



UNIVERSIDAD VERACRUZANA

INSTITUTO DE INGENIERIA

**ANÁLISIS, DISEÑO Y SIMULACIÓN DE
CONTROLADORES APLICADOS A UN
CILINDRO HIDRAULICO**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA
OPCION CONTROL**

PRESENTA:

ING. GUSTAVO FIGUEROA ARRES

H. VERACRUZ, VER.

ENERO DE 2001

Proyecto de Digitalización de Tesis
Responsable M.B. Alberto Pedro Lorandi Medina
Colaboradores: Estanislao Ferman Garcia
M.B. Enrique Rodriguez Magaña

Tesis de Maestría



UNIVERSIDAD VERACRUZANA INSTITUTO DE INGENIERIA

H. Veracruz, Ver., a 24 de Enero del 2001
DI017/01

Al Candidato al Grado:
ING. GUSTAVO FIGUEROA ARRES
PRESENTE:

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a Usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Dr. Vicente Miguel Díaz de León, para que lo desarrolle como tesis, para obtener el Grado de Maestro en Ingeniería Eléctrica Opción Control:

TEMA:
"ANÁLISIS, DISEÑO Y SIMULACION DE CONTROLADORES APLICADOS A UN CILINDRO HIDRAULICO"

- I .- Introducción
 - II .- Establecimiento del problema
 - III .- Marco teórico y conceptual
 - IV .- Análisis matemático y diseño de controladores del cilindro hidráulico
 - V .- Simulación y resultados de los controladores
 - VI .- Conclusiones
 - VII .- Trabajos futuros
- Apéndice
Bibliografía

Sin otro particular, me es grato quedar de Usted como su atento y seguro servidor.

ATENTAMENTE
"LIS DE VERACRUZ: ARTE, CIENCIA, LUZ"


DR. ENRIQUE A. MORALES GONZALEZ
DIRECTOR

MEMC/apm*

AGRADECIMIENTOS

A dios, por que el siempre está a mi lado y ha sabido guiarme por el camino correcto y así poder realizar una meta más en mi vida.

A mis padres, por su apoyo y confianza que me han brindado siempre y por ayudarme a ser lo que soy.

A mis hermanos Jaime, César Ariel e Iris, por que me han dado apoyo y ánimo para seguir adelante.

A mi tía Asunción, por ser una madre más en mi vida y por su apoyo incondicional que siempre me ha brindado.

A mi asesor, Dr. Vicente Miguel Díaz de León Santiago, por haberme dado la oportunidad de desarrollar esta tesis y sus consejos para la realización de la misma.

Al Ing. Héctor Manuel Pérez Ramírez, por ser un punto de apoyo muy importante en mis estudios y por su colaboración en la realización de éste trabajo.

A mis amigos Ricardo y Miguel Vidal, por su apoyo brindado para la conclusión de ésta tesis.

A mis amigos Demian, Isaac, Juan Carlos, Miguel de la Rosa, Jaime Cañas, Renáto, Ricardo Vivanco, Virgilio Miranda, Guty, Juliete, Verónica Bartolo, José Ismael, Ubaldo e Iker, por todos los momentos vividos durante la maestría,

A todas las personas que trabajan en el Instituto de Ingeniería que de una u otra forma me brindaron todas las facilidades para la realización de mis estudios y esta tesis.

Gustavo Figueroa Arrés.
H. Veracruz, Ver. Enero de 2001

INDICE GENERAL

RESUMEN	3
I. INTRODUCCION	4
II. ESTABLECIMIENTO DEL PROBLEMA	6
2.1 Planteamiento del Problema	6
2.2 Hipótesis	6
2.3 Objetivo	6
2.4 Alcance	6
III. MARCO TEORICO Y CONCEPTUAL	7
3.1 Conceptos Básicos de Sistemas Hidráulicos	7
3.1.1 Características	7
3.2. Leyes de Control Aplicadas al Cilindro Hidráulico	12
3.2.1 Acción de Control Proporcional	12
3.2.2 Acción de Control Integral	13
3.2.3 Acción de Control Derivativo	13
3.2.4 Acción de Control Proporcional y Derivativo e Integral	14
3.2.5 Control Basado en el Método Directo de Estabilidad de Lyapunov	15
3.2.6 Control Robusto con Respecto a la Incertidumbre Paramétrica	16

IV. ANALISIS MATEMATICO Y DISEÑO DE CONTROLADORES DEL CILINDRO HIDRAULICO.	18
4.1 Introducción	18
4.2 Diseño del Modelo Matemático del Cilindro Hidráulico	18
4.3 Diseño de Controladores	25
4.3.1 Diseño del Control Basado en el Método de Estabilidad de Lyapunov	25
4.3.2 Diseño de Control Robusto con Respecto a la Incertidumbre Paramétrica	27
V. SIMULACIONES Y RESULTADOS DE LOS CONTROLADORES	34
5.1 Simulación del Controlador PID	34
5.2 Gráficas de la Simulación del Controlador por el Método Directo de Lyapunov	37
5.3 Gráfica de la Simulación del Control Robusto con incertidumbre paramétrica	40
VI. CONCLUSIONES	43
VII. TRABAJOS FUTUROS	44
APENDICE A	45
APENDICE B	51
BIBLIOGRAFIA	55

RESUMEN

El control automático cada vez es más importante para el desarrollo de la ciencia y tecnología, ya que nos permite hacer trabajos con una gran precisión y exactitud por lo que éste compara el valor efectivo de salida de una planta con el valor deseado, determina la desviación y produce una señal de control que reduce la desviación a cero o a un valor pequeño.

Esta tesis hace un análisis, diseño y simulación de controladores de tipo clásico (PID) y robusto aplicado a un servomecanismo hidráulico (cilindro) con incertidumbre paramétrica. también se hace mención de un controlador basado en el método directo de Lyapunov de tal manera que se pudo comprobar por que los controles robustos son mejores que los clásicos en éste tipo de actuadores, tanto en tiempo de respuesta, como en el seguimiento del error.

Para simular los controladores diseñados se utilizó el paquete SIMULINK, que se encuentra en el software de MATLAB versión 5.3, en el cual se observó y se comparó los resultados obtenidos por lo que es una herramienta muy poderosa para poder analizar cualquier tipo de sistemas

I. INTRODUCCION.

En los años recientes, los sistemas de control han asumido un papel cada vez más importante en el desarrollo y avance de la civilización moderna y la tecnología. Los sistemas de control se encuentran en gran cantidad en todos los sectores de la industria, tales como control de calidad de los productos manufacturados, líneas de ensamble automático, control de máquinas-herramientas, tecnología espacial y sistemas de armas, control por computadora, sistemas de transporte, sistemas de potencia, robótica y muchos otros.

La hidráulica, ciencia de los fluidos se le ha tomado mucha atención en el área del control hidráulico, ya que con estos tipos de sistemas de alta presión se pueden obtener fuerzas muy grandes y es posible ubicar cargas pesadas con precisión y acción rápida. También se utiliza extensamente combinaciones de sistemas hidráulicos y electrónicos, por que en ellos se suman las ventajas de ambos.

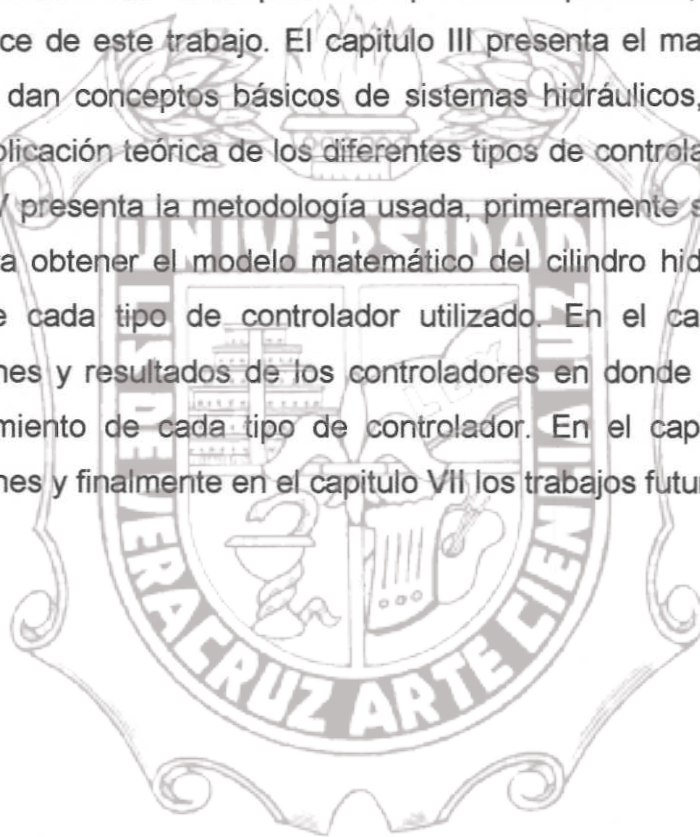
Muchas veces dentro de los sistemas hidráulicos, la viscosidad puede provocar perturbaciones pero pueden ser controladas. El ingeniero de control debe tener la facilidad y capacidad para realizar muchos cambios para que el incremento de la viscosidad mantenga una respuesta adecuada.

En este trabajo, el cilindro hidráulico posee una fricción no lineal, la cual depende de la viscosidad del fluido y de la temperatura por lo que pretendemos contrarrestar los efectos producidos por la fricción, ya que ésta nos produce valores no deseados tanto como en posicionamiento de alta precisión, así como en seguimiento de la velocidad.

Por lo cual se han propuesto diferentes tipos de controladores como son: PID [1, 2], el método directo de Lyapunov [3, 4] y un tipo robusto con incertidumbre paramétrica [5], en los diferentes diseños se obtuvieron resultados aceptables, pero dando un mejor desempeño en todos los aspectos del tipo

robusto con incertidumbre paramétrica, ya que este tipo de controlador permite incorporar los factores relacionados con las incertidumbres y las perturbaciones, y tiene la capacidad que su desempeño del sistema compensado sea insensible a las incertidumbres.

La presentación de este trabajo tiene el siguiente orden: el capítulo II proporciona información del problema que se nos presenta, así como los objetivos y el alcance de este trabajo. El capítulo III presenta el marco teórico conceptual donde se dan conceptos básicos de sistemas hidráulicos, características y una breve explicación teórica de los diferentes tipos de controladores utilizados. En el capítulo IV presenta la metodología usada, primeramente se da el diseño que se utilizó para obtener el modelo matemático del cilindro hidráulico y se detalla el diseño de cada tipo de controlador utilizado. En el capítulo V presenta las simulaciones y resultados de los controladores en donde se ve gráficamente el comportamiento de cada tipo de controlador. En el capítulo VI menciona las conclusiones y finalmente en el capítulo VII los trabajos futuros.



II. ESTABLECIMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los problemas que se presentan, son las fuerzas de fricción que actúan en el cilindro hidráulico, así como las incertidumbres que no nos permiten tener una alta precisión en cuanto al control de posición, ni un buen seguimiento de la velocidad, ya que los controles clásicos tienen un margen de error suficientemente grande, lo que los hace que no sean confiables para este tipo de actuador.

2.2 HIPOTESIS

Los controles robustos son ideales para este tipo de actuador, porque el desempeño que presenta compensando el sistema hidráulico lo hace insensible a las perturbaciones, por lo que muestran la gran ventaja que tienen contra los controles clásicos.

2.3 OBJETIVO

El objetivo es el desarrollo del modelo matemático, diseño, simulación y comparación de los controladores clásicos contra los robustos, y así demostrar por que los controladores robustos son los ideales para actuadores hidráulicos con incertidumbres.

