



**UNIVERSIDAD VERACRUZANA**  
**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DE UN ROBOT  
INDUSTRIAL CON DIFERENTES ESQUEMAS  
DE CONTROL ADAPTABLE**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA  
OPCIÓN CONTROL**

**PRESENTA**

**ING. JUAN CARLOS MARTÍNEZ ROSAS**



## UNIVERSIDAD VERACRUZANA INSTITUTO DE INGENIERIA

H. Veracruz, Ver., a 16 de Octubre de 2002  
DI284/02

Al Candidato al Grado  
Ing. Juan Carlos Martínez Rosas  
PRESENTE:

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Secretaría propuso el Dr. Marco Antonio Arteaga Pérez, para que lo desarrolle como tesis, para obtener el Grado de Maestro en Ingeniería Eléctrica Opción Control

TEMA:

“IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DE UN ROBOT INDUSTRIAL CON DIFERENTES ESQUEMAS DE CONTROL ADAPTABLE”

- I .- Introducción
- II .- Preliminares matemáticos
- III .- Modelo matemático
- IV .- Identificación paramétrica
- V .- Conclusiones
- Bibliografía

Sin otro particular, me es grato reiterarle la seguridad de mi más atenta y distinguida consideración.

Atentamente

“Lis de Veracruz: Arte, Ciencia, Luz”

  
Dr. Bonifacio C. A. Peña Pardo

Director

BPP/apm\*



IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DE UN ROBOT  
INDUSTRIAL CON DIFERENTES ESQUEMAS DE  
CONTROL ADAPTABLE

Juan Carlos Martínez Rosas

Octubre 2002

# Tesis de Maestría

Dedico esta tesis:

A Dios por darme vida y permitirme culminar tan importante etapa de mi ser.

A Fernanda y Rocío por ser lo que más amo en la vida.

A mis padres y hermanos por su inmensurable amor.



## Agradecimientos

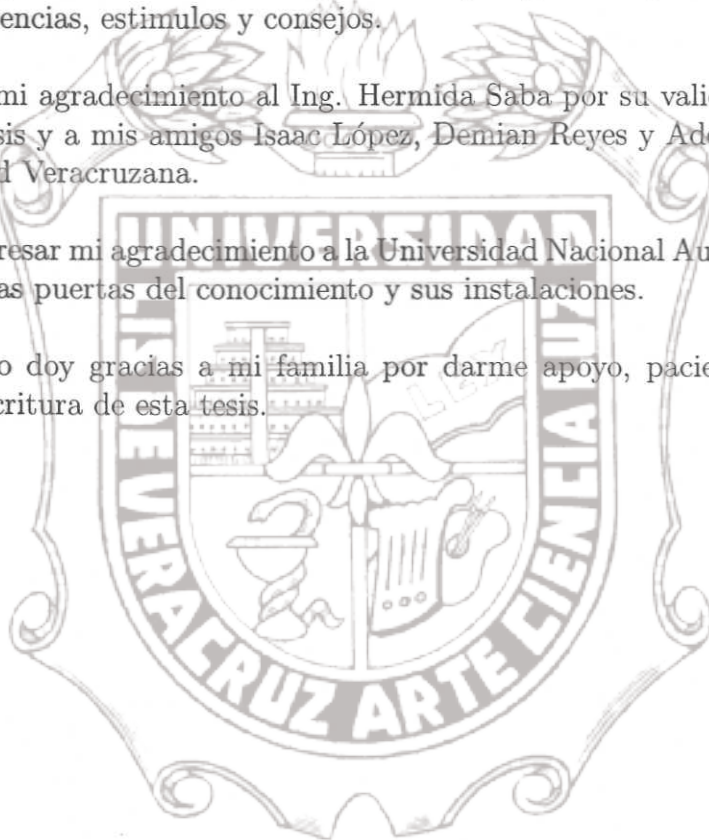
Deseo expresar mi agradecimiento a las personas que de diferentes formas han hecho posible este trabajo de tesis. En primer lugar al Dr. Arteaga por su valiosa contribución de las técnicas de control adaptable utilizadas en esta tesis y permitirme ser parte de su equipo de control de robots.

Doy gracias a mis amigos y compañeros del Laboratorio de robótica de la DEPMI (Jorge gudiño, Adrian Castillo, Enrique Aranda, Angélica V. y Eduardo P.) por sus valiosas sugerencias, estímulos y consejos.

Expresar mi agradecimiento al Ing. Hermida Saba por su valiosa ayuda en este trabajo de tesis y a mis amigos Isaac López, Demian Reyes y Adelaida Pacheco de la Universidad Veracruzana.

Deseo expresar mi agradecimiento a la Universidad Nacional Autónoma de México por abrirme las puertas del conocimiento y sus instalaciones.

Por último doy gracias a mi familia por darme apoyo, paciencia y esperanza durante la escritura de esta tesis.



## Summary

Most of industrial robots are controlled with PID schemes. This generalization is due to the simplicity of its design and its employment. However, in view of the nonlinear nature of the dynamic models of robots manipulators, the performance achieved by this kind of controls is not very high. To give solution to this problem, different control algorithms have been proposed in the literature.

The dynamic models of the robots manipulators possess parameters or coefficients that depend in the mass, frictions and gravity. In most of the applications, the manipulator usually holds objects of different masses that are ignored in many occasions. The problem of controlling systems with unknown parameters is the main interest for the employment of technical adaptive.

This thesis presents three implementations of adaptive algorithms reported in the literature, are used to estimate parameters on line of the CRS A465 Industrial arm robot with six degree freedom.

However despite the existence of numerous papers on adaptive identification robots, there are relatively few experimental implementations whit industrial robots, This gives rise to the question wheter this kind of algoritms will work well on industrial robots.

The first method is implemented to identification, is the one given in Slotine y Li (1987). The second method is the implementation of Slotine y Li (1987) algorithm plus a velocity generating filter from Burg *et al.* (1997). The three method is a tracking control and adaptive scheme together with a linear observer, is used to obtain the dynamic parameters on line, given in Arteaga Pérez (2002).

## Resumen

La mayoría de los robots industriales son controlados con esquemas PID. Esta generalización es debida a la simplicidad de su diseño al ser empleados. Sin embargo, en vista de la naturaleza no lineal de los modelos dinámicos de robots, el desempeño conseguido por éste tipo de controladores no es muy eficiente. Para dar solución a este problema, diferentes algoritmos de control han sido propuestos en la literatura.

El modelo dinámico de robots posee parámetros o coeficientes que dependen de las masas, fricciones, momentos de inercia, motores y gravedad. En muchas de sus aplicaciones, los manipuladores usualmente sostienen objetos de diferentes masas que son ignoradas en algunas ocasiones, es decir tienen incertidumbre paramétrica. El problema de controlar sistemas con parámetros desconocidos es el principal motivo para el empleo de técnicas adaptables.

Esta tesis presenta tres implementaciones de algoritmos adaptables reportados en la literatura, son usados para estimación paramétrica en línea del robot industrial CRS A465 con seis grados de libertad. Sin embargo, a pesar de la existencia de numerosos artículos sobre identificación paramétrica de robots, hay relativamente pocos experimentos con robots industriales, esto sugiere cuestionarse sobre qué tipo de algoritmo tiene el mejor desempeño sobre robots industriales.

El primer método de identificación utilizado es dado en (Slotine y Li 1987), el segundo método es la implementación del algoritmo de (Slotine y Li 1987) más un filtro generador de velocidad dado en Burg *et al.* (1997), finalmente el tercer método es un control de seguimiento y esquema adaptable junto con un estimador de velocidad utilizados para obtener los parámetros dinámicos en línea dado en (Arteaga Pérez 2002).

# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción.</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Preliminares matemáticos</b>	<b>5</b>
2.1	Modelo cinemático y dinámico de robots . . . . .	5
2.1.1	Componentes y estructura de robots manipuladores . . . . .	5
2.1.2	Cinemática de robots manipuladores . . . . .	6
2.1.3	Dinámica de robots manipuladores . . . . .	9
2.1.4	Energía cinética de robots manipuladores . . . . .	14
2.1.5	Energía potencial de robots manipuladores . . . . .	17
2.1.6	Ecuaciones de disipación de energía en robots manipuladores . . . . .	17
2.1.7	Ecuaciones de movimiento de robots manipuladores . . . . .	18
2.2	Propiedades del modelo dinámico de robots . . . . .	23
2.3	Control de robots . . . . .	24
2.3.1	Control basado en pasividad . . . . .	24
2.3.2	Control sin medición de velocidad . . . . .	26
2.3.3	Algoritmos de identificación de parámetros . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Modelo matemático</b>	<b>28</b>
3.1	Cinemática del robot A465 . . . . .	29
3.2	Comprobación de la cinemática del robot A465 . . . . .	32
3.3	Dinámica del manipulador industrial A465 . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Identificación Paramétrica</b>	<b>39</b>
4.1	Algoritmo adaptable de Slotine y Li (1987) . . . . .	40
4.2	Algoritmo adaptable de Slotine con filtro de generación de velocidad . . . . .	41
4.3	Esquema de adaptación con observador de velocidad . . . . .	42
4.4	Resultados experimentales y simulaciones del comportamiento dinámico del robot A465. . . . .	44
4.5	Parámetros nominales y parámetros identificados en línea . . . . .	53



<b>A</b>	<b>Interfaz pc-robot para la implementación de algoritmos de control</b>	<b>65</b>
A.0.1	Interfaz . . . . .	68
<b>B</b>	<b>Momentos de inercia</b>	<b>70</b>
B.1	Momentos de inercia de una masa . . . . .	70
B.2	Teorema de los ejes paralelos . . . . .	71
B.3	Momentos de inercia del robot A465 . . . . .	72
B.3.1	Momentos de inercia del sistema coordinado 1 . . . . .	73
B.4	Momentos de inercia del sistema coordinado 2 . . . . .	76
B.5	Momentos de inercia del sistema coordinado 3 . . . . .	79
B.6	Momentos de inercia del sistema coordinado 4 . . . . .	81
B.7	Momentos de inercia del sistema coordinado 5 . . . . .	84
B.8	Momentos de inercia del sistema coordinado 6 . . . . .	86
<b>C</b>	<b>Dinámica de los motores del robot A465</b>	<b>89</b>
C.1	Modelado de motores de c.d. . . . .	89
C.2	Constantes mecánicas y eléctricas de motores del robot A465 . . . . .	93
C.3	Sintonización de ganancias de control PD para cada motor del robot A465 aplicando el método de Ziegler y Nichols . . . . .	95
C.4	Sintonización de ganancias de control PD para cada motor del robot A465 considerando la dinámica de motores . . . . .	98
<b>D</b>	<b>Demostración del Teorema 1</b>	<b>102</b>
<b>E</b>	<b>Programa de control, adaptación y observador de velocidad del robot A465</b>	<b>108</b>

# Índice de Figuras

2.1	Robot CRS A465 ilustrando articulaciones y elementos. . . . .	6
2.2	Asignación de sistemas de coordenadas del brazo manipulador CRS Robotics A465. . . . .	7
2.3	Articulación del robot A465. . . . .	11
2.4	Diagrama a bloques del modelo dinámico de robots manipuladores. . . . .	22
3.1	Diagrama dimensional del robot A465. . . . .	28
3.2	Fotografía del robot A465 del Laboratorio de Robótica de la DEPMI. . . . .	29
3.3	Diagrama de cuerpo libre y asignación de ejes del Robot A465. . . . .	30
4.1	Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 1. . . . .	47
4.2	Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 2. . . . .	48
4.3	Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 3. . . . .	49
4.4	Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 4. . . . .	50
4.5	Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 5. . . . .	51
4.6	Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 6. . . . .	52
4.7	comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 1 y 2 a 10hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot (· · ·), simulación en Matlab(-) . . . . .	57

4.8	comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 3 y 4 a 10hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot (···), simulación en Matlab(-) . . . . .	58
4.9	comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 5 y 6 a 10hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot (···), simulación en Matlab(-) . . . . .	59
4.10	comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 1 y 2 a 5hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot (···), simulación en Matlab(-) . . . . .	60
4.11	comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 3 y 4 a 5hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot (···), simulación en Matlab(-) . . . . .	61
4.12	comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 5 y 6 a 5hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot (···), simulación en Matlab(-) . . . . .	62
A.1	Diseño de interfaz para control de Robot A465. . . . .	69
B.1	Momento inercia de una masa. . . . .	70
B.2	Momento de inercia de un cuerpo con masa concentrada en un punto. . . . .	71
B.3	Momento de inercia de prisma rectangular y cilindro circular. . . . .	72
B.4	Estructura del sistema de coordenadas 1 . . . . .	73
B.5	Estructura del sistema de coordenadas 2 . . . . .	78
B.6	Estructura del sistema de coordenadas 3 . . . . .	80
B.7	Estructura del sistema de coordenadas 4 . . . . .	82
B.8	Estructura del sistema de coordenadas 5 . . . . .	84
B.9	Estructura del sistema de coordenadas 6 . . . . .	87
C.1	Diagrama de un motor de cd controlado por armadura. . . . .	90
C.2	Diagrama de control $K_P$ en lazo cerrado de un motor de cd. . . . .	95
C.3	sintonización de motores con ganancia $K_P$ por método de Ziegler y Nichols, $K_{Ci}$ , es el periodo de oscilación continua. . . . .	96
C.4	Errores de posición de control PD. . . . .	98

## Índice de Tablas

2.1	(Tabla de Parámetros $\theta_i, \alpha_i, d_i, a_i$ ) . . . . .	8
3.1	(Parámetros $\theta_i, \alpha_i, d_i, a_i$ de robot CRS A465) . . . . .	31
3.2	(Tabla de umbral de voltajes positivos y negativos aplicados para producir movimiento en cada motor del robot A465 con sus respectivas conversiones de par de torsión) . . . . .	37
4.1	(Ganancias $\Lambda$ ) . . . . .	46
4.2	(Ganancias $K_P$ y $K_D$ ) . . . . .	46
4.3	comparación de parámetros de inercia . . . . .	53
4.4	comparación de parámetros de gravedad . . . . .	54
4.5	comparación de parámetros de dinámica de motores . . . . .	54
4.6	comparación de parámetros de fricción de Coulomb . . . . .	54
4.7	comparación de parámetros de fricción viscosa . . . . .	55
4.8	Evaluación de desempeño con la norma de error de seguimiento $\mathcal{I}^2$ . . . . .	56
B.1	Volumen total de sistema de masas desplazado . . . . .	76
B.2	Datos numéricos de sistema inercial 1 . . . . .	77
B.3	Datos numéricos de sistema inercial 2 . . . . .	79
B.4	Datos numéricos de sistema inercial 3 . . . . .	81
B.5	Datos numéricos de sistema inercial 4 . . . . .	83
B.6	Datos numéricos de sistema inercial 5 . . . . .	86
B.7	Datos numéricos de sistema inercial 6 . . . . .	88
C.1	Constantes eléctricas y mecánicas de motores para robot A465 . . . . .	93
C.2	Constantes eléctricas y mecánicas de motores para robot A465 . . . . .	93
C.3	Parámetros de ajuste (método de oscilación) . . . . .	95
C.4	Ganancias $K_{P_i}$ y $K_{D_i}$ ajustadas por método de oscilación . . . . .	97
C.5	Parámetros de ajuste (método de oscilación) . . . . .	100
C.6	Parámetros de ajuste (método de oscilación) . . . . .	101

## Capítulo 1

### Introducción.

A pesar de la existencia de una gran variedad de robots comerciales, el diseño de controladores de alto desempeño para robots sigue siendo un área de intensos estudios por parte de diferentes centros de investigación. La mayoría de los robots industriales son diseñados para realizar tareas controladas con esquemas de control PID, debido a la sencillez al ser empleados. Sin embargo, las exigencias industriales requieren de robots con esquemas de control modernos para desarrollar tareas de alta velocidad y precisión.

Para entender con mayor claridad los problemas que existen en el estudio de robots, cabe señalar que los motores empleados en los robot manipuladores, se encuentran sometidos a una serie de acoplamientos entre ellos, los cuales repercuten en pares de perturbaciones debido a los cambios de inercia y gravitacionales dependientes de la posición del manipulador a cada instante, incluso para velocidades pequeñas en manipuladores de 1 grado de libertad (g.d.l.).

Los modelos dinámicos de los robots manipuladores son de naturaleza no-lineal y variantes en el tiempo. Este hecho tiene como consecuencia que las técnicas de diseño tradicional para el control de sistemas no lineales tengan una aplicación limitada en el desempeño de los manipuladores. Un estudio más detallado sobre los modelos dinámicos de los manipuladores manifiesta que poseen parámetros o coeficientes que dependen de la masa de los eslabones, su longitud, momentos de inercia y gravedad, que en muchas ocasiones son desconocidos. Esto se conoce como incertidumbre paramétrica (Kelly 1989).

Dos clases de esquemas han sido activamente estudiadas para mantener el desempeño en presencia de incertidumbre paramétrica, el control robusto y el control adaptable.

El control robusto de robots ha recibido considerable atención en la última década. El campo de aplicación de esta nueva disciplina, abarca aquellos problemas que se caracterizan por considerar incertidumbres en el modelo que sean tolerables por un controlador fijo lineal e invariante en el tiempo para condiciones de trabajo nominales. En el caso de controladores adaptables, los mecanismos de adaptación obtienen información de los parámetros en línea, esta clase de controladores pueden proporcionar un mejor desempeño aun con variaciones de carga (Slotine y Li 1987).

Las técnicas de identificación de manipuladores de robots son particularmente atractivas para determinar la dinámica de los parámetros cuando existe dificultad para medirlos directamente. La precisión, desempeño y robustez de esos esquemas dependen en gran medida del modelo dinámico parametrizado, es decir, de la correcta descripción de los efectos inerciales, centrífugos, de Coriolis, gravitacionales y fuerzas de fricción cuando el robot está en movimiento (Kelly 1989).

Desde mediados de los 50's, los experimentos de control adaptable han tenido diferentes propósitos; verificar ideas, obtener el desempeño de los sistemas adaptables, comparar diferentes aproximaciones y encontrar cual de ellas es la mejor. Los primeros experimentos fueron realizados con tecnología analógica; ello originó que estuvieran plagados con problemas de hardware. Desde que los procesos digitales se hicieron disponibles, la computadora se ha convertido en una herramienta natural y poderosa para medir el desempeño de variados métodos de adaptación.

Han sido pocos los algoritmos adaptables para identificación paramétrica que han funcionado en línea con robots experimentales. Algunos trabajos han sido reportados en Prufer y Wahl (1994), donde se comparan dos modelos diferentes para identificación dinámica con un robot de 2 g.d.l de transmisión directa. En Ping *et al.* (1996), es demostrado experimentalmente un método nuevo de identificación paramétrica sin medición de velocidad y aceleración de un robot cortador de figuras de vidrio. En Reyes y Kelly (1997), se describe una evaluación de tres esquemas diferentes de identificación para determinar los parámetros dinámicos de un robot de 2 g.d.l de transmisión directa, basados en el principio de conservación de energía. En Poignet y Gautier (2000) se presenta una comparación de dos métodos para identificación dinámica de robots basadas en estimación por mínimos cuadrados sobre un robot SCARA.

A pesar de que existen numerosos algoritmos de control de seguimiento con esquemas de observación de velocidad, hay relativamente pocos algoritmos que combinan esquemas adaptables y observadores de velocidad. En Canudas de Wit *et al.* (1992), se propone una solución a este problema utilizando discontinuidades. En Erlic y Lu (1995), se presenta un esquema de adaptación-observador, sin embargo para garan-

tizar la estabilidad se hace uso del desconocimiento de la velocidad de articulación en el algoritmo de adaptación y observador.

Esto muestra que la mayoría de los esquemas de control que han funcionado para identificación paramétrica, lo han hecho sobre robots de menos de 3 g.d.l. Por este motivo en la presente tesis se aborda en el estudio comparativo de tres diferentes esquemas de control adaptable para identificación paramétrica con el uso respectivo de diferenciación numérica del desplazamiento de articulación, filtrado de error de velocidad y observador de velocidad sobre un manipulador industrial A465 de 6 g.d.l.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se hace una descripción de los preliminares matemáticos del modelo cinemático, dinámico y propiedades del modelo dinámico de robots, también se hace un resumen de la evolución de controladores convencionales y los controladores avanzados. El modelo cinemático y dinámico del robot CRS A465 es desarrollado y validado en el Capítulo 3. El Capítulo 4 presenta resultados experimentales, validación del modelo en lazo abierto con los parámetros identificados y conclusiones de los resultados. La conversión de un robot industrial a un robot experimental mediante el diseño de una interfaz, el cálculo de los momentos de inercia de todos los elementos estructurales del robot y la dinámica de cada uno de los seis motores son documentados respectivamente en los Apéndices A, B y C. En el Apéndice D se describe la estabilidad del control de seguimiento de robots manipuladores rígidos con incertidumbre paramétrica y sin medición de velocidad, desarrollado por Arteaga Pérez (2002). Finalmente en el Apéndice E se desglosa el programa en código "C" correspondiente al funcionamiento en línea de los algoritmos de control e identificación paramétrica utilizados.

## Hipótesis

El error de seguimiento de robots basado en la norma  $L^2$  es reducido cuando son utilizados observadores de velocidad.

## Capítulo 2

### Preliminares matemáticos

#### 2.1 Modelo cinemático y dinámico de robots

Los robots manipuladores industriales son sistemas mecánicos complejos no lineales, diseñados para realizar tareas específicas con ayuda de una herramienta localizada en su parte terminal. Su fuente de energía puede ser eléctrica, neumática o hidráulica. Generalmente su estructura es conformada por  $n$  grados de libertad, suficientes para desplazarse dentro de su espacio de trabajo; cada articulación dispone de un sensor de posición para proporcionar información del desplazamiento angular durante cada instante de muestreo.

Las ecuaciones que describen el comportamiento de un robot manipulador se pueden expresar mediante el modelo cinemático y dinámico. El modelo cinemático de un robot describe la relación entre la geometría de movimiento como una función del tiempo de un robot con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo, mientras que el modelo dinámico describe las relaciones entre las fuerzas y pares de torsión que actúan sobre cada grado de libertad y el movimiento del robot. La cinemática y la dinámica son fundamentales para planear y llevar a cabo aplicaciones específicas.

##### 2.1.1 Componentes y estructura de robots manipuladores

Los robots manipuladores consisten en eslabones rígidos conectados por una serie de uniones, cada unión es controlada independientemente. El movimiento de las uniones produce el movimiento relativo de los eslabones. Generalmente, el número de uniones indica el número de grados de libertad.

Considérese el brazo articulado de  $n$  eslabones rígidos mostrado en la Figura 2.1, los eslabones o elementos son numerados consecutivamente desde la base (eslabón



0) hasta el final (eslabón  $n$ ). Las uniones son los puntos de la articulación entre los eslabones y se numeran de tal forma que la unión  $i$  conecte los eslabones  $i$  e  $i - 1$ . No existe unión al final del último eslabón.

Para describir la geometría del movimiento del robot, se asigna un marco de coordenadas cartesianas  $(x_i, y_i, z_i)$  a cada unión, donde  $i = 1 \dots n$ , (Fu *et al.* 1989). Por convención, cada eslabón gira sobre el eje  $z$  del marco de referencia asignado al eslabón previo. El primer eslabón se mueve con respecto al eje  $z$  del marco de referencia de la base  $x_0, y_0, z_0$ , el cual es un marco cartesiano inercial. El robot manipulador puede ser expresado en término de las coordenadas de la unión  $q_1, \dots, q_n$ . Para articulaciones de rotación, la coordenada de unión  $q_i$  es el desplazamiento angular alrededor de  $z_{i-1}$ .

