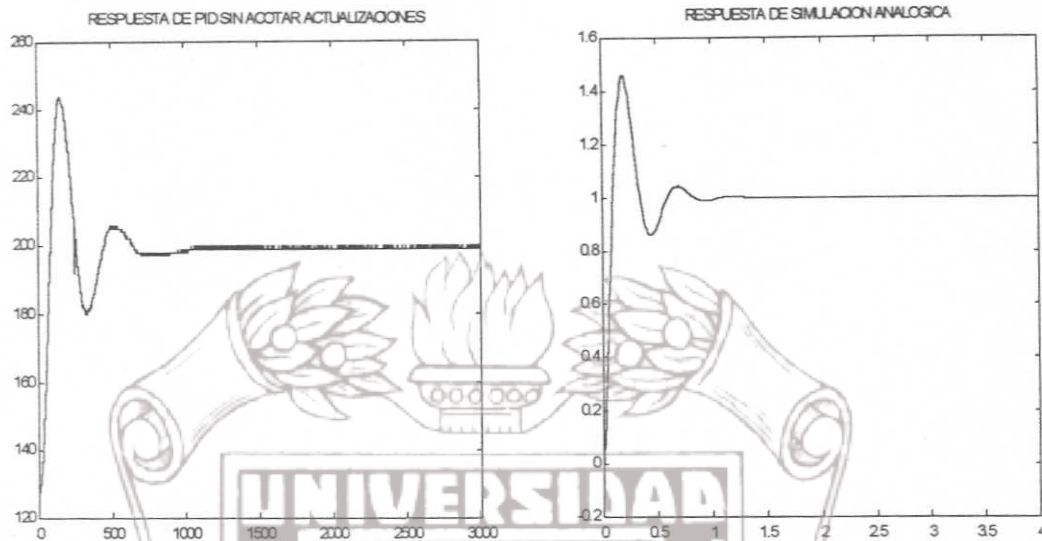


Fig.6.3-a

Fig.6.3b

En las gráficas anteriores se ve como la respuesta del sistema en las simulaciones y experimentos coinciden, en esta prueba se puede decir que el resultado de la prueba experimental es idéntico, ya que los parámetros obtenidos por el fabricante son muy cercanos a la realidad y los cálculos fueron hechos con fuentes confiables, pero en la mayoría de los casos no siempre es así, son solo aproximaciones.

Después de depurar el programa que realiza el cálculo de las constantes para el regulador PID, se procedió a integrar el algoritmo de auto-sintonía y a realizar las corridas, obteniéndose resultados similares en todos los casos. En breve se presenta una tabla que contiene cuatro pruebas con los siguientes resultados para un ancho de histéresis de  $45^\circ$  y una entrada de referencia de  $90^\circ$  (199).

PERIODO	AMPLITUD	kp	Ti	Td
10969	175	1.75	0.089	0.022
11204	175	1.75	0.094	0.023
10773	172	1.83	0.079	0.0198
11118	176	1.72	0.091	0.0229

Las siguientes gráficas representan la salida del sistema con los dos últimos resultados anteriores, en la gráfica Fig.6.4a tiene lugar primeramente un ciclo límite para examinar las características de la planta cuando es aplicado el relevador y después la respuesta del PID al escalón utilizando la fórmula modificada de Z-N, llevando antes al sistema a  $0^\circ$  (127). La gráfica Fig.6.4b muestra la misma secuencia, pero ahora son introducidas primeramente pequeñas perturbaciones y después otra mayor, para observar el desempeño del controlador.

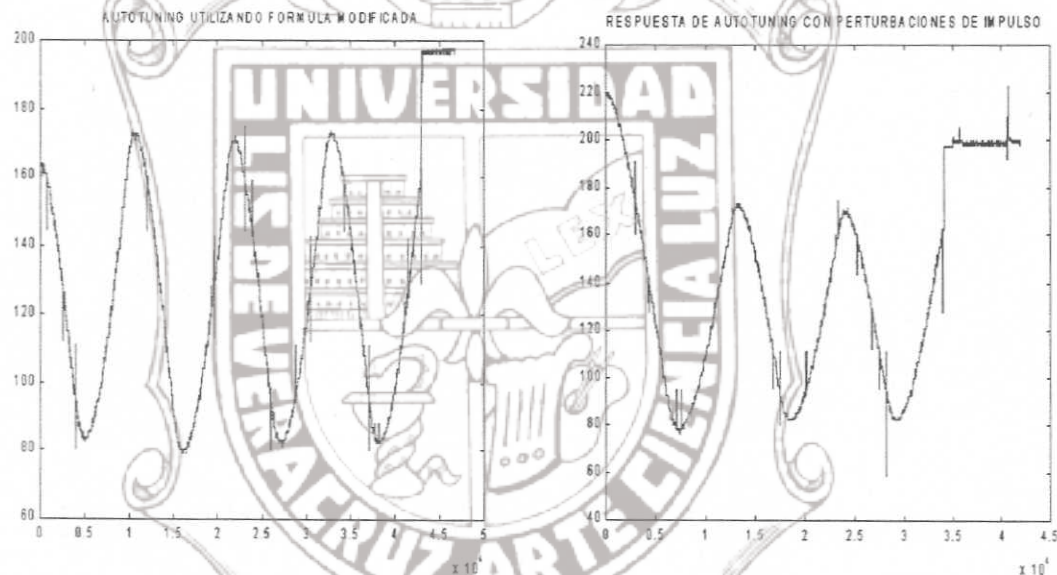


Fig.6.4a

Fig.6.4b

Como observamos en las gráficas anteriores la respuesta del controlador es buena, cabe señalar que el tiempo de muestreo en las oscilaciones es más rápido que el del controlador por lo que en la gráfica, se ve la respuesta casi instantánea.

Por último presentaremos los resultados para comparar diferentes valores de histéresis, aquí podemos apreciar como afecta el ruido para la obtención de los parámetros en el desempeño del controlador, principalmente en la detección del valor pico (amplitud).

En todas las pruebas efectuadas a continuación se realizaron con un tiempo de muestreo de 1ms para el controlador.



A continuación presentaremos una prueba efectuada con un ancho de histéresis de  $5^\circ$

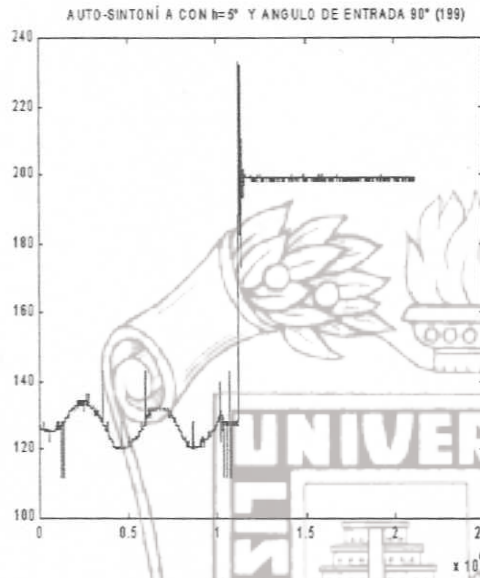


Fig.6.5a

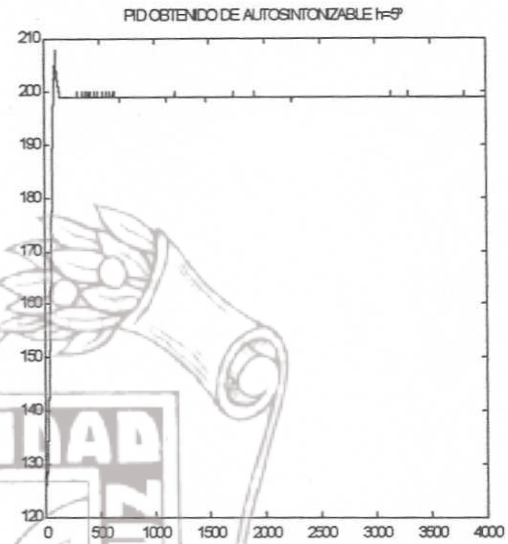


Fig.6.5b

Las siguientes gráficas fueron obtenidas a partir de un ancho de histéresis de  $20^\circ$

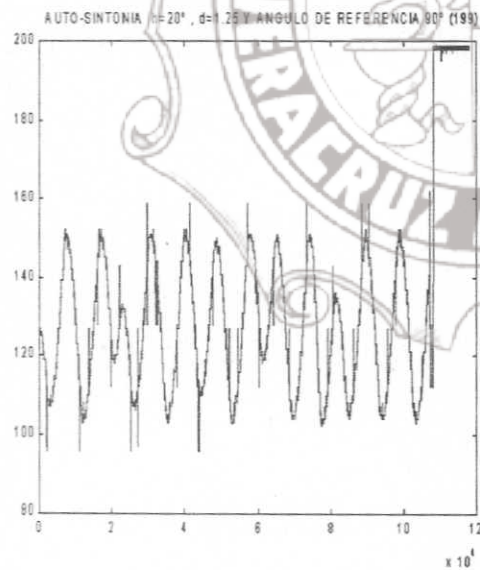


Fig.6.6a

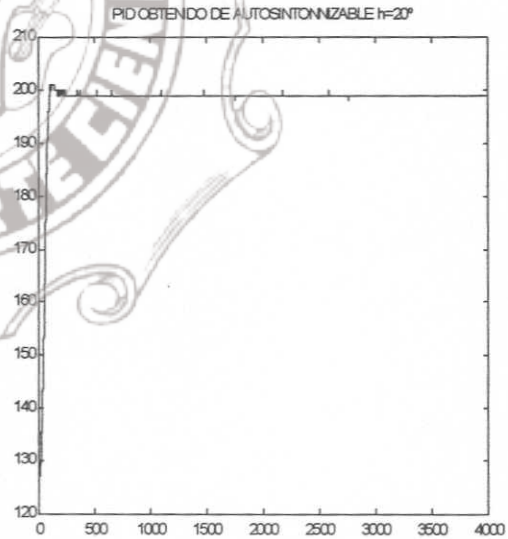


Fig.6.6b

De los resultados anteriores podemos decir que el método es confiable para sintonizar un servomotor de manera eficiente.