2.4 ALCANCE

El alcance que presenta esta tesis es el marco teórico del cilindro hidráulico, en donde abarca conceptos básicos de sistemas hidráulicos, modelado matemático, así como un diseño detallado del control robusto y el diseño del controlador por medio del método directo de Lyapunov, incluye simulaciones de dichos controladores que quedan disponibles para trabajos futuros.

III. MARCO TEORICO Y CONCEPTUAL

3.1 CONCEPTOS BASICOS DE SISTEMAS HIDRAULICOS.

3.1.1 CARACTERISTICAS.

Una de las ventajas de los circuitos hidráulicos es que puede elevarse considerablemente la presión del fluido y con ello se pueden obtener esfuerzos elevados con equipo relativamente pequeño. Esta ventaja se aplica con éxito desde hace tiempo en las prensas hidráulicas. En términos generales, la energía hidráulica es útil para cualquier aplicación que requiera una gran fuerza para que sea aplicada sobre pequeños actuadores [6].

Filtro: Componente hidráulico que se utiliza para impedir el paso al sistema de basura de poco micrones que pueden dañar al motor hidráulico [6].

Acumulador: Es un elemento auxiliar en los sistemas hidráulicos que se utiliza para mejorar la capacidad de la bomba, elimina fluctuaciones de la presión o deja inactiva a la bomba si no se necesita paso de fluido pero sí de presión [6].

Válvulas Check O Antirretorno: Como su nombre lo indica son válvulas que solo permiten el paso de fluido en un solo sentido. Su análogo eléctrico sería el diodo [6].

Intercambiador De Calor: En un sistema hidráulico puede mantenerse la máxima eficacia si se conserva la temperatura del fluido entre 38°C y 60°C. Si la temperatura del fluido es demasiado baja aumenta la viscosidad, con el correspondiente aumento en la resistencia a la fluencia. Por esta razón se desperdicia caballaje de entrada nada mas en el esfuerzo realizado para vencer esta resistencia a la fluencia. Si el sistema va a quedar sometido a temperaturas

ambientales bajas, es necesario instalar en el depósito del fluido calentador de inmersión con el objeto de calentar el fluido a una temperatura a la que pueda operar adecuadamente. Para evitar el sobrecalentamiento es necesario equipar estos calentadores con controles termostáticos.

El problema relacionado con la temperatura que se presenta más frecuentemente es el de la acumulación del calor dentro de los sistemas hidráulicos industriales. El calor excesivo no solo da lugar al deterioro de los fluidos hidráulicos sino también cambia las características del fluido y el desempeño de los componentes dentro del sistema. Las temperaturas no controladas dentro de un sistema hidráulico puede destruir o anular la eficacia de los materiales de fabricación en serie utilizados en la construcción de los componentes del sistema. Los claros, entre las partes en movimientos o las partes que embonan, hechas de distintos materiales pueden alterarse debido a la diferencia en sus coeficientes de expansión. Estos cambios pueden ocasionar flujos excesivos a través de los claros o incrementos en la resistencia a la fricción dando origen a la generación del calor adicional.

Una de las propiedades o características de un aceite para servicio hidráulico, te ayuda a determinar su desempeño en un sistema hidráulico, es su viscosidad, o resistencia a la fluencia. La viscosidad de un aceite se modifica con los cambios que experimente la temperatura del mismo; puesto que la inherente resistencia a la fluencia que ofrece un fluido determina su velocidad de movimiento en los componente hidráulicos que están accionando. Un sistema o una máquina accionada hidráulicamente que se ajusta al principio de la tarea a una velocidad X puede alterar su velocidad de trabajo por esa razón toma hasta un grado tal que sea necesario efectuar numerosos ajustes durante un periodo de funcionamiento.

Los materiales sellantes de fabricación en serie que se someten a temperaturas excesivas dentro de la escala de operación para la que están fabricados puede "curarse" o endurecerse, con lo cual pierden eficacia o quedan inutilizados. Los componentes hidráulicos pueden equiparse con sellos hechos de compuestos capaces de resistir temperaturas superiores a 260°C . Sin embargo,

estos sellos son mucho más costosos que los sellos normales y representan solamente una respuesta parcial a un problema que puede manejarse mucho más fácilmente controlando la temperatura del fluido.

La mayor parte del calor que se presenta en un sistema hidráulico se origina en la unidad de bombeo. Se induce el calor hacia el fluido hidráulico como consecuencia directa del trabajo que se está realizando sobre el fluido al moverlo contra una resistencia a la presión. La cantidad de calor que se genere manifiesta una relación positiva con respecto a la cantidad de caballaje de entrada que se desperdicia. La tendencia de un fluido a retener su calor da por resultado un efecto de pirámide en la acumulación del calor hasta un punto a partir del cual se convierte en un problema el uso del sistema hidráulico.

El remedio más común para resolver el problema de la temperatura demasiado alta en un sistema hidráulico consiste en emplear un termopermutador o intercambiador de calor. Los dos tipos principales de termopermutador que se emplean en la industria son: El del aire a aceite, en el cual se utiliza aire en lugar del aceite para transferir el calor y el del agua a aceite que transfiere el calor hacia el agua. La figura 1 muestra un paquete de unidad de potencia hidráulica que incorpora un intercambiador en el que se emplea agua como elemento refrigerante.

La unidad de enfriamiento B se instala en la línea del tanque que procede de la válvula de desahogo durante gran parte del total del tiempo de acción puede contarse con la obtención de un efecto adecuado de eliminación de calor [6].

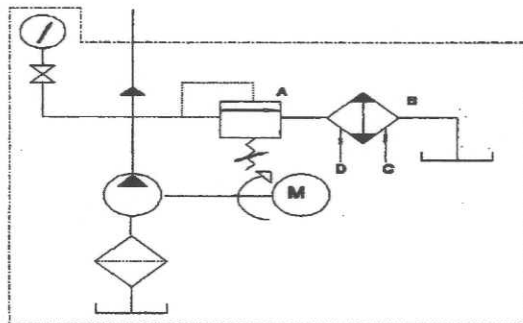


Fig. 1 Paquete de unidad de potencia hidráulica equipado con cambiador de calor.

Válvula De Alivio De Presión. Se utilizan para proteger el equipo hidráulico de las presiones elevadas que pueden dar las bombas hidráulicas. Dichas válvulas se calibran al valor requerido de presión si esta es sobrepasada el aceite se desvía hacia donde no pueda dañar componentes del circuito hidráulico [6].

Transductores De Presión. Son componentes cuya finalidad es convertir la señal de presión a corrientes eléctricas posibles de procesar por el sistema de control electrónico [6].

Cilindros Hidráulicos. Los cilindros se usan en la mayoría de las aplicaciones para convertir la energía del líquido en movimiento lineal, por esta razón son llamados frecuentemente actuadores lineales. Los cilindros hidráulicos se construyen en una gran variedad de diámetros, carreras y estilos de montajes. Pueden ser clasificados, de acuerdo a su construcción, en cuatro tipos: Tapas sujetas por tirantes, por rosca, por soldadura y por bridas [6].

Construcción Básica. Los principales componentes de un cilindro hidráulico son [6]:

Tapas. Usualmente se construyen de acero rolado o hierro fundido.

Camisa. Construidas normalmente en acero, es un cilindro cuya superficie interior tiene un acabado superficial muy fino para proporcionarle características antidesgastes.

Embolo. Varían en diseño y materiales usados, la mayoría son de acero o hierro fundido. Hay varios métodos para sujetar el vástago al émbolo. En algunos cilindros esta disponible la amortiguación al final de la carrera para lo cual, el émbolo del cilindro debe llevar acoplados émbolos de amortiguamientos.

Vástago. Se fabrican con acero de alta resistencia, endurecido superficial pulido y cromado para tener alta resistencia al desgaste y la corrosión.

Buje del Vástago. Se usa en la tapa delantera del cilindro y sirve de guía y apoyo al vástago durante su carrera. El buje también sirve para alojar el empaque o sello del vástago. La mayoría están fabricados en hierro dúctil o bronce y usualmente son intercambiables sin necesidad de desensamblar todo el cilindro. Generalmente se dispone de un anillo rascador en la parte exterior del buje para remover suciedad y contaminación del vástago, previendo que material extraño dañe sus empaques.

Sellos. Generalmente son de nitrito o elastómeros fluorocarbonados, poliuretano, cuero o teflón. La forma de labios es usada comúnmente para los sellos de émbolos y vástagos. Generalmente los anillos "O" se usan para aplicaciones estáticas como tapas contra camisa, émbolos contra vástagos, y tapa contra buje. Las empaquetaduras "V" o las de copa se usan para sellar émbolo y vástago. Los anillos de émbolo son usualmente de hierro fundido.

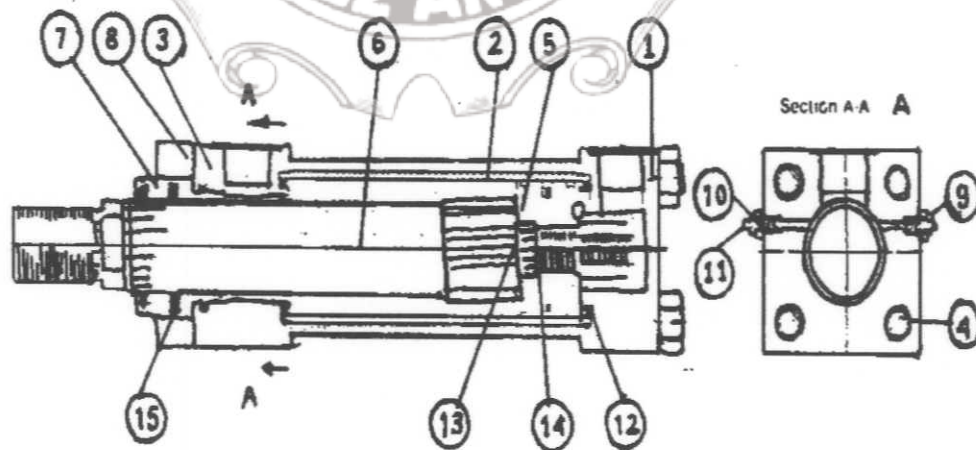


Fig. 2 Construcción básica de un cilindro hidráulico.

1. Tapa trasera.
2. Camisa del cilindro.
3. Tapa delantera.
4. Tirante.
5. Embolo.
6. Vástago.
7. Buje guía.
8. Dispositivo de montaje.
9. Válvula para ajuste de velocidad de amortiguamiento.
10. Válvula check.
11. Tornillo de purga.
12. Sello estático tapa camisa.
13. Sello estático émbolo vástago.
14. Sello dinámico del émbolo.
15. Sello dinámico del vástago.

3.2 LEYES DE CONTROL APLICADAS AL CILINDRO HIDRAULICO

3.2.1 ACCION DE CONTROL PROPORCIONAL

Para un control de acción proporcional, la relación entre la salida del controlador (τ) y la señal de error actuante (e) es [1, 2]

$$\tau = Ke$$

o, en magnitudes transformadas de Laplace,

$$K = \frac{\tau(s)}{e(s)}$$

donde K se denomina sensibilidad proporcional o ganancia.

Cualquiera que sea el mecanismo en sí, y sea cual fuere la potencia que lo alimenta, el control proporcional esencialmente es un amplificador con ganancia ajustable.

3.2.2 ACCION DE CONTROL INTEGRAL

En un control de acción integral, el valor de la salida del controlador τ varía proporcionalmente a la señal de error actuante e . Es decir [1, 2],

$$\frac{\tau(t)}{dt} = K_i e(t)$$

o

$$\tau(t) = K_i \int e(t) dt$$

donde K_i es una constante regulable. La función de transferencia del control integral es

$$\frac{\tau(s)}{e(s)} = \frac{K_i}{s}$$

Si se duplica el valor de $e(t)$, el valor de $\tau(t)$ varía 2 veces más rápido. Para un error actuante igual a cero, el valor de $\tau(t)$ se mantiene estacionario.