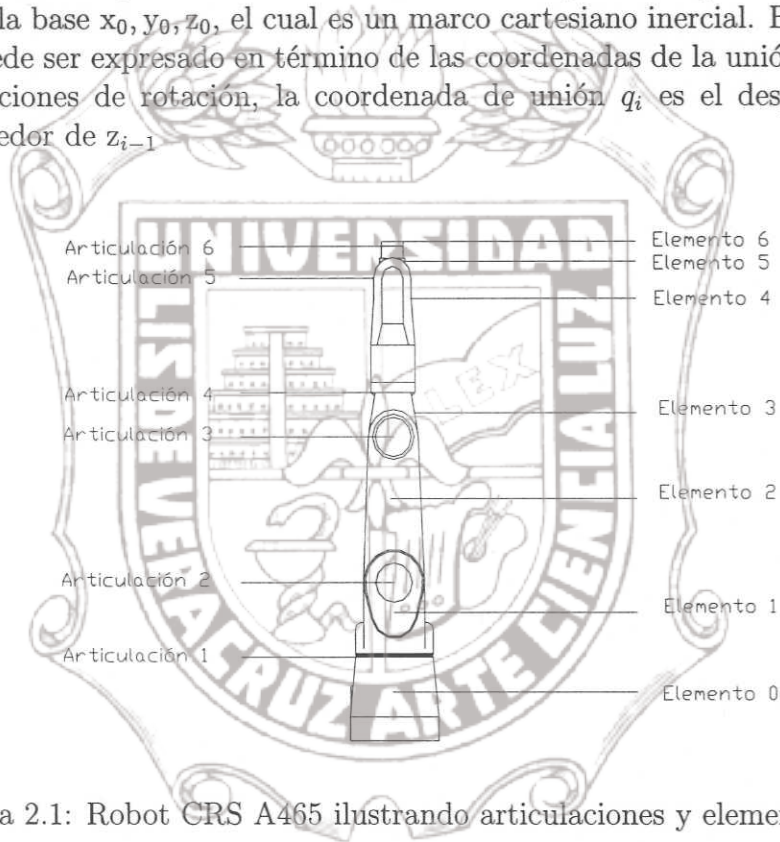


Figura 2.1: Robot CRS A465 ilustrando articulaciones y elementos.

### 2.1.2 Cinemática de robots manipuladores

Puesto que la cinemática es la parte dedicada al establecimiento de sistemas coordinados para representar la posición y orientación de los robots rígidos con transformaciones entre esos sistemas de coordenadas, resulta necesario introducir el concepto de transformación homogénea, de tal manera que se puedan combinar operaciones matriciales de rotación y traslación.

## Representación cinemática de Denavit-Hartenberg

Para describir la relación traslacional y rotacional entre elementos adyacentes, Denavit y Hartenberg (1955), propusieron un método matricial para establecer de forma sistemática un sistema inercial de coordenadas para cada elemento de un robot (Spong y Vidyasagar 1989). Tal representación tiene como resultado una matriz de transformación homogénea  $4 \times 4$  que representa cada uno de los sistemas de coordenadas de los elementos en la articulación con respecto al sistema de coordenadas del elemento previo. Así, mediante transformaciones secuenciales, el efector final expresado en las coordenadas de la herramienta se puede transformar y expresar en las coordenadas de la base (cabe hacer notar que esta metodología no puede ser utilizada en cualquier robot).

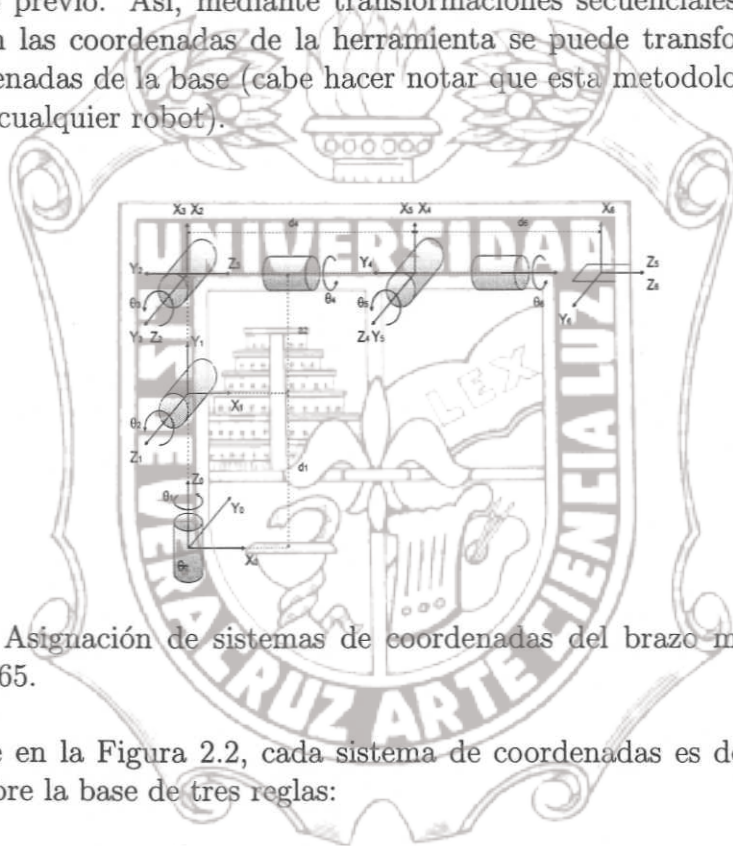


Figura 2.2: Asignación de sistemas de coordenadas del brazo manipulador CRS Robotics A465.

Con base en la Figura 2.2, cada sistema de coordenadas es determinado y establecido sobre la base de tres reglas:

1. El eje  $z_{i-1}$  yace a lo largo del eje de la articulación.
2. El eje  $x_i$  es normal al eje  $z_{i-1}$  y apunta hacia fuera de él.
3. El eje  $y_i$  completa el sistema de coordenadas dextrógiro según se requiera.

La representación cinemática de Denavit y Hartenberg (1955) para cada elemento rígido del robot A465 depende de cuatro parámetros geométricos asociados con cada elemento. Estos cuatro parámetros describen completamente cada articulación de revolución del manipulador. Con referencia a la Figura 2.2, estos cuatro parámetros están definidos como sigue:

$\theta_i$  es el ángulo de la articulación del eje  $x_{i-1}$  al eje  $x_i$  respecto del eje  $z_{i-1}$  (utilizando la regla de la mano derecha).

$d_i$  es la distancia desde el origen del sistema de coordenadas  $(i-1)$  –ésimo hasta la intersección del eje  $z_{i-1}$  con el eje  $x_i$  a lo largo del eje  $z_{i-1}$ .

$a_i$  es la distancia de separación desde la intersección del eje  $z_{i-1}$  con el eje  $x_i$  hasta el origen del sistema  $i$ –ésimo a lo largo del eje  $x_i$  (o la distancia más corta entre los ejes  $z_{i-1}$  y  $z_i$ ).

$\alpha_i$  Es el ángulo de separación del eje  $z_{i-1}$  al eje  $z_i$  respecto del eje  $x_i$  (utilizando la regla de la mano derecha).

$d_i$ ,  $a_i$  y  $\alpha_i$  son los parámetros de articulación que permanecen constantes para el manipulador, mientras que  $\theta_i$  es la variable de la articulación que cambia cuando el elemento  $i$  (actual) gira con respecto al elemento  $i-1$  (anterior).

Con el diagrama de cuerpo libre, las tres reglas básicas anteriores para establecer los sistemas de coordenadas en cada elemento y la interpretación geométrica de los parámetros de la articulación, se obtiene la Tabla 2.1 de parámetros.

Articulación $i$	$\theta_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$a_i$
1	$\theta_1$	$\alpha_1$	$d_1$	$a_1$
2	$\theta_2$	$\alpha_2$	$d_2$	$a_2$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$n$	$\theta_n$	$\alpha_n$	$d_n$	$a_n$

Tabla 2.1: (Tabla de Parámetros  $\theta_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $d_i$ ,  $a_i$ )

A partir de la Tabla 2.1 es posible establecer la matriz de transformación homogénea  ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$  para cada elemento del robot. Continuando con la convención de Denavit-Hartenberg, cada transformación homogénea se representa como producto de cuatro transformaciones homogéneas básicas de una transformación homogénea compuesta  ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ , conocida como la matriz de transformación Denavit-Hartenberg para sistemas de coordenadas adyacentes  $i-1$  e  $i$ .

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = Rot_{z,\theta_i} Trans_{z,d_i} Trans_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i} \quad (2.1)$$

Matricialmente la transformación homogénea es expresada como:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & -\cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Llevando a cabo el producto matricial, resulta

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & -\cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & a_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

${}^{i-1}A_i$ , es la matriz homogénea que transforma las coordenadas de un punto del marco de referencia  $i$  al marco de referencia  $i - 1$ . Como todas las articulaciones son de revolución, significa que  ${}^{i-1}A_i$  es función de la variable de articulación  $\theta_i$  o  $q_i$ , es decir

$${}^{i-1}A_i = {}^{i-1}A_i(\theta_i)$$

Finalmente, la cinemática directa de un robot manipulador es simplemente el cálculo de la matriz  ${}^0T_i$ , mediante la multiplicación en cadena de las  $n$  matrices  ${}^{i-1}A_i$ .

$${}^0T_i = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0R_i & {}^0p_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

### 2.1.3 Dinámica de robots manipuladores

Un robot manipulador es básicamente un dispositivo posicionador. Para controlar la posición es necesario conocer las propiedades dinámicas del manipulador, a fin de saber que tanta fuerza se tiene que aplicar para originar un movimiento. Muy poca fuerza originará una reacción de lento movimiento; demasiada fuerza aplicada al brazo equivaldrá a colapsar con algún objeto u oscilar alrededor de la posición deseada. Obtener las ecuaciones dinámicas de un manipulador no es una tarea simple debido a la cantidad de grados de libertad y a las no linealidades presentadas en los robots.

Esta sección está centrada a obtener el modelo o formulación matemática de las ecuaciones de movimiento de un robot. El modelo dinámico puede obtenerse a partir de las leyes físicas, conocidas como leyes de la mecánica newtoniana y lagrangiana. Esto conduce al desarrollo de ecuaciones de movimiento dinámico para las articulaciones del manipulador en términos de los parámetros geométricos e inerciales de los elementos que conforman su estructura mecánica. Con las formulaciones de Euler-Lagrange (E-L) es posible desarrollar de manera sistemática las ecuaciones de movimiento para robots.

Utilizando la representación de la cadena cinemática (2.4) y la formulación lagrangiana, se ha demostrado que las ecuaciones de movimiento dinámico para un robot de seis articulaciones son fuertemente no lineales y constan de carga inercial, fuerzas de reacción entre las articulaciones (Coriolis y centrífuga) y efectos de carga de gravedad. Estos pares-fuerzas dependen de los parámetros físicos del manipulador, de la configuración instantánea de las articulaciones, de la velocidad, aceleración de las articulaciones y de la carga que está soportando el robot en cada instante.

En resumen, las ecuaciones de Euler-Lagrange son un conjunto completo de ecuaciones de estado para la dinámica del robot y se pueden utilizar para analizar y diseñar avanzadas estrategias de control en el espacio de las variables de articulación. La aplicación directa de la formulación dinámica lagrangiana, junto con la representación de coordenadas obtenida de elementos de Euler-Lagrange, resulta en una descripción algorítmica completa de las ecuaciones de movimiento del manipulador. Es decir, las ecuaciones dinámicas del manipulador se basan en el comportamiento de:

1. La cinemática.
2. La ecuación de Euler-Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.5)$$

donde

$\mathcal{L}$  = función lagrangiana =  $\mathcal{K} - \mathcal{P}$

$\mathcal{K}$  = energía cinética total del brazo

$\mathcal{P}$  = energía potencial total del brazo

$q_i$  = coordenada generalizada del brazo

$\dot{q}_i$  = primera derivada respecto al tiempo de la coordenada generalizada  $q_i$

$\tau_i$  = par torsor generalizado para mover al elemento  $i$  [Nm]

### Cálculo de velocidad en articulaciones

La formulación de Euler-Lagrange requiere de la energía cinética  $\mathcal{K}$ , la cual a su vez requiere del conocimiento de la velocidad de cada elemento. Considerando la Figura 2.3, en esta sección se deduce la velocidad de un punto fijo en el elemento  $i$  y se analiza el efecto del movimiento de otra articulación sobre todos los puntos en ese elemento.

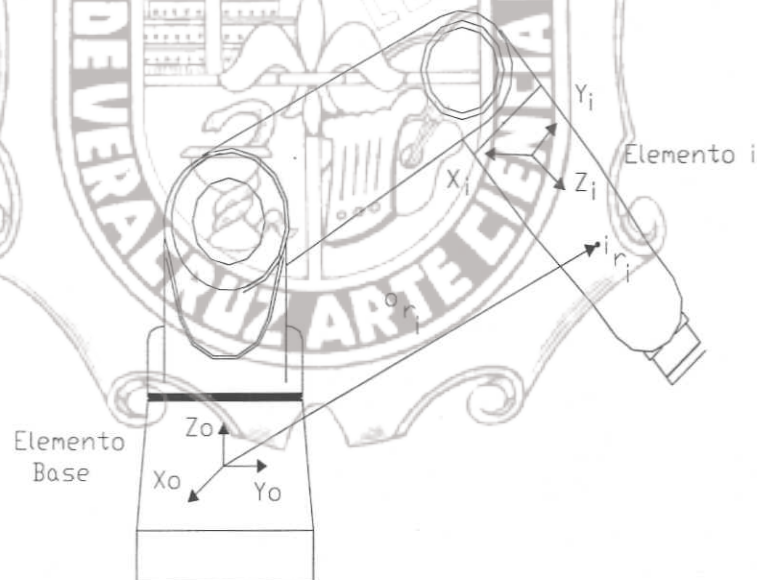


Figura 2.3: Articulación del robot A465.

El punto  ${}^i r_i$  es constante con respecto al sistema  $Oxyz_i$  y está dado por

$${}^i r_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Con respecto al sistema de coordenadas de la base se tiene:

$${}^0 r_i = {}^0 T_i {}^i r_i, \quad (2.7)$$

donde

$${}^0 T_i = {}^0 A_1 {}^1 A_2, \dots, {}^{i-1} A_i. \quad (2.8)$$

Como  ${}^{i-1} A_i$  tiene la forma de (2.3), la velocidad del punto  ${}^i r_i$  en  $xyz_0$  está dada por:

$$v_i = {}^0 v_i = \frac{d}{dt} {}^0 r_i \quad (2.9)$$

$$v_i = \frac{d}{dt} ({}^0 A_1 {}^i r_i) \quad (2.10)$$

$$= {}^0 \dot{A}_1 {}^1 A_2, \dots, {}^{i-1} A_i {}^i r_i + {}^0 A_1 \dot{{}^1 A}_2, \dots, {}^{i-1} A_i {}^i r_i + {}^0 A_1 {}^1 A_2, \dots, {}^{i-1} \dot{A}_i {}^i r_i \quad (2.11)$$

Como se tiene  ${}^i \dot{r}_i = 0$

$$v_i = \left\{ \left( \frac{\partial {}^0 A_1}{\partial q_1} \dot{q}_1 \right) {}^1 T_i + {}^0 A_1 \left( \frac{\partial {}^1 A_2}{\partial q_2} \dot{q}_2 \right) {}^2 T_i + \dots \right\} {}^i r_i \quad (2.12)$$

$$= \left\{ \dot{q}_1 \frac{\partial {}^0 T_i}{\partial q_1} + \dot{q}_2 \frac{\partial {}^0 T_i}{\partial q_2} + \dots + \dot{q}_i \frac{\partial {}^0 T_i}{\partial q_i} \right\} {}^i r_i.$$

Finalmente se obtiene

$$v_i = \sum_{j=1}^i \left\{ \frac{\partial {}^0 T_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right\} {}^i r_i \quad (2.13)$$

De la expresión anterior se concluye que para calcular  $v_i$  es necesario conocer la derivada parcial de  ${}^oA_i$  con respecto a  $q_i$ . Esta se puede calcular fácilmente con la ayuda de una matriz  $Q_i$  que, para una articulación de revolución, se define como:

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Este método es sólo válido si la cinemática del robot puede ser descrita por Denavit-Hartenberg.

Entonces se obtiene la siguiente derivada parcial

$$\frac{\partial {}^{i-1}A_i}{\partial \theta_i} = Q_i {}^{i-1}A_i \quad (2.15)$$

Debido a que todas las articulaciones son de revolución, de (2.3) se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial {}^{i-1}A_i}{\partial \theta_i} &= \begin{bmatrix} -\sin \theta_i & -\cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i & -a_i \sin \theta_i \\ \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16) \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\equiv Q_i {}^{i-1}A_i \quad (2.18)$$



Con la finalidad de simplificar notaciones se define  $U_{ij}$  como

$$U_{ij} = \frac{\partial {}^0T_i}{\partial q_j} \tag{2.19}$$

$$= \begin{cases} {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{j-2}A_{j-1} Q_j {}^{j-1}A_j \dots {}^{i-1}A_i & \text{para } j \leq i \\ 0 & \text{para } j > i \end{cases}$$

Para obtener finalmente el efecto del movimiento de la articulación  $j$  sobre todos los puntos del elemento  $i$  se calcula

$$U_{ij} = \begin{cases} {}^0T_{j-1} Q_j {}^{j-1}T_i & \text{para } j \leq i \\ 0 & \text{para } j > i \end{cases} \tag{2.20}$$

Utilizando esta notación,  $v_i$  se puede expresar como

$${}^0v_i = \sum_{j=1}^i (U_{ij} \dot{q}_j) {}^i r_j \tag{2.21}$$

La matriz  $U_{ij}$  es la velocidad de cambio de los puntos ( ${}^i r_j$ ) sobre el elemento  $i$  relativo al sistema de coordenadas de la base cuando  $q_j$  cambia

## 2.1.4 Energía cinética de robots manipuladores

Después de obtener la velocidad de la articulación de cada elemento, es necesario encontrar la energía cinética del elemento  $i = 1, 2, \dots, n$ , expresada en el sistema de coordenadas de la base. Sea  $dK_i$  la energía cinética de una partícula con masa diferencial  $dm$  en el elemento  $i$ , se tiene

$$\begin{aligned} dK_i &= \frac{1}{2} (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) dm \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} (v_i v_i^T) dm \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} (v_i v_i^T) dm \end{aligned} \tag{2.22}$$

Donde se utiliza el operador traza en lugar de un producto escalar de vectores. Sustituyendo  $v$  de la ecuación (2.21), (2.22) se puede escribir como

$$\begin{aligned}
 d\mathcal{K}_i &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left( \left( \sum_{p=1}^i U_{ip} \dot{q}_p \mathbf{r}_i \right) \left( \sum_{r=1}^i U_{ir} \dot{q}_r \mathbf{r}_i \right)^T \right) dm \\
 &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left( \sum_{p=1}^i \sum_{j=1}^i U_{ip} \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right) dm \\
 &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left( \sum_{p=1}^i \sum_{j=1}^i U_{ip} \left( \int \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T dm \right) U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right) \quad (2.23)
 \end{aligned}$$

La matriz  $U_{ij}$  es la misma para todos los puntos en el elemento  $i$  e independiente de la distribución de la masa. También  $\dot{q}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , son independientes de la distribución de la masa del elemento  $i$

Integrando ambos lados para obtener la energía de todo el elemento  $i$  se tiene

$$\mathcal{K}_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ \sum_{p=1}^i \sum_{j=1}^i U_{ip} \left( \int \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T dm \right) U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right\} dm \quad (2.24)$$

El término integral es la inercia de todos los puntos del elemento  $i$  y está dado por

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_i &\triangleq \int \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T dm \quad (2.25) \\
 &= \int \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i \end{bmatrix} dm
 \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int y_i x_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int z_i x_i dm & \int z_i y_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix}$$

Para escribir la matriz  $\mathbf{J}_i$  en términos de los momentos de inercia del elemento  $i$  con respecto al sistema de coordenadas  $Oxyz_i$ , se puede hacer lo siguiente:

$$I_{xx} = \int (y_i^2 + z_i^2) dm \quad (2.26)$$

$$I_{yy} = \int (x_i^2 + z_i^2) dm \quad (2.27)$$

$$I_{zz} = \int (x_i^2 + y_i^2) dm \quad (2.28)$$

Por tanto

$$\int x_i^2 dm = \frac{-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}}{2} \quad (2.29)$$

Finalmente (2.25) se puede escribir como

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{xy} & I_{xz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{xy} & \frac{I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{yz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{xz} & I_{yz} & \frac{I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}}{2} & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

donde

$${}^i \bar{r}_i = \begin{bmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ \bar{z}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

es el vector de centro de masa del elemento  $i$  expresado en el sistema de coordenadas  $i$ . Por tanto, la energía cinética total de un robot manipulador está dada por la siguiente cantidad escalar

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{Tr}(U_{ij} J_i U_{ik}^T) \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (2.32)$$

La energía cinética también puede escribirse en la siguiente forma

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} \quad (2.33)$$

donde la matriz de inercia se define como

$$h_{(i,j)}(\mathbf{q}) = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Tr}(U_{kj} J_k U_{ki}^T) \quad (2.34)$$

$i, j = 1, 2 \dots n$  y  $H(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercia generalizada.

### 2.1.5 Energía potencial de robots manipuladores

Sea  $\mathcal{P}$  la energía potencial total de un robot manipulador y  $\mathcal{P}_i$  la energía potencial de cada uno de sus elementos. Entonces

$$\mathcal{P}_i = -m_i \bar{\mathbf{g}}^T ({}^0 A_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i) \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.35)$$

Donde, la energía total del brazo se puede obtener sumando todas las energías potenciales en cada elemento

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \bar{\mathbf{g}}^T \sum_{i=1}^n \mathcal{P}_i \\ &= \bar{\mathbf{g}}^T \sum_{i=1}^n (-m_i ({}^0 A_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i)) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Donde  $\bar{\mathbf{g}}^T = [g_x, g_y, g_z, 0]^T$  es un vector columna de gravedad expresado en el sistema de coordenadas de la base. Para un sistema de nivel,  $\bar{\mathbf{g}} = [0, 0, -|g|, 0]^T$ , con  $g$  como la constante gravitacional ( $g = 9.8062 \frac{m}{s^2}$ ).

### 2.1.6 Ecuaciones de disipación de energía en robots manipuladores

Los efectos de fricción en sistemas mecánicos son fenómenos relativamente complicados. Tradicionalmente, estos efectos son modelados sólo en forma aproximada por un vector  $\mathbf{d}(\dot{\mathbf{q}})$ , dependiente únicamente de la velocidad angular  $\dot{\mathbf{q}}$ . Los efectos de fricción son locales, esto es,  $\mathbf{d}(\dot{\mathbf{q}})$  puede expresarse como:

$$\mathbf{d}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} d_1(\dot{q}_1) \\ d_2(\dot{q}_2) \\ \vdots \\ d_n(\dot{q}_n) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Una característica importante de las fuerzas de fricción es la de tener propiedades de disipación, esto es:

$$\dot{q}^T d(\dot{q}) \geq 0$$

Por lo tanto, la fricción de Coulomb y viscosa en este trabajo de tesis estan definidas por

$$d_i(\dot{q}_i) = [b_i \dot{q}_i + f_{ci} \operatorname{sgn}(\dot{q}_i)] \quad (2.38)$$

donde  $b_i$  y  $f_{ci}$  representan los coeficientes de fricción viscosa y fricción de Coulomb respectivamente para cada articulación  $i$  (Reyes y Kelly 1997).

En adelante se escribirá  $d(\dot{q})$  en forma matricial como

$$d(\dot{q}) = D\dot{q} + f_c(\dot{q}) \quad (2.39)$$

Donde  $D \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$  es la matriz de coeficientes de fricción viscosa y  $f_c$  representa la fricción de Coulomb

## 2.1.7 Ecuaciones de movimiento de robots manipuladores

De las ecuaciones (2.32) y (2.36), la función Lagrangiana  $\mathcal{L} = \mathcal{K} - \mathcal{P}$  está dada por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \operatorname{Tr}(\mathbf{U}_{ij} \mathbf{J}_i \mathbf{U}_{ik}^T) \dot{q}_j \dot{q}_k + \sum_{i=1}^n m_i \bar{g}^T ({}^0 \mathbf{A}_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i) \quad (2.40)$$

Colocando la energía cinética en forma matricial se tiene

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{q}^T \mathbf{H}(q) \dot{q} + \sum_{i=1}^n m_i \bar{g}^T ({}^0 \mathbf{A}_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i) \quad (2.41)$$

Aplicando la formulación de Euler-Lagrange a la función Lagrangiana  $\mathcal{L}$  en forma matricial

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right\} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \tau - \left( D\dot{q} + f_c(\dot{q}) \right) \quad (2.42)$$

El siguiente paso consiste en calcular el modelo en forma cerrada y matricial.