## VII.- CONCLUSIONES

En la actualidad los reguladores PID utilizados en la industria tienen una marcada tendencia en mejorar su desempeño, teniendo como uno de los puntos claves una adecuada sintonía entre otros.

En este trabajo es utilizado el método de relevadores retroalimentados, siendo éste un método adecuado para muchas aplicaciones en la industria ya que es posible generar un ciclo límite estable en casi todo tipo de sistemas, con la ayuda de una histéresis en el relevador.

En este trabajo el método es modificado introduciendo una compensación de fase debido a la histéresis del relevador. Esta compensación ha sido considerada para diseñar la sintonía de controladores PID con un criterio aproximado al de Ziegler y Nichols.

Los resultados obtenidos en el análisis, las simulaciones y en los experimentos demuestran la concordancia de esta compensación en el diseño propuesto. De lo anterior concluimos que el método de auto-sintonía por relevadores retroalimentados es un método confiable para ser implementado, cumpliéndose así la hipótesis hecha al principio de este trabajo.

Con esto podemos decir que el objetivo es cumplido, ya que el diseño presentó ser confiable a pesar de contar con un hardware fuera de norma. Debido a que este fue implementado con una interfase la cual no está sincronizada con la PC, y tiene la posibilidad de introducir ruidos en forma de impulsos cuando el registro de salida no está estabilizado al momento de ser leído.

Una de las observaciones que se encontró con este método además de las ya descritas al principio de este trabajo, es la generación de ciclos límites con amplitudes pequeñas (pequeños desplazamientos alrededor de un punto) acentuando las no-linealidades en sistemas que tiene comportamientos lineales como es el caso del Servomotor.

Caso contrario a la mayoría de los procesos químicos en donde las oscilaciones pequeñas alrededor del punto de operación es una región bastante lineal. De los puntos anteriores podemos recomendar una histéresis de por lo menos 10% del SPAN para sistemas electromecánicos y para procesos químicos menor.

El desarrollo de este trabajo puede ser empleado para la continuación de mejoras en PID auto-sintonizables por este método como:

La identificación de diferentes puntos en la curva de Nyquist para mayor conocimiento del sistema, modificando el valor de la histéresis y/o la altura del relevador y relacionando estos puntos entre si, para diseñar respuestas en tiempo transitorio más precisas.

Extender el método utilizando controladores PID's diseñados para ambientes industriales específicos, por ejemplo para corregir efectos de ruidos o de dinámicas especiales como por ejemplo compensación de la fricción en servomecanismos. Otra opción es utilizar el conocimiento de las características obtenidas por éste método para ser usado como un conocimiento previo para elaborar controladores más sofisticados



## BIBLIOGRAFÍA

- [1] K. J. Astrom y B. Wittermark. " Adaptive Control." Editorial Addison - Wesley Segunda Edición. ISBN 0-201-55866-1
- [2] Q. G. Wang, C. C. Hang, y Q. Bi. " A Technique For Frecuency Responce Identification From Relay Feedback" IEEE Transactions on control systems technology. Vol. 7, pp. 122-128 Jenuary 1999.
- [3] Q. G. Wang, T. H. Lee, K. K. Tan. " Automatic Tuning Of Finite Spectrum Assigment Controllers For Delay Systems" Automatica Vol. 31 pp. 477-482. 1995
- [4] C. C. Hang ,K. J. Astrom y W. K. Ho " Relay Autotuning In The Presense Of Static Load Disturbance " Automatica , Vol. 29 pp. 563-564. 1993.
- [5] K. J. Astrom y T. Hagglund. "Automatic Tuning Of Simple Regulators With Specifications On Phase And Amplitude Margins" Automatica, Vol. 20 pp. 645-651, 1984.
- [6] P. E. Wellstead. " Nonparametrics Methods Of Systems Identification" Automatica Vol. 17, pp. 55-69 , 1981.
- [7] K. Ogata " Ingeniería de Control Moderna." Editorial Prentice Hall. ISBN 0-13-464701-7
- [8] Y. Tang " Introducción al control no lineal." Publicaciones UNAM.

- [9] L. Luyben “ Process Modeling, Simulation And Control For Chemical Engineers”,  
Editorial Mc Graw Hill, Segunda Edición. ISBN 0-07-100793-8
- [10] Ch. Rohors, J. L. Melsa, D. Shultz “Sistemas de Control Lineal”, Editorial McGraw  
Hill. ISBN 0-07-041525-0
- [11] K. Ogata “ Sistemas de Control en Tiempo Discreto” Editorial Prentice Hall.  
Segunda Edición ISBN 968-880-539-4
- [12] C. C. Hang, A. P. Loh, y V. Vasnani “ Relay Feedback Auto-Tuning of Cascade  
Controllers” IEEE Transactions on control systems technology. Vol. 2, pp. 42-45  
Enero 1994.
- [13] Jan Axelson “Parallel Port Complete” Editorial Lakeview Research. ISBN 0-  
9650819-1-5
- [14] K. Ogata “Desisning Linear Control Systems With MATLAB” Editorial Prentice  
Hall. ISBN 013-293226-1
- [15] H. M Dectel y P. J. Dectel “ Como Programar en C/C++” Editorial Prentice Hall  
Segunda Edición. ISBN 968-880-471-1
- [16] L. Hsu, R. Ortega, G. Damm. “ A Globally Convergent Frecuency Estimator” IEEE  
Transactions on Automatic Control. Vol. 44, pp. 698-713 Abril 1999.
- [17] J. E. Slotine, W. Li “ Applied Nonlinear Control” Editorial Prentice Hall. ISBN 0-  
13-040890-5





## Programa Para Detectar Características De Oscilaciones

\*\*\*\*\* LLAMADAS DE LIBRERIAS\*\*\*\*\*

```
#include<stdio.h>
#include<dos.h>
#include<conio.h>
```

\*\*\*\*\* INICIO DE PROGRAMA\*\*\*\*\*

```
void main()
{
clrscr();
int yp,yn,y,vp,vpp;
```

\*\*\*\*\* INICIALIZACION Y DECLARACION\*\*\*\*\*

```
float na,ne,n;
unsigned int v0,v1,b1,b2;
n=0;
ne=0;
vp=0;
y=128;
yp=95; /* HISTERESIS POSITIVA*/
yn=159; /* HISTERESIS NEGATIVA*/
outportb (0x0378,191); /* ALTURA DEL RELEVADOR POSITIVA*/
```

\*\*\*\*\* COMIENZA CICLO DE DETCCION DE PERIODO\*\*\*\*\*

```
do
{
outportb (0x0378,191); /* ALTURA DEL RELEVADOR POSITIVA*/
```

```
while (y>yp)
{n++;
```

\*\*\*\*\* LECTURA ANALOGICA\*\*\*\*\*

```
outportb (0x037A,0x0);
v0=inportb(0x0379);
b1=(v0 & 0x78)/8;
outportb (0x037A,0x1);
v1=inportb(0x0379);
b2=(v1 & 0x78)*2;
y=b1+b2;
if (y>vp) /* DETECCION DE PICO*/
vp=y;
}
outportb (0x0378,64); /* ALTURA DEL RELEVADOR NEGATIVA*/
```

```

while (y<yn)
  {n++;
  *****LECTURA ANALOGICA*****
  outportb (0x037A,0x0);
  v0=inportb(0x0379);
  b1=(v0 & 0x78)/8;
  outportb (0x037A,0x1);
  v1=inportb(0x0379);
  b2=(v1 & 0x78)*2;
  y=b1+b2;
  *****
  if (y>vp) /* DETECCION DE PICO*/
    vp=y;
  }
  na=(ne/n)*100; /* RAZON DE CONTEOS*/

  ne=n; /* ACTUALIZA CONTEO ANTERIOR*/
  vpp=vp;
  printf(" el valor de n y na es:%.2f,%.2f\n",n,na);

  n=0;
  vp=0;
  } while (95>na || na>105); /* CRITERIO DE CONVERGENCIA +/- 05% */
  *****TERMINA EL CICLO DE DETECCION*****
  outportb(0x378,127); /* APAGAR EL MOTOR*/
  printf("el conteo y el valor pico es:%.2f,%d\n",ne,vp),
  getch();
  }