3.2.3 ACCION DE CONTROL DERIVATIVO

Esta acción de control genera un término de la señal de control (τ) que depende de la velocidad de variación del error (e), esto es [1, 2]:

$$\tau = T_d \frac{de}{dt}$$

donde T_d es la constante denominada tiempo derivativo.

En este modo de control el cambio del actuador es proporcional a la velocidad de cambio de la señal de error, es decir, el controlador se anticipa al error. Se debe tener en cuenta que este modo amplifica el ruido, debido a que aumenta la ganancia en frecuencias altas por lo que no es recomendable el uso de este modo en lazos con este tipo de problemas.

3.2.4 ACCION DE CONTROL PROPORCIONAL Y DERIVATIVO E INTEGRAL

La combinación de los efectos de acción proporcional, acción de control derivativo y acción de control integral, se llama acción de control proporcional y derivativo e integral (PID) [1, 2]. Esta acción combinada tiene las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un control con esta acción de control combinada está dada por

$$\tau(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

o en la forma de función de transferencia:

$$\frac{\tau(s)}{e(s)} = K \left(1 + \frac{1}{T_i * s} + T_d * s \right)$$

donde K representa la sensibilidad proporcional, T_d el tiempo derivativo y T_i el tiempo integral.

A esta ecuación se le conoce en la industria como representación ideal.

La acción de control PID en controladores analógicos esta dada por

$$\tau(t) = K \left[e(t) - T_d \frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt \right]$$

donde $e(t) = \theta_1(t) - \theta_d(t)$ es la entrada al controlador ($\theta_d(t)$ = entrada deseada), θ_1 es la salida del controlador (la señal manipulada), K es la ganancia proporcional, T_i es el tiempo integral (o tiempo de reajuste) y T_d es el tiempo derivativo (o tiempo de adelanto).

El control PID es uno de los controles más usados en la industria, presenta buen desempeño en diversos sistemas, pero en plantas en donde las incertidumbres son considerables éste puede presentar mayor error en estado estacionario, por lo que se necesita otro tipo de control para hacer un posicionamiento exacto.

3.2.5 CONTROL BASADO EN EL METODO DIRECTO DE ESTABILIDAD DE LYAPUNOV.

La filosofía básica del método directo de Lyapunov, no es restringida a movimiento local y determina las propiedades de estabilidad de un sistema no lineal gracias a la construcción de una función escalar ficticia de energía para el sistema y examinando la variación del tiempo de la función. Este método no requiere las soluciones de las ecuaciones diferenciales. Es decir, utilizando el método directo de estabilidad de Lyapunov se puede determinar la estabilidad de un sistema sin necesidad de resolver ecuaciones de estado. Esto es bastante ventajoso, porque resolver ecuaciones de estado no lineales y/o variables en el tiempo suele ser muy difícil.

De la teoría de la mecánica clásica, se sabe que un sistema vibratorio es estable si su energía total se reduce continuamente, hasta alcanzar un estado de equilibrio. Este método se basa en una generalización de lo anterior; si el sistema tiene un punto de equilibrio asintóticamente estable, entonces la energía almacenada en él desplazada dentro del dominio de atracción se decrementa al aumentar el tiempo, hasta que por último adopta su valor mínimo en el punto de equilibrio.

Sin embargo, para sistemas puramente matemáticos, no existe una forma simple de definir una "función de energía". Para vencer esta dificultad, Lyapunov introdujo la FUNCIÓN DE LYAPUNOV (función candidata), una FUNCIÓN FICTICIA DE ENERGÍA. Esta idea es más general y más utilizada que la de la energía. De hecho, cualquier función escalar que satisfaga las hipótesis de los teoremas de estabilidad de Lyapunov puede servir como una función de Lyapunov [3, 4].

El procedimiento de diseño de sistemas de control basado en el método de Lyapunov consiste en, primero, encontrar una ecuación diferencial de error (e), luego se propone una función positiva definida (función candidata) para el punto de equilibrio de interés (normalmente, $e, \dot{e}, \dots, = 0$), después buscar el control tal que la derivada de la función sea negativa definida.

3.2.6 CONTROL ROBUSTO CON RESPECTO A LA INCERTIDUMBRE PARAMETRICA.

Cuando se consideran los sistemas de control, resulta común encontrarse con el problema de que no existe un modelo exacto de la planta. Casos como modelos con información incompleta, sistemas cuyo comportamiento dinámico varia con el tiempo o sistemas sometidos a perturbaciones apreciables se presentan a menudo en la vida real [7]. En estos casos, los métodos clásicos de diseño de controladores no pueden manejar estas características en el proceso de obtención del controlador. Sin embargo, en los últimos años se han desarrollado técnicas de síntesis de controladores que permiten incorporar los factores relacionados con la incertidumbre y las perturbaciones, de forma de obtener controladores robustos, es decir, que el "desempeño" del sistema compensado sea insensible a las incertidumbres.

Los aspectos relacionados con el problema de control robusto tiene que ver fundamentalmente con el problema de analizar y diseñar sistemas de control para plantas con incertidumbres significativas. Los elementos que se deben tomar en

cuenta principalmente son el tipo de modelo de la planta, la incertidumbre en el modelo (cuantificación y forma de describirla), las medidas de "desempeño" que se van a considerar y el tipo de entradas a las cuales se va a someter al sistema.

En muchas aplicaciones de sistemas de control, el sistema diseñado no sólo debe satisfacer las especificaciones de amortiguamiento y exactitud, sino también debe de producir un desempeño que sea robusto (insensible) a perturbaciones externas y variaciones de parámetros. Se ha demostrado que la realimentación en sistemas de control convencional tiene la habilidad inherente de reducir los efectos de perturbaciones externas y variaciones de parámetros. Desgraciadamente, la robustez con la configuración convencional de realimentación solo se alcanza con una ganancia de lazo grande, la cual por lo regular reduce la estabilidad.

En principio, el controlador PID o los controladores de adelanto de fase o atraso de fase se pueden, con cierto grado de efectividad, aplicar como controladores en el lazo menor de realimentación. Bajo ciertas condiciones, el control de lazo menor puede producir sistemas que son más robustos, esto es, menos sensibles a las perturbaciones externas o variaciones de parámetros internos.

IV. ANALISIS MATEMATICO Y DISEÑO DE CONTROLADORES DEL CILINDRO HIDRAULICO

4.1 INTRODUCCION.

Los cilindros hidráulicos transforman la energía hidráulica en energía mecánica. Los cilindros producen movimientos lineales por lo que también son denominados motores lineales. Estos presentan las siguientes ventajas: transmisión de fuerzas considerables con elementos de pequeñas dimensiones, lo que significa un elevado rendimiento; arranque desde cero con carga máxima, entre otras.

A continuación se hace el análisis matemático para obtener el modelo característico y se diseñan los controladores.

4.2 DISEÑO DEL MODELO MATEMATICO DEL CILINDRO HIDRAULICO.

La combinación de un cilindro y una válvula, es muy común en elementos de potencia hidráulica [6, 8]. El análisis de ésta, es semejante al del sistema válvula-motor. La combinación válvula-cilindro, es mostrada esquemáticamente en la figura 3. Los orificios de la servoválvula, se asumen iguales y simétricos, así que, los flujos en la válvula están descritos por las ecuaciones (1) y (2).

$$Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (1)$$

$$T_L = A_p P_L - F \left(x, \dot{x} \right) \quad (2)$$

Asumiendo la presión de suministro P_s constante, la ecuación de flujo linealizada [9] de la servoválvula es

$$Q_1 = K_q x_v - 2K_c P_1 \quad (3)$$

$$Q_2 = K_q x_v + 2K_c P_2 \quad (4)$$

donde

Q_1, Q_2 = Flujo de alimentación y de retorno, m^3/seg .

P_1, P_2 = Presiones de flujo y de retorno, Pa.

X_v = Desplazamiento de la válvula de su posición central, m.

K_q = Ganancia en el flujo de la válvula, $m^3/\text{seg}/m$.

K_c = Coeficiente de presión – flujo de la válvula, en cada puerto, $m^3/\text{seg}/Pa$.

Sumando (3) y (4) y empleando la definición de Q_L (1) se obtiene

$$Q_L = K_q x_v - K_c P_L \quad (5)$$

Le ecuación (5) es la forma usual de linealizar la ecuación de flujo de la servoválvula. La carga de flujo Q_L representa el promedio de flujo en las líneas. Se asume que la presión en cada cámara es la misma, la velocidad del fluido en la cámara es pequeña así que las pérdidas son despreciables y la temperatura y densidad son constantes, por lo que la aplicación de la ecuación de continuidad (ver Apéndice A), esto es, que la masa que entra menos la masa que sale es igual al cambio de masa almacenada en el sistema para cada cámara del cilindro, dan por resultado las ecuaciones de continuidad de flujo del fluido. Aplicando la ecuación de continuidad [9], para cada cámara del cilindro se obtienen las ecuaciones de continuidad para el fluido

$$Q_1 - C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_1 = \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\beta} \frac{dP_1}{dt} \quad (6)$$

$$C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_2 - Q_2 = \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\beta} \frac{dP_2}{dt} \quad (7)$$

donde

V_1 = Volumen en la cámara de alimentación, m^3 .

V_2 = Volumen en la cámara de retorno, m^3 .

C_{ip} = Coeficiente de fuga interna del pistón, $m^3/seg/Pa$.

C_{ep} = Coeficiente de fuga externa, $m^3/seg/Pa$.

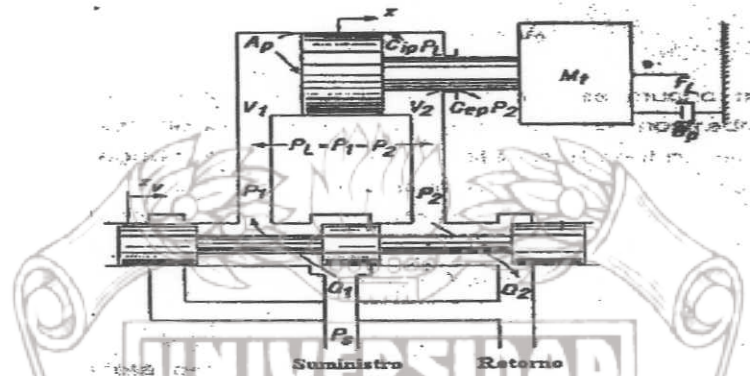


Fig. 3 Combinación válvula-pistón.

Los volúmenes, para las cámaras del pistón pueden ser escritos como

$$V_1 = V_{01} + A_p X \quad (8)$$

$$V_2 = V_{02} - A_p X \quad (9)$$

donde

A_p = Area del pistón, m^2 .

X = Desplazamiento del pistón, m.

V_{01} = Volumen inicial en la cámara de alimentación, m^3 .

V_{02} = Volumen inicial en la cámara de retorno, m^3 .

En contraste con el motor rotatorio, los volúmenes iniciales en las cámaras del cilindro no son necesariamente iguales para el pistón. Sin embargo, se asumirá que el pistón está en el centro de manera que, los volúmenes sean iguales, esto es,

$$V_{01} = V_{02} = V_0 \quad (10)$$

Si esta suposición no es hecha, el análisis, es mucho más complicado y los resultados son difíciles de interpretar. La experiencia ha mostrado, que el problema de estabilidad es más agudo, cuando el pistón esta en el centro, así que, la suposición de volúmenes iguales en las cámaras es asumida. De la figura 3, la suma de los dos volúmenes es constante e independiente de la posición del pistón.

$$V_t = V_1 + V_2 = V_{01} + V_{02} = 2V_0 \quad (11)$$

donde

V_t = Volumen total del fluido, bajo compresión en ambas cámaras, m^3 .