Comenzando con los términos del lado izquierdo de (2.42)

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} &= -\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left\{ \bar{\mathbf{g}}^T \sum_{i=1}^n m_i ({}^0 \mathbf{A}_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i) \right\} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \{ \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \} \\
 &= \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{q}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

El primer término de (2.43) representa el vector del par tursor gravitacional generalizado  $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ , el cual puede ser calculado directamente por:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}(\mathbf{q}) &= -\frac{\partial}{\partial q_i} (\bar{\mathbf{g}}^T \sum_{i=1}^n m_i ({}^0 \mathbf{A}_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i)) \\
 &= -m \bar{\mathbf{g}}^T \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial q_i} ({}^0 \mathbf{A}_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i)
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Sustituyendo (2.19) en la ecuación anterior se obtiene el vector generalizado del par tursor gravitacional:

$$\mathbf{g}_i(\mathbf{q}) = -\sum_{i=1}^n m_i \bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{U}_{ij} {}^i \bar{\mathbf{r}}_i \tag{2.45}$$

El segundo término del lado derecho de (2.43) forma parte del vector de Coriolis y fuerzas centrífugas. Antes de calcular este vector se desarrolla el primer término de (2.43)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \left( \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \mathcal{P} \right) \\
 &= \mathbf{H}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

De donde se obtiene

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \mathbf{H}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{H}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \tag{2.47}$$

$\mathbf{H}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}$  en (2.47) está en su forma matricial final, mientras que  $\dot{\mathbf{H}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$  pertenece al término de fuerzas centrífugas y de Coriolis, que es denotado por  $\mathbf{h}_c(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{(n \times 1)}$ . Tomando en cuenta (2.43), se define a este vector como:

$$\mathbf{h}_c(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{H}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \tag{2.48}$$

En lugar de calcular  $h_c(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  por medio de (2.48), es preferible definir  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$  tal que

$$h_c(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}. \quad (2.49)$$

Se calcula primero el  $i$ -ésimo elemento de  $h_c(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$

$$\begin{aligned} h_{ci} &= \sum_{j=1}^n \dot{h}_{ij} \dot{q}_j - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n h_{kj} \dot{q}_k \dot{q}_j \\ &= \sum_{j=1}^n \dot{h}_{ij} \dot{q}_j - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial h_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_j \\ &= \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j - \frac{1}{2} \frac{\partial h_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_j \right) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Puesto que:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j &= \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j + \frac{\partial h_{ik}}{\partial q_j} \dot{q}_j \dot{q}_k \right) \end{aligned} \quad (2.51)$$

se tiene

$$h_{ci} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \left( \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial h_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial h_{kj}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_k \dot{q}_j \quad (2.52)$$

para  $i = 1, \dots, n = 6$ .

Definiendo el término de (2.52) como

$$c_{kji} \triangleq \frac{1}{2} \left( \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial h_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial h_{kj}}{\partial q_i} \right), \quad (2.53)$$

donde,  $c_{jki}$  se definen como los símbolos de Christofel de primera clase (Spong y Vidyasagar 1989), por lo tanto el elemento  $c_{ij}$  de  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  está dado por:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n c_{kji} \dot{q}_k \quad \text{para } i, j = 1, \dots, n = 6. \quad (2.54)$$

Finalmente, a partir del desarrollo de la matriz de inercia, los elementos de fuerzas centrífugas y de Coriolis, los términos de fricción viscosa y Coulomb, así como del vector de par de torsión gravitacional, se obtiene como resultado el par generalizado necesario  $\tau_i$ , para que el actuador de la articulación  $i$  mueva el elemento  $i$ -ésimo del robot manipulador.

La representación en forma matricial de la dinámica obtenida es:

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + D\dot{q} + f_c(\dot{q}) + g(q) \quad (2.55)$$

Donde  $\tau$  es un vector de par generalizado de dimensión  $n \times 1$  aplicado en las articulaciones  $i = 1, 2, \dots, n$ , es decir

$$\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T$$

$q$  es un vector de las variables de articulación del brazo con dimensión  $n \times 1$ , y se puede expresar como:

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$$

$\dot{q}$  es un vector de la velocidad de las articulaciones del brazo de dimensión  $n \times 1$ , y se puede expresar como:

$$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T$$

Puesto que la mayoría de los robots industriales son actuados eléctricamente, la dinámica de los motores (ver Apéndice C) necesariamente debe de relacionarse con el modelo del robot para obtener un modelo dinámico más completo. La relación de los  $n$  voltajes aplicados a las armaduras de los motores, los  $n$  pares  $\tau_i$  suministrados por dichos motores y el modelo del robot están dados por:

Combinando la dinámica del robot (2.55) y la dinámica de los motores dada en Apéndice (C.12)

$$D_K V = D_j \ddot{q} + D_f \dot{q} + D_n \tau \quad (2.56)$$

resulta en:

$$D_K V = D_j \ddot{q} + D_f \dot{q} + D_n \{H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + f_c(\dot{q}) + g(q)\} \quad (2.57)$$

$$= D_j \ddot{q} + D_f \dot{q} + D_n H(q)\ddot{q} + D_n C(q, \dot{q})\dot{q} + D_n D\dot{q} + D_n f_c(\dot{q}) + D_n g(q) \quad (2.58)$$



multiplicando todo por  $D_n^{-1}$  finalmente se tiene

$$D_n^{-1}D_j\ddot{q} + D_n^{-1}D_f\dot{q} + H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + f_c(\dot{q}) + g(q) = D_n^{-1}D_KV \quad (2.59)$$

La ecuación (2.59) está en forma de ecuación diferencial simbólica, e incluye todos los efectos inerciales, centrífugos, de coriolis, gravitacionales, de fricción viscosa, de fricción de Coulomb y la dinámica de sus motores de los 6 elementos del robot A465. La forma de (2.59), permite el diseño de una ley de control que compense fácilmente muchos de los efectos no lineales.

Referente al modelado del robots manipuladores, es importante notar que la ecuación (2.59) supone que los eslabones del manipulador son rígidos. Esto es, que no presentan fenómenos de torsión ni flexión. También se consideró que las uniones entre cada eslabón están libres de elasticidad. Otra característica importante es la complejidad computacional de las ecuaciones dinámicas de movimiento obtenidas. Es decir, las ecuaciones de Euler-Lagrange obtenidas están expresadas de una manera altamente estructurada, utilizadas para obtener leyes de control avanzado, tal como el control adaptable. La Figura 2.4 expresa la dinámica de robot de la ecuación (2.59).

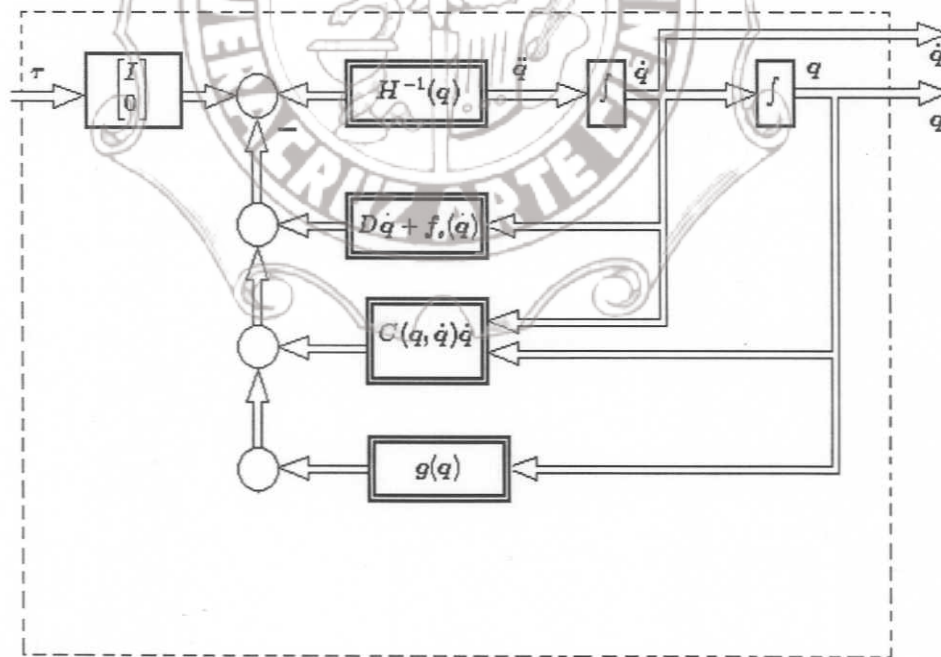


Figura 2.4: Diagrama a bloques del modelo dinámico de robots manipuladores.

## 2.2 Propiedades del modelo dinámico de robots

La dinámica de un brazo robot rígido con articulaciones de revolución puede describirse usando las ecuaciones dinámicas de movimiento, en la forma siguiente:

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q) \quad (2.60)$$

- $q \in \mathbb{R}^n$  es el vector de coordenadas generalizadas de articulación
- $H(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz simétrica positiva definida de inercia
- $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de Coriolis y pares de torsión centrífugos
- $g(q) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de pares de torsión gravitacionales
- $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz semidefinida positiva diagonal para los coeficientes de fricción viscosa
- $f_c(\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de coeficientes de fricción de Coulomb.

En el diseño de controladores para robots rígidos juegan un papel muy importante las propiedades del modelo del sistema. La demostración de las siguientes propiedades se puede encontrar en Arteaga Pérez (1998).

**Propiedad 1** Se tiene que  $\lambda_h \|x\|^2 \leq x^T H(\dot{q})x \leq \lambda_H \|x\|^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$ , con  $0 < \lambda_h \leq \lambda_H < \infty$ .

**Propiedad 2** Con una definición apropiada de  $C(q, \dot{q})$ ,  $\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$  es anti-simétrica.

**Propiedad 3** La matriz  $C(q, \dot{q})$ , satisface  $\|C(q, \dot{q})\| \leq k_c \|\dot{q}\|$ , con  $0 < k_c < \infty$  y  $\forall x \in \mathbb{R}^n$ .

**Propiedad 4** El vector  $C(q, x)y$ , satisface  $C(q, x)y = C(q, y)x$  para toda  $x, y \in \mathbb{R}^n$ .

**Propiedad 5** El modelo dinámico (2.60), puede expresarse linealmente en términos de un vector  $\varphi$  dependiente exclusivamente de los parámetros dinámicos, por ejemplo de las masas, longitudes, términos gravitacionales, inercias y dinámica de motores. Esto significa que el modelo dinámico puede escribirse como:

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + f_c(\dot{q}) + g(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\varphi = D_n^{-1}D_K V \quad (2.61)$$

donde  $Y$  es una matriz de  $n \times m$  y  $\varphi$  es un vector de  $m \times 1$ , el cual contiene las  $m$  constantes dependientes de los parámetros dinámicos.

## 2.3 Control de robots

Por lo general, a los robots de tipo industrial se les demandan elevadas condiciones de velocidad y precisión de movimiento. Este objetivo ha motivado las investigaciones y avances tecnológicos realizados en el campo de la robótica. La utilización de materiales más ligeros, el diseño de sistemas de transmisión sin tanta fricción y con baja inercia, de sensores de elevada resolución y de motores rápidos y precisos ha permitido mejorar de manera notable la calidad de movimiento de los robots.

Del mismo modo, los algoritmos de control para robots tienen por objeto mejorar al máximo las características de velocidad y precisión. El objetivo del control de seguimiento es procurar que las trayectorias preestablecidas o deseadas para el robot realmente sean seguidas por este. Para ello se hace uso del modelo dinámico del robot y de las herramientas de análisis y diseño aportadas por la teoría de control, tales como estabilidad, control PID, control adaptable, etc. que contribuya a un mayor desempeño de sus movimientos.

### 2.3.1 Control basado en pasividad

Dada la ecuación (2.55) de movimiento dinámico de un manipulador:

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + f_c(\dot{q}) + g(q) \quad (2.62)$$

el objetivo de control consiste en proporcionar el par de torsión necesario a las articulaciones para seguir una trayectoria deseada  $q_d(t)$ . En términos más formales, el objetivo de control de seguimiento consiste en determinar  $\tau$  de tal forma que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q}(t) = 0 \quad (2.63)$$

donde

$$\tilde{q}(t) = q(t) - q_d(t) \quad (2.64)$$

Contrario a muchos algoritmos en la literatura, este tipo de control no requiere de la medición de la aceleración de articulación  $\ddot{\mathbf{q}}$ , ni tampoco de la inversión de la matriz de inercia estimada. El diseño de este controlador dado por Slotine y Li (1987) requiere de una señal deseada  $\mathbf{q}_d(t)$  con por lo menos primera y segunda derivadas continuas, acotadas y parámetros conocidos, así como de considerar las siguientes definiciones:

$$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d \quad (2.65)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_r = \dot{\mathbf{q}}_d + \Lambda \tilde{\mathbf{q}} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r \\ &= \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d + \Lambda \tilde{\mathbf{q}} \\ &= \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \Lambda \tilde{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (2.67)$$

con  $\Lambda > \mathbf{0}$ , cuando  $f_c(\tilde{\mathbf{q}})$  es cero, la ley de control está dada por

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}_r - \mathbf{K}_D \mathbf{s} \quad (2.68)$$

Esta ley de control aplicada al sistema (2.62), con  $\mathbf{K}_V > \mathbf{0}$ , resulta en un seguimiento asintótico de las trayectorias deseadas  $\mathbf{q}_d$  y  $\dot{\mathbf{q}}_d$ . En lazo cerrado se tiene:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{s} + \mathbf{K}_{DV}\mathbf{s} = \mathbf{0} \quad (2.69)$$

donde  $\mathbf{K}_{DV} = \mathbf{D} + \mathbf{K}_V$ . La convergencia del seguimiento de trayectoria se determina con la función auxiliar

$$V(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \mathbf{s} \quad (2.70)$$

Derivando (2.70) con respecto al tiempo se tiene

$$\dot{V}(t) = -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_{DV} \mathbf{s} \quad (2.71)$$

Por tanto

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{s} = \mathbf{0} \quad (2.72)$$

lo que implica que  $\tilde{\mathbf{q}}$  y  $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}$  tienden a cero, y por tanto este tipo de controlador sea global asintóticamente estable

### 2.3.2 Control sin medición de velocidad

La mayoría de los controladores para robots se basan en la retroalimentación de las variables de estado. Por esta razón, normalmente los manipuladores son equipados con sensores de posición y velocidad en cada articulación. Los sensores de posición o encoders proporcionan mediciones muy exactas de los desplazamientos angulares de las articulaciones; contrariamente a ello, las velocidades son medidas por tacómetros, los cuales entregan mediciones contaminadas con ruido, provocando un mal desempeño dinámico del manipulador. Partiendo de la suposición de que se tiene un perfecto conocimiento de los valores de los parámetros de un modelo de manipulador, un observador de velocidad basado en el modelo podría ser muy eficiente y de mucha utilidad en el desempeño dinámico del robot.

El diseño de este tipo de observadores es muy complejo cuando se trata con sistemas no lineales, la reconstrucción asintótica de los estados debido a un observador no garantizará que un controlador con retroalimentación de estados funcione utilizando los estados estimados en lugar de los verdaderos. En virtud de ello, el principal objetivo del diseño de un observador deberá estar centrado en la demostración de la estabilidad del observador para el controlador propuesto.

El primer paso en el diseño de controladores con retroalimentación de salida debe estar enfocado en la derivación apropiada de un observador para el sistema considerado. Suponiendo que para el sistema (2.55) se dispone únicamente del desplazamiento  $q(t)$  como variable de salida, entonces la velocidad  $\dot{q}(t)$  debe estimarse por medio de un observador; un ejemplo importante de control con observación de velocidad es el propuesto por Nicosia y Tomei (1990).

Sea  $y$  la salida del sistema, dada por  $y = q(t)$ , y sea el error de observación  $\tilde{y} = y - \hat{y}$ , donde  $\hat{y}$  es la variable estimada, el observador propuesto está dado por

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + K_D \tilde{y} \\ \dot{\hat{x}}_2 &= H^{-1}(y) \left[ -C(y, \hat{x}_1) \hat{x}_1 + u + K_P \tilde{y} - g(y) - D \hat{x}_1 \right] \\ \hat{y} &= \hat{x}_1\end{aligned}\quad (2.73)$$

donde  $K_D$  y  $K_P$  son matrices simétricas definidas positivas. Suponiendo que se desea que el seguimiento del robot esté dado por la trayectoria  $q_d(t)$  y asumiendo que se conocen la primera y segunda derivadas, la ley de control está dada por

$$\tau = H(q) \ddot{q}_d + C(q, \dot{q}) \dot{q}_d + D \dot{q}_d + g(q) - H_P \tilde{q} - H_D (\dot{\tilde{y}} - \dot{q}_d) \quad (2.74)$$

donde  $H_P$  y  $H_D$  son matrices simétricas definidas positivas y  $\tilde{q} = q - q_d$  es el error de seguimiento.

### 2.3.3 Algoritmos de identificación de parámetros

Los dos controladores vistos en las secciones anteriores requieren de un conocimiento exacto de los parámetros del sistema. Esto no es posible de satisfacer en la práctica, por lo que una solución es estimarlos. La identificación de sistemas se define en la literatura científica como el proceso de determinar un conjunto de ecuaciones diferenciales, o los parámetros de tales ecuaciones que describen un proceso físico de acuerdo con un determinado criterio (Rodríguez y López 1996).

El más popular y general de los métodos de identificación utilizados es llamado método de mínimos cuadrados. Consiste en buscar los parámetros desconocidos de tal forma que la suma de los cuadrados de las diferencias de los valores observados y calculados multiplicado por un número que mide el grado de precisión, sea un mínimo. Para poder obtener una solución analítica, los valores calculados deben de ser funciones lineales de los parámetros desconocidos (Rodríguez y López 1996).

Otro método de ajuste de parámetros que se utiliza en controladores es el llamado algoritmo de gradiente, donde es utilizada una función de error para realizar la identificación.

$$J(\hat{\theta}(t)) = \frac{1}{2} e^2(t) \quad (2.75)$$

Derivando parcialmente con respecto a  $\hat{\theta}(t)$  se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}(t)} &= \frac{\partial J}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial \hat{\theta}(t)} \\ &= -e(t)\varphi(t) \end{aligned} \quad (2.76)$$

La ley de adaptación es

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}(t) &= -\gamma \frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}(t)} \\ &= -\gamma \varphi(t)e(t). \end{aligned} \quad (2.77)$$

El criterio general que debe cumplir un algoritmo de identificación es que los parámetros no sufran desviaciones y la entrada al sistema sea persistentemente excitada (Slotine y Li 1991).

## Capítulo 3

# Cinemática y dinámica del robot industrial A465

En este capítulo se deducen las expresiones cinemáticas y dinámicas que rigen el comportamiento del robot A465 de la Figura 3.1 y 3.2. Algunos aspectos importantes que se deben de considerar para el modelo de este robot manipulador se enlistan a continuación (CRS 1997).

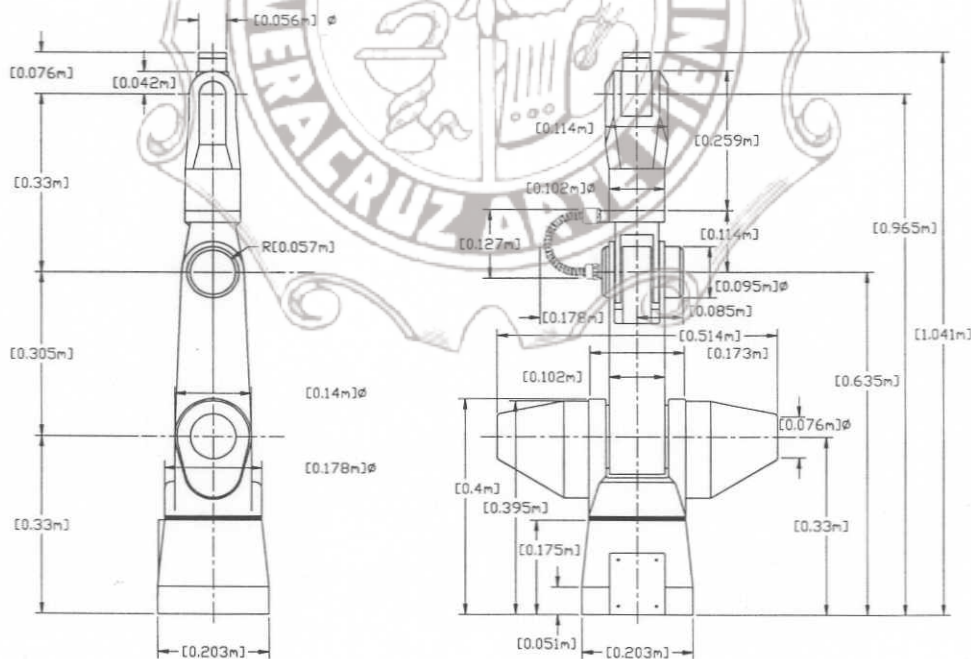


Figura 3.1: Diagrama dimensional del robot A465.

- Robot industrial con estructura rígida conformada por 6 grados de libertad.
- Seis articulaciones de tipo giratorio o de revolución, denotados por  $q_1, \dots, q_6$ .
- Los actuadores utilizados en cada articulación son motores eléctricos de c.d, con un alto par de arranque; para este tipo de motores, la velocidad es proporcional al voltaje y el par de torsión es proporcional a la corriente.
- Transmisión de engranes acoplada a la flecha de cada uno de los seis motores.
- La medición del desplazamiento de articulación se hace por medio de encoders de cuadratura de alta resolución.
- Las dimensiones longitudinales y diametrales para el robot se muestran en la Figura 3.1.
- El peso total del manipulador es de 31.0 Kg.

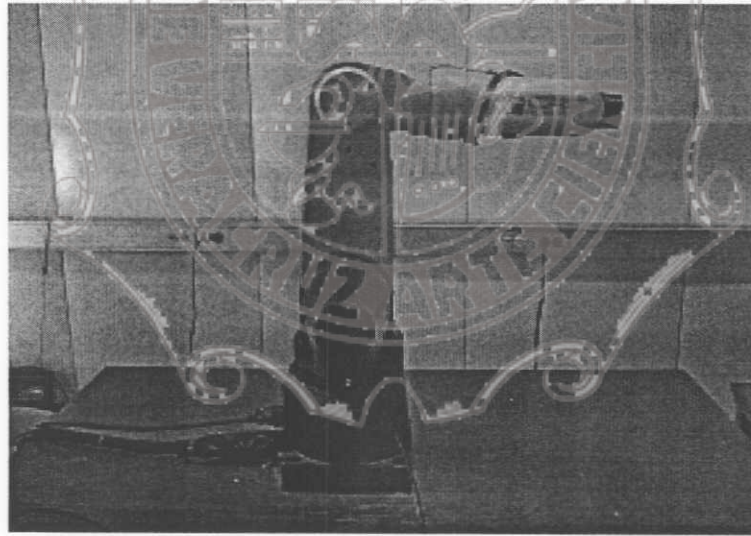


Figura 3.2: Fotografía del robot A465 del Laboratorio de Robótica de la DEPFI.

## 3.1 Cinemática del robot A465

Esta sección trata la descripción analítica para obtener el modelo cinemático del robot manipulador industrial A465 del Laboratorio de Robótica de la DEPFI de la



Universidad Nacional Autónoma de México.

El robot A465 está compuesto de 7 eslabones numerados de 0 hasta 6 comenzando de la base del robot, la cual es tomada como 0. Dichos eslabones están conectados por 6 articulaciones. Las articulaciones de revolución permiten la rotación entre dos eslabones  $i - 1$  e  $i$ . Los ejes de rotación son denotados por  $z_i$  y las variables de articulación de revolución por  $q_i$ . La estructura física de cada eslabón es metálica y suficientemente rígida, con la finalidad de evitar flexibilidad en sus eslabones.

Mediante la descripción traslacional y rotacional de Denavit y Hartenberg del Capítulo 2, Sección 2.1.2 se establece de forma sistemática un sistema de coordenadas para cada elemento del robot (Denavit y Hartenberg 1955).