```

## CONTROLADOR PID DISCRETO

```

*****LLAMADA A LIBRERIAS*****
#include<stdio.h>
#include<dos.h>
#include<conio.h>

*****INICIO DE PROGRAMA*****

void main()
{
clrscr();

***** DECLARACION E INICIALIZACION DE VARIABLES*****

unsigned int v0,v1,b1,b2,dac,adc;
float U,A,B,G,UA,E,R,EA,EEA;
int Ra;
A=29.8;
UA=0;
B=-57.83;
G=28.056;
*****

printf("introduce el angulo de referencia");
scanf("%d",&Ra);
R=(Ra*(-0.0156)+2.5)*51; /* ADECUACION A DIGITOS*/

while (U>-10) /* CONDICION PARA CICLO INFINITO*/

***** LECTURA ANALOGICA*****
{ outportb (0x037A,0x0);
v0=inportb(0x0379);
b1=(v0 & 0x78)/8;
outportb (0x037A,0x1);
v1=inportb(0x0379);
b2=(v1 & 0x78)*2;
adc=b1+b2;

***** ALGORITMO DE CONTROL PID*****
E=R-adc;
    
```



```
U=A*E+B*EA+G*EAA+UA;
if (U>255) U=255;          /* LIMITE SUPERIOR*/

else if (U<0) U=0;        /* LIMITE INFERIOR*/
```

\*\*\*\*\*ACTUALIZACION DE VARIABLES\*\*\*\*\*

```
EAA=EA;
EA=E;
UA=U;
dac=U+128;
outportb (0x0378,dac);    /* SALIDA DE CONTROLADOR*/
}
}
```

\*\*\*\*\*CALCULO\*\*\*\*\*

**/\*\* En este programa se muestra la rutina de calculo para sintonizar un Controlador PID en base al criterio de Ziegler y Nichols modificado.....\*\*/**

```
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>

void main()
{
int w,h,R,vpp;
float r,vp,q,p,t,kp,A,B,G,Td,Ti,tu,ku,f,fl;
clrscr();
printf("introduce el valor pico\n");
scanf("%d",&vpp);
printf("introduce el periodo en ciclos\n");
scanf("%f",&t);
printf("introduce el ancho de histeresis en grados");
```

```

scanf("%d",&h);
printf("el valor de vpp es: %d\n",vpp);
tu=t/4500;          /****  Conversión de tiempo critico  ****/
R=(h*(0.0156)+2.5)*51-128; /**  Adecuación de grados a decimales  **/
printf("el valor de R es %d:",R);
vp=vpp-128;        /****  Ajustando valor de amplitud  ****/
w=6.283285/tu;     /****  Cálculo de frecuencia critica  ****/
printf("el valor de vp es: %f\n",vp);
ku=240.0/(vp*3.1416); /****  Cálculo de ganancia critica  ****/
f= R/vp;
fl=asin(f);        /****  Cálculo de ángulo de retardo  ****/
printf("el valor de fl es: %f\n",fl);
q=0.785398-fl;    /****  Margen de fase de 45° (criterio Z-N)  ****/
printf("el valor de q es: %f\n",q);
p=tan(q);
kp=ku*cos(q);     /****  Obtención de las constantes  ****/
Td=(p+sqrt(1+p*p))/(2*w);
Ti=(4.0*Td);
printf("el valor de ku es: %f\n",ku);
printf("el valor de Ti es: %f\n",Ti);
printf("el valor de Td es: %f\n",Td);
printf("el valor de kp es: %f\n",kp);
α=kp*(1+(0.001/2*Ti)+(Td/0.001)); /****  Discretización  ****/
β=kp*((0.001/2*Ti)-1-(2*Td/0.001));
γ=kp*Td/0.001;
printf("los valores de A, B, y G son:%g %g %g",A,B,G);
getch();
}

```

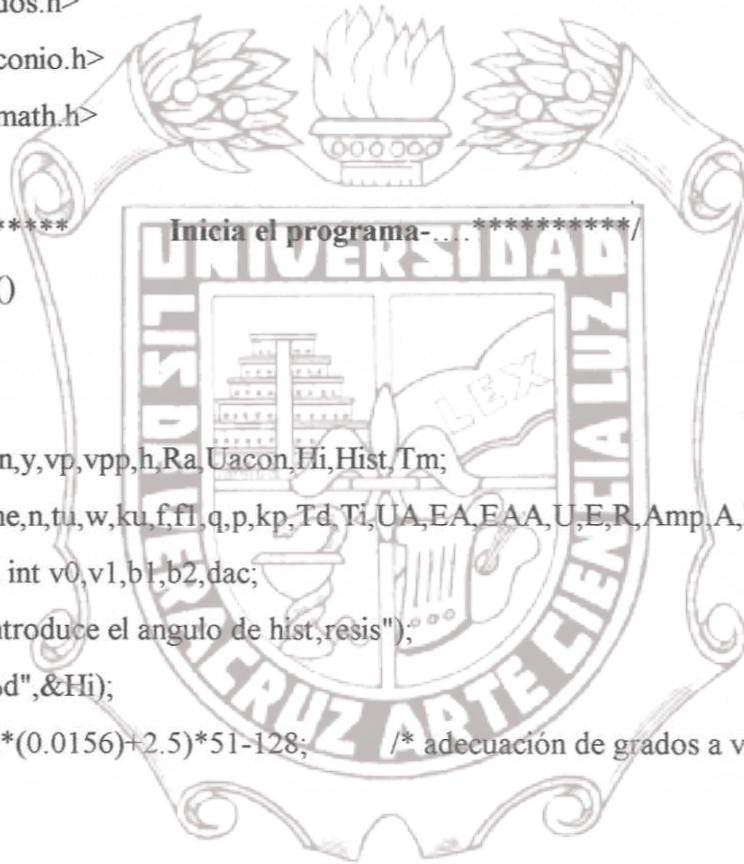
## Algoritmo De Auto-Sintonía Para Reguladores PID

```

/* Directivas del programa (bibliotecas)*/
#include<stdio.h>
#include<dos.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>

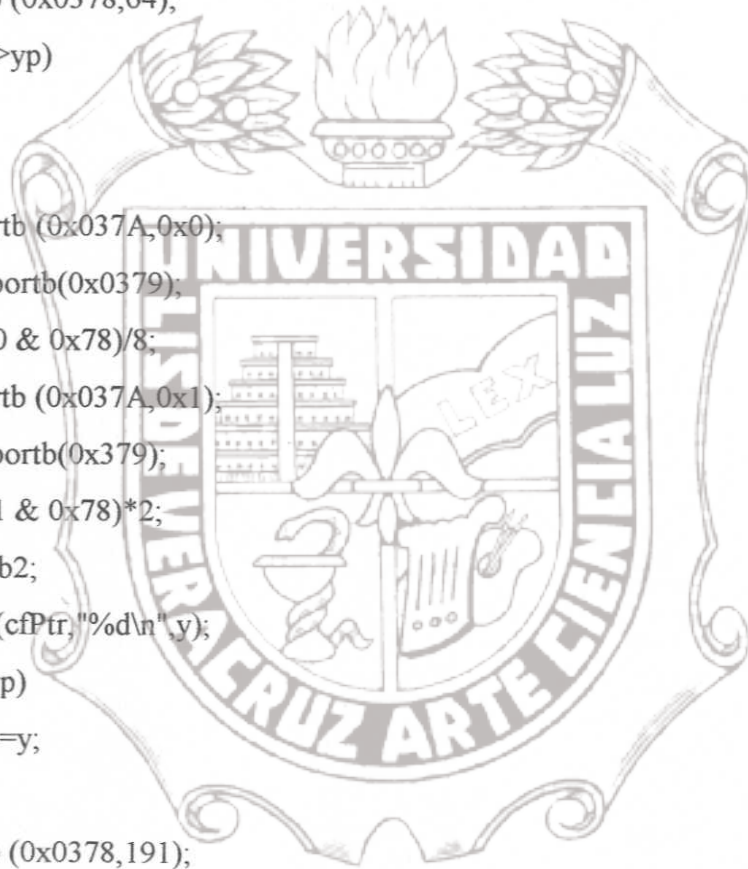
/*****
Inicia el programa-..... *****/
void main()
{
  clrscr();
  int yp,l,yn,y,vp,vpp,h,Ra,Uacon,Hi,Hist,Tm;
  float na,ne,n,tu,w,ku,f,fl,q,p,kp,Td,Ti,UA,EA,EAA,U,E,R,Amp,A,B,G,Tmf,T;
  unsigned int v0,v1,b1,b2,dac;
  printf("introduce el angulo de hist, resis");
  scanf("%d",&Hi);
  Hist=(Hi*(0.0156)+2.5)*51-128; /* adecuación de grados a valores digitales*/
  n=0;
  ne=0;
  vp=0;
  y=128;
  yp=128-Hist; /*corrimiento de los valores de histéresis*/
  yn=Hist+128;
  FILE* cfPtr;
  if((cfPtr=fopen("auto.dat","w"))==NULL)
    printf("el programa detectó un error para abrir archivo\n");