Como no existe una conexión directa entre las cámaras del cilindro hidráulico, un flujo continuo es alcanzado a través del cilindro, solamente si el volumen de una de las cámaras se incrementa constantemente mientras que el volumen de la otra decrece con la posición del eje. Esto es posible físicamente por que el cilindro del pistón se llena del fluido y el fluido atrapado es transportado a la otra cámara, la cual esta vacía. La razón en que el volumen se incrementa (o decremente) con la posición del eje es el desplazamiento del cilindro. Por lo que las derivadas con respecto al tiempo de (8) y (9) están dadas por

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{dA_p(x)}{dt} = A_p \frac{dx}{dt} = -\frac{dV_2}{dt} \quad (12)$$

por lo que

$$\dot{A}_p(x) = A_p \dot{x} \quad (13)$$

Sustituyendo (8) – (12) en las ecuaciones de continuidad (6) y (7) y sumando el resultado obtenido se tiene

$$Q_L = A_p \dot{x} + \left(C_{ip} + \frac{C_{ep}}{2} \right) (P_1 - P_2) + \frac{V_0}{2\beta} \frac{d(P_1 - P_2)}{dt} + \frac{A_p(x)}{2\beta} \left(\frac{dP_1}{dt} + \frac{dP_2}{dt} \right) \quad (14)$$

El último término de la derecha de (14) puede ser despreciado, asumiendo que $|A_p x| \ll V_0$. Por lo tanto, (14) se puede representar como

$$Q_L = A_p \dot{x} + C_{tp} P_L + \frac{V_t}{4\beta} \dot{P}_L \quad (15)$$

donde

$$C_{tp} = C_{ip} + \frac{C_{ep}}{2} = \text{Coeficiente de fuga total del pistón, m}^3/\text{seg}/\text{Pa}.$$

Aplicando la segunda ley de Newton para el equilibrio de fuerzas en el cilindro hidráulico, se obtiene

$$T_L = M_t \ddot{x} \quad (16)$$

donde

M_t = Masa total del pistón, N-seg²/m.

T_L = Fuerza dada por la ecuación (2), N.

Existen otros factores tales como la fricción mecánica; la cual se opone al par ideal T_L . Los fenómenos de fricción [10, 11, 12] se describen a continuación.

1- **Fricción estática:** Es la fuerza que se opone al movimiento relativo entre dos superficies desde el estado de reposo [11].

2. - **Fricción Stribeck:** Este fenómeno de fricción se presenta a bajas velocidades y es debido al lubricante que penetra en gran cantidad en algunas partes de las superficies en contacto. Este fenómeno sucede al aumentar la velocidad, la fuerza de fricción decrece [10, 12].

3. - **Fricción de Coulomb:** Es el componente de la fuerza de fricción que es independiente de la magnitud de la velocidad.

4. - **Fricción Viscosa:** Es la fricción que presentan los lubricantes. Una vez que el lubricante ha formado una película uniforme entre las superficies, se presenta una fricción proporcional a la velocidad [11].

La ecuación (16) puede representarse, usando la ecuación (2) como

$$A_p P_L = M_t \ddot{x} + F(x, \dot{x}) \quad (\text{MODELO MECANICO}) \quad (17)$$

donde $F(x, \dot{x})$ esta definida por

$$F(x, \dot{x}) = \phi(x) \left[\beta_0 \dot{x} + \left(\alpha_0 + \alpha_1 e^{-\beta_1 |\dot{x}|} + \alpha_2 \left(1 - e^{-\beta_2 |\dot{x}|} \right) \right) \text{sign}(\dot{x}) \right] \quad (18)$$

Las ecuaciones (5), (15) y (17) definen la combinación del sistema válvula-cilindro.

Despreciando la dinámica del fluido, esto es, haciendo $\dot{P}_L = 0$ en la ecuación (15) ya que esta es muy rápida comparada con las dinámicas mecánicas e igualando (5) y (15) se tiene

$$K_{Ce} P_L = K_q x_v - A_p \dot{x} \quad (\text{MODELO HIDRÁULICO}) \quad (19)$$

donde $K_{Ce} = K_c + C_{tp}$, $m^3/\text{seg}/\text{Pa}$.

Relacionando el modelo hidráulico (19) con el mecánico (17) se tiene una ecuación no lineal de segundo orden

$$\frac{A_p K_q x_v}{K_{Ce}} = M_t \ddot{x} + F(x, \dot{x}) + \frac{A_p^2 \dot{x}}{K_{Ce}} \quad (20)$$

Se considera que $\tau = \frac{A_p K_q x_v}{K_{Ce}}$ es la entrada de control y $F(x, \dot{x})$ definida en

(20) se reescribe como

$$F(x, \dot{x}) = F(x, \dot{x}) + \frac{A_p^2 \dot{x}}{K_{Ce}} \quad (21)$$

este término $F(x, \dot{x})$ incluye todas las fuerzas de fricción que actúan en el cilindro hidráulico así como las incertidumbres.

Con estas últimas consideraciones, se puede escribir (20) como

$$\tau = M_t \ddot{x} + F(x, \dot{x}) \quad (22)$$

Sin pérdida de generalidad, el sistema (22) puede representarse en el espacio de estados haciendo el siguiente cambio de variables $x = x_1$ y $\dot{x} = x_2$ como:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{F(x_1, x_2)}{M_t} + \frac{\tau}{M_t} \end{aligned} \quad (23)$$

$$y = x_1$$

donde y es la salida del sistema, x_1 y x_2 representa la posición y la velocidad lineal del servomecanismo y $F(x_1, x_2)$ esta definida en (21).

Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

4.3 DISEÑO DE CONTROLADORES

4.3.1 DISEÑO DE CONTROL BASADO EN EL METODO DIRECTO DE ESTABILIDAD DE LYAPUNOV.

De la ecuación diferencial dada en la ecuación (22) del modelo matemático del cilindro y despejando \ddot{x} tenemos [3]

$$\ddot{x} = \frac{\tau - F(x, \dot{x})}{Mt} \tag{24}$$

por comodidad hacemos $F(x, \dot{x}) = Fmt$ por lo tanto la ecuación (24) nos queda como sigue

$$\ddot{x} = \frac{\tau - Fmt}{Mt} \tag{25}$$

y haciendo

$$e = x - x_d$$

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_d$$

$$\ddot{e} = \ddot{x} - \ddot{x}_d$$

en donde

- e = error de posición
- \dot{e} = error de velocidad
- \ddot{e} = error dinámico externo

restando \ddot{x}_d en ambos lados a la ecuación (25) tenemos

$$\ddot{x} - \ddot{x}_d = \frac{\tau - Fmt}{Mt} - \ddot{x}_d \tag{26}$$

Instituto de Ingeniería Universidad Veracruzana

si sustituimos $\ddot{x} - \ddot{x}d = \ddot{e}$ en la ecuación (26) esta queda como sigue

$$\ddot{e} = \frac{\tau - Fmt}{Mt} - \ddot{x}d \quad (27)$$

ahora vemos que nuestro objetivo es hacer que $(e, \dot{e}) = 0$.

El siguiente paso es proponer la función de Lyapunov ficticia (candidata) para hacer que $(e, \dot{e}) = 0$, y después buscar el control para hacer que la derivada de la función sea negativa definida.

$$v(e, \dot{e}) = \frac{1}{2} Mte^2 + \frac{1}{2} Kpe^2$$

$$\dot{v}(e, \dot{e}) = Mte\ddot{e} + Kpe\dot{e}$$

sustituyendo el valor \ddot{e} de la ecuación (27) en la ecuación anterior tenemos

$$\dot{v}(e, \dot{e}) = Mte \left[\frac{\tau - Fmt}{Mt} - \ddot{x}d \right] + Kpe\dot{e}$$

$$\dot{v}(e, \dot{e}) = \dot{e} \left[\tau - Fmt - Mt\ddot{x}d \right] + Kpe\dot{e}$$

$$\dot{v}(e, \dot{e}) = \dot{e} \left[\tau - Fmt - Mt\ddot{x}d + Kpe \right]$$

si hacemos que $\left[\tau - Fmt - Mt \ddot{x}d + Kpe \right] = -Kd \dot{e}$ para que la derivada de la función sea negativa definida, esta quedaría como sigue

$$\dot{v}(e, \dot{e}) = -Kd \dot{e}^2 \leq 0 \text{ seminegativa definida} \quad (28)$$

por lo que deducimos que la ley de control es

$$\tau = Fmt + Mt \ddot{x}d - Kpe - Kd \dot{e} \quad (29)$$

donde Kp y $Kd > 0$.

4.3.2 DISEÑO DE CONTROL ROBUSTO CON RESPECTO A LA INCERTIDUMBRE PARAMETRICA.

De la ecuación diferencial dada en la ecuación (22) del modelo matemático del cilindro y haciendo $F(x, \dot{x}) = Fmt$ [4]

$$\tau = M_t \ddot{x} + Fmt \quad (30)$$

considerando a

$$\begin{aligned} s &= \dot{e} + \lambda e \\ e &= x - xd \\ \dot{e} &= \dot{x} - \dot{x}d \end{aligned} \quad (31)$$


por lo que nos damos cuenta de que s implica el error de posición y error de velocidad. Y sustituimos ambos errores en la ecuación (31) nos queda

$$s = \dot{x} - \dot{x}d + \lambda(x - xd) \quad (32)$$

haciendo el termino $\dot{x}d + \lambda(x - xd) = \dot{x}r$, tenemos que s es igual a

$$s = \dot{x} - \dot{x}r \quad (33)$$

por lo tanto



$$x = s + \dot{x}r \quad (34)$$

derivando la ecuación (34) nos queda

$$\dot{x} = \dot{s} + \ddot{x}r \quad (35)$$

sustituyendo $\dot{x} = \dot{s} + \ddot{x}r$ en la ecuación (30), esta queda como sigue

$$\tau = M_t \left(\dot{s} + \ddot{x}r \right) + Fmt \quad (36)$$

despejando \dot{s} de la ecuación (36) esta nos queda

$$\dot{s} = \frac{\tau - Fmt - M_t \ddot{x}r}{M_t} \quad (37)$$

El siguiente paso es proponer la función de Lyapunov ficticia (candidata) para hacer que $\dot{s} = 0$ y después buscar el control para hacer que la derivada de la función sea negativa definida.

$$v = \frac{1}{2} M_t s^2 \quad (38)$$

derivando v tenemos lo siguiente

$$\dot{v} = Mt \dot{s} \quad (39)$$

y sustituyendo el valor \dot{s} de la ecuación (37) en la ecuación (39) nos queda como sigue

$$\dot{v} = Mt s \left(\frac{\tau - Fmt - Mt \ddot{xr}}{Mt} \right) \quad (40)$$

por lo que la ecuación (40) queda

$$\dot{v} = s (\tau - Fmt - Mt \ddot{xr}) \quad (41)$$

haciendo $\tau - Fmt - Mt \ddot{xr} = -krs$ por lo que la ecuación (41) va a ser igual a

$$\dot{v} = -krs^2 < 0$$

por lo que la ley de control es

$$\tau = -krs + Mt \ddot{xr} + Fmt \quad (42)$$

Ahora utilizamos la robustez con respecto a la incertidumbre paramétrica y la compensamos.