Para el robot CRS A465, se tienen siete sistemas de coordenadas, que se representan por  $Oxyz_i$ ,  $i = 0, \dots, 6$ . La Figura 3.3 muestra el diagrama de cuerpo libre con todos los sistemas tridimensionales de referencia para cada eslabón del robot.

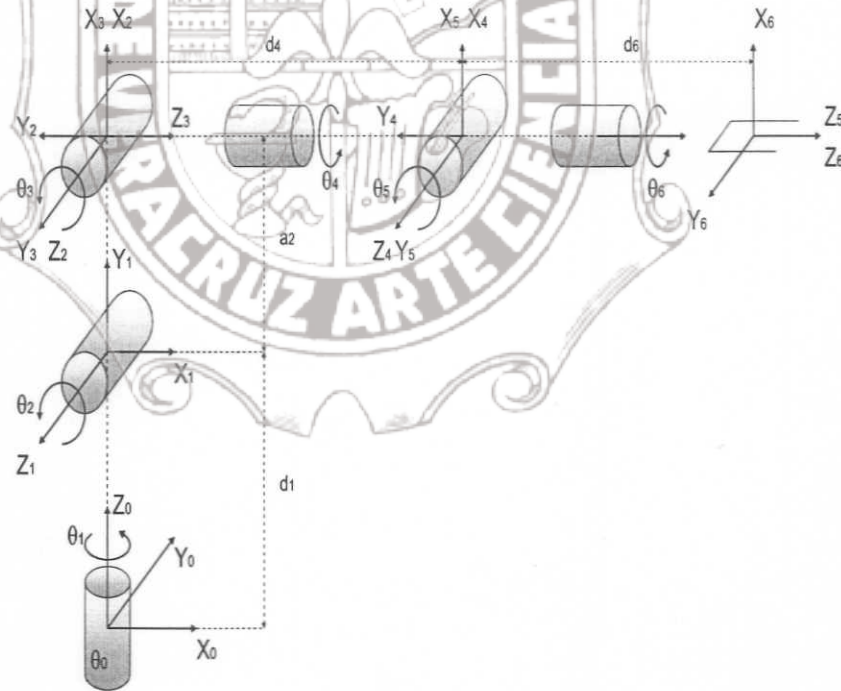


Figura 3.3: Diagrama de cuerpo libre y asignación de ejes del Robot A465.

Articulación $i$	$\theta_i$	$\alpha_i$	$d_i$ (mts)	$a_i$ (mts)
1	0	$\frac{\pi}{2}$	0.33	0
2	$\frac{\pi}{2}$	0	0	0.305
3	0	$\frac{\pi}{2}$	0	0
4	0	$-\frac{\pi}{2}$	0.33	0
5	0	$\frac{\pi}{2}$	0	0
6	0	0	0.076	0

Tabla 3.1: (Parámetros  $\theta_i, \alpha_i, d_i, a_i$  de robot CRS A465)

Con la interpretación geométrica de los parámetros de la articulación descritas en la Sección 2.1.2 es posible desarrollar la Tabla de parámetros 3.1.

Continuando con la convención de Denavit–Hartenberg, para sistemas de coordenadas adyacentes  $i-1$  e  $i$ , cada transformación homogénea  ${}^{i-1}A_i$  está representada por la matriz (2.1) como producto de 4 transformaciones homogéneas básicas de una transformación homogénea compuesta  ${}^{i-1}A_i$ . Matricialmente, las transformaciones homogéneas son expresadas de la siguiente forma:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_2c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & a_2s\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & 0 & s\theta_3 & 0 \\ s\theta_3 & 0 & -c\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^3A_4 = \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & 0 \\ s\theta_4 & 0 & c\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} c\theta_5 & 0 & s\theta_5 & 0 \\ s\theta_5 & 0 & -c\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^5A_6 = \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ s\theta_6 & c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La cinemática directa del manipulador A465, es por tanto, simplemente el cálculo de la matriz  ${}^0T_6$ , mediante la multiplicación en cadena de las seis matrices  ${}^{i-1}A_i$ .

$${}^0T_6 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 {}^4A_5 {}^5A_6 \quad (3.4)$$

donde

$${}^0T_i = \prod_{j=1}^i {}^{j-1}A_j = \begin{bmatrix} {}^0R_i & {}^0p_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

Los elementos resultantes de  ${}^0T_6$  se muestran enseguida:

$$\begin{aligned} t_{[1,1]} &= (((c_1c_2c_3 - c_1s_2s_3)c_4 + s_1s_4)c_5 + (-c_1c_2s_3 - c_1s_2c_3)s_5)c_6 + (-c_1c_2c_3 - c_1s_2s_3)s_4 + s_1c_4)s_6 \\ t_{[1,2]} &= -(((c_1c_2c_3 - c_1s_2s_3)c_4 + s_1s_4)c_5 + (-c_1c_2s_3 - c_1s_2c_3)s_5)s_6 + (-c_1c_2c_3 - c_1s_2s_3)s_4 + s_1c_4)c_6 \\ t_{[1,3]} &= ((c_1c_2c_3 - c_1s_2s_3)c_4 + s_1s_4)s_5 - (-c_1c_2s_3 - c_1s_2c_3)c_5 \\ t_{[1,4]} &= 0.076((c_1c_2c_3 - c_1s_2s_3)c_4 + s_1s_4)s_5 - 0.076(-c_1c_2s_3 - c_1s_2c_3)c_5 + 0.33c_1c_2s_3 + 0.33c_1s_2c_3 \\ &\quad + 0.305c_1c_2 \\ t_{[2,1]} &= (((s_1c_2c_3 - s_1s_2s_3)c_4 - c_1s_4)c_5 + c_3(-s_1c_2s_3 - s_1s_2c_3)s_5)c_6 + (-s_1c_2 - s_1s_2s_3)s_4 - c_1c_4)s_6 \\ t_{[2,2]} &= -(((s_1c_2c_3 - s_1s_2s_3)c_4 - c_1s_4)c_5 + (-s_1c_2s_3 - s_1s_2c_3)s_5)s_6 + (-s_1c_2c_3 - s_1s_2s_3)s_4 - c_1c_4)c_6 \\ t_{[2,3]} &= ((s_1c_2c_3 - s_1s_2s_3)c_4 - c_1s_4)s_5 - (-s_1c_2s_3 - s_1s_2c_3)c_5 \\ t_{[2,4]} &= 0.076((s_1c_2c_3 - s_1s_2s_3)c_4 - c_1s_4)s_5 - 0.076(-s_1c_2s_3 - s_1s_2c_3)c_5 + 0.33s_1c_2s_3 + 0.33s_1s_2c_3 \\ &\quad + 0.305s_1c_2 \\ t_{[3,1]} &= ((s_2c_3 + c_2s_3)c_4c_5 + (-s_2s_3 + c_2c_3)s_5)c_6 - (s_2c_3 + c_2s_3)s_4s_6 \\ t_{[3,2]} &= -((s_2c_3 + c_2s_3)c_4c_5 + (-s_2s_3 + c_2c_3)s_5)s_6 - (s_2c_3 + c_2s_3)s_4c_6 \\ t_{[3,3]} &= (s_2c_3 + c_2s_3)c_4s_5 - (-s_2s_3 + c_2c_3)c_5 \\ t_{[3,4]} &= 0.33 + 0.076(s_2c_3 + c_2s_3)c_4s_5 - 0.076(-s_2s_3 + c_2c_3)c_5 + 0.33s_2s_3 - 0.33c_2c_3 + 0.305s_2 \\ t_{[4,1]} &= 0 \\ t_{[4,2]} &= 0 \\ t_{[4,3]} &= 0 \\ t_{[4,4]} &= 1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

### 3.2 Comprobación de la cinemática del robot A465

La comprobación de la cinemática del robot A465 es un paso significativo en el posicionamiento y giro del mismo, pues de no ser corroborada, se corre el riesgo de obtener errores del efector final con respecto a la base durante el proceso de

movimiento.

La manera en que se procede a comprobar la cinemática es comparando la matriz de transformación  ${}^0T_6$  con la matriz  $R_t$ , formada con los datos de elevación (pitch), desviación (yaw) y giro (roll) provenientes del software RobCom provisto por el fabricante del robot A465. Proporcionando ángulos de articulación al azar (siempre y cuando estén dentro del espacio de trabajo del robot), junto con las medidas longitudinales del robot se puede comprobar la exactitud de la cinemática calculada por ejemplo para el siguiente grupo de valores

$\theta_1 = (-73^\circ)(\pi/180^\circ)$   
 $\theta_2 = (41^\circ)(\pi/180^\circ) + \pi/2$   
 $\theta_3 = (-10^\circ)(\pi/180^\circ)$   
 $\theta_4 = (2.35^\circ)(\pi/180^\circ)$   
 $\theta_5 = (37.5^\circ)(\pi/180^\circ)$   
 $\theta_6 = (-20^\circ)(\pi/180^\circ)$   
 $d1 = 0.33$   
 $a2 = 0.305$   
 $d4 = 0.33$   
 $d6 = 0.076$

se obtiene

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} .0399276316 & -.9957192109 & .0833608865 & 30.53421631 \\ .9336775305 & .0074652023 & -.3580370647 & -106.3614891 \\ .3558820776 & .09212775875 & .9299787217 & 800.8273696 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Con ayuda del programa RobCom, son obtenidos los datos de elevación, desviación y giro directamente de la medición de la posición del efector final; esto se hace con el objeto de introducir los datos en las matrices correspondientes de rotación (Spong y Vidyasagar 1989).

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} R_y = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & \sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix} R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Estas matrices corresponden a realizar rotaciones sucesivas en el espacio, con relación al marco de referencia.

Sustituyendo

$$\psi = -76.8951 * \pi/180 \quad \phi = -14.5141 * \pi/180 \quad \Theta = -68.4173 * \pi/180$$

del programa RobCom se obtiene

$$\mathbf{R}_{ypr} = \mathbf{R}_z \mathbf{R}_y \mathbf{R}_x \tag{3.9}$$

$$\mathbf{R}_{ypr} = \begin{bmatrix} .08340291700 & .9957134985 & .0399822746 \\ -.3582638873 & .0074788731 & .9335904100 \\ .9298875956 & -.09218836860 & .3561044288 \end{bmatrix}$$

La diferencia con la matriz de rotación de dimensión de  ${}^0R_6$  en (3.7) se debe a que los sistemas de referencia en el efector final no coinciden, es decir fueron elegidos de manera distinta en este trabajo y por el fabricante. Por ello se debe de encontrar la matriz de rotación  $\mathbf{RoR}$ , que relacione ambos sistemas.  $\mathbf{RoR}$  está dada por

$$\mathbf{RoR} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

$\mathbf{R}_n$  es la matriz de rotación de dimensión  $3 \times 3$  extraída de la matriz de transformación homogénea  ${}^0T_6$

$$\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} t_{[1,1]} & t_{[1,2]} & t_{[1,3]} \\ t_{[2,1]} & t_{[2,2]} & t_{[2,3]} \\ t_{[3,1]} & t_{[3,2]} & t_{[3,3]} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Posteriormente se obtiene la matriz de rotación  $\mathbf{R}_t$ , la cual representa la rotación del efector final con respecto al marco de referencia de la base.

De esta forma se tiene

La posmultiplicación de  $\mathbf{RoR}$  tiene produce el efecto de expresar el sistema de coordenadas del efector final con respecto al marco de referencia de la base.

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{R}_n \mathbf{RoR} \tag{3.12}$$

$$= \begin{bmatrix} .0833608865 & .9957192109 & .0399276316 \\ -.3580370647 & -.0074652023 & .9336775305 \\ .9299787217 & -.09212775875 & .3558820776 \end{bmatrix}$$

La comparación de la cinemática obtenida por el método de DH con la obtenida por los movimientos de articulaciones directamente del robot, coincide totalmente, pues se comprueba que  $R_t = R_{ypr}$ .

## 3.3 Dinámica del manipulador industrial A465

Esta sección esta dedicada a obtener el modelo o formulación matemática de las ecuaciones dinámicas de movimiento del robot A465. Utilizando (2.32), (2.38), (2.44) y (2.54)

Como resultado, los elementos de la matriz de inercia están dados por

$$\begin{aligned}
 h_{11} &= Tr(U_{11}J_1U_{11}^T) + Tr(U_{21}J_2U_{21}^T) + Tr(U_{31}J_3U_{31}^T) \\
 &\quad + Tr(U_{41}J_4U_{41}^T) + Tr(U_{51}J_5U_{51}^T) + Tr(U_{61}J_6U_{61}^T) \\
 h_{12} &= Tr(U_{22}J_2U_{21}^T) + Tr(U_{32}J_3U_{31}^T) + Tr(U_{42}J_4U_{41}^T) \\
 &\quad + Tr(U_{52}J_5U_{51}^T) + Tr(U_{62}J_6U_{61}^T) \\
 h_{13} &= Tr(U_{33}J_3U_{31}^T) + Tr(U_{43}J_4U_{41}^T) \\
 &\quad + Tr(U_{53}J_5U_{51}^T) + Tr(U_{63}J_6U_{61}^T) \\
 h_{14} &= Tr(U_{44}J_4U_{41}^T) + Tr(U_{54}J_5U_{51}^T) + Tr(U_{64}J_6U_{61}^T) \\
 h_{15} &= Tr(U_{55}J_5U_{51}^T) + Tr(U_{65}J_6U_{61}^T) \\
 h_{16} &= Tr(U_{66}J_6U_{61}^T) \\
 h_{22} &= Tr(U_{22}J_2U_{22}^T) + Tr(U_{32}J_3U_{32}^T) + Tr(U_{42}J_4U_{42}^T) \\
 &\quad + Tr(U_{52}J_5U_{52}^T) + Tr(U_{62}J_6U_{62}^T) \\
 h_{23} &= Tr(U_{33}J_3U_{32}^T) + Tr(U_{43}J_4U_{42}^T) + Tr(U_{53}J_5U_{52}^T) \\
 &\quad + Tr(U_{63}J_6U_{62}^T) \\
 h_{24} &= Tr(U_{44}J_4U_{42}^T) + Tr(U_{54}J_5U_{52}^T) + Tr(U_{64}J_6U_{62}^T) \\
 h_{25} &= Tr(U_{55}J_5U_{52}^T) + Tr(U_{65}J_6U_{62}^T) \\
 h_{26} &= Tr(U_{66}J_6U_{62}^T)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_{33} &= Tr(U_{33}J_3U_{33}^T) + Tr(U_{43}J_4U_{43}^T) + Tr(U_{53}J_5U_{53}^T) \\
 &\quad + Tr(U_{63}J_6U_{63}^T) \\
 h_{34} &= Tr(U_{44}J_4U_{43}^T) + Tr(U_{54}J_5U_{53}^T) + Tr(U_{64}J_6U_{63}^T) \\
 h_{35} &= Tr(U_{55}J_5U_{53}^T) + Tr(U_{65}J_6U_{63}^T) \\
 h_{36} &= Tr(U_{66}J_6U_{63}^T) \\
 h_{44} &= Tr(U_{44}J_4U_{44}^T) + Tr(U_{54}J_5U_{54}^T) + Tr(U_{64}J_6U_{64}^T) \\
 h_{45} &= Tr(U_{55}J_5U_{54}^T) + Tr(U_{65}J_6U_{64}^T) \\
 h_{46} &= Tr(U_{66}J_6U_{64}^T) \\
 h_{55} &= Tr(U_{55}J_5U_{55}^T) + Tr(U_{65}J_6U_{65}^T) \\
 h_{56} &= Tr(U_{66}J_6U_{65}^T) \\
 h_{66} &= Tr(U_{66}J_6U_{66}^T)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Una descripción detallada del cálculo de las matrices de pseudoinercia  $J_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  se encuentra en el Apéndice B.

A continuación se calcula el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis,  $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$  de acuerdo con (2.54). Se omite el despliegue de los símbolos de Christoffel debido a que las dimensiones de los resultados son demasiado grandes.

Los efectos de fricción son modelados sólo en forma aproximada por  $D(\dot{\mathbf{q}}) + f_c(\dot{\mathbf{q}})$ , dependiente únicamente de la velocidad angular  $\dot{\mathbf{q}}$ . Para fines prácticos, el fenómeno de la fricción de coulomb en cada articulación del robot, corresponde al umbral de voltaje aplicado a cada motor del robot en sentido positivo y negativo, con la finalidad de romper el estado de reposo y producir movimiento en cada eslabón del robot. En virtud de ello, el voltaje medido correspondiente a cada articulación del robot, es registrado en la Tabla 3.2. Esta tabla toma en consideración la constante  $(D_n^{-1}D_K)$  introducida por la dinámica presentada en los motores de c.d. del Apéndice C, por consiguiente los voltajes obtenidos son convertidos a pares de torsión.

Considerando los datos de la Tabla 3.2, la fricción de Coulomb y viscosa son calculadas por la ecuación (2.39).

El vector de par de torsión gravitacional generalizado  $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ , es calculado directamente por:

$$\mathbf{g}_i(\mathbf{q}) = - \sum_{i=1}^n m_i \bar{\mathbf{g}}^T U_{ij} {}^i\bar{\mathbf{r}}_i$$

Articulación	voltaje (+)	$(D_n^{-1}D_K)(v+)$	voltaje (-)	$(D_n^{-1}D_K)(v-)$
$q_i$	volts	par de torsión (Nm)	volts	par de torsión (Nm)
1	0.2910	4.9310642	-0.309	-5.236078
2	0.2440	4.133476	-0.309	-5.234607
3	0.4930	8.351654	-0.309	-5.234607
4	1.2118	2.402505	-0.309	-0.612621
5	1.0910	2.141592	-0.309	-0.606555
6	0.8590	0.492891	-0.309	-0.177303

Tabla 3.2: (Tabla de umbral de voltajes positivos y negativos aplicados para producir movimiento en cada motor del robot A465 con sus respectivas conversiones de par de torsión)

Donde se utiliza el sistema de ejes de la base para determinar la composición del vector de aceleración gravitacional  $g$ , mientras que los vectores  ${}^i\bar{r}_i$  son establecidos cuando es alineado verticalmente el robot con respecto a la base.

$$g^T = [0 \ 0 \ -9.81 \ 0] \tag{3.14}$$

$${}^1\bar{r}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -Y_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^2\bar{r}_2 = \begin{bmatrix} -X_2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3\bar{r}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Z_3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^4\bar{r}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -Y_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5\bar{r}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -Z_5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^6\bar{r}_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Z_6 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Cada elemento de gravedad es determinado de la siguiente forma:

$$g_1 = -m_1(g^T U_{11}^1 \bar{r}_1) - m_2(g^T U_{21}^2 \bar{r}_2) - m_3(g^T U_{31}^3 \bar{r}_3) \\ - m_4(g^T U_{41}^4 \bar{r}_4) - m_5(g^T U_{51}^5 \bar{r}_5) - m_6(g^T U_{61}^6 \bar{r}_6)$$

$$g_2 = -m_2(g^T U_{22}^2 \bar{r}_2) - m_3(g^T U_{32}^3 \bar{r}_3) - m_4(g^T U_{42}^4 \bar{r}_4) \\ - m_5(g^T U_{52}^5 \bar{r}_5) - m_6(g^T U_{62}^6 \bar{r}_6)$$

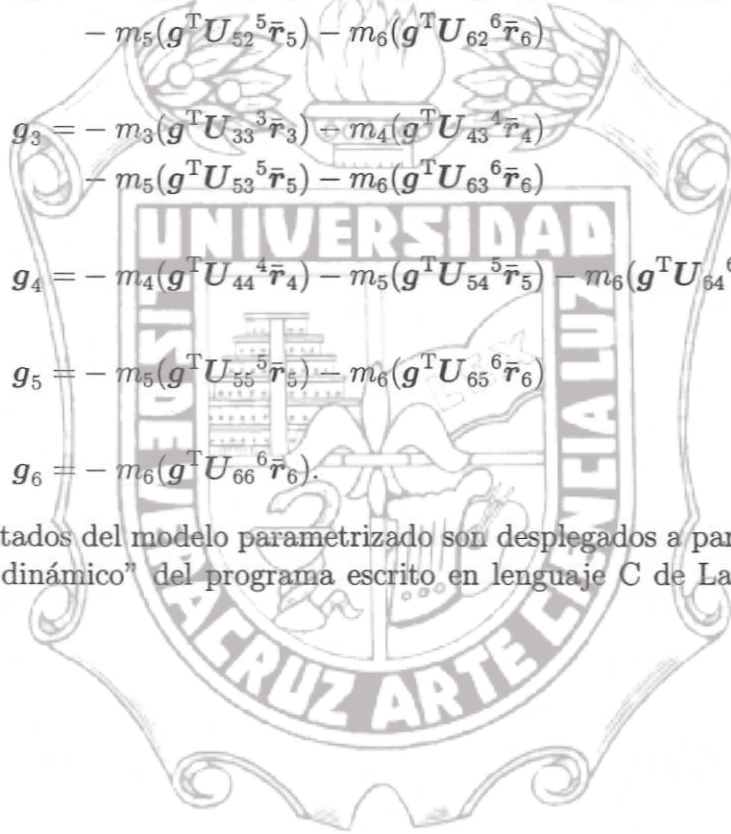
$$g_3 = -m_3(g^T U_{33}^3 \bar{r}_3) - m_4(g^T U_{43}^4 \bar{r}_4) \\ - m_5(g^T U_{53}^5 \bar{r}_5) - m_6(g^T U_{63}^6 \bar{r}_6)$$

$$g_4 = -m_4(g^T U_{44}^4 \bar{r}_4) - m_5(g^T U_{54}^5 \bar{r}_5) - m_6(g^T U_{64}^6 \bar{r}_6)$$

$$g_5 = -m_5(g^T U_{55}^5 \bar{r}_5) - m_6(g^T U_{65}^6 \bar{r}_6)$$

$$g_6 = -m_6(g^T U_{66}^6 \bar{r}_6)$$

Los resultados del modelo parametrizado son desplegados a partir de la etiqueta de "modelo dinámico" del programa escrito en lenguaje C de LabWindows, en el apéndice C.



## Capítulo 4

### Identificación paramétrica del robot industrial CRS Robotics A465

Puesto que el modelo dinámico de un robot es fuertemente no lineal, multivariable, acoplado y de parámetros variantes, la utilización de avanzadas técnicas de control pueden verse limitadas en la práctica por la elevada complejidad y carga computacional requerida que, si bien es alcanzable con la tecnología actual, provoca un mayor costo económico.

A pesar de la existencia de numerosas publicaciones sobre identificación de robots con esquemas adaptables, hay relativamente pocas implementaciones experimentales con robots industriales, esto hace considerar el cuestionamiento, ¿cuál será el tipo de algoritmo adaptable que mejor desempeño tenga sobre robots industriales?.

Esta sección está dedicada a la implementación de tres esquemas de control adaptable existentes en la literatura, los cuales son utilizados para identificación paramétrica del robot A465.

Un controlador adaptable es aquel que puede modificar su comportamiento en respuesta a cambios en la dinámica del sistema y a las perturbaciones, de modo que se comporte siempre de acuerdo con las especificaciones deseadas. Es decir, la idea básica del control adaptable es modificar en tiempo real los parámetros del controlador o del modelo de la planta de acuerdo al comportamiento instantáneo del sistema.

Un controlador convencional está pensado para controlar sistemas (la mayor parte lineales), cuyos parámetros permanecen constantes. Esto es una buena aproxi-

mación en la mayor parte de los casos, cuando se pretende controlar un sistema alrededor de un punto fijo de operación. Cuando existen perturbaciones, si éstas son pequeñas, dicha aproximación continúa siendo suficiente para obtener un buen control. Sin embargo, no suele seguir siendo buena si el punto de operación cambia. En los robots industriales existen partes del sistema cuyas variaciones son desconocidas y no se pueden medir (por ejemplo la carga, fricción, inercias, etc.), esto los hace ser considerados buenos candidatos para la aplicación de control adaptable.

El problema de controlar sistemas con parámetros desconocidos es el principal interés para el empleo de técnicas adaptables. Otro problema en la implementación de algoritmos de control consiste en utilizar adecuados estimadores de velocidad de articulación. Este capítulo presenta la implementación y resultados experimentales de tres algoritmos de control adaptable, dos de ellos existentes en la literatura, y uno nuevo como contribución principal de la tesis. En la implementación se utiliza el modelo dinámico del robot A465 (ver Capítulo 3) para el proceso de identificación en línea.