```





```
/****** Generación de ciclo límite *****/  
do  
{  
outportb (0x0378,64);  
while (y>yp)  
{  
n++;  
outportb (0x037A,0x0);  
v0=inportb(0x0379);  
b1=(v0 & 0x78)/8;  
outportb (0x037A,0x1);  
v1=inportb(0x0379);  
b2=(v1 & 0x78)*2;  
y=b1+b2;  
fprintf(cfPtr,"%d\n",y);  
if (y>vp)  
vp=y;  
}  
outportb (0x0378,191);  
while (y<yn)  
{  
n++;  
outportb (0x037A,0x0);  
v0=inportb(0x0379);  
b1=(v0 & 0x78)/8;  
outportb (0x037A,0x1);  
v1=inportb(0x0379);
```



```

b2=(v1 & 0x78)*2;
y=b1+b2;
fprintf(cfPtr,"%d\n",y);
if (y>vp)
    vp=y;
}
na=(ne/n)*100;
ne=n;
n=0;
vpp=vp;
vp=0;
} while (97>na || na>103);
outportb(0x0378,127);
printf("el conteo y el valor pico es: %.2f,%d\n",ne,vpp);

/*****          Cálculo de constantes          *****/
printf("introduce el tiempo de muestreo en milisegundos");
scanf("%d",&Tm);
Tmf=Tm;
T=Tmf/1000;
tu=ne/45000;
h=yn-128;
Amp=vpp-130;
w=6.283285/tu;
ku=240.0/(Amp*3.1416);
f= h/Amp;
fl=asin(f);
q=0.785398-fl;

```



```

p=tan(q);
kp=ku*cos(q);
Td=(p+sqrt(1+p*p))/(2*w);
Ti=(4.0*Td);
printf("el valor de ku es: %fn",ku);
printf("el valor de Ti es: %fn",Ti);
printf("el valor de Td es: %fn",Td);
printf("el valor de kp es: %fn",kp);
A=kp*(1+(T/2*Ti)+(Td/T));
B=kp*((T/2*Ti)-1-(2*Td/T));
G=kp*Td/T;
printf("los valores de A, B, y G son: %f%f%f",A,B,G);

```

/\*\*\*\*\*

**Puesta a cero mediante el controlador PID**

\*\*\*\*\*/

```

UA=0;
EA=0;
EAA=0;
for (l=1;l<1000;l++)
    {delay(Tm);
    outportb (0x037A,0x0);
    v0=inportb(0x0379);
    b1=(v0 & 0x78)/8;
    outportb (0x037A,0x1);
    v1=inportb(0x379);
    b2=(v1 & 0x78)*2;
    y=b1+b2;
    fprintf(cfPtr,"%d\n",y);
    E=128-y;

```



```

U=(A*E)+(B*EA)+(G*EAA)+UA;
UA=U;
EAA=EA;
EA=E;
if (U>128)
    U=128;
if (U<-127)
    U=-127;
Uacon=U+127;
dac=Uacon;
outportb (0x0378,dac);
}
outportb (0x0378,128);

/***** Respuesta del controlador PID ante una entrada escalón.....*****/
printf("introduce el angulo de entrada");
scanf("%d",&Ra);
R=(Ra*(0.0156)+2.5)*51;
UA=0;
EA=0;
EAA=0;
for (l=1;l<10000;l++)
    {delay(Tm);
    outportb (0x037A,0x0);
    v0=inportb(0x0379);
    b1=(v0 & 0x78)/8;
    outportb (0x037A,0x1);
    v1=inportb(0x379);
    
```

```

b2=(v1 & 0x78)*2;
y=b1+b2;
fprintf(cfPtr,"%d\n",y);
E=R-y;
U=(A*E)+(B*EA)+(G*EAA)+UA;
UA=U;
EAA=EA;
EA=E;
if (U>128)
    U=128;
if (U<-127)
    U=-127;
Uacon=U+127;
dac=Uacon;
outportb (0x0378,dac);
}
outportb (0x0378,128);
fclose(cfPtr);
}
    
```







TABLE 2 DVH-1000 OPERATIONAL PARAMETERS

<b>Motor/Load</b>	
<b>Motor Parameters</b>	
Armature Resistance	3.77 ohms
Motor Inertia	0.0054 oz-in-sec <sup>2</sup>
Motor Damping	0.5445 oz-in/rad/sec
Motor Back EMF Factor	0.12032 volts/rad/sec
Motor Torque Constant	17.0 oz-in/amp
Armature Inductance	0.00804 henries
<b>Load Parameters</b>	
Load Inertia	0.1920 oz-in-sec <sup>2</sup>
Load Damping Factor	0.0010 oz-in/rad/sec
<b>Sensors</b>	
<b>Velocity</b>	
Ripple Frequency	11.0 Hz/rev
Armature Inertia	0.001 oz-in-sec <sup>2</sup>
Linearity	0.2 %
Tach Output	0.003 volts/rpm
Terminal Resistance	2200 ohms
Inductance	0.0026 henries
Maximum Speed	20,000 rpm
Nominal Load Resistance	11,500 ohms
<b>Position</b>	
Type	Conductive Plastic
Impedance	5,000 ohms
Rotation	Single Turn
<b>Physical Characteristics</b>	
Envelope Dimensions	17" X 8" X 10"
Weight	12 lbs

Instituto de Ingeniería  
 Universidad Veracruzana

TABLE 1 DVH-1000 CONNECTOR DESCRIPTION

Pin Number	Function
1	Chassis Ground (on Model 767)
4	+10 Volt Reference (to right side of pot)
6	Rate Sensor (+T tachometer output)
8	-10 Volt Reference (to left side of pot)
9	Sh - High Side of Motor
10	Position Sensor (potentiometer output)
11	Rate Sensor (-T tachometer output)
13	Sl - Low Side of Motor

The pin functions listed in Table 1 are brought to the operator panel of the DVH-1000 as shown in Figure 3.

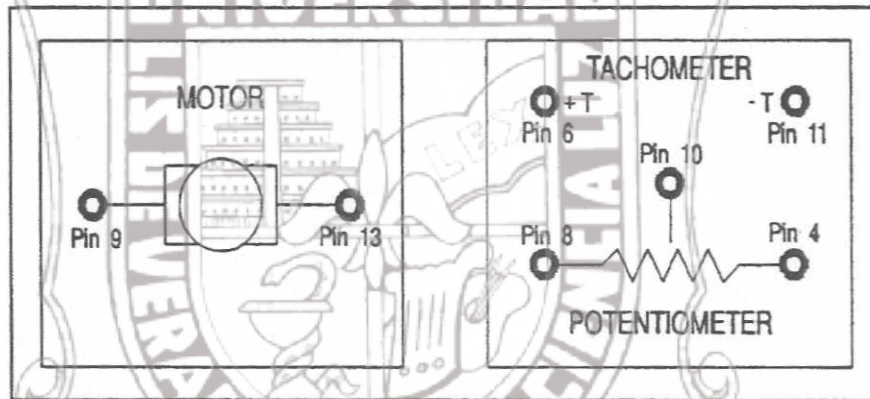


Figure 3. DVH-1000 Terminal Panel

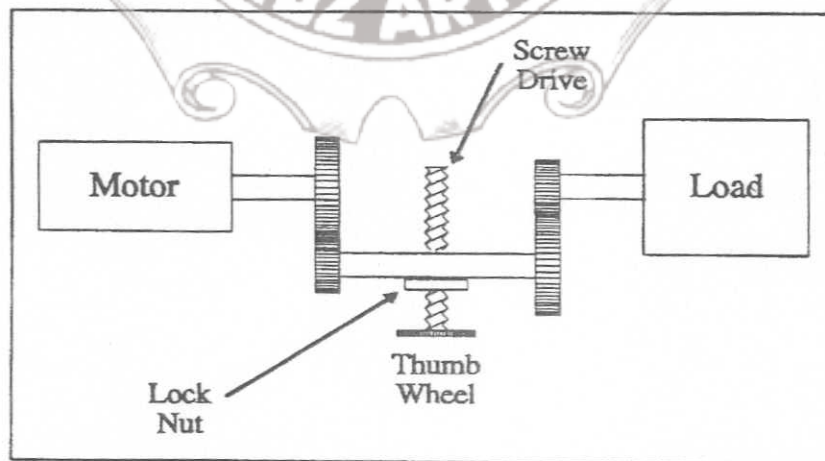
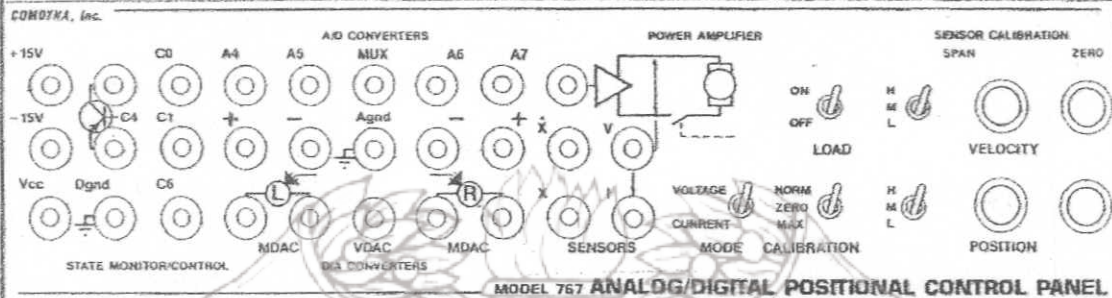