La ecuación (42) se puede escribir como sigue

$$\tau = -krs + Fmt + Y^T \left(\ddot{xr} \right) \hat{P} \quad (43)$$

y compensando esta queda

$$\tau = -krs + Fmt + Y^T \left(\ddot{x}_r \right) \left(\hat{P} + h \right) \quad (44)$$

Ahora en lazo cerrado tenemos que

$$M\dot{s} = \tau - Fmt - Y^T \left(\ddot{x}_r \right) P \quad (45)$$

sustituyendo τ de la ecuación (44) en la ecuación (45) esta queda como sigue

$$M\dot{s} = -krs + Fmt + Y^T \left(\ddot{x}_r \right) \left(\hat{P} + h \right) - Fmt - Y^T \left(\ddot{x}_r \right) P \quad (46)$$

reduciendo y factorizando términos de la ecuación (46) nos queda

$$M\dot{s} = -krs + Y^T \left(\ddot{x}_r \right) \left(\hat{P} - P + h \right) \quad (47)$$

en donde tenemos que

$$\hat{P} - P = \tilde{P}$$

por lo que la ecuación (47) queda de la siguiente forma

$$M\dot{s} = -krs + Y^T \left(\ddot{x}_r \right) \left(\tilde{P} + h \right) \quad (48)$$

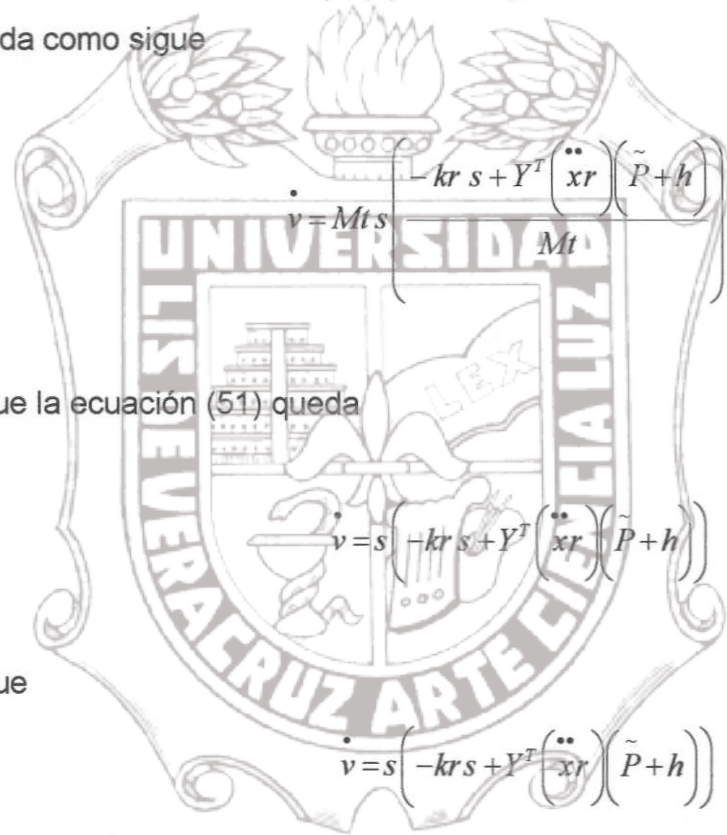
Proponiendo la función ficticia de Lyapunov tenemos que

$$v = \frac{1}{2} Mts^2 \quad (49)$$

derivando v tenemos lo siguiente

$$\dot{v} = M \dot{s} \tag{50}$$

despejando \dot{s} de la ecuación (48) y sustituyendo este valor en la ecuación (50) nos queda como sigue



$$\dot{v} = M \left(-k r s + Y^T \ddot{x}_r \right) (\tilde{P} + h) \tag{51}$$

por lo que la ecuación (51) queda

$$\dot{v} = s \left(-k r s + Y^T \ddot{x}_r \right) (\tilde{P} + h) \tag{52}$$

por lo que

$$\dot{v} = s \left(-k r s + Y^T \ddot{x}_r \right) (\tilde{P} + h)$$

haciendo $Y^T \ddot{x}_r = Y^T$

$$\dot{v} = -k r s^2 + s Y^T (\tilde{P} + h) < 0 \tag{53}$$

desarrollando la ecuación (53) esta queda

$$\dot{v} = -k r s^2 + s Y^T \tilde{P} + s Y^T h \tag{54}$$

por lo que acotaremos los términos $(sY^T \tilde{P} + sY^T h)$, que no tienen signo definido quedando de la siguiente manera

$$sY^T \tilde{P} \leq |s| \|Y\| \tilde{P}$$

donde $\tilde{P} \leq p$,

por lo tanto

$$\dot{v} \leq -kr s^2 + p|s| \|Y\| + sY^T h \tag{55}$$

y haciendo el termino $p|s| \|Y\| + sY^T h = 0$, para que la función quede negativa definida, quedando de la siguiente manera

$$v \leq -kr s^2 \tag{56}$$

y el termino $p|s| \|Y\| + sY^T h = 0$, se restringe de la siguiente manera

$$sY^T h = -p|s| \|Y\|$$

donde

$$h = -p \left(\frac{Ys}{\|Y\|s} \right)$$

por lo que h queda restringida de la siguiente manera

$$h = \begin{cases} -p \left(\frac{Ys}{\|Y\|s} \right) & \text{Cuando } s \neq 0 \\ 0 & \text{Cuando } s = 0 \end{cases}$$



V. SIMULACIONES Y RESULTADOS DE LOS CONTROLADORES

5.1 SIMULACION DEL CONTROLADOR PID

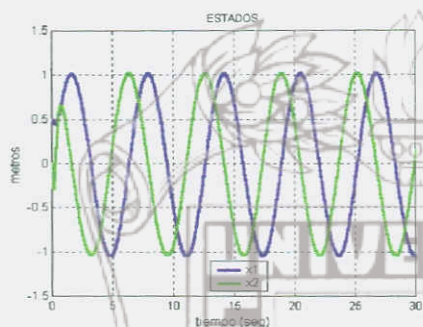


Fig. (a) Estados del controlador PID con una fricción pequeña.

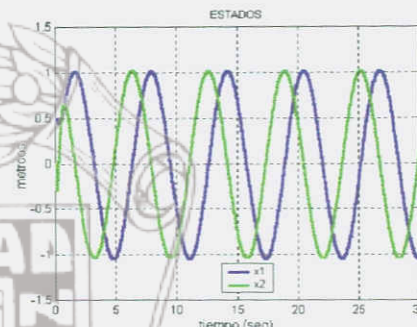


Fig. (b) Estados del controlador PID con una fricción grande.

En las figuras (a) y (b) se muestran los estados de mi sistema (x_1, x_2), con una variación en la fricción, esto se realizó aumentando y disminuyendo el parámetro F_i que es el término encargado de regular la fricción simétricamente ya sea aumentándola o disminuyéndola. Como se muestra no existe variación en mis estados.

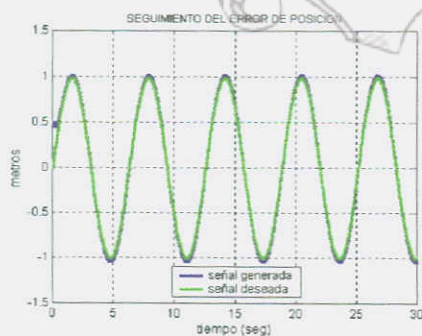


Fig. (c) Seguimiento del error de posición con fricción pequeña.

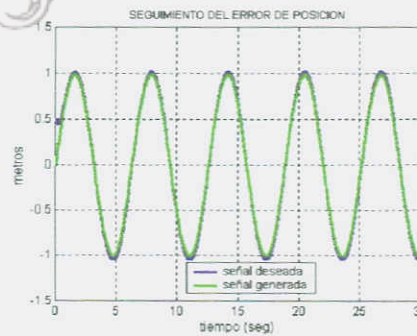


Fig. (d) Seguimiento del error de posición con fricción grande.

En las figuras (c) y (d) se ve el seguimiento de la señal generada, y como se puede observar no es tan buena ya que el objetivo de control es que mi error tienda a cero con un tiempo infinito y en este caso se muestra cierto error. Cabe mencionar que se habla de un seguidor porque la trayectoria deseada es variante en el tiempo.

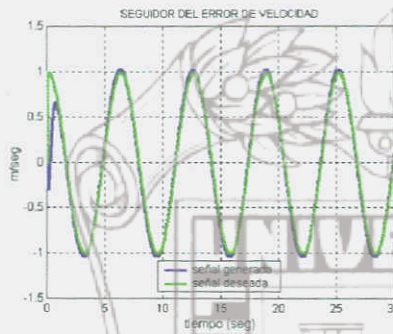


Fig. (e) Seguimiento del error de velocidad con $F_i=0.5$.

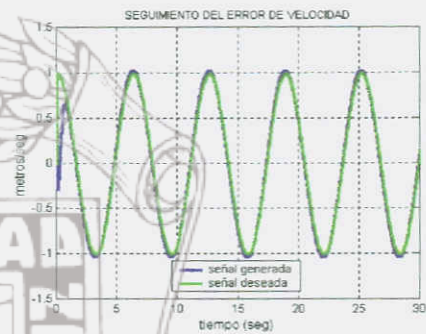


Fig. (f) Seguimiento del error de velocidad con $F_i=10$.

Las figuras (e) y (f) son de seguimiento del error de velocidad, se observa que el seguimiento no es bueno, aunque la sigue no hace que el error tienda a cero que es nuestro objetivo por lo que hace que no sea del todo confiable.

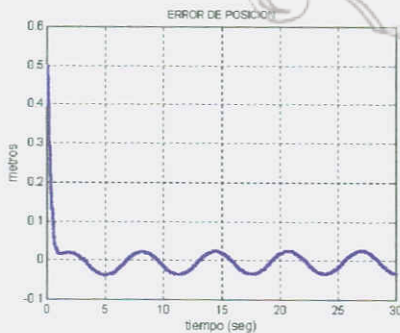


Fig. (g) Error de posición con $F_i=0.5$.

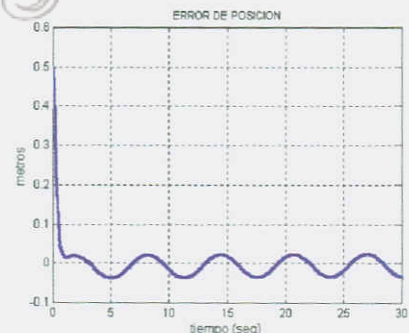


Fig. (h) Error de posición con $F_i=10$.

En las figuras (g) y (h) se observa que las señales del error de posición es la misma con fricción chica y con fricción grande, y se nota que el error oscila cercano a cero pero sin lograrlo.

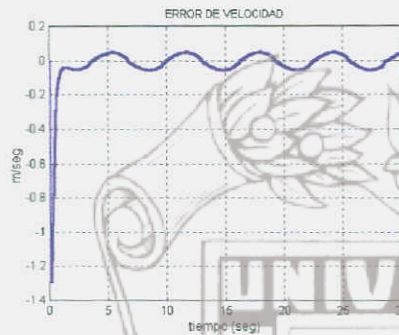


Fig. (i) Error de velocidad con $F_i=0.5$.

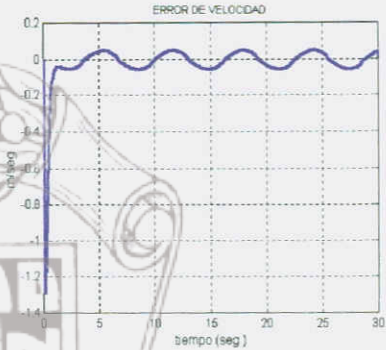


Fig. (j) Error de velocidad con $F_i=10$.

En las figuras (i) y (j) se observa que aun variando la fricción con $F_i=0.5$ y con $F_i=10$ no existe ninguna variación al respecto, y este error de velocidad al igual que el error de posición se encuentra oscilando muy cerca de cero pero sin llegar a lograrlo con un tiempo infinito.

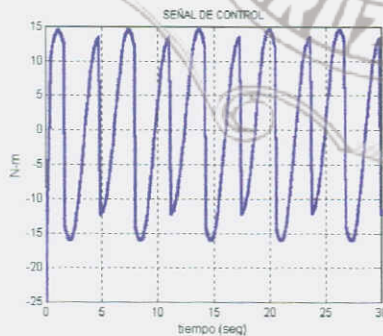


Fig. (k) Señal de control con $F_i=0.5$.