Cabe señalar que la implementación de los algoritmos de control fue realizada gracias al diseño de una interfaz especial que permite la conexión de las señales de entrada y salida del robot A465 a una computadora personal (ver Apéndice D).

#### 4.1 Algoritmo adaptable de Slotine y Li (1987)

Este algoritmo consiste de una parte de retroalimentación PD y una parte de compensación de parámetros en línea. La velocidad de articulaciones  $\dot{q}$  utilizada en el regresor ha sido calculada por diferenciación numérica de la posición de articulación  $q$  medida mediante la fórmula

$$\dot{q} \approx \frac{q(k) - q(k-1)}{h} \quad (4.1)$$

donde  $h$  es el periodo de muestreo.

La ley de control propuesta por (Slotine y Li 1987) esta expresada como

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{D}\dot{q} + \hat{F}_c(\dot{q}) + \hat{g}(q) - K_D s \quad (4.2)$$

donde

$$\tilde{q} = q - q_d \quad (4.3)$$

$$\dot{\tilde{q}}_r = \dot{q}_d - \Lambda \tilde{q} \quad (4.4)$$

$$s = \dot{q} - \dot{\tilde{q}}_r = \ddot{q} + \Lambda \tilde{q} \quad (4.5)$$

con

$$\Lambda = K_D^{-1} K_P \quad (4.6)$$

$K_P$  y  $K_D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  representan las ganancias proporcionales y derivativas respectivamente, sus valores se encuentran en la Tabla ?? del Apéndice C, y son utilizados para formar matrices diagonales positivas definidas.  $\Lambda$  es una matriz constante, donde sus valores propios están estrictamente en el lado izquierdo del plano complejo.

La ley de control en términos de  $K_P$  y  $K_D$  es expresada en la siguiente forma

$$\tau = Y(q, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \hat{\phi} - K_P \tilde{q} + K_D \dot{\tilde{q}}. \quad (4.7)$$

La ley de adaptación utilizada está dada por

$$\dot{\hat{\phi}} = -\Gamma^{-1} Y^T(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) s \quad (4.8)$$

$\hat{\phi}$  es el vector  $p$ -dimensional de los parámetros estimados del robot manipulador.

## 4.2 Algoritmo adaptable de Slotine con filtro de generación de velocidad

La restricción de minimizar sensores de velocidad en las articulaciones de un robot por incremento de costos y contaminación de ruido en la señal entregada por los tacómetros, permite proponer la combinación de técnicas de adaptación con técnicas de filtrado. Modificaciones adecuadas en el algoritmo de Slotine y Li (1987), permiten la implementación de un filtro de error de velocidad de articulación en el algoritmo de Burg *et al.* (1997), de tal manera que se reemplace la diferenciación numérica. La ley de control y adaptación (4.7)-(4.8) se convierten en

$$\tau = Y(q, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \hat{\phi} - K_P \tilde{q} - K_D e_f \quad (4.9)$$

$$\dot{\hat{\phi}} = -\Gamma^{-1} Y^T(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) s \quad (4.10)$$

$e_f \in \mathbb{R}^n$  es la salida del filtro para sustitución de velocidad de Burg *et al.* (1997). En este caso el error de seguimiento de posición es filtrado utilizando la siguiente ecuación dinámica.

$$\dot{p} = -(k+1)p + (k^2+1)\tilde{q} \quad (4.11)$$

$$e_f = -k\tilde{q} + p \quad (4.12)$$

donde  $p \in \mathbb{R}^n$  es usada como una variable interna del filtro y  $k$  es una constante positiva. La constante escalar positiva  $k$  es la ganancia del filtro, el filtro acepta el error de seguimiento de la posición  $e_f$ , como entrada, esto produce la señal de salida  $e_f$ , la cual es usada para medir el comportamiento de  $\dot{e}$ . Por consiguiente  $e_f$ , es un sustituto para la medición de  $\dot{e}$  (y por consiguiente de  $\dot{q}$ ).

### 4.3 Esquema de adaptación con observador de velocidad

En el presente trabajo de tesis se presenta un novedoso esquema adaptable en conjunto con un observador lineal dado por (Arteaga Pérez 2002). La ley de control propuesta está dada por:

$$\tau = Y(q, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\hat{\varphi} - K_R(\dot{q}_o - \dot{q}_r) - K_P(\tilde{q} + z), \quad (4.13)$$

donde:

$$K_R \triangleq \frac{1}{2}K_P + K_{R1} \quad (4.14)$$

La ley de adaptación propuesta es expresada por

$$\dot{\hat{\varphi}} = -\Gamma^{-1}Y^T(q, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)(\hat{s} + \hat{r}), \quad (4.15)$$

con

$$\hat{s} + \hat{r} = \dot{\hat{q}} + \Lambda\tilde{q} \quad (4.16)$$

donde:

$$\dot{\hat{q}}_r = \dot{q}_d - \Lambda\tilde{q} + \Lambda z \quad (4.17)$$

$$\dot{\hat{q}}_o = \dot{\hat{q}} - \Lambda z \quad (4.18)$$

$$s = \dot{\hat{q}} - \dot{\hat{q}}_r = \dot{\hat{q}} + \Lambda\tilde{q} - \Lambda z \quad (4.19)$$

$$r = \dot{\hat{q}} - \dot{\hat{q}}_o = \dot{z} + \Lambda z \quad (4.20)$$

$$z = q - \hat{q} \quad (4.21)$$

$z$  se define como el error de observación. El observador lineal de velocidad está dado por:

$$\dot{\hat{q}} = \dot{\hat{q}}_o + \Lambda z + k_d z \quad \dot{\hat{q}}_o(0) = -(\Lambda z(0) + k_d z(0)) \quad (4.22)$$

$$\ddot{\hat{q}}_o = \ddot{q}_r + k_d \Lambda z, \quad (4.23)$$

Como resultado principal del esquema de control y adaptación, el siguiente Teorema establece la estabilidad uniformemente finalmente acotada.

### Teorema 1

Considerando la trayectoria deseada continua y acotada  $q_d$  con velocidad y aceleración acotadas. Entonces, los parámetros estimados  $\hat{\theta}_i$  obtenidos de (D.8) permanecen acotados  $\theta_{Li} \leq \hat{\theta}_i \leq \theta_{Ui}$ . También, dada una región de atracción deseada

$$S_a = \{x : \|x\| \leq a\}, \quad (4.24)$$

para los estados  $x \triangleq [\tilde{q}^T \quad s^T \quad z^T \quad r^T]^T$  de (D.4) y (D.7), donde  $a$  es arbitrariamente una constante real positiva,  $x$  es uniformemente finalmente acotada y tiende arbitrariamente a una región pequeña

$$S_b = \{x : \|x\| \leq b\}, \quad (4.25)$$

en un tiempo finito  $t_r$  dado por

$$t_r = 0 \quad \text{if } \|x(0)\| \leq b\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \quad (4.26)$$

$$t_r \leq -\frac{2\lambda_2}{\lambda_{\Lambda_1}\lambda_p} \ln\left(\frac{b}{\|x(0)\|}\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}\right) \quad \text{if } \|x(0)\| > b\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}},$$

si las siguientes condiciones son satisfechas:

$$b < a\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \quad (4.27)$$

$$\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{R1}) \geq \mu_1 + 1 + \mu_a \lambda_b^{-1} + \lambda_{\Lambda_1} \lambda_p \quad (4.28)$$

$$k_d \geq \frac{\lambda_R + \frac{1}{2}\frac{\lambda_p^2}{\lambda_p} + \mu_2 + \frac{(\lambda_D + \mu_3)^2}{4} + \mu_a \lambda_b^{-1} + \lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}{\lambda_h}, \quad (4.29)$$

donde  $\lambda_{\Lambda_1} \triangleq \lambda_{\min}(\Lambda_1)$ ,  $\lambda_R \triangleq \lambda_{\max}(\mathbf{K}_R)$ ,  $\lambda_p \triangleq \lambda_{\min}(\mathbf{K}_p)$ ,  $\lambda_{\bar{p}} \triangleq \lambda_{\max}(\mathbf{K}_p)$ ,  $\lambda_D \triangleq \lambda_{\max}(\mathbf{D})$ , y  $\lambda_b$  es una constante arbitraria, la cual satisface

$$\lambda_b \leq \min\left\{b^2 \frac{32\lambda_{\Lambda_1}\lambda_p}{\mu_a} \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, b \frac{8}{1 + \sqrt{2}} \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}\right\}. \quad (4.30)$$

Para un acotamiento  $v_m$  el cual satisface  $\|\dot{\mathbf{q}}_d\| \leq v_m \forall t$ , las constantes  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ , y  $\mu_a$  son definidas como:

$$\mu_1 \triangleq k_c (v_m + 2\lambda_M x_{\max}) \quad (4.31)$$

$$\mu_2 \triangleq k_c (v_m + 2\lambda_M x_{\max} + x_{\max}) \quad (4.32)$$

$$\mu_3 \triangleq k_c (2v_m + 4\lambda_M x_{\max} + x_{\max}) \quad (4.33)$$

$$\mu_a \triangleq \max_{\|\mathbf{x}\| \leq x_{\max}, |\tilde{\theta}_i| \leq |\theta_{Ui} - \theta_{Li}|, i=1, \dots, p} \|\mathbf{Y}_a \tilde{\theta}\| \quad (4.34)$$

$$x_{\max} = a \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}, \quad (4.35)$$

donde  $\lambda_M \triangleq \lambda_{\max}(\Lambda)$ .

La demostración al Teorema 1 se presenta en el Apéndice D.

#### 4.4 Resultados experimentales y simulaciones del comportamiento dinámico del robot A465.

En esta sección se presentan los resultados experimentales obtenidos utilizando los algoritmos de control adaptables presentados en las tres secciones anteriores. Para comprobar que tan buena resulta la estimación paramétrica se presentan diversas simulaciones.

##### Selección de trayectorias para identificación de parámetros en línea.

Este paso consiste en proponer las trayectorias deseadas para los tres esquemas de adaptación. Estas han sido seleccionadas para evitar cambios abruptos de la posición, velocidad y aceleración deseadas ( $\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d$ ) respectivamente, previniendo que estas trayectorias saturan a los actuadores con picos de alta velocidad. Dos razones más que caracterizan a este tipo de trayectorias, es que en el tiempo  $t = 0s$  todas son cero. Segundo, explotan ampliamente las capacidades de los actuadores, pues producen los movimientos deseados a altas velocidades y aceleraciones, donde las no linealidades de la dinámica del robot son realmente importantes. De este modo, las trayectorias deseadas propuestas son

$$q_d(t) = \begin{bmatrix} (40^\circ \sin(\omega_1 t))(1 - e^{K_{e1}t^3}) \\ (35^\circ \sin(\omega_2 t))(1 - e^{K_{e2}t^3}) \\ (20^\circ \sin(\omega_3 t))(1 - e^{K_{e3}t^3}) \\ (45^\circ \sin(\omega_4 t))(1 - e^{K_{e4}t^3}) \\ (60^\circ \sin(\omega_5 t))(1 - e^{K_{e5}t^3}) \\ (60^\circ \sin(\omega_6 t))(1 - e^{K_{e6}t^3}) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

donde,  $\omega_1 \dots \omega_6$  son la frecuencia de las trayectorias deseadas para las seis articulaciones y  $K_{e1}$  hasta  $K_{e6} = 2.0$  son constantes de atenuación inicial de trayectoria.

### Ganancias de adaptación.

La matriz constante diagonal positiva definida de ganancia  $\Gamma$  utilizada en los tres algoritmos está dada por

$$\Gamma = \text{diag}\{0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, 2.00000, 2.00000, 2.00000, 0.15000, 0.15000, 0.19000, 0.00150, 0.00150, 0.00150, 0.50000, 0.50000, 0.50000, 0.01000, 0.02000, 0.05000, 0.50000, 0.50000, 0.50000, 0.01000, 0.02000, 0.01000\} \quad (4.37)$$

Un aumento grande en su valor numérico produce inestabilidad en el sistema. Es decir, la adaptación paramétrica no funciona de manera adecuada con tiempos de muestreo relativamente grandes.

### Ganancias de control PD

En la Tabla 4.1 y 4.2 se muestran las ganancias de sintonización PD para cada algoritmo implementado. Fueron obtenidas experimentalmente como se explica en el Apéndice C.



Ganancia	(4.7)-(4.8)	(4.9)-(4.12)	(4.13)-(4.15) (4.22)-(4.23)
$\Lambda_1$	10	8	12
$\Lambda_2$	15	9	15
$\Lambda_3$	15	9	15
$\Lambda_4$	8	12	12
$\Lambda_5$	8	14	15
$\Lambda_6$	14	14	15

Tabla 4.1: (Ganancias  $\Lambda$ )

Ganancia	(4.7)-(4.8)	(4.9)-(4.12)	(4.13)-(4.15) (4.22)-(4.23)
$K_{P_1}$	623.0000	686.44890	560.44890
$K_{P_2}$	1142.0000	1489.7189	1142.2245
$K_{P_3}$	841.2430	1148.2498	841.24300
$K_{P_4}$	485.7197	466.87730	466.87730
$K_{P_5}$	506.7508	476.41700	235.59580
$K_{P_6}$	92.17605	92.176000	45.582600
$K_{D_1}$	31.50500	31.505000	31.500000
$K_{D_2}$	57.91167	57.915700	57.915700
$K_{D_3}$	51.16780	51.167800	51.167800
$K_{D_4}$	4.710690	4.7106400	4.7106000
$K_{D_5}$	5.055600	5.0556000	2.5278000
$K_{D_6}$	1.037420	1.0300000	0.5187000

Tabla 4.2: (Ganancias  $K_P$  y  $K_D$ )

### Comportamiento en lazo cerrado del robot A465

Se hace una comparación gráfica de los resultados obtenidos del comportamiento del robot controlado con el esquema PD sin adaptación y controlado con el esquema PD más adaptación de los tres algoritmos implementados.

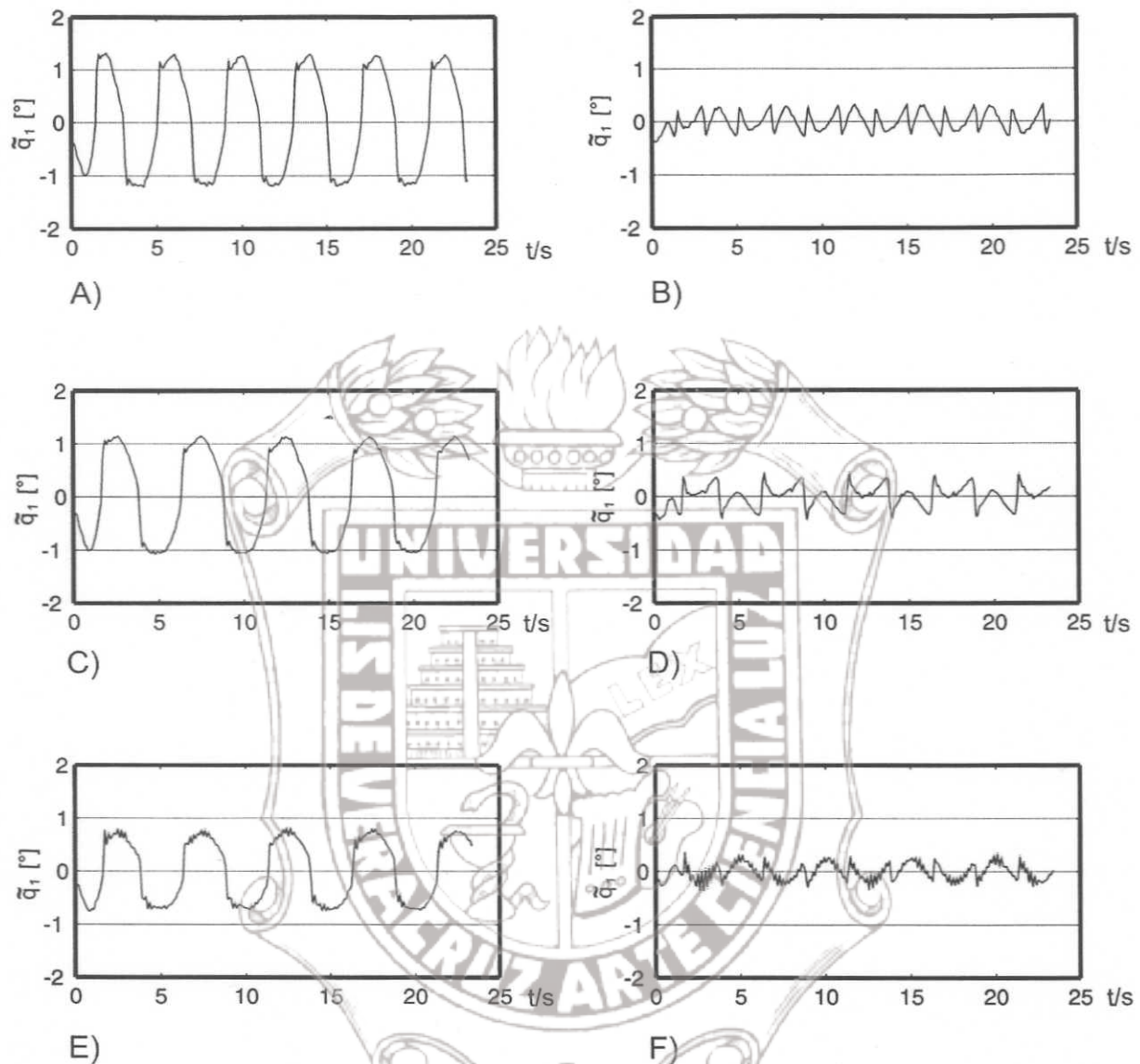


Figura 4.1: Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 1.

Las gráficas A, C y E muestran el comportamiento del error de seguimiento de la articulación 1 implementando únicamente control PD sin adaptación de los esquemas de control (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) respectivamente; mientras que las gráficas B, D y F muestran el comportamiento del error de seguimiento de la articulación 1 implementando control PD más el esquema de adaptación (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) respectivo. En las gráficas se aprecia una reducción notable en el error de seguimiento al activar los esquemas de adaptación, mostrando los mejores resultados en E y F.

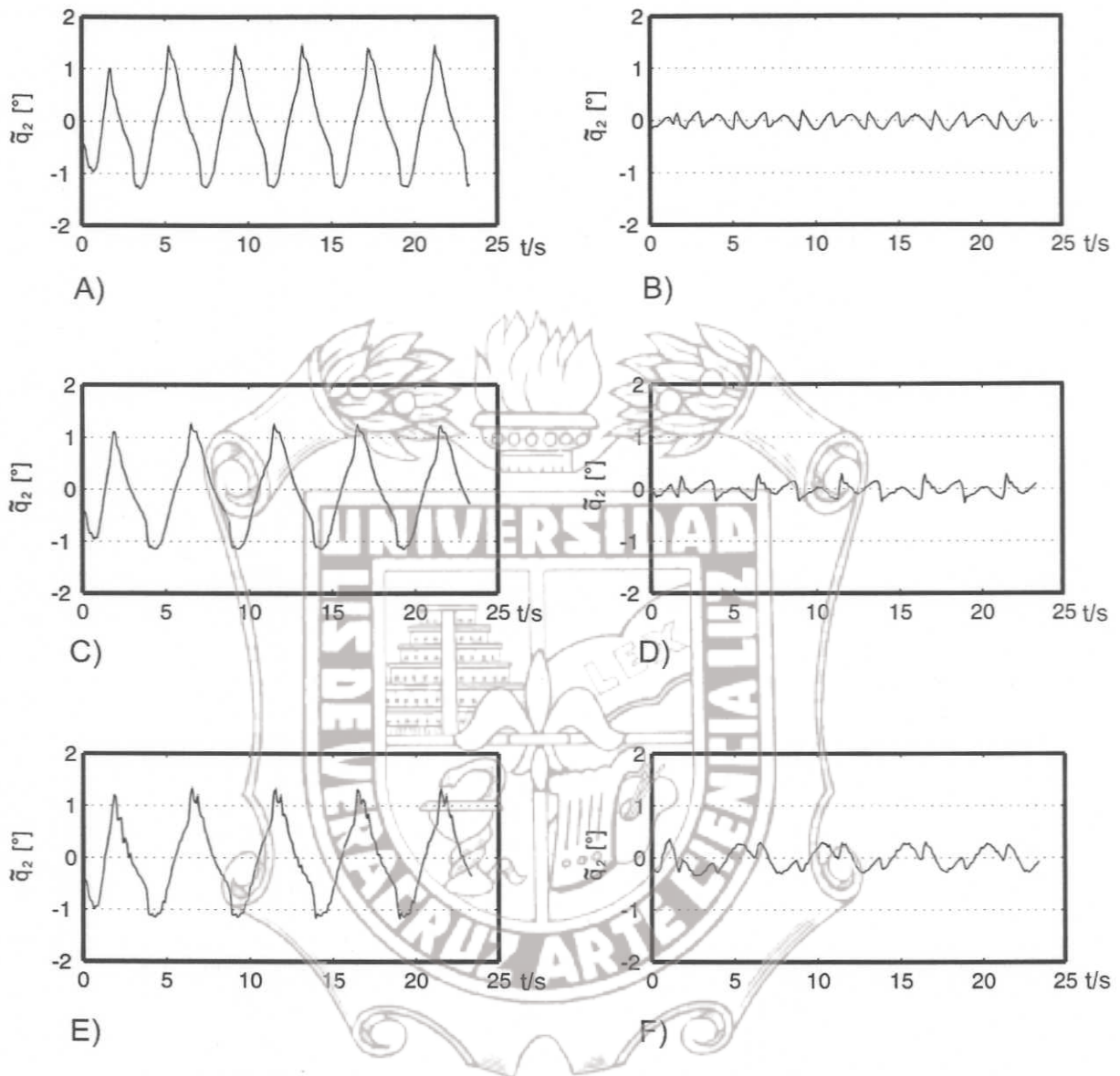


Figura 4.2: Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 2.

Siguiendo con la misma comparación de la Figura 4.1, las gráficas C y B muestran el mejor comportamiento de control PD y PD más adaptación respectivamente.

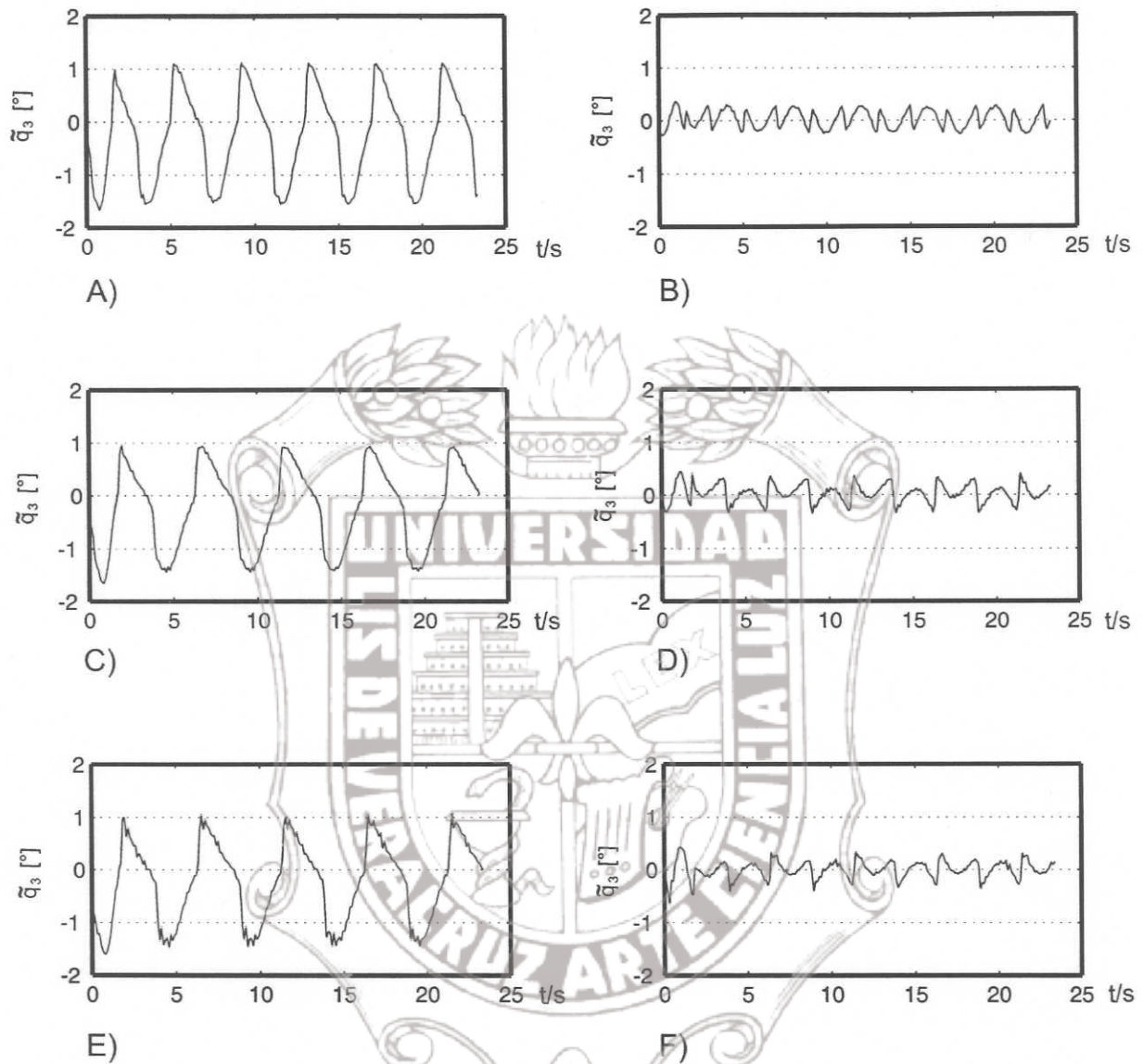


Figura 4.3: Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 3.