Figure 2. Gear Train Assembly

## MODEL 767 ANALOG/DIGITAL POSITIONAL CONTROL PANEL






























### OPERATOR PANEL LAYOUT



SYMBOL	COLOR CODE	DESCRIPTION
	red	+15 volts regulated power supply.
	white	-15 volts regulated power supply.
	violet	+5 volts Vcc.
	gray	Collector/Emitter of a PNP power transistor that is switched on/off by logic bit C4.
	black	Digital (logic) power ground.
	blue	Logic sense bits.
	orange	Latched output logic control bit.
	green	One of four patch panel inputs to the analog multiplexer. (The remaining four are internally wired to GP-6 amplifiers 1 thru 4.)
	orange	+10 volts precision reference.
	yellow	-10 volts precision reference.

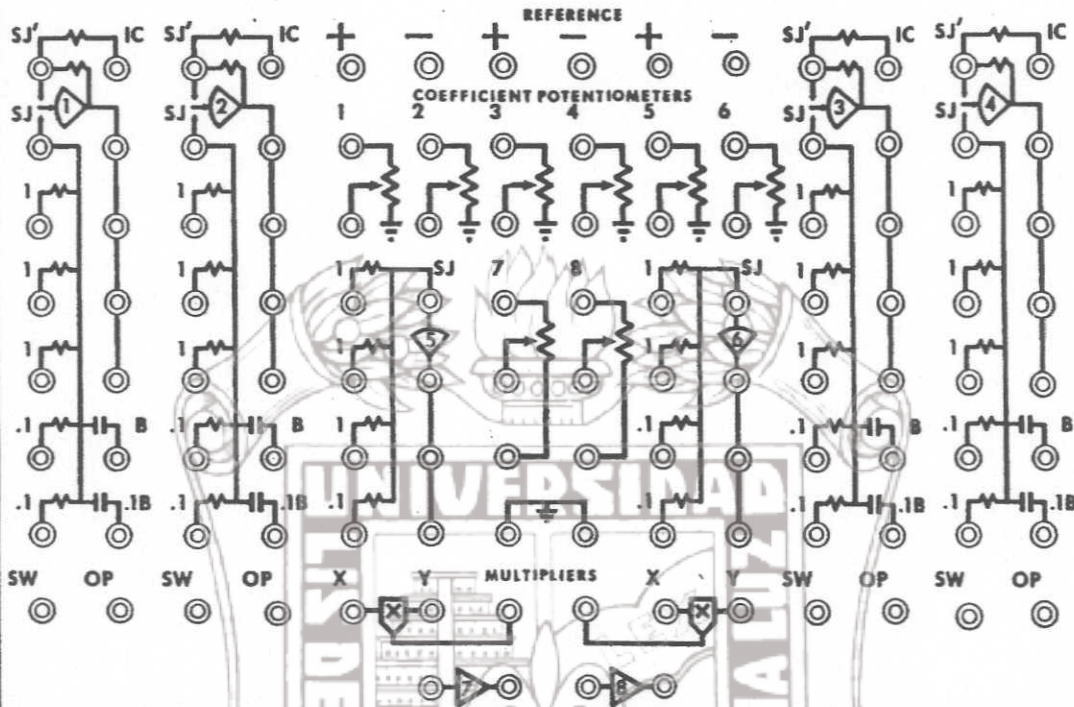


page 6 OPERATOR'S & MAINTENANCE MANUAL

SYMBOL	COLOR CODE	DESCRIPTION
 MDAC	green/red	One of two multiplying digital/analog converters. The analog output (red) is the analog input (green) attenuated by a digital data word setting.
 VDAC	red	Output of the voltage digital analog converter.
 MUX	red	Output of the analog multiplexer (input to the ADC.)
 Agnd	black	Analog (signal) ground.
 X	brown	Scaled velocity sensor output.
 X	brown	Scaled position sensor output.
 V	green	Power amplifier input.
 I	gray	Output of the power amplifier.
 I	gray	Voltage representation of the power amplifier current.
VOLTAGE  CURRENT  NORM  ZERO  MAX  ON  OFF  H  M  L 	white	Selects current or voltage mode operation of the power amplifier.
NORM  ZERO  MAX 	gray	Enables calibration through the power amplifier. NORM is the green patch panel input. ZERO is signal ground. MAX is +10 volts reference.
ON  OFF 	red	Disconnects the power amplifier from the load.
H  M  L 	yellow	Sensor input gain selections; range values set through internal DIP switch positions. H is always unity gain; M is a middle gain selection; L is the greatest gain for scaling the smallest amplitude deflections.
 ZERO	knob	Adjusts the SENSOR output to zero.
 SPAN	knob	Adjusts the SENSOR gain.

COMDYNA, Inc.

3. GP-6 PATCH PANEL



Patch panel graphics represent networks as they are applied in normal analog computer programming. Amplifiers 1 thru 6 may be used as summers or high gain operational amplifiers; amplifiers 1 thru 4 have electronic switch networks and may also be programmed as integrators, track/store amplifiers and single pole, double throw electronic switches. Amplifiers 7 and 8 are inverters. Potentiometers 1 thru 6 are attenuators. Potentiometers 7 and 8 have their bottom ends open and may be used as voltage dividers or attenuators. Multiplier networks have current outputs; with one amplifier each may be used as a multiplier, divider, squarer or square root extractor.

The following is a description of patch panel symbols:

SYMBOL	COLOR CODE	DESCRIPTION
+	Red	Positive reference, considered unity, 1.0, for normalized programming. (Actual amplitude is 10 volts.)
-	Yellow	Negative reference
		High gain operational amplifier.
		High gain operational amplifier with electronic switch.
		Inverter
Y	Red	Amplifier output.
SJ	Gray	The summing junction for amplifiers 1 thru 6. (Active for amplifiers 1 thru 4 when a logic "1" is applied to the "SW" switch control jack or when there is no switch control patching.)

COMDYNA, Inc.

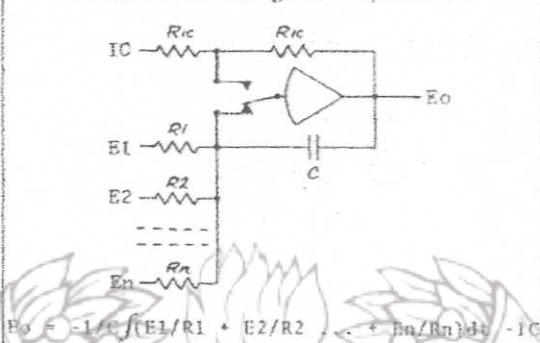
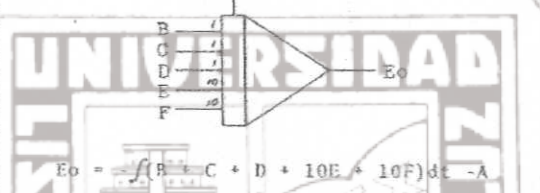
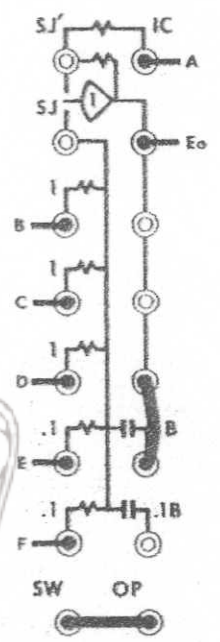

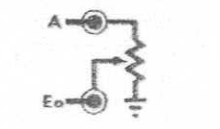

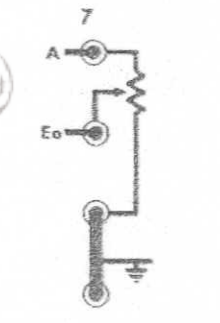
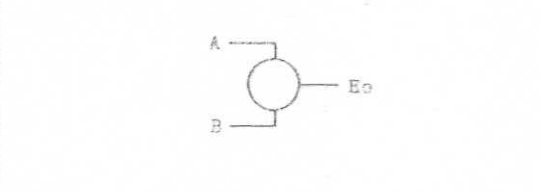
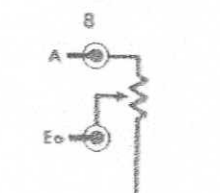