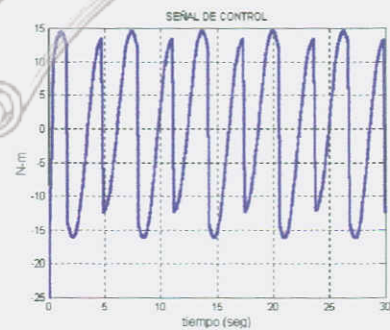


Fig. (l) Señal de control con $F_i=10$.

En las figuras (k) y (l) se muestra la señal de control o par generado. A diferencia de las gráficas anteriores en donde la variación de la fricción no les

afectaba ya que las gráficas se comportaban de igual manera, aquí aunque poco se ve como con una fricción pequeña se necesita un par de arranque menor.

5.2 GRAFICAS DE LA SIMULACION DEL CONTROLADOR POR EL METODO DIRECTO DE LYAPUNOV.

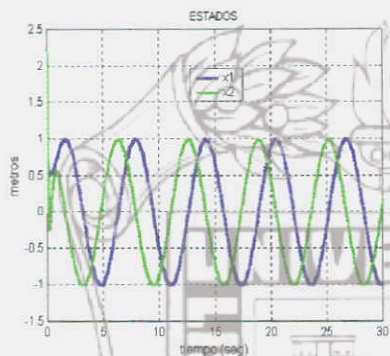


Fig. (m) Estados generados con $F_i=0.5$

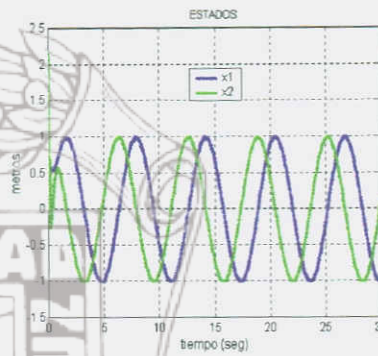


Fig. (n) Estados generados con $F_i=10$

Las gráficas de los estados generados por el método directo de Lyapunov como se muestra en las figuras (m) y (n) no sufren alteraciones por la variación de la fricción.

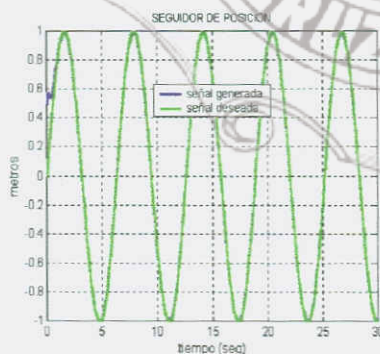


Fig. (o) Seguimiento del error de posición con $F_i=0.5$.

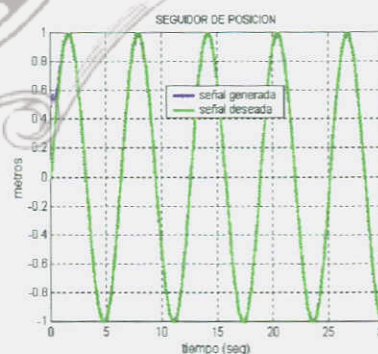


Fig. (p) Seguimiento del error de posición con $F_i=10$.

En las figuras (o) y (p) el seguimiento del error de posición no es tan malo comparado con el seguimiento del error de posición del controlador PID, ya que disminuyó el error pero no cumple las expectativas de hacer que el error tienda a cero con tiempo infinito.

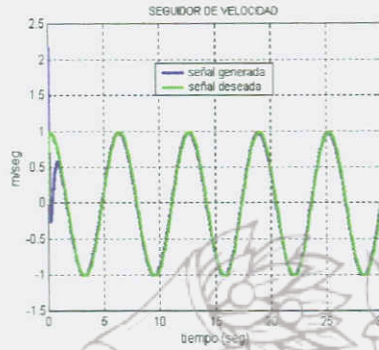


Fig. (q) Seguimiento del error de velocidad con $F_i=0.5$.

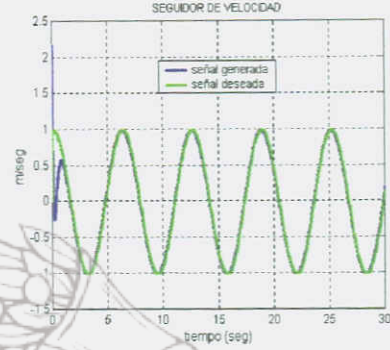


Fig. (r) Seguimiento del error de velocidad con $F_i=10$.

En las figuras (q) y (r) se observa que no existe cambio en cuanto a la variación de la fricción y aunque el error es pequeño sigue existiendo y es menor comparado con el error de seguimiento del controlador PID.

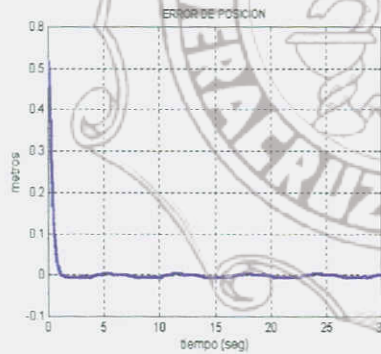


Fig. (s) Gráfica del error de posición con $F_i=0.5$.

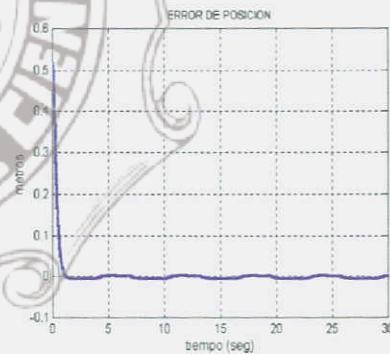


Fig. (t) Gráfica del error de posición con $F_i=10$.

En las gráficas del error de posición (s) y (t) no existe ningún cambio al variar la fricción, pero en comparación con el obtenido en el PID existe una mejoría por lo que lo hace más confiable.

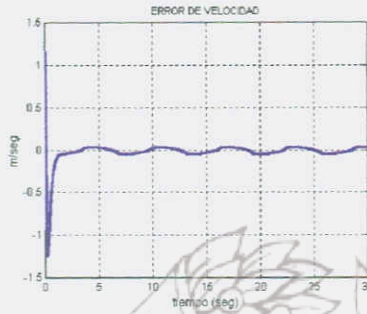


Fig. (u) Gráfica del error de velocidad con $F_i=0.5$.

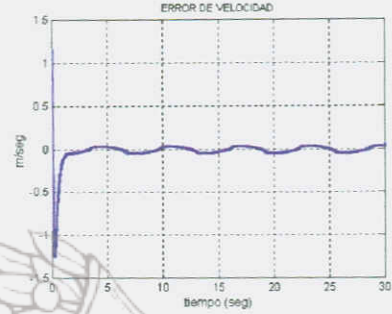


Fig. (v) Gráfica del error de velocidad con $F_i=10$.

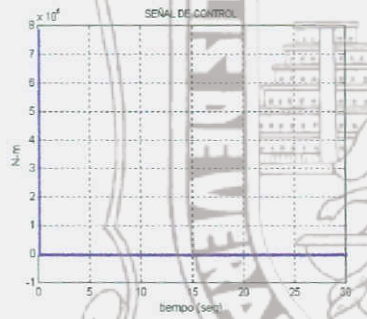


Fig. (w) Señal de control con $F_i=0.5$.

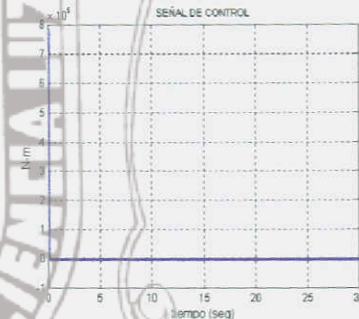


Fig. (x) Señal de control con $F_i=10$.

En las gráficas del error de velocidad que se observan en (u) y (v) no sufren alteraciones al variar la fricción, estas variaciones se observan en el par generado vistas en la figura (w) y (x) en donde cuando existe una mayor fricción se necesita un mayor par de arranque, de aquí podemos concluir que este controlador es más confiable que el PID, puesto que tiene menor error y el tiempo en alcanzar a mi señal deseada es menor.

5.3 GRAFICAS DE LA SIMULACION DEL CONTROL ROBUSTO

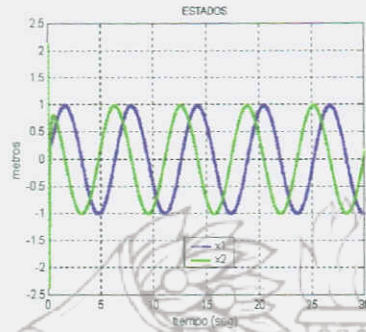


Fig. (4) Estados generados con $F_i=0.5$.

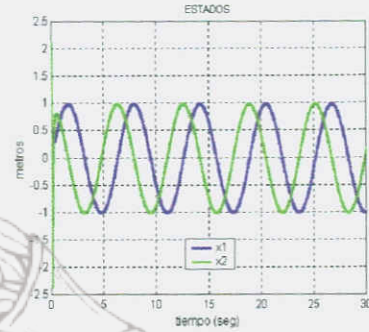


Fig. (5) Estados generados con $F_i=10$.

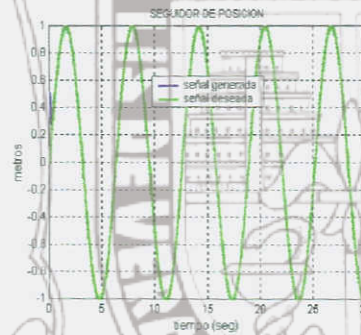


Fig. (6) Seguimiento del error de posición con $F_i=0.5$.

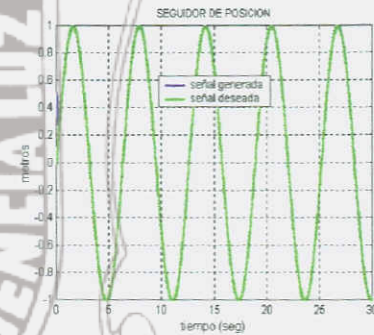


Fig. (7) Seguimiento del error de posición con $F_i=10$.

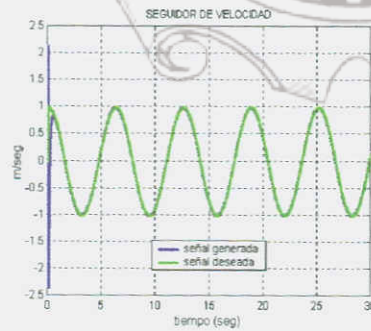


Fig. (8) Seguimiento del error de velocidad con $F_i=0.5$.

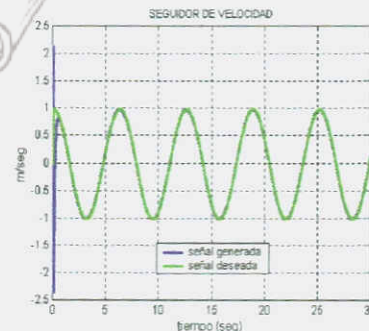


Fig. (9) Seguimiento del error de velocidad con $F_i=10$.

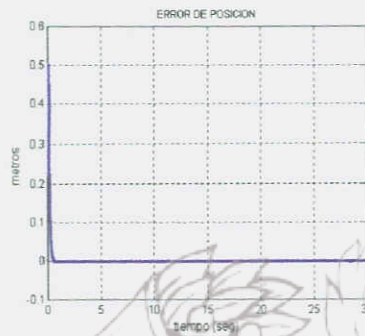


Fig. (10) Gráfica del error de posición con $F_i=0.5$.