A semejanza de las comparaciones realizadas en la Figura 4.1, las gráficas C y D muestran el mejor comportamiento de control PD y PD más adaptación respectivamente.

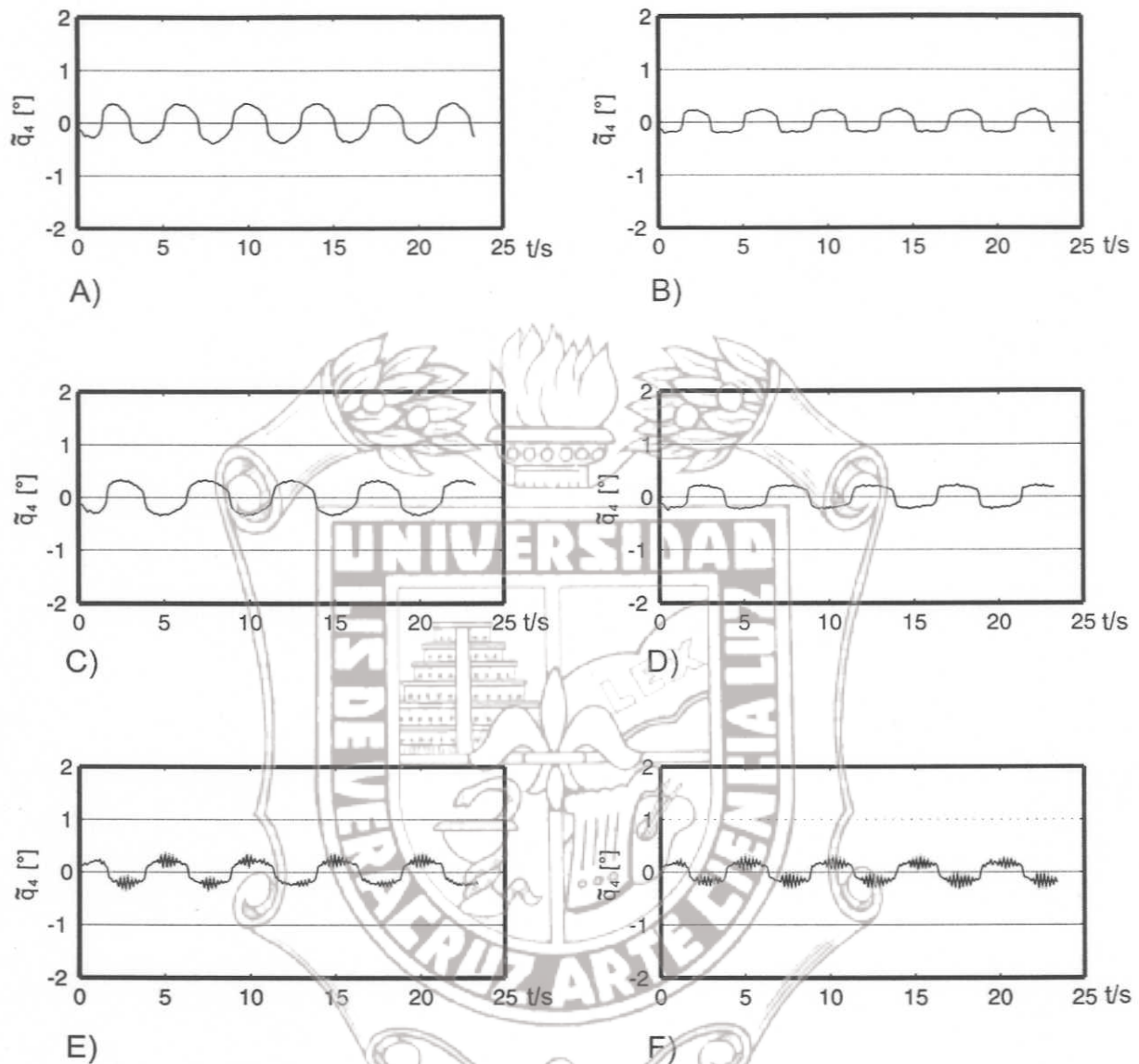


Figura 4.4: Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 4.

A semejanza de las comparaciones realizadas en la Figura 4.1, las gráficas E y F muestran el mejor comportamiento de control PD y PD más adaptación respectivamente.

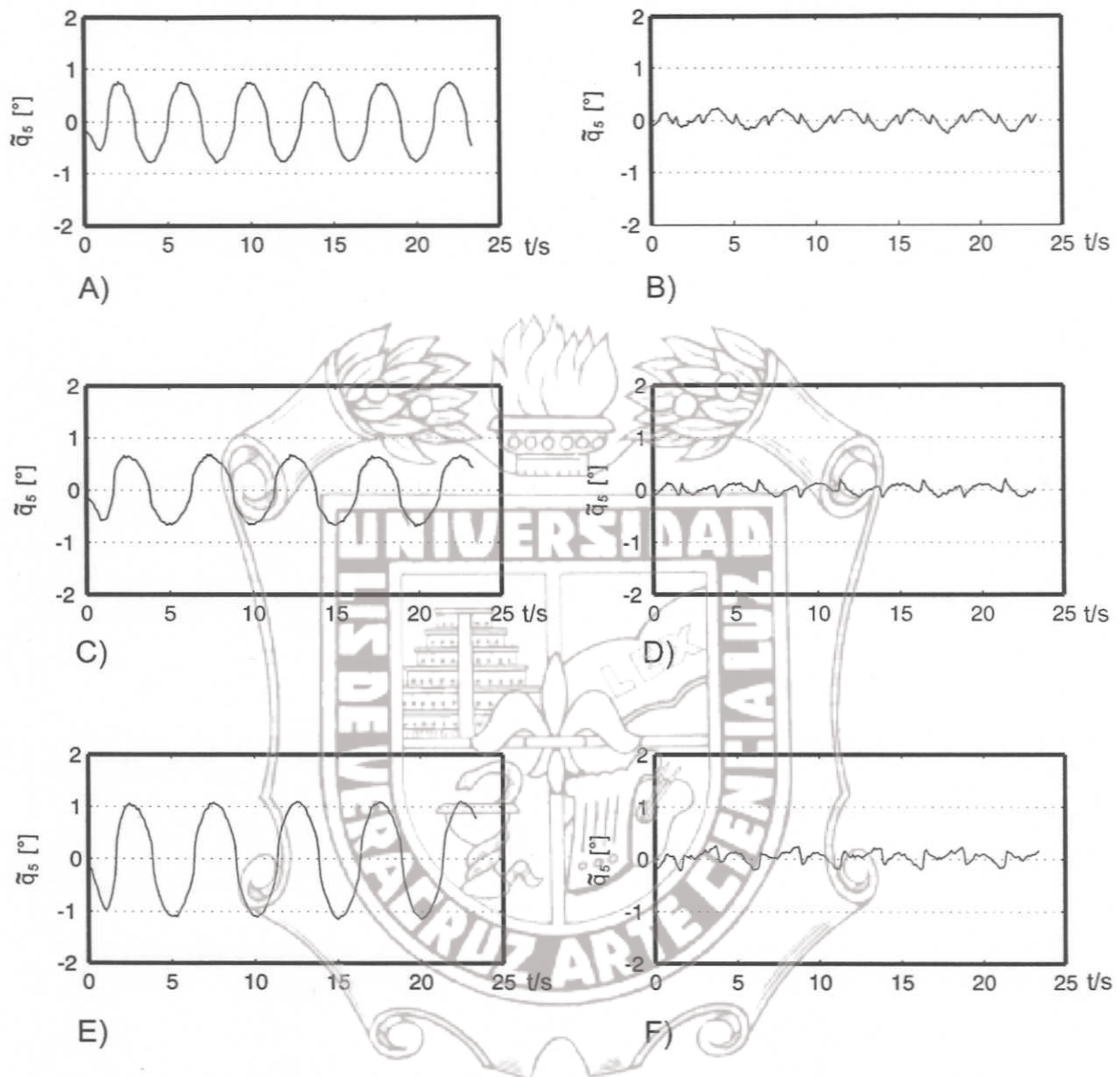


Figura 4.5: Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 5.

A semejanza de las comparaciones realizadas en la Figura 4.1, las gráficas C y D muestran el mejor comportamiento de control PD y PD más adaptación respectivamente.

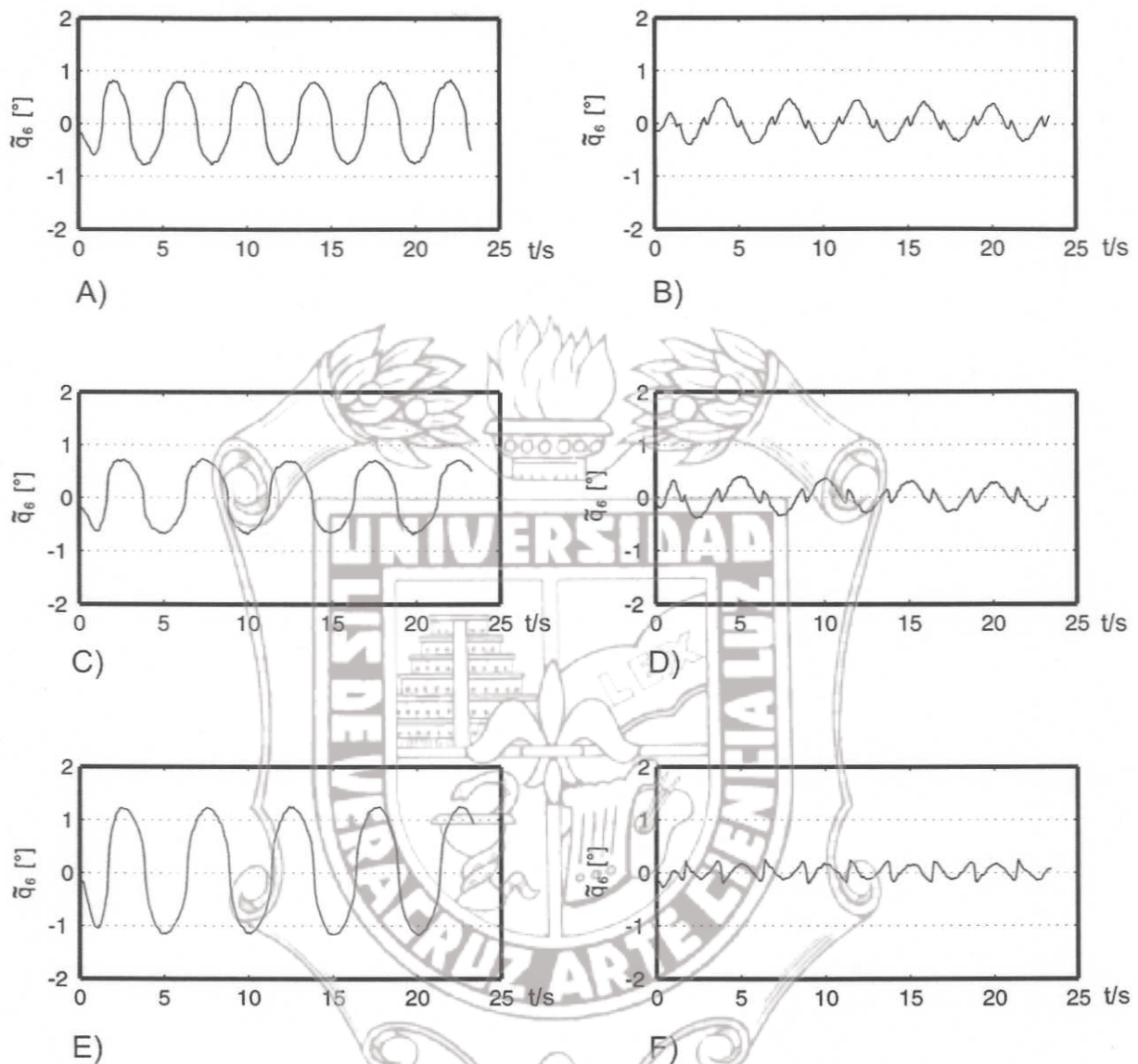


Figura 4.6: Comparación de respuestas de error de seguimiento de control PD (gráficas A, C y E) y control PD más adaptación (gráficas B, D y F) de articulación 6.

A semejanza de las comparaciones realizadas en la Figura 4.1, las gráficas C y F muestran el mejor comportamiento de control PD y PD más adaptación respectivamente.

## 4.5 Parámetros nominales y parámetros identificados en línea

Los parámetros obtenidos experimentalmente en línea de los tres métodos implementados son reportados de la Tabla 4.3 a la Tabla 4.7, son desglosados según la incertidumbre paramétrica que representan en parámetros de inercia, de gravedad, de motores, de fricción de Coulomb y fricción viscosa respectivamente.

Los parámetros nominales fueron obtenidos de manera aproximada mediante la contribución de las dimensiones propias del robot; peso de masas, momentos de inercia, efectos gravitacionales, fricción de Coulomb, fricción viscosa y constantes de cada motor. Los datos numéricos fueron sustituidos en el modelo dinámico parametrizado ( $Y\varphi$ ), calculado con el programa de Maple.

El tiempo necesario para obtener los resultados en línea, fue de aproximadamente 30 minutos. A tiempos mayores, los resultados no variaban significativamente.

Parámetros de Inercia	Parámetros Nominales	(4.7)-(4.8)	(4.9)-(4.12)	(4.13)-(4.15) (4.22)-(4.23)
P <sub>1</sub>	0.0000784	0.0	0.003364	0.004198
P <sub>2</sub>	0.0024095	0.0	0.0	0.000232
P <sub>3</sub>	0.002607	0.0	0.0	0.000626
P <sub>4</sub>	0.0006198	0.126849	0.003640	0.004339
P <sub>5</sub>	0.31415	0.182597	0.001731	0.001905
P <sub>6</sub>	0.0003251	0.038183	0.003986	0.005051
P <sub>7</sub>	0.0013005	0.107020	0.002336	0.004309
P <sub>8</sub>	0.0016256	0.008495	0.000395	0.001210
P <sub>9</sub>	0.229864	0.182550	0.001918	0.003307
P <sub>10</sub>	0.002601	0.187541	0.001743	0.003324
P <sub>11</sub>	0.6725591	0.081028	0.000690	0.000983
P <sub>12</sub>	0.004335	0.070722	0.000643	0.001471

Tabla 4.3: comparación de parámetros de inercia



Parámetros de gravedad	Parámetros Nominales	(4.7)-(4.8)	(4.9)-(4.12)	(4.13)-(4.15) (4.22)-(4.23)
P <sub>13</sub>	0.375723	0.03	0.33478	0.3
P <sub>14</sub>	49.771035	0.40	29.59015	0.40
P <sub>15</sub>	6.59232	0.12	13.242039	0.16

Tabla 4.4: comparación de parámetros de gravedad

Parámetros de motores	Parámetros Nominales	(4.7)-(4.8)	(4.9)-(4.12)	(4.13)-(4.15) (4.22)-(4.23)
P <sub>16</sub>	12.213697	1.300353	2.710084	3.50
P <sub>17</sub>	12.826159	10.730936	8.577166	10.0
P <sub>18</sub>	12.149265	2.263886	4.570894	4.00
P <sub>19</sub>	0.052911	0.024484	0.039403	0.06
P <sub>20</sub>	0.0499446	0.07000	0.079661	0.08
P <sub>21</sub>	0.0160735	0.003311	0.088677	0.07

Tabla 4.5: comparación de parámetros de dinámica de motores

Parámetros de fricc. Coulomb	Parámetros Nominales	(4.7)-(4.8)	(4.9)-(4.12)	(4.13)-(4.15) (4.22)-(4.23)
P <sub>22</sub>	0.3	0.223796	0.01110277	0.01110277
P <sub>23</sub>	0.255	3.399711	0.52570	0.52570
P <sub>24</sub>	0.45	4.898802	0.05450	0.05450
P <sub>25</sub>	1.1	0.0	0.0015161073	0.0015161073
P <sub>26</sub>	1.0	0.183830	0.0001510	0.0001510
P <sub>27</sub>	0.75	0.0	0.001510	0.001510

Tabla 4.6: comparación de parámetros de fricción de Coulomb

Parámetros de fricc.viscosa	Parámetros Nominales	(4.7)-(4.8)	(4.9)-(4.12)	(4.13)-(4.15) (4.22)-(4.23)
P <sub>28</sub>	319.2007	22.000	22.000	22.000
P <sub>29</sub>	319.2007	65.000	65.000	65.000
P <sub>30</sub>	319.2007	85.000	85.000	85.000
P <sub>31</sub>	12.01409	24.000	24.000	24.000
P <sub>32</sub>	11.77737	42.000	42.000	42.000
P <sub>33</sub>	3.574954	7.000	7.000	7.000

Tabla 4.7: comparación de parámetros de fricción viscosa

Cabe destacar, que la dinámica del robot A465 presenta una distribución paramétrica acoplada en la matriz de inercia, esto significa que la mayoría de los parámetros obtenidos en el modelo matemático, tienen efecto en el comportamiento dinámico de todas y cada una de las articulaciones del robot.

Para validar los resultados obtenidos estimando los parámetros en línea, se propone realizar experimentos con el manipulador para observar como responde a distintas entradas sin retroalimentación y repetir esto en simulación con los parámetros estimados. Los experimentos en lazo abierto fueron llevados a cabo aplicando dos tipos diferentes de trayectorias a cada articulación.

Trayectoria I:

$$v_i = 2.0 \sin(2.0\pi t) \text{ [V]} \quad i = 1, \dots, 6 \quad (4.38)$$

Trayectoria II con diferentes frecuencias:

$$v_1 = 2.0 \sin(5\pi t) \text{ [V]}$$

$$v_2 = 2.0 \sin(7\pi t) \text{ [V]}$$

$$v_3 = 2.0 \sin(9\pi t) \text{ [V]}$$

$$v_4 = 2.0 \sin(11\pi t) \text{ [V]}$$

$$v_5 = 2.0 \sin(13\pi t) \text{ [V]}$$

$$v_6 = 2.0 \sin(15\pi t) \text{ [V]}$$

Las dos pruebas experimentales se llevaron a cabo bajo condiciones iniciales de posición, velocidad y aceleración iguales a cero.

Para el caso de la Trayectoria (4.38), las Figuras 4.7 a 4.9, muestran la comparación de seguimiento entre la posición de la articulación real y la posición de

la articulación simulada de los tres métodos de identificación implementados. En las Figuras 4.10 a 4.12 se muestra la misma comparación, pero para el caso de la Trayectoria II.

### Evaluación de Desempeño

Los resultados muestran que la simulación con los parámetros identificados tiene un comportamiento dinámico similar con respecto al comportamiento dinámico de las respuestas experimentales obtenidas en el robot real. En el caso del esquema (4.13)-(4.15)-(4.22)-(4.23), la comparación de resultados muestra el mejor seguimiento, y por consiguiente el mejor comportamiento dinámico. Sin embargo, cabe resaltar que en los tres esquemas de identificación los resultados muestran desviaciones notables en su respuesta dinámica.

Para tener una idea más objetiva de que algoritmo proporciona mejores resultados, se utiliza el siguiente índice de desempeño

$$\mathcal{I}^2[\cdot] = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \|\cdot\|^2 dt} \quad (4.39)$$

El mejor desempeño es conseguido cuando el valor de la norma  $\mathcal{L}^2$  es pequeño, es decir, representa un error de seguimiento pequeño.

Norma $\mathcal{I}^2$	(4.7)-(4.8)	(4.9)-(4.12)	(4.13)-(4.15) (4.22)-(4.23)
$\mathcal{I}^2(\tilde{q}_1)$	0.271775	0.159658	0.230039
$\mathcal{I}^2(\tilde{q}_2)$	0.137317	0.109241	0.124022
$\mathcal{I}^2(\tilde{q}_3)$	0.213718	0.147437	0.181928
$\mathcal{I}^2(\tilde{q}_4)$	0.184163	0.289829	0.211498
$\mathcal{I}^2(\tilde{q}_5)$	0.170146	0.266527	0.105945
$\mathcal{I}^2(\tilde{q}_6)$	0.259562	0.138783	0.150530
$\mathcal{I}^2(\tilde{q})$	0.518297	0.483177	0.424279

Tabla 4.8: Evaluación de desempeño con la norma de error de seguimiento  $\mathcal{I}^2$

Se observa que el índice de desempeño total  $\mathcal{I}^2(\tilde{q})$  es mejor para el algoritmo propuesto en el presente trabajo (4.13)-(4.15).