OPERATOR'S MANUAL		page 11
PATCH PANEL OPERATIONS		
FUNCTION	OPERATION	PATCHING
<p>Summer (amplifiers 1-4)</p>	<p>Fundamental Summer Operation</p> $E_o = -R_f(E_1/R_1 + E_2/R_2 \dots + E_n/R_n)$ $E_o = -(A + B + 10C + 10D)$ <p>NO PATCHING TO SWITCH CONTROL "SW"</p>	
<p>Summer (amplifiers 1-4 with IC networks)</p>	$E_o = -(A + B + C)$ <p>NO PATCHING TO SWITCH CONTROL "SW"</p>	
<p>Summer (amplifiers 5 &amp; 6)</p>	$E_o = -(.1A + .1B + .1C)$	
<p>Inverter (amplifiers 7 &amp; 8)</p>	$E_o = -A$	

COMDYNA, Inc.

page 12 FUNCTION	OPERATION	PATCHING
<p style="text-align: center;">Integrator (amplifiers 1-4)</p>	<p style="text-align: center;">Fundamental Integrator Operation</p>  $E_o = -1/C \int (E_1/R_1 + E_2/R_2 + \dots + E_n/R_n) dt - IC$  $E_o = - \int (B + C + D + 10E + 10F) dt - A$	
<p style="text-align: center;">Attenuator (pots 1 - 6)</p>	 $E_o = K(A)$	
<p style="text-align: center;">Attenuator (pots 7 &amp; 8)</p>	 $E_o = K(A)$	
<p style="text-align: center;">Voltage Divider (pots 7 &amp; 8)</p>	 $E_o = K(A - B) + B$	

COMDYNA, Inc.





**Using the ADC0808/  
ADC0809 8-Bit  $\mu$ P  
Compatible A/D Converters  
with 8-Channel Analog  
Multiplexer**

National Semiconductor  
Application Note 247  
Larry Wakeman  
September 1980



Using the ADC0808/ADC0809 8-Bit  $\mu$ P Compatible A/D  
Converters with 8-Channel Analog Multiplexer

**INTRODUCTION**

The ADC0808/ADC0809 Data Acquisition Devices (DAD) implement on a single chip most the elements of the standard data acquisition system. They contain an 8-bit A/D converter, 8-channel multiplexer with an address input latch, and associated control logic. These devices provide most of the logic to interface to a variety of microprocessors with the addition of a minimum number of pins.

These circuits are implemented using a standard metal-gate CMOS process. This process is particularly suitable to applications where both analog and digital functions must be implemented on the same chip.

These two converters, the ADC0808 and ADC0809, are functionally identical except that the ADC0808 has a total unadjusted error of  $\pm 1/2$  LSB and the ADC0809 has an unadjusted error of  $\pm 1$  LSB. They are also related to their big brothers, the ADC0815 and ADC0817 expandable 16 channel converters. All four converters will typically do a conversion in  $\sim 100 \mu$ s when using a 640 kHz clock, but can convert a single input in as little as  $\sim 50 \mu$ s.

**1.0 FUNCTIONAL DESCRIPTION**

The ADC0808/ADC0809, shown in Figure 1, can be functionally divided into 2 basic subcircuits. These two subcircuits are an analog multiplexer and an A/D converter. The multiplexer uses 8 standard CMOS analog switches to provide for up to 8 analog inputs. The switches are selectively turned on, depending on the data latched into a 3-bit multiplexer address register.

The second function block, the successive approximation A/D converter, transforms the analog output of the multiplexer to an 8-bit digital word. The output of the multiplexer goes to one of two comparator inputs. The other input is derived from a 256R resistor ladder, which is tapped by a MOSFET transfer switch tree. The converter control logic controls the switch tree, sampling a particular tap voltage to the comparator. Based on the result of this comparison, the control logic and the successive approximation register (SAR) will decide whether the next tap to be selected should be higher or lower than the present tap on the resistor ladder. This algorithm is executed 8 times per conversion, once every 3 clock periods, yielding a total conversion time of 64 clock periods.

When the conversion cycle is complete the resulting data is loaded into the TRI-STATE<sup>®</sup> output latch. The data in the output latch can then be read by the host system any time before the end of the next conversion. The TRI-STATE capability of the latch allows easy interface to bus oriented systems.

The operation of these converters by a microprocessor or some control logic is very simple. The controlling device first selects the desired input channel. To do this, a 3-bit channel address is placed on the A, B, C input pins; and the ALE input is pulsed positively, clocking the address into the multiplexer address register. To begin the conversion, the START pin is pulsed. On the rising edge of this pulse the internal registers are cleared and on the falling edge the start conversion is initiated.

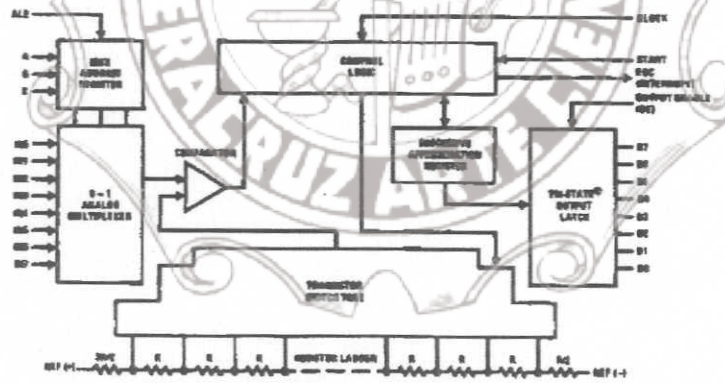


FIGURE 1. ADC0808/ADC0809 Functional Block Diagram

TRI-STATE<sup>®</sup> is a registered trademark of National Semiconductor Corp.

©1980 National Semiconductor Corporation TLV7085

NO-000715 Printed in U.S.A.

AN-247

Instituto de Ingeniería y Tecnología

As mentioned earlier, there are 8 clock periods per approximation. Even though there is no conversion in progress the ADC0808/ADC0809 is still internally cycling through these 8 clock periods. A start pulse can occur any time during this cycle but the conversion will not actually begin until the converter internally cycles to the beginning of the next 8 clock period sequence. As long as the start pin is held high no conversion begins, but when the start pin is taken low the conversion will start within 8 clock periods.

The EOC output is triggered on the rising edge of the start pulse. It, too, is controlled by the 8 clock period cycle, so it will go low within 8 clock periods of the rising edge of the start pulse. One can see that it is entirely possible for EOC to go low before the conversion starts internally, but this is not important, since the positive transition of EOC, which occurs at the end of a conversion, is what the control logic is looking for.

Once EOC does go high this signals the interface logic that the data resulting from the conversion is ready to be read. The output enable (OE) is then raised high. This enables the TRI-STATE outputs, allowing the data to be read. Figure 2 shows the timing diagram.

**2.0 ANALOG INPUTS**

**2.1 Ratiometric Inputs**

The arrangement of the REF(+) and REF(-) inputs is intended to enable easy design of ratiometric converter systems. The REF inputs are located at either end of the 256R resistor ladder and by proper choice of the input voltages several applications can be easily implemented.

Figure 3 shows a typical input connection for ratiometric transducers. A ratiometric transducer is a conversion device whose output is proportional to some arbitrary full-scale value. In other words, this transducer's absolute output value is of no particular concern but the ratio of the output to the

full-scale is of great importance. For example, the potentiometric displacement transducers of Figure 3 have this feature. When the wiper is at midscale, the output voltage is  $V_O = V_F \times (\text{Wiper Displacement}) = V_F \times 0.5$ . This enables the use of much less accurate and less expensive references. The important consideration for this reference is noise. The reference must be "glitch free" because a voltage spike during a conversion cycle could cause conversion inaccuracies.

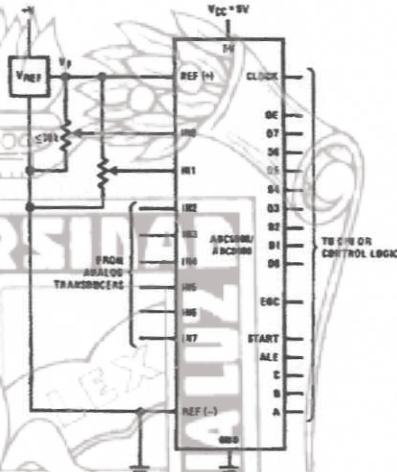


FIGURE 3. Ratiometric Converter with Separate Reference

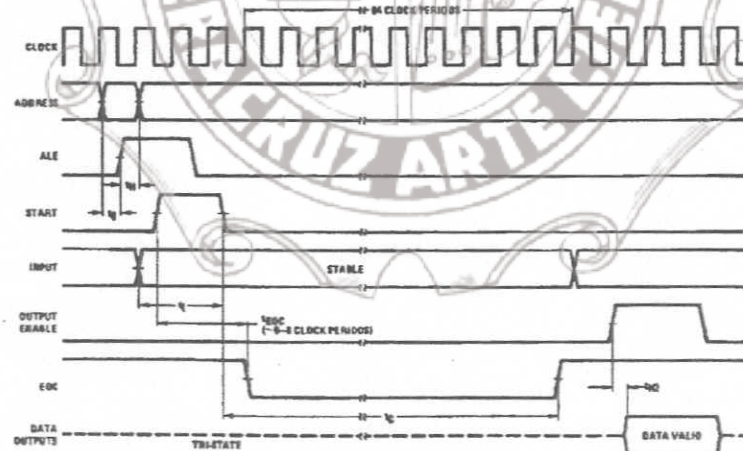


FIGURE 2. ADC0808/ADC0809 Timing Diagram

TL/H/5623-2





January 1995

## DAC0800/DAC0801/DAC0802 8-Bit Digital-to-Analog Converters

### General Description

The DAC0800 series are monolithic 8-bit high-speed current-output digital-to-analog converters (DAC) featuring typical settling times of 100 ns. When used as a multiplying DAC, monotonic performance over a 40 to 1 reference current range is possible. The DAC0800 series also features high compliance complementary current outputs to allow differential output voltages of 20 V<sub>p-p</sub> with simple resistor loads as shown in Figure 1. The reference-to-full-scale current matching of better than ±1 LSB eliminates the need for full-scale trims in most applications while the nonlinearities of better than ±0.1% over temperature minimizes system error accumulations.