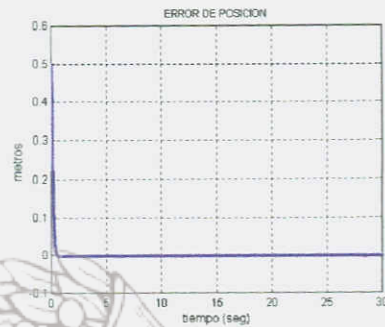


Fig. (11) Gráfica del error de posición con $F_i=10$.

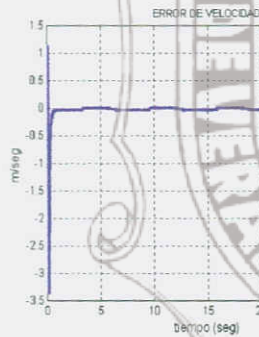


Fig. (12) Gráfica del error velocidad con $F_i=0.5$.

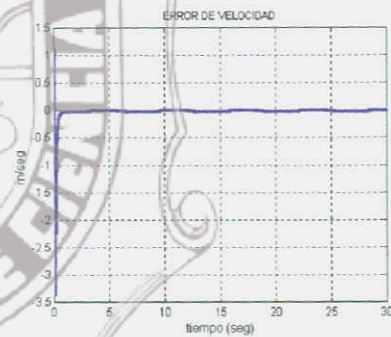


Fig. (13) Gráfica del error de velocidad con $F_i=10$.

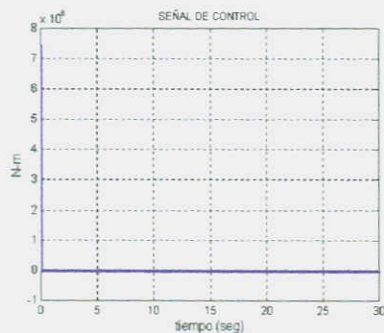


Fig. (14) Gráfica de la señal de control con $F_i=0.5$.

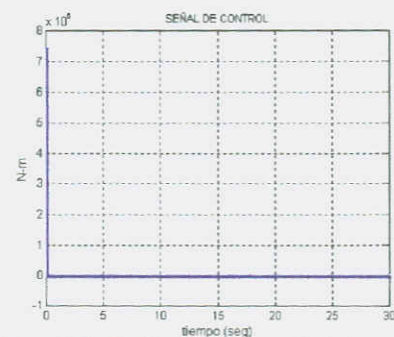
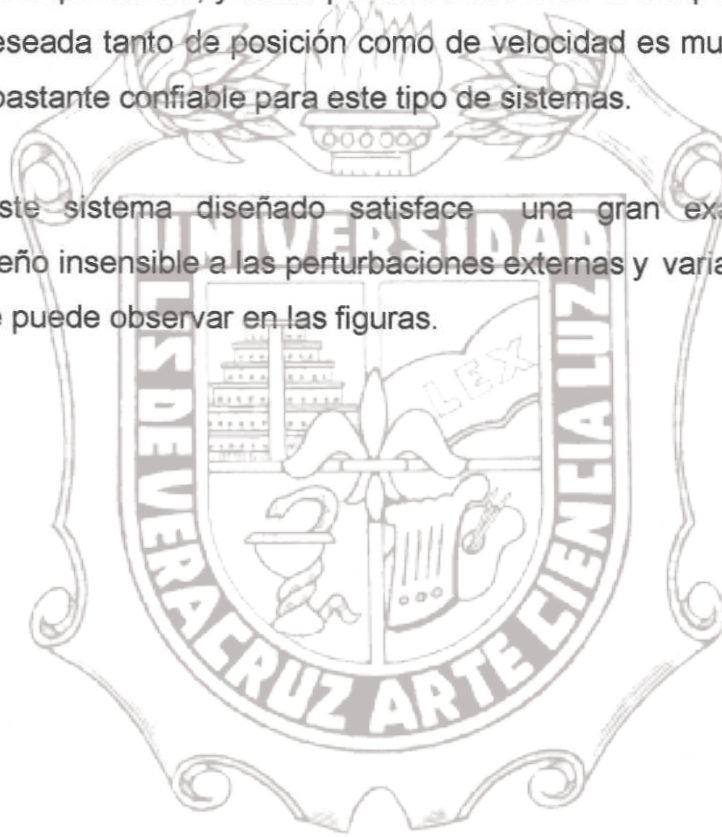


Fig. (15) Gráfica de la señal de control con $F_i=10$.

En las figuras anteriores correspondientes a las gráficas del control robusto no se observan cambios al variar la fricción, éstos solo se observan en la señal de control (par generado) en donde con una fricción grande se necesita un par de arranque mayor. Este control es muy bueno ya que el seguimiento del error tanto de posición como de velocidad cumple con el objetivo de que el error tienda a cero en tiempo infinito, y como podemos observar el tiempo en alcanzar a nuestra señal deseada tanto de posición como de velocidad es muy rápido, dando así un control bastante confiable para este tipo de sistemas.

Este sistema diseñado satisface una gran exactitud y produce un desempeño insensible a las perturbaciones externas y variaciones de parámetros como se puede observar en las figuras.



VI. CONCLUSIONES

En esta tesis se modeló el sistema de un cilindro hidráulico con incertidumbre, posteriormente se hicieron diferentes tipos de controladores usando técnicas de control como son: control directo de Lyapunov, PID y un control robusto con incertidumbre paramétrica.

En este sistema se fue variando la fricción para poder observar su comportamiento y los resultados fueron semejantes, la diferencia está en la señal de control, en donde con una fricción grande se necesita un mayor par de arranque.

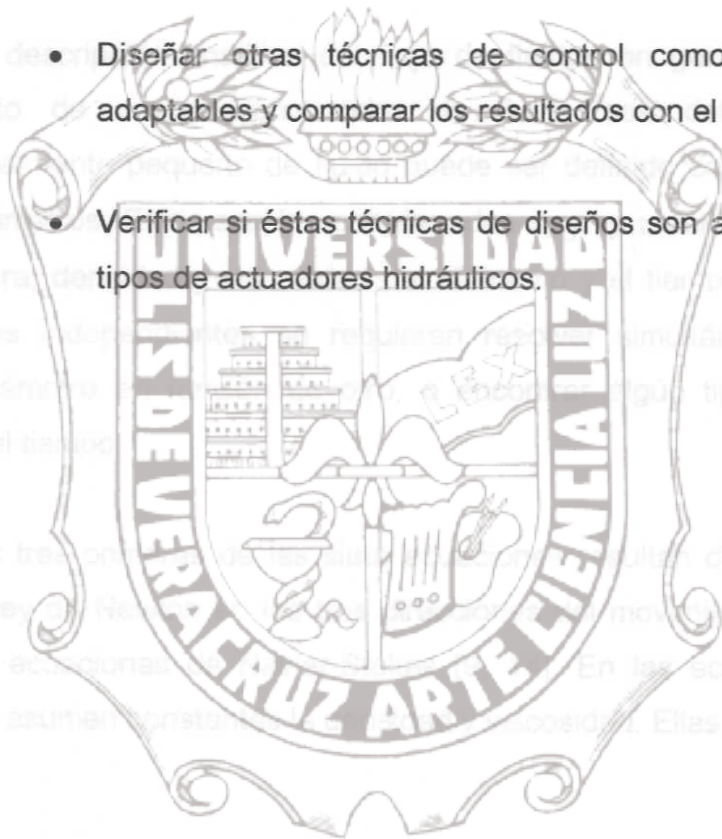
Comparando las simulaciones se puede observar como los controladores robustos son muy adecuados para éste tipo de sistema ya que consideran variación de parámetros y se muestran inmunes a las perturbaciones. El controlador realizado por el método directo de Lyapunov es hasta cierto punto aceptable, pero siendo exigentes como es en nuestro caso no cumple con las expectativas. Por lo que el controlador robusto con incertidumbre paramétrica fue el que tuvo el mejor seguimiento tanto en posición como en velocidad, y su error es prácticamente cero por lo que se demuestra que para sistemas con incertidumbres los controladores robustos son los ideales.

El programa utilizado es el MATLAB 5.3, es una herramienta muy poderosa que nos permite simular sistemas de control, con esto se puede observar y analizar el comportamiento de los mismos, este programa cuenta con el paquete SIMULINK que se basa en el uso de funciones de bloques, por lo que se puede decir que las simulaciones realizadas en dicho paquete son confiables.

VII. TRABAJOS FUTUROS

Los trabajos futuros que se pueden contemplar son:

- Aplicar estas leyes de control en tiempo real y digitalizarlas.
- Diseñar otras técnicas de control como son los controles adaptables y comparar los resultados con el control robusto.
- Verificar si éstas técnicas de diseños son apropiadas para otros tipos de actuadores hidráulicos.



Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho X - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (A1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho Y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (A2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho Z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (A3)$$

APENDICE A

El conocimiento de las leyes y las ecuaciones fundamentales que gobiernan el flujo de los fluidos [13] es esencial para el diseño de sistemas y componentes de control hidráulico.

La descripción analítica del flujo de fluidos en general requiere que el movimiento de un pequeño cubo de fluido sea definido. Un volumen infinitesimalmente pequeño de fluido puede ser definido completamente usando ocho parámetros. Estos son las coordenadas x , y y z del elemento, la presión, temperatura, densidad y viscosidad del elemento y el tiempo. Por lo tanto, siete ecuaciones independientes se requieren resolver simultáneamente y obtener algún parámetro en función de otro, o encontrar algún tipo de parámetro en función del tiempo.

Las tres primeras de las siete ecuaciones resultan de la aplicación de la segunda ley de Newton en las tres direcciones del movimiento y son conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes [9, 14]. En las ecuaciones de Navier-Stokes se asumen constantes la densidad y viscosidad. Ellas son

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho X - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (A1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho Y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (A2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho Z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (A3)$$

u , v y w son las componentes de la velocidad en las direcciones x , y , z de las coordenadas cartesianas, y X , Y , Z son las fuerzas por unidad de volumen en la dirección de los ejes coordenados, t es el tiempo, P es la presión por unidad de área, ρ es la densidad de la masa y μ es la viscosidad absoluta del fluido. Estas ecuaciones son el resultado de la ley de la conservación del momento.

Los términos del lado izquierdo de estas ecuaciones son el resultado de la inercia del fluido. Los últimos tres términos del lado derecho son el resultado de la fricción viscosa. Si los términos de inercia son despreciados, el conjunto de ecuaciones es llamado ecuaciones de Stokes; si la viscosidad es despreciada, es llamado, ecuaciones de Euler. La razón de la fuerza de inercia sobre la fuerza viscosa es llamada número de Reynolds y sirve para pesar el efecto relativo de los términos viscosidad e inercia en las ecuaciones de Navier-Stokes. Un número grande de Reynolds indica que los términos de la inercia son dominantes y el flujo del fluido es turbulento, mientras que un número pequeño indica el dominio de los términos de la viscosidad y el flujo del fluido es laminar.

La cuarta ecuación resulta de la ley de conservación de la masa. Considérese el volumen de control (figura A-1) en la cual hay una razón de flujo de volumen, de peso W hacia el interior y exterior.

Considérese que el volumen es V_0 y m la masa acumulada o almacenada del fluido con una densidad ρ el medio se asume continuo, la razón a la cual la masa es almacenada, debe de ser igual a la razón del flujo de masa que entra menos la razón de flujo de masa que sale.

Por lo tanto,

$$\Sigma W_{in} - \Sigma W_{out} = g \frac{dm}{dt} = g \frac{d(\rho V_0)}{dt} \quad (A4)$$

La ecuación (A4) es llamada ecuación de continuidad por que esta basada en la teoría continua, y la forma dada es útil para el análisis de los componentes del fluido.