Experimento 1: Trayectoria I

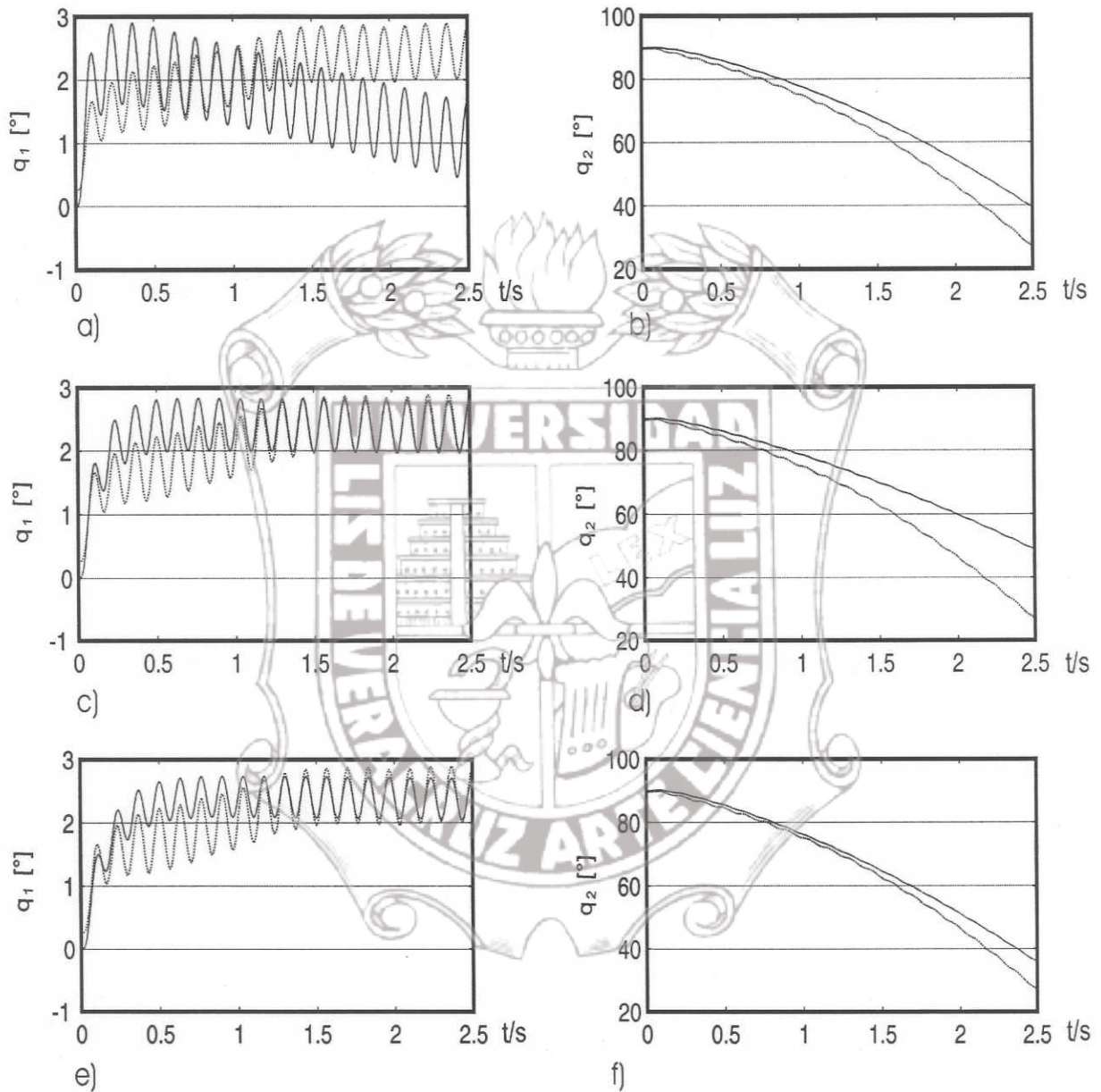


Figura 4.7: comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 1 y 2 a 10hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot ( $\cdots$ ), simulación en Matlab(-)

Los mejores comportamientos son reflejados en los métodos (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) de ambas articulaciones (gráficas c, d, e y f).

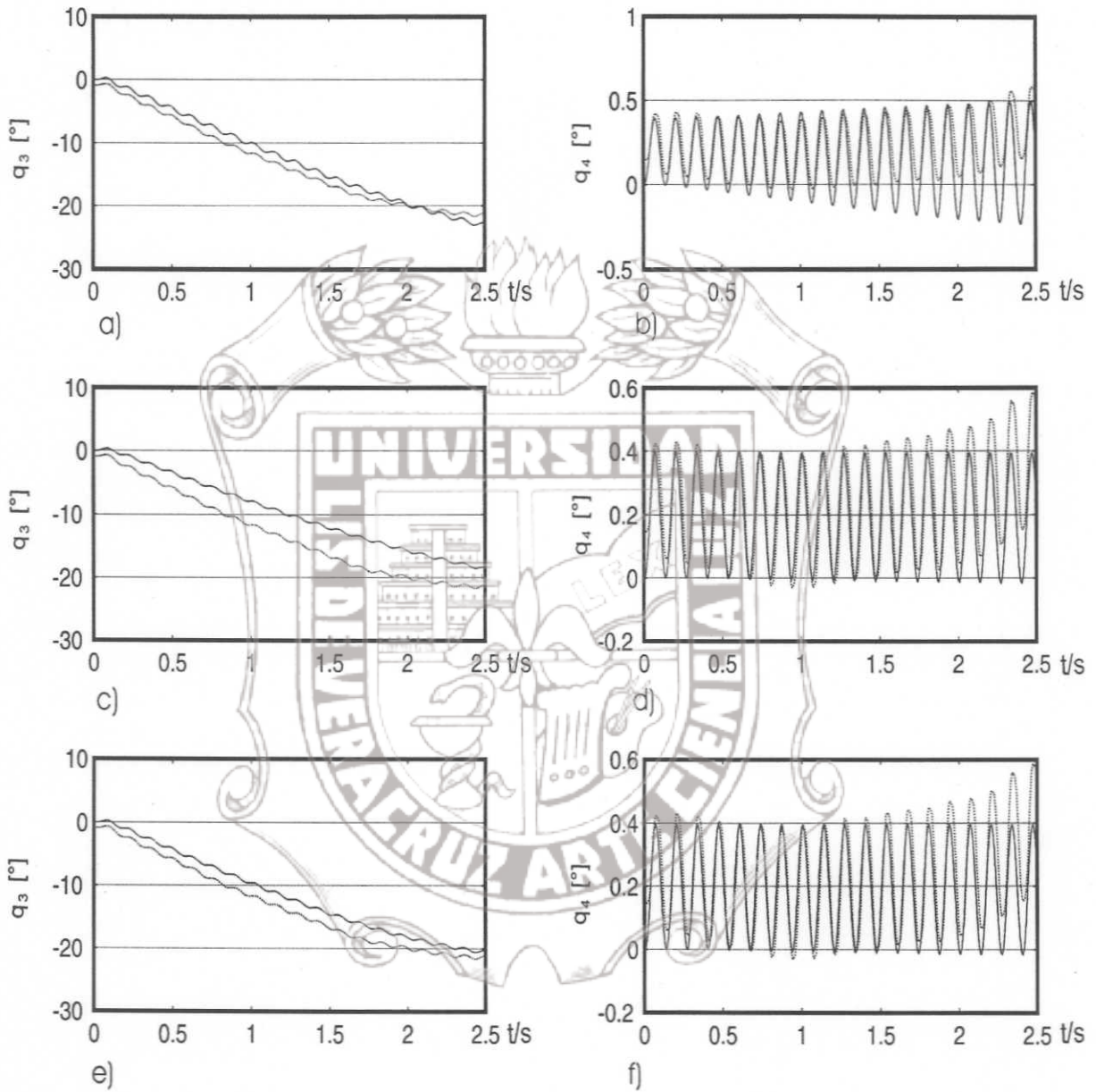


Figura 4.8: comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 3 y 4 a 10hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot ( $\cdots$ ), simulación en Matlab(-)

Los mejores comportamientos son reflejados en los métodos (4.7)-(4.8) y (4.9)-(4.12) de ambas articulaciones (gráfica e y f).

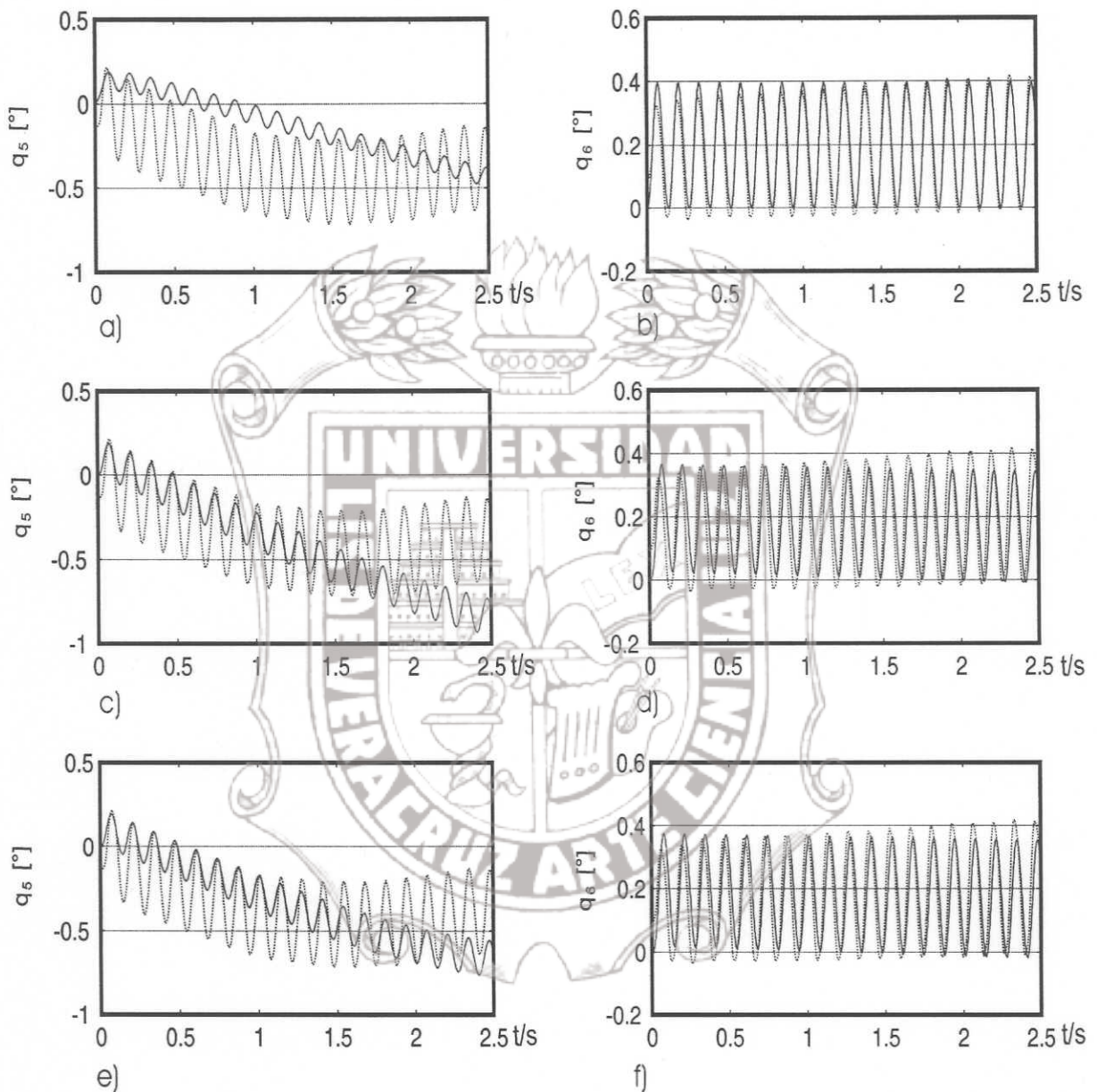


Figura 4.9: comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 5 y 6 a 10hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot ( $\cdots$ ), simulación en Matlab(-)

Los mejores comportamientos son reflejados en los métodos (4.7)-(4.8) y (4.9)-(4.12) de ambas articulaciones (gráficas c, d, e y f).

## Experimento 2: Trayectoria II

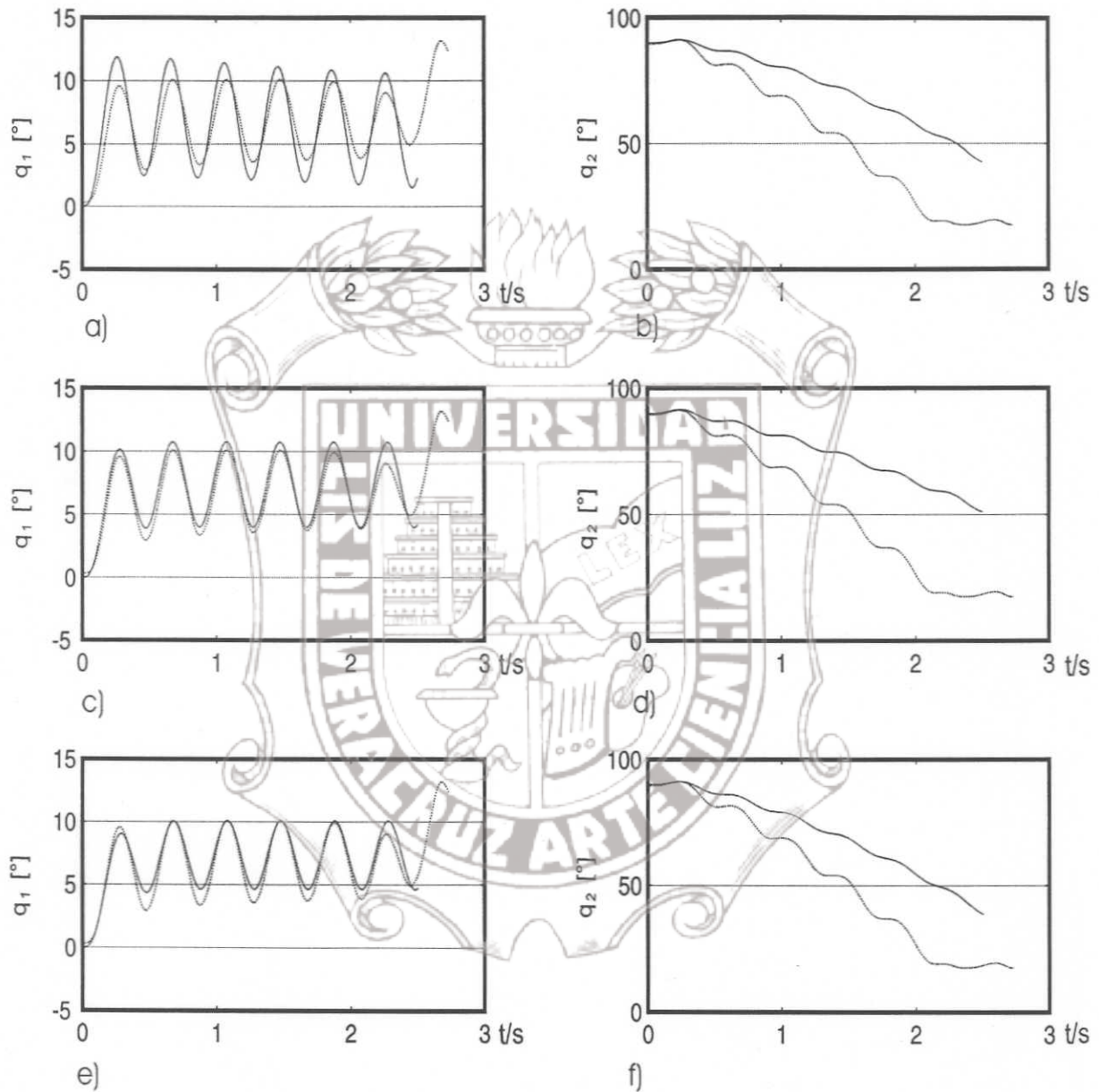


Figura 4.10: comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 1 y 2 a 5hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot ( $\cdots$ ), simulación en Matlab(-)

El mejor comportamiento se refleja en el método (4.9)-(4.12) de ambas articulaciones (gráfica e y f).

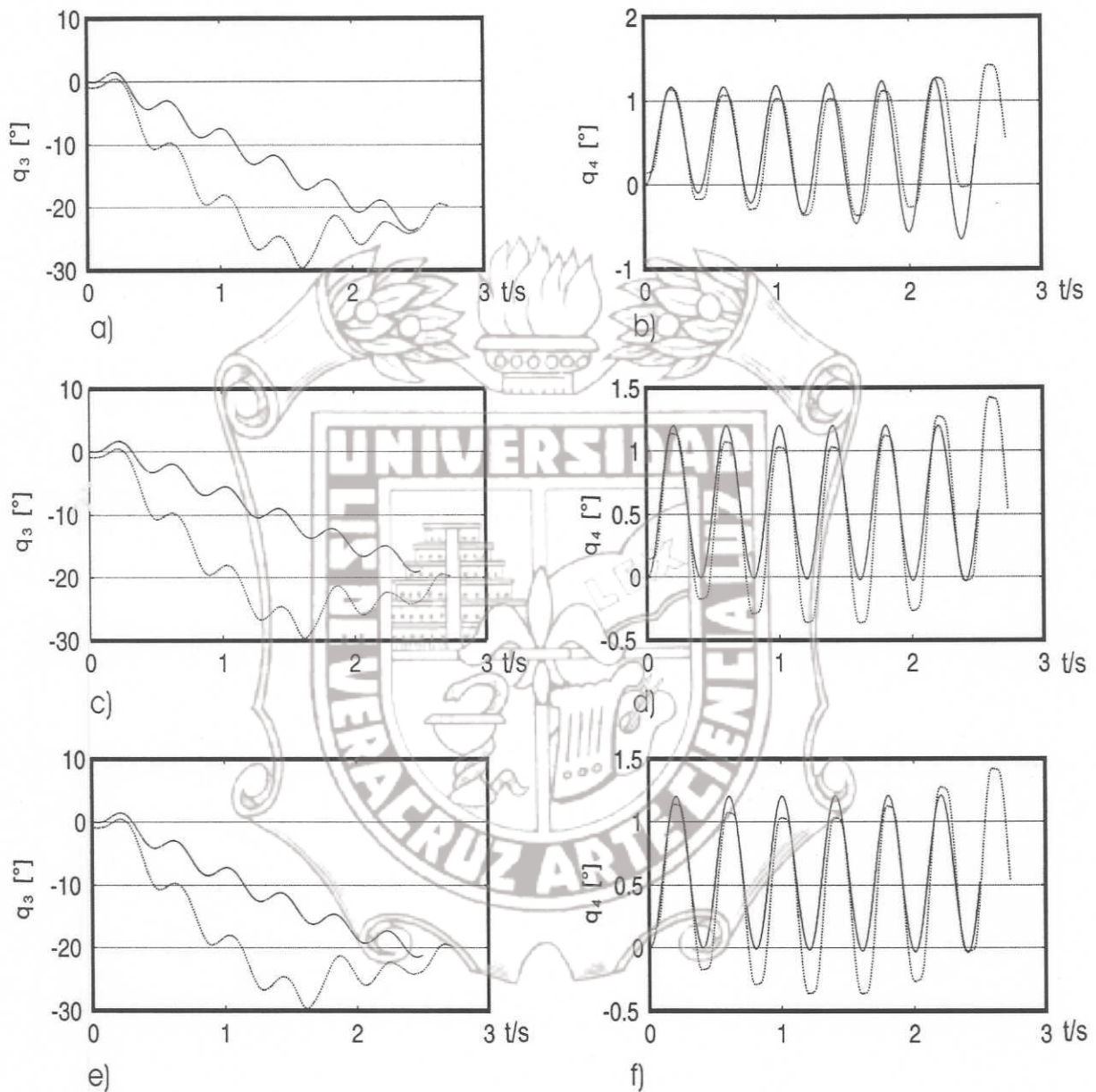


Figura 4.11: comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 3 y 4 a 5hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot ( $\cdots$ ), simulación en Matlab(-)

El mejor comportamiento se refleja en el método (4.9)-(4.12) de ambas articulaciones (gráfica a y b).



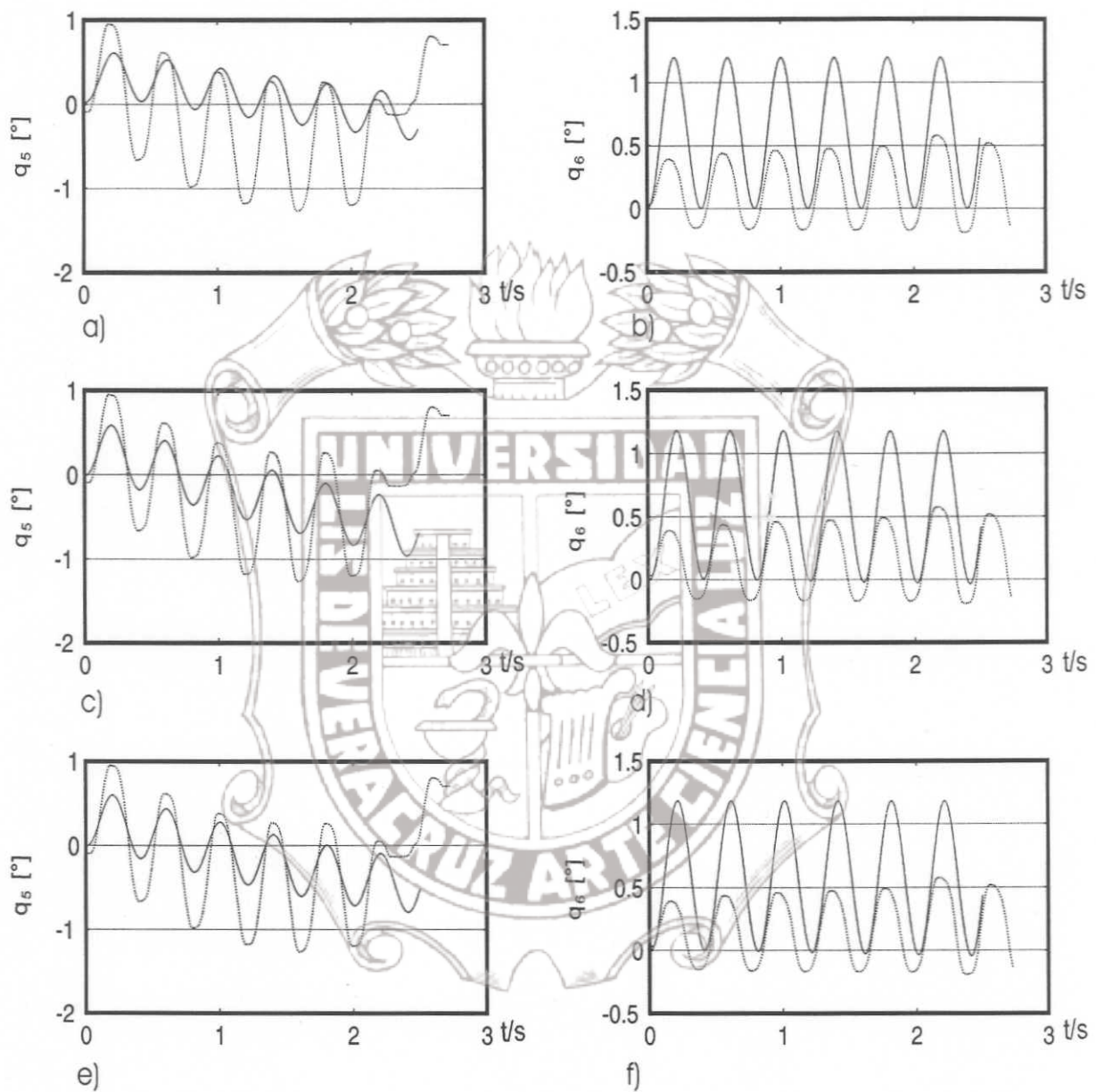


Figura 4.12: comparación de respuestas de comportamiento dinámico en lazo abierto para articulación 5 y 6 a 5hz de los métodos (4.7)-(4.8), (4.9)-(4.12) y (4.13)-(4.23) robot ( $\cdots$ ), simulación en Matlab(-)

Los mejores comportamientos son reflejados en los métodos (4.7)-(4.8) y (4.9)-(4.12) de ambas articulaciones (gráficas c, d, e y f).

## Bibliografía

- Arteaga Pérez, M. A. 1998. On the properties of a dynamic model of flexible robot manipulators. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 120. 8–14.
- Arteaga Pérez, M. A. 2002. Robot control and parameter estimation with only joint position measurements. Submitted in *Automatica*.
- Åström, K. J. y B. Wittenmark. 1990. *Computer-Controlled Systems*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Burg, T., D. Dawson y P. Vedagarbha. 1997. A redesigned dcal controller without velocity measurements: theory and demonstration. *Robotica* 15. 337–346.
- Canudas de Wit, C., N. Fixot y K. J. Åström. 1992. Trajectory tracking in robot manipulators via nonlinear estimated state feedback. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 8(1). 138–144.
- CRS, R. C. 1997. *Service Manual*. CRS, Robotics Corporation. Ontario. Canada.
- Denavit, J. y R. S. Hartenberg. 1955. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. *ASME Journal of Applied Mechanics* 22. 215–221.
- Erlic, M. y W.-S. Lu. 1995. A reduced-order adaptive velocity observer for manipulator control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 11(2). 293–303.
- Fu, K. S., R. C. Gonzalez y C. S. G. Lee. 1989. *Robotic: Control, Sensing, Vision and Intelligence*. México, D. F.: McGraw-Hill.
- Gudiño Lau, J. y M. A. Arteaga Pérez. 2000. adaptación de un robot industrial para su utilización en investigación (adaptación de un robot industrial para su utilización en investigación). *AMRob Memorias del 2do Congreso de Robótica 2000*. Toluca, México. 94–99.
- Kelly, M. R. 1989. *Control de movimiento de robots manipuladores*. UNAM.