The noise immune inputs of the DAC0800 series will accept TTL levels with the logic threshold pin, V<sub>LC</sub>, grounded. Changing the V<sub>LC</sub> potential will allow direct interface to other logic families. The performance and characteristics of the device are essentially unchanged over the full ±4.5V to ±18V power supply range; power dissipation is only 33 mW with ±5V supplies and is independent of the logic input states.

The DAC0800, DAC0802, DAC0800C, DAC0801C and DAC0802C are a direct replacement for the DAC-08, DAC-08A, DAC-08C, DAC-08E and DAC-08H, respectively.

### Features

- Fast settling output current 100 ns
- Full scale error ±1 LSB
- Nonlinearity over temperature ±0.1%
- Full scale current drift ±10 ppm/°C
- High output compliance -10V to +18V
- Complementary current outputs
- Interface directly with TTL, CMOS, PMOS and others
- 2 quadrant wide range multiplying capability
- Wide power supply range ±4.5V to ±18V
- Low power consumption 33 mW at ±5V
- Low cost

### Typical Applications

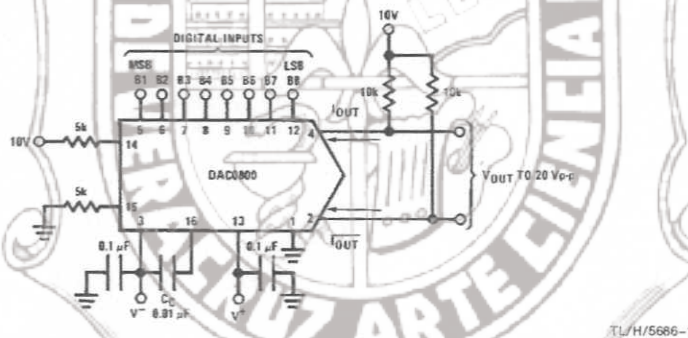


FIGURE 1. ±20 V<sub>p-p</sub> Output Digital-to-Analog Converter (Note 4)

TL/H/5686-1

### Ordering Information

Non-Linearity	Temperature Range	Order Numbers				
		J Package (J16A)*		N Package (N16A)*		SO Package (M16A)
±0.1% FS	0°C ≤ T <sub>A</sub> ≤ +70°C	DAC0802LCJ	DAC-08HQ	DAC0802LCN	DAC-08HP	DAC0802LCM
±0.19% FS	-55°C ≤ T <sub>A</sub> ≤ +125°C	DAC0800LJ	DAC-08Q			
±0.19% FS	0°C ≤ T <sub>A</sub> ≤ +70°C	DAC0800LCJ	DAC-08EQ	DAC0800LCN	DAC-08EP	DAC0800LCM
±0.39% FS	0°C ≤ T <sub>A</sub> ≤ +70°C			DAC0801LCN	DAC-08CP	DAC0801LCM

\*Devices may be ordered by using either order number.

DAC0800/DAC0801/DAC0802 8-Bit Digital-to-Analog Converters

Instituto de Ingeniería y Tecnología Universidad Nacional Autónoma de México



**Absolute Maximum Ratings** (Note 1)

If Military/Aerospace specified devices are required, please contact the National Semiconductor Sales Office/Distributors for availability and specifications.

Supply Voltage ( $V^+ - V^-$ )	$\pm 18V$ or $36V$
Power Dissipation (Note 2)	500 mW
Reference Input Differential Voltage (V14 to V15)	$V^-$ to $V^+$
Reference Input Common-Mode Range (V14, V15)	$V^-$ to $V^+$
Reference Input Current	5 mA
Logic Inputs	$V^-$ to $V^-$ plus $36V$
Analog Current Outputs ( $V_{S^-} = -15V$ )	4.25 mA
ESD Susceptibility (Note 3)	TBD V
Storage Temperature	$-65^\circ C$ to $+150^\circ C$

Lead Temp. (Soldering, 10 seconds)

Dual-In-Line Package (plastic)	260°C
Dual-In-Line Package (ceramic)	300°C
Surface Mount Package	
Vapor Phase (60 seconds)	215°C
Infrared (15 seconds)	220°C

**Operating Conditions** (Note 1)

	Min	Max	Units
Temperature ( $T_A$ )			
DAC0800L	-55	+125	°C
DAC0800LC	0	+70	°C
DAC0801LC	0	+70	°C
DAC0802LC	0	+70	°C

**Electrical Characteristics**

The following specifications apply for  $V_S = \pm 15V$ ,  $I_{REF} = 2$  mA and  $T_{MIN} \leq T_A \leq T_{MAX}$  unless otherwise specified. Output characteristics refer to both  $I_{OUT}$  and  $I_{OUT}$ .

Symbol	Parameter	Conditions	DAC0802LC			DAC0800L/ DAC0800LC			DAC0801LC			Units
			Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
	Resolution		8	8	8	8	8	8	8	8	8	Bits
	Monotonicity		8	8	8	8	8	8	8	8	8	Bits
	Nonlinearity				$\pm 0.1$			$\pm 0.19$			$\pm 0.39$	%FS
$t_s$	Settling Time	To $\pm 1/2$ LSB, All Bits Switched "ON" or "OFF", $T_A = 25^\circ C$		100	135					100	150	ns
		DAC0800L				100	135					ns
		DAC0800LC				100	150					ns
$t_{PLH}$ , $t_{PHL}$	Propagation Delay Each Bit All Bits Switched	$T_A = 25^\circ C$		35	60		35	60		35	60	ns
				35	60		35	60		35	60	ns
$TC_{FS}$	Full Scale Tempo			$\pm 10$	$\pm 50$		$\pm 10$	$\pm 50$		$\pm 10$	$\pm 60$	ppm/°C
$V_{OC}$	Output Voltage Compliance	Full Scale Current Change $< 1/2$ LSB, $R_{OUT} > 20$ M $\Omega$ Typ		10	18	-10	18	-10		18	18	V
$I_{FS4}$	Full Scale Current	$V_{REF} = 10.000V$ , $R_{14} = 5.000$ k $\Omega$ , $R_{15} = 5.000$ k $\Omega$ , $T_A = 25^\circ C$	1.984	1.992	2.000	1.94	1.99	2.04	1.94	1.99	2.04	mA
$I_{FS5}$	Full Scale Symmetry	$I_{FS4} - I_{FS2}$		$\pm 0.5$	$\pm 4.0$		$\pm 1$	$\pm 8.0$		$\pm 2$	$\pm 16$	$\mu A$
$I_{ZS}$	Zero Scale Current			0.1	1.0		0.2	2.0		0.2	4.0	$\mu A$
$I_{FSR}$	Output Current Range	$V^- = -5V$ $V^- = -8V$ to $-18V$	0	2.0	2.1	0	2.0	2.1	0	2.0	2.1	mA
			0	2.0	4.2	0	2.0	4.2	0	2.0	4.2	mA
$V_{IL}$ , $V_{IH}$	Logic Input Levels Logic "0" Logic "1"	$V_{LC} = 0V$		2.0	0.8	2.0	0.8	2.0		2.0	0.8	V
				2.0	0.8	2.0	0.8	2.0		2.0	0.8	V
$I_{IL}$ , $I_{IH}$	Logic Input Current Logic "0" Logic "1"	$V_{LC} = 0V$ $-10V \leq V_{IN} \leq +0.8V$ $2V \leq V_{IN} \leq +18V$		-2.0	-10		-2.0	-10		-2.0	-10	$\mu A$
				0.002	10		0.002	10		0.002	10	$\mu A$
$V_{IS}$	Logic Input Swing	$V^- = -15V$		-10	18	-10	18	-10		18	18	V
$V_{THR}$	Logic Threshold Range	$V_S = \pm 15V$		-10	13.5	-10	13.5	-10		13.5	13.5	V
$I_{IS}$	Reference Bias Current			-1.0	-3.0		-1.0	-3.0		-1.0	-3.0	$\mu A$
$di/dt$	Reference Input Slew Rate	(Figure 12)		4.0	8.0		4.0	8.0		4.0	8.0	mA/ $\mu S$
$PSSI_{FS+}$	Power Supply Sensitivity	$4.5V \leq V^+ \leq 18V$		0.0001	0.01		0.0001	0.01		0.0001	0.01	%/%
$PSSI_{FS-}$		$-4.5V \leq V^- \leq 18V$ $I_{REF} = 1mA$		0.0001	0.01		0.0001	0.01		0.0001	0.01	%/%
$I^+$ , $I^-$	Power Supply Current	$V_S = \pm 5V$ , $I_{REF} = 1$ mA		2.3	3.8		2.3	3.8		2.3	3.8	mA
				-4.3	-5.8		-4.3	-5.8		-4.3	-5.8	mA
$I^+$ , $I^-$		$V_S = 5V$ , $-15V$ , $I_{REF} = 2$ mA		2.4	3.8		2.4	3.8		2.4	3.8	mA
				-6.4	-7.8		-6.4	-7.8		-6.4	-7.8	mA
$I^+$ , $I^-$		$V_S = \pm 15V$ , $I_{REF} = 2$ mA		2.5	3.8		2.5	3.8		2.5	3.8	mA
				-6.5	-7.8		-6.5	-7.8		-6.5	-7.8	mA