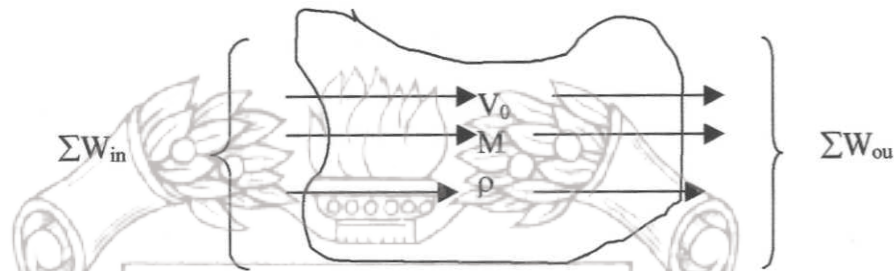


Fig. A1 Flujo de entrada y salida de un volumen de control

La quinta ecuación resulta de la ley de la conservación de la energía y es llamada la primera ley de la termodinámica. Considérese un volumen de control en la cual la razón del peso del flujo que entra es W_{in} kg/seg y el que sale W_{out} kg/seg.

El fluido dentro del volumen realiza trabajo externo, dW_x / dt kg – m/seg, y el calor es transferido al volumen a una razón de dQ_h/dt kg – m/seg. La primera ley se define como el flujo de energía que entra menos al flujo de energía que sale debe ser igual a la razón de la energía que es almacenada en el volumen. Por tanto,

$$\frac{dQ_h}{dt} - \frac{dW_x}{dt} + \sum W_{in} h_{0in} - \sum W_{out} h_{0out} = \frac{dE}{dt} \quad (A5)$$

donde $h_0 = h + V^2/2g + z$, Energía total (interna, presión, cinética, potencial) por unidad de peso del fluido, kg – m/kg.

E = Energía total del fluido dentro del volumen, kg – m.

u = Energía interna, kg – m/kg.

P = Presión, kg/m².

γ = Peso de la densidad, kg/m³.

V = Velocidad, m/seg.

g = Aceleración debido a la gravedad, 9.8m/seg².

z = Elevación, m.

W = Razón de peso del fluido, kg/seg.

h = u + P/ γ Entalpía del fluido, kg – m/kg.

La sexta ecuación, es la ecuación de estado y puede ser escrita como

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T (P - P_0) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P (T - T_0) \quad (A6)$$

donde ρ , P y T son la densidad, presión y temperatura, respectivamente del liquido con valores iniciales ρ_0 , P_0 y T_0 .

La séptima y ultima ecuación es la que define la viscosidad en función de la presión y la temperatura.

$$\mu = \mu_0 e^{-\lambda(T-T_0)} \quad (A7)$$

donde

μ = La viscosidad absoluta con temperatura T, kg – seg/m².

μ_0 = Viscosidad a una temperatura de referencia T_0 , kg – seg/m².

λ = Constante que depende del liquido, (°C)⁻¹.

T = Temperatura, °C.

Las ecuaciones que describen el flujo del fluido son ecuaciones diferenciales parciales con condiciones de acotamiento complejas. Se puede hacer ciertas aproximaciones que reducen la complejidad de estas ecuaciones y permiten soluciones bastantes exactas para muchos propósitos.

Estas siete ecuaciones se reducen si el fluido es un líquido [10, 15]. Las ecuaciones de Navier-Stokes, son reducidas ya que la resistencia del flujo a través de tales conductos es despreciada. Por que los coeficientes de expansión cúbicos son pequeños para los líquidos, el efecto directo de la temperatura en la densidad del fluido es despreciado. En general se asume que las condiciones son isotérmicas en el flujo del liquido. La suposición de la temperatura constante elimina la necesidad de la ecuación de la energía y reduce la ecuación (A6) de estado a la forma

$$\rho = \rho_i + \frac{\partial \rho_i}{\beta} P \quad (A8)$$

donde ρ_i y β son la densidad de la masa y el modulo volumétrico a presión cero.

La ecuación de continuidad (A4) puede ser escrita como

$$\sum W_{in} - \sum W_{out} = g \frac{dm}{dt} = g \frac{d(\rho V_0)}{dt} = g \rho \frac{dV_0}{dt} + g V \frac{d\rho}{dt} \quad (A9)$$

La razón de peso del flujo puede ser escrita como $W = g\rho Q$ y combinando (A8) y (A9) da lo siguiente

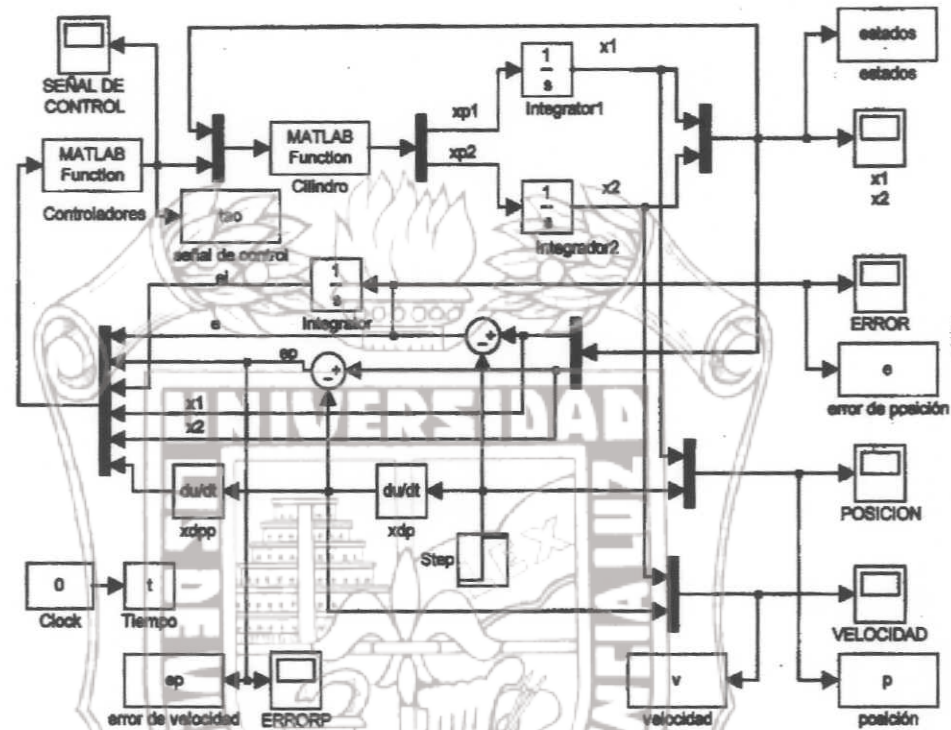
$$\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = \frac{dV_0}{dt} + \frac{V_0}{\beta} \frac{d\rho}{dt} \quad (A10)$$

a $\beta = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T$ se conoce también como el módulo volumétrico de elasticidad y

representa la variación de la presión dividida por la fracción de cambio de volumen a una temperatura constante. El primer término del lado derecho es el flujo consumido por la expansión del volumen de control. El segundo término es flujo comprimido y describe el flujo resultante del cambio de la presión.



APENDICE B



PROGRAMA CONSTANTES

```

% Este es un archivo de iniciación de constantest.

% Definición de constantest.
Cip=2;
Cep=1;
Kc=3;
Bo=.615;
B1=.556;
B2=.285;
Ao=.5;
A1=.75;
A2=.65;
Mt=1;
Ap=5;
L=10;
Kp=50;
Kd=15;
Ki=2.5;

```

```
kr=50;
%Fi=10;
Fi=0.5;
```

PROGRAMA CILINDRO HIDRAULICO

```
function sal1=Cilindro(u)
% Esta función obtiene el modelo del motor hidráulico para
% el servomecanismo EHS-160.
% Definición de variables de entrada.
x1=u(1);
x2=u(2);
tao=u(3);
% Llama el archivo constantes.m.
constantes;
Ctp = Cip+(Cep/2);
Kce = Kc+Ctp;
Fmt=(Fi*(x1))*[(Bo*x2+(Ao+A1*exp(-B1*abs(x2))+A2*(1-exp(-
B2*abs(x2))))*sign(x2))];
f=Fmt+(((Ap^2)*x2)/Kce);
% A continuación se calcula la forma en variables de estado.
xp1=x2;
xp2=-(f/Mt)+(tao/Mt);
sal1=[xp1,xp2];
```

PROGRAMA CONTROLADORES

```

function sal=Controladores(u)

% Esta función es el control directo por el método de
Lyapunov

% Definición de variables de entrada.

e=u(1);
ep=u(2);
ei=u(3);
x1=u(4);
x2=u(5);
xppd=u(6);

constantes; % Se esta llamando al archivo constantes.m.
s=(ep+(L*e));
w=-xppd+(L*ep);
xppr=xppd-(L*ep);

.....% Calculo de la Fricción...
Fmt=(Fi*(x1))*[(Bo*x2+(Ao+A1*exp(-B1*abs(x2)))+A2*(1-exp(-
B2*abs(x2))))*sign(x2)];
Y=xppr;
Pe=Mt;
Peo=.75*Pe;
ePe=Pe-Peo;
p=norm(ePe);
fact=Y*s;

if fact~=0
    h=[-p*(Y*s)]/[norm(Y)*abs(s)];
elseif fact==0
    h=0;
else
end;

%.....% Calculo del Control DIRECTO...
tao=(Mt*xppd)+Fmt-(Kp*e)-(Kd*ep); % --- OK ---

```



```
%.....%Calculo del CONTROL ROBUSTO.  
%tao=(-Kr*s)+Y*(Pe+h)+Fmt;           %--- OK ---  
  
% Calculo del Control PROPORCIONAL DERIVATIVO INTEGRAL...  
%tao=- (Kp*e) - (Kd*ep) - (Ki*ei)+Fmt;           %--- OK ---  
  
% Salida de la Funcion...  
sal=tao;
```



BIBLIOGRAFIA

- [1] K. Ogata. Ingeniería de Control Moderna. Editorial Prentice Hall 1980. ISBN 0-13-464701-07
- [2] Kuo B.C. Sistemas Automáticos de Control. Editorial CECSA 1994.
- [3] V. Cristina. Notas de Introducción al Control no Lineal. Publicaciones UNAM.
- [4] Yu Tang X. Introducción al control no lineal. Publicación UNAM.
- [5] Khalil H.K. Nonlinear Systems. Editorial Prentice Hall 1996.
- [6] Feedback Instruments Limited. Manual 160-2, Electro-Hydraulic Servomechanism Type EHS 160. Feedback Instruments Limited 1984.
- [7] J. E. Slotine, W. Li. Applied Nonlinear Control. Editorial Prentice Hall. ISBN 0-13-040890-5.
- [8] González Escalante A. Control de motores hidráulicos. Publicación IPN.
- [9] Merrit, H. E., Hydraulic Control System. John Wiley, New York. 1976.
- [10] C. Canudas de Wit, P Noël, A. Aubin, B. Brogliato. Adaptive Friction Compensation in Robot Manipulators; Low Velocities. The International Journal of Robotics Research, Vol. 10, No. 3, June 1991.
- [11] B. Armstrong – Helouvry. Control of Machines with Friction. Kluwer Academic Publishers. Massachusetts. 1991.

- [12] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Aström, P. Lischinsky. A New Model for Control of Systems with Friction. IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 40, No. 3 March 1995.
- [13] B. Daniel. Fluid Logic Controls and Industrial Automation. John Wiley, New York. 1976.
- [14] K. J. Aström, B. Wittenmak. Computer Controlled Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs N. J. 07632, 1984.
- [15] García y Rodríguez. Aprende MATLAB 5.3 como si estuviera en primero. ESIISS 1999.