## Electrical Characteristics (Continued)

The following specifications apply for  $V_S = \pm 15V$ ,  $I_{REF} = 2\text{ mA}$  and  $T_{MIN} \leq T_A \leq T_{MAX}$  unless otherwise specified. Output characteristics refer to both  $I_{OUT}$  and  $\bar{I}_{OUT}$ .

Symbol	Parameter	Conditions	DAC0802LC			DAC0800L/ DAC0800LC			DAC0801LC			Units
			Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
$P_D$	Power Dissipation	$\pm 5V, I_{REF} = 1\text{ mA}$ $5V, -15V, I_{REF} = 2\text{ mA}$ $\pm 15V, I_{REF} = 2\text{ mA}$		33	48		33	48		33	48	mW
				108	136		108	136		108	136	mW
				135	174		135	174		135	174	mW

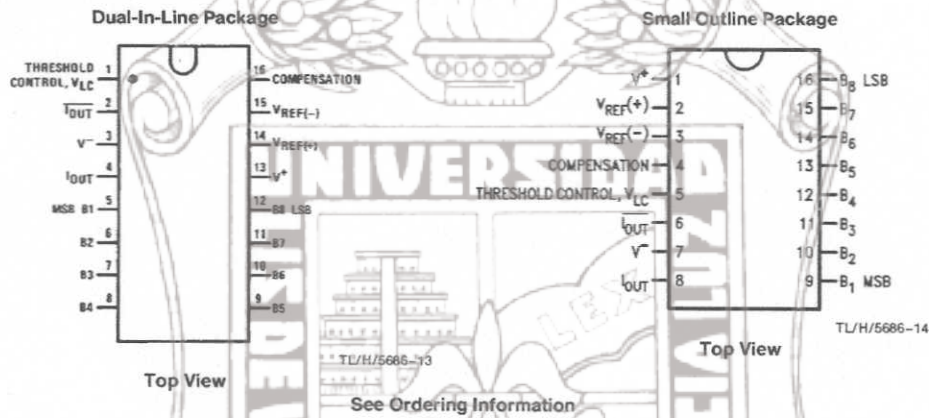
**Note 1:** Absolute Maximum Ratings indicate limits beyond which damage to the device may occur. DC and AC electrical specifications do not apply when operating the device beyond its specified operating conditions.

**Note 2:** The maximum junction temperature of the DAC0800, DAC0801 and DAC0802 is 125°C. For operating at elevated temperatures, devices in the Dual-In-Line J package must be derated based on a thermal resistance of 100°C/W, junction-to-ambient, 175°C/W for the molded Dual-In-Line N package and 100°C/W for the Small Outline M package.

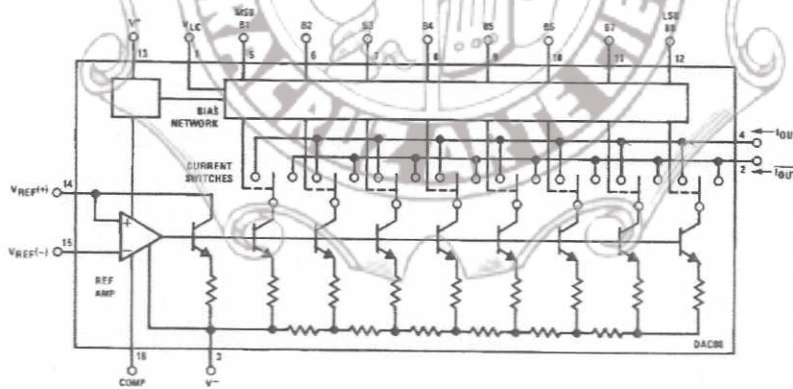
**Note 3:** Human body model, 100 pF discharged through a 1.5 kΩ resistor.

**Note 4:** Pin-out numbers for the DAC080X represent the Dual-In-Line package. The Small Outline package pin-out differs from the Dual-In-Line package.

## Connection Diagrams



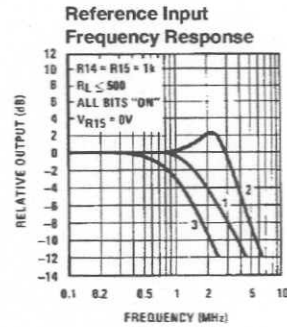
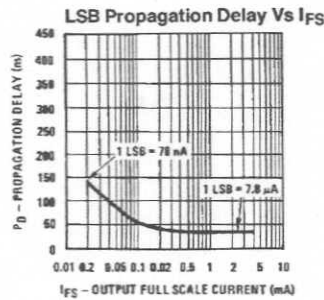
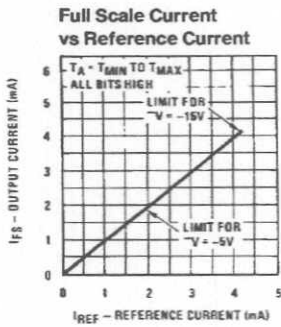
## Block Diagram (Note 4)



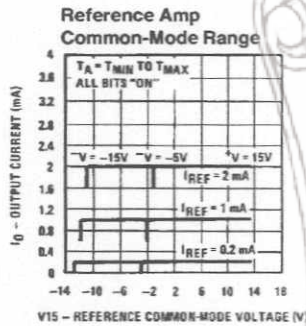
TL/H/5686-2



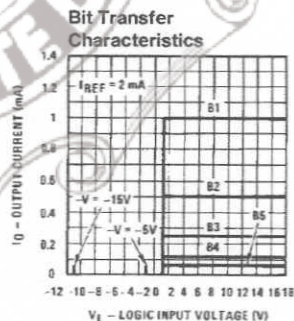
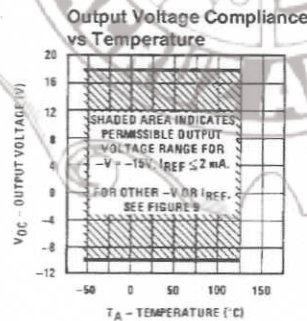
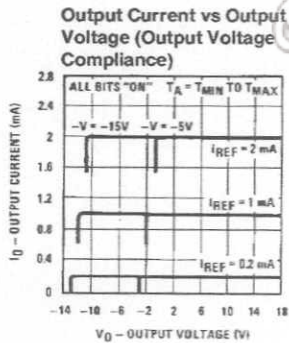
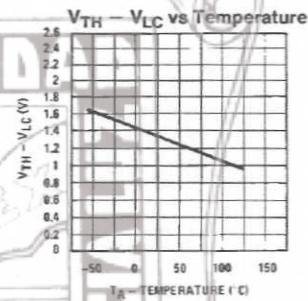
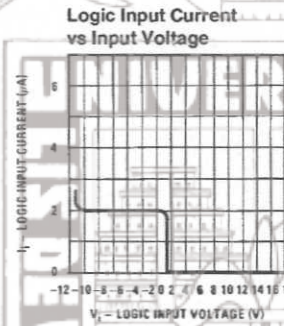
Typical Performance Characteristics



Curve 1:  $C_C = 15$  pF,  $V_{IN} = 2$  Vp-p centered at 1V.  
Curve 2:  $C_C = 15$  pF,  $V_{IN} = 50$  mVp-p centered at 200 mV.  
Curve 3:  $C_C = 0$  pF,  $V_{IN} = 100$  mVp-p at 0V and applied through 50  $\Omega$  connected to pin 14. 2V applied to R14.



Note. Positive common-mode range is always  $(V+) - 1.5V$



TL/H/5686-3

Note. B1-B8 have identical transfer characteristics. Bits are fully switched with less than  $\frac{1}{2}$  LSB error, at less than  $\pm 100$  mV from actual threshold. These switching points are guaranteed to lie between 0.8 and 2V over the operating temperature range ( $V_{LC} = 0V$ ).