- National, I.** 1998. *Flex Motion 6C – Hardware User' Manual*. National, Instruments. USA.
- National, I.** 1999. *Universal motion Interface (UMI) Accesory*. National, Instruments. USA.
- Nicosia, S. y P. Tomei.** 1990. Robot control by using only joint position measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control* 35(9). 1058–1061.
- Ping, A. B., J. Ping y T. C. Hui.** 1996. A learning scheme for the parameter identification of robot dynamics. *Proc. of the International Conference on Robotics and Automation, IEEE*. Shanghai, China. 651–655.
- Poignet, P. y M. Gautier.** 2000. Comparison of weighted least squares and extended kalman filtering methods for dynamic identification of robots. *IEEE International Conference On Robotics and Automation*. San Francisco CA, USA. 3622–3627.
- Prufer, M. Schmidt, C. y F. Wahl.** 1994. Identification of robot dynamics with differential and integral models: A comparison. *IEEE International Conference On Robotics and Automation*. San Diego CA, USA. 340–345.
- Reyes, F. y R. Kelly.** 1997. Experimental evaluation of identification schemes on a direct drive robot. *Robotica* 15. 563–571.
- Rodríguez, R. F. y R. R. López.** 1996. *Control Adaptativo y Robusto*.
- Slotine, J. J. E. y W. Li.** 1987. On the adaptive control of robot manipulators. *International Journal of Robotics Research* 6(3). 49–59.
- Slotine, J. J. E. y W. Li.** 1991. *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Spong, M. W. y M. Vidyasagar.** 1989. *Robot Dynamics and Control*. New York: John Wiley & Sons.

## Apéndice A

# Interfaz pc-robot para la implementación de algoritmos de control

La simulación de algoritmos de control para robots por medio de una computadora ha tenido mucho impulso y ha desplazado la comprobación física experimental. Una de las desventajas de la simulación por medio de la computadora radica en no asegurar la confiabilidad de los resultados que la teoría pueda validar. Es decir, fenómenos tales como perturbaciones, incertidumbres paramétricas o dinámicas no modeladas son difíciles de incluir de manera apropiada en la simulación, ver Gudiño Lau y Arteaga Pérez (2000). Crear laboratorios experimentales de robótica permite implementar algoritmos de control de varios tipos y probar el desempeño en condiciones reales de operación.

La mayoría de las compañías que venden robots suelen entregar manipuladores en los que no es posible separar la etapa de potencia, protección y control. Esta sección describe la conversión de un robot industrial a un robot experimental mediante la implementación de una interfaz entre las etapas de potencia, protección, motores y encoders con la finalidad de que se permita la interacción PC-robot mediante programación estructurada.

A fin de conseguir el diseño de la interfaz PC-Robot, fue necesario conocer las características y componentes de cada uno de los sistemas involucrados;

## Robot manipulador CRS Robotics A465.

Fue diseñado con el mismo campo de acción de movimiento y levantamiento de carga promedio de un brazo humano. El Robot CRS A465 es una combinación de potencia y alta velocidad; los motores de c.d que utiliza este robot poseen una constante mecánica y eléctrica que los hace tener buen desempeño y alto par de torsión de respuesta (CRS 1997). Sus características principales son:

- Robot articulado de seis grados de libertad.
- Servomotores de c.d.
- Encoders ópticos.
- Transmisión de engranes armónica.
- 31 Kg de peso.
- Salidas de señales de encoder.

## Modulo de procesamiento, protección y amplificación C500 CRS.

Permite la salida de señales de encoder y la entrada de señales de control a la etapa amplificadora para su posterior salida al robot A465 (CRS 1997).

- Módulo multitarea C500C diseñado bajo el concepto de arquitectura abierta.
- Tarjeta de procesamiento PC-104/1486.
- Lenguaje de Programación y aplicaciones RAPL-3.
- Plataforma de control con esquema PID.
- Circuitos de paro y emergencia.
- Detector continuo de fallas.
- 16 entradas digitales aisladas ópticamente.
- 12 salidas digitales aisladas ópticamente.
- Dos puertos seriales.
- Seis unidades de amplificación.

## Accesorio de interfaz de movimiento universal (UMI-Flex6)

Este accesorio de *National Instruments* permite la conexión de señales de encoders del robot a una tarjeta de adquisición de datos Flex Motion. También permite la conexión de otra tarjeta Flex Motion con señales de control de motores al módulo C500 para su amplificación correspondiente (National 1999). Con su etapa de protección el módulo C500 evita daños en motores y tarjetas de adquisición de datos.

- 6 unidades de conexión de encoders, con seis terminales de conexión cada unidad ( $A, \bar{A}, B, \bar{B}, I, \bar{I}$ )
- 6 unidades de conexión de Amplificador/motores.
- Conexión de switch límite (límite hacia delante, límite de reversa, entrada de home).
- Conexiones de energía.
- Unidad con ocho canales analógicos.
- Cable especial de entrada de 100 pines a tarjeta de adquisición de datos.

## Tarjeta de adquisición de datos PCI Flex Motion 6C.

Tarjeta de *National Instruments* encargada de procesar señales digitales de encoders de robot hacia la PC; permite la salida de comandos de voltaje de motores en forma analógica (DAC's) (National 1998).

- Procesador DSP de tiempo real MC68331 a 32 bits.
- Control de servomotores.
- Seis Entradas de encoders de alta resolución ( $A, \bar{A}, B, \bar{B}, I, \bar{I}$ ).
- Ocho canales analógicos de entrada.
- Seis salidas analógicas de  $\pm 10$  volts.
- Conexión de switch limite (límite hacia delante, límite de reversa, entrada de home).

## Computadora Personal

Con programación estructurada procesa algoritmos de control, teniendo como entrada señales de posición de articulación y como salida señales de control de actuadores de c.d.

- Procesador Pentium IV a 1.5 Ghz.
- Lenguaje de programación LabWindows/CVI basado en ANSI "C" de National Instruments con características graficas interactivas.

### A.0.1 Interfaz

El diseño de esta interfaz tiene tres objetivos.

- Eliminar la etapa de procesamiento de control en el módulo original de fábrica mediante la interrupción en las señales de los sensores de posición. Utilizar la etapa de amplificación para las señales de comandos de voltaje de motores.
- Permitir que las señales de los sensores de posición del Robot CRS A465 se conecten desde una tarjeta UMI (Interfaz de Movimiento Univeral) a una computadora que tiene incorporada una tarjeta de adquisición de datos número 1 de 32 bits a través de un cable especial. Hay 36 canales (conexiones) de lectura de encoders con información digital del desplazamiento angular.
- Por medio de una unidad UMI son conectadas las seis señales analógicas de control de cada motor al módulo amplificador de potencia; tales señales de control son previamente procesadas en la PC, y posteriormente enviadas a la unidad DAC de la tarjeta de adquisición de datos número 2 a través de un cable especial.

El siguiente diagrama simplifica el diseño de la interfaz PC-Robot

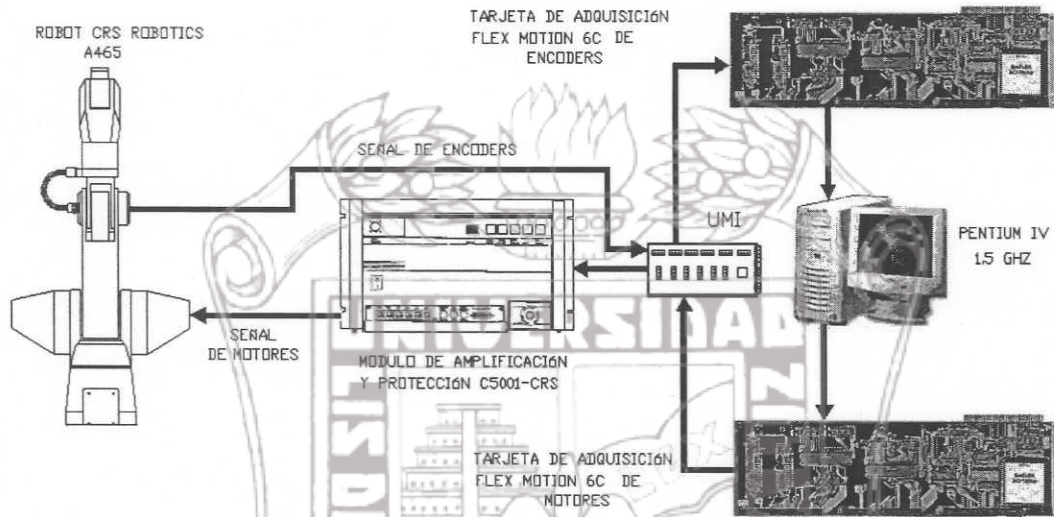


Figura A.1: Diseño de interfaz para control de Robot A465.



## Apéndice B

### Momentos de inercia

#### B.1 Momentos de inercia de una masa

Considerando una pequeña masa  $dm$  sostenida por una varilla de masa despreciable que puede girar libremente alrededor de un eje  $AA'$  (Figura B.1). Si se aplica un par al sistema, la varilla y la masa inicialmente en reposo empezarán a girar sobre  $AA'$ . El tiempo necesario para que el sistema adquiera una determinada velocidad de rotación es proporcional a la masa  $dm$  y al cuadrado de la distancia  $r$ . El producto  $r^2 dm$  proporciona, en consecuencia, una medida de la *inercia* del sistema, es decir, de la resistencia que el sistema ofrece cuando se trata de ponerlo en movimiento. Por tal motivo, el producto  $r^2 dm$  se llama el momento de inercia del cuerpo con respecto al eje de giro  $AA'$ .

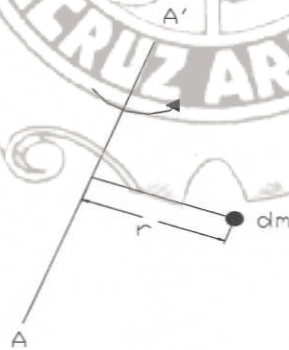


Figura B.1: Momento inercia de una masa.

El momento de inercia de un cuerpo esta dado por la integral:

$$I = \int r^2 dm \quad (B.1)$$

El momento de inercia de un cuerpo con respecto a un eje coordenado puede expresarse en función de las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$  del elemento de masa  $dm$  de la siguiente forma

$$\begin{aligned} I_x &= \int (y^2 + z^2) dm \\ I_y &= \int (z^2 + x^2) dm \\ I_z &= \int (x^2 + y^2) dm \end{aligned} \tag{B.2}$$

## B.2 Teorema de los ejes paralelos



Figura B.2: Momento de inercia de un cuerpo con masa concentrada en un punto.

Determinar el momento de inercia de un cuerpo no uniforme origina la necesidad de concentrar su masa en un sólo punto para que su momento de inercia no varíe. El teorema de los ejes paralelos proporciona una solución. Primero se calcula el momento de inercia con respecto al sistema fijo en el centro de masa y posteriormente se hace un corrimiento de toda la masa hacia un sistema coordenado deseado. Considerando la Figura (B.2) con un cuerpo de masa  $m$ , y un sistema de coordenadas rectangulares  $Oxyz$  con origen en un punto arbitrario  $O$  paralelo a  $Gx'y'z'$  un sistema de ejes centroidales, es decir, un sistema con origen en el centro de gravedad  $G$ . Se escriben las siguientes relaciones entre los dos sistemas de coordenadas de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} x &= x' + \bar{x} \\ y &= y' + \bar{y} \\ z &= z' + \bar{z} \end{aligned} \tag{B.3}$$

De las ecuaciones (B.2) y (B.3), el momento de inercia de un cuerpo con respecto a los ejes  $x, y$  y  $z$ , se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} I_x &= \bar{I}_{x'} + m(\bar{y}^2 + \bar{z}^2) \\ I_y &= \bar{I}_{y'} + m(\bar{z}^2 + \bar{x}^2) \\ I_z &= \bar{I}_{z'} + m(\bar{x}^2 + \bar{y}^2) \end{aligned} \tag{B.4}$$

### B.3 Momentos de inercia del robot A465

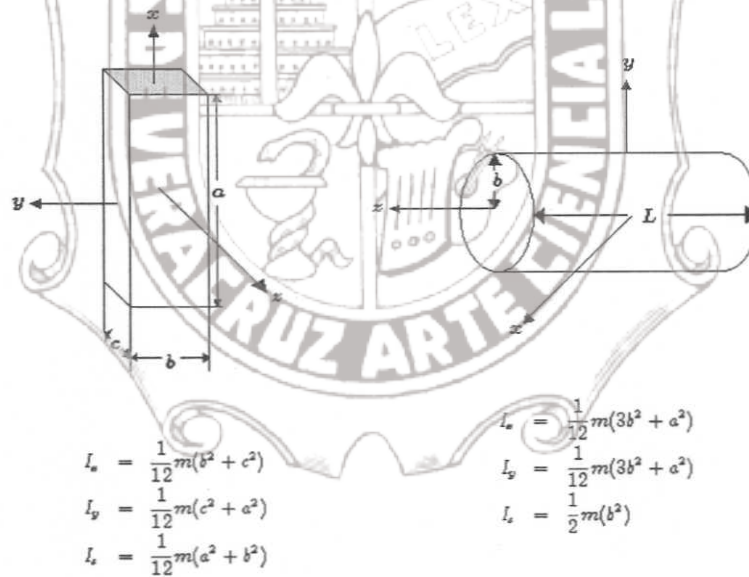


Figura B.3: Momento de inercia de prisma rectangular y cilindro circular.

Los momentos de inercia de cada componente estructural del robot A465 de 6 g.d.l, se calculan utilizando la ecuación (B.2) y el Teorema de los Ejes Paralelos. Lo anterior se hace con la finalidad de utilizar los resultados en la matriz del modelo dinámico del robot en estudio. Para el cálculo de los momentos de inercia de todos

los elementos estructurales del robot. Se considera que todos los eslabones son cuerpos compuestos con forma de prisma rectangular o cilindro, tal como se muestra en la Figura (B.3).

Dado que los productos de inercia de un cuerpo geométrico respecto a los ejes coordenados no siempre son nulos. En este trabajo de tesis los cuerpos geométricos utilizados para representar cada elemento del robot A465 respecto a los ejes centroidales y condiciones de simetría resultaron reducidos a cero al aplicar el Teorema de los ejes paralelos.

### B.3.1 Momentos de inercia del sistema coordenado 1

Estableciendo un sistema de coordenadas  $XYZ$ , sobre las tres masas independientes que componen la base del robot de la Figura (B.4), se hace posible concentrar la masa de los tres cuerpos en el centro de gravedad  $G$  formado por el sistema de



Figura B.4: Estructura del sistema de coordenadas 1

Analíticamente las componentes del nuevo sistema son determinadas por

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_3 &= 0 & \bar{x}_2 &= 0 & \bar{x}_1 &= 0 \\
 \bar{y}_3 &= -\left(\frac{1}{2}L_3 + d_1\right) & \bar{y}_2 &= d_2 & \bar{y}_1 &= d_2 \\
 \bar{z}_3 &= 0 & \bar{z}_2 &= -\left(c + \frac{1}{2}L_2\right) & \bar{z}_1 &= \left(c + \frac{1}{2}L_1\right)
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

Se obtiene la suma total de las componentes en Z

$$\begin{aligned}
 I_{z1} &= \frac{1}{2}m_1b_1^2 + m_1d_2^2 \\
 I_{z2} &= \frac{1}{2}m_2b_2^2 + m_2d_2^2 \\
 I_{z3} &= \frac{1}{12}m_3(3b_3^2 + L_3^2) + m_3\left(\frac{1}{2}L_3 + d_1\right)^2 \\
 I_{zT} &= m_1b_1^2 + \frac{1}{4}m_3b_3^2 + \frac{1}{12}m_3 + L_3^2 + 2m_1d_2^2 + m_3\left(\frac{1}{2}L_3 + d_1\right)^2
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

Posteriormente se obtiene la suma total de las componentes en Y

$$\begin{aligned}
 I_{y1} &= \frac{1}{12}m_1(3b_1^2 + L_1^2) + m_1\left(\frac{1}{2}L_1 + c\right)^2 \\
 I_{y2} &= \frac{1}{12}m_2(3b_2^2 + L_2^2) + m_2\left(\frac{1}{2}L_2 + c\right)^2 \\
 I_{y3} &= \frac{1}{2}m_3b_3^2 \\
 I_{yT} &= \frac{1}{2}m_1b_1^2 + \frac{1}{6}m_1L_1^2 + \frac{1}{2}m_3b_3^2 + 2m_1\left(\frac{1}{2}L_2 + c\right)^2
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

Similarmente a la componente total de  $Z_T$  y  $Y_T$  se obtiene la suma total de las componentes en  $X_T$

$$\begin{aligned}
 I_{x1} &= \frac{1}{12}m_1(3b_1^2 + L_1^2) + m_1(d_2^2 + (c + \frac{1}{2}L_1)^2) \\
 I_{x2} &= \frac{1}{12}m_2(3b_2^2 + L_2^2) + m_2(d_2^2 + (c + \frac{1}{2}L_2)^2) \\
 I_{x3} &= \frac{1}{12}m_3(3b_3^2 + L_3^2) + m_3\left(\frac{1}{2}L_3 + d_1\right)^2 \\
 I_{xT} &= \frac{1}{2}m_1b_1^2 + \frac{1}{6}m_1L_1^2 + \frac{1}{12}m_1(3b_3^2 + L_3^2) + 2m_1d_2^2 \\
 &\quad + m_1\left(c + \frac{1}{2}L_1\right)^2 + m_2\left(c + \frac{1}{2}L_2\right)^2 + m_3\left(\frac{1}{2}L_3 + d_1\right)^2
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

Tomando como referencia la ecuación (B.2), se determinan cada uno de los elementos de la matriz de inercia  $J_1$

$$\begin{aligned} J_{11} &= \frac{1}{2}(-\bar{I}_x + \bar{I}_y + \bar{I}_z) + m\bar{x}^2 \\ J_{22} &= \frac{1}{2}(\bar{I}_x - \bar{I}_y + \bar{I}_z) + m\bar{y}^2 \\ J_{33} &= \frac{1}{2}(\bar{I}_x + \bar{I}_y - \bar{I}_z) + m\bar{z}^2 \end{aligned} \tag{B.9}$$

Considerando que sobre el eje  $X$  no existe corrimiento de masas, y sobre el eje  $Z$  hay cancelación algebraica de las componentes de  $\bar{Z}_1$  y  $\bar{Z}_2$  por ser masas idénticas, la cancelación de las componentes  $\bar{X} = 0$  y  $\bar{Z} = 0$  es directa.

Los productos de inercia contenidos en el mismo sistema de coordenadas y que sean perpendiculares son considerados nulos, tales como  $I_{xz} = 0$ ,  $I_{xy} = 0$ . Finalmente los términos de la matriz de inercia  $J_1$  son:

$$\begin{aligned} J_{11} &= \frac{1}{2}(-\bar{I}_x + \bar{I}_y + \bar{I}_z) \\ J_{22} &= \frac{1}{2}(\bar{I}_x - \bar{I}_y + \bar{I}_z) + m\bar{y}^2 \\ J_{33} &= \frac{1}{2}(\bar{I}_x + \bar{I}_y - \bar{I}_z) \end{aligned} \tag{B.10}$$

Para el caso especial de este sistema de masas concentradas tridimensional y de forma volumétrica es necesario encontrar el corrimiento o distancia  $d_2 = \bar{Y}$ , hacia el centroide o centro de gravedad. El procedimiento consiste en hallar el volumen del cuerpo concentrado sobre la componente  $\bar{Y}$  y dividirlo sobre el total del volumen del sistema formado por las tres masas independientes.

Para evaluar el volumen total  $V$  del cuerpo formado por las tres masas  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  se forma la Tabla B.1

Con los datos anteriores y la ecuación B.11 se determina el valor de la distancia  $d_2$ , el cual es necesario para ubicar el punto de concentración de masa del sistema compuesto por  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  en el eje  $Y$ .

$$\bar{Y} = \frac{\sum V\bar{Y}}{\sum V} = \frac{-0.0002192}{0.006386} = -0.03432 \tag{B.11}$$

	$V = \pi r^2 h$	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{Z}$	$V\bar{X}$	$V\bar{Y}$	$V\bar{Z}$
v1	0.00226	0	0	0.157	0	0	0.0003548
v2	0.00226	0	0	-0.157	0	0	-0.0003548
v3	0.001866	0	-0.1175m	0	0	-0.0002192	0
$\Sigma V$	0.006386				0	-0.0002192	0

Tabla B.1: Volumen total de sistema de masas desplazado

$$\bar{Y}_3 m_3 = (-0.03432) m_3 \tag{B.12}$$

Finalmente es desplegada la matriz de inercia  $J_1$ .

$$J_1 = \begin{bmatrix} J_{111} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{122} & 0 & (-0.03432)m_T \\ 0 & 0 & J_{133} & 0 \\ 0 & (-0.03432)m_T & 0 & m_T \end{bmatrix}$$

Con  $m_T = m_1 + m_2 + m_3$ .

Los datos numéricos de las dimensiones y masas correspondientes al sistema 1, son desplegados en la Tabla B.2

## B.4 Momentos de inercia del sistema coordinado 2

Para calcular el momento de inercia del eslabón número 2 se utiliza un cuerpo cilindrico como aproximación. Una vez calculado el momento de inercia con respecto al sistema fijo del centro de masa  $Oxyz'_2$  se utiliza el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia con respecto al sistema coordinado  $Oxyz_2$ .

De la Figura B.5 se observa que para hacer la concentración de masa en el centride  $G$  del sistema de coordenadas  $XYZ_2$  no existe dsplazamiento de masa lo largo de los ejes  $Y_2$  y  $Z_2$ , por ello, las componentes de desplazamiento correspondientes al segundo sistema de coordenadas son expresadas como sigue:

$L_1$	0.020m
$L_2$	0.020m
$L_3$	0.075m
$b_1$	0.060m
$b_2$	0.060m
$L_3$	0.089m
$c$	0.060m
$d_1$	0.085m
$\bar{y}_3 = -(\frac{1}{2}L_3 + d_1)$	-0.1175m
$\bar{z}_2 = -(c + \frac{1}{2}L_2)$	-0.157m
$\bar{z}_1 = (c + \frac{1}{2}L_1)$	0.157m
$m_1$	3.0 Kg
$m_2$	3.0 Kg
$m_3$	5.0 Kg

Tabla B.2: Datos numéricos de sistema inercial 1

$$\bar{x}_2 = -0.11 - \frac{L_2}{2} \quad \bar{y}_2 = 0 \quad \bar{z}_2 = 0 \quad (B.13)$$

El procedimiento algebraico para calcular los elementos de la matriz de inercia  $J_2$  para el segundo sistema de coordenadas es como sigue



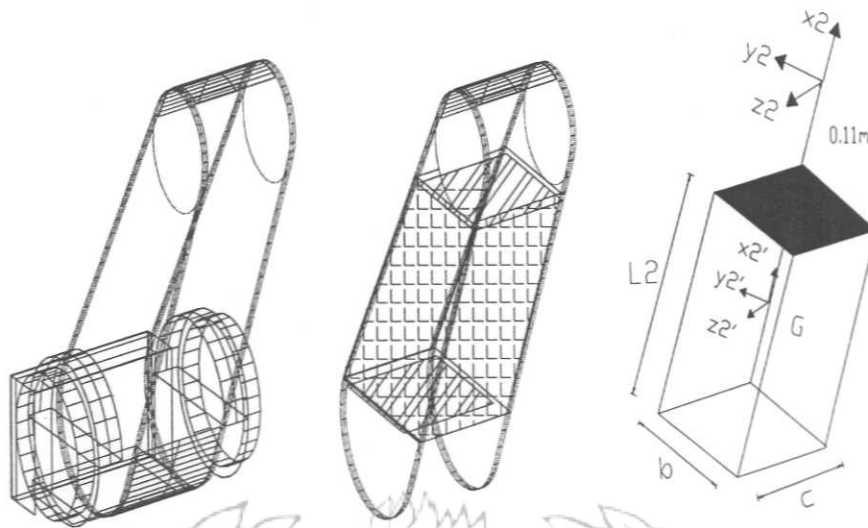


Figura B.5: Estructura del sistema de coordenadas 2

$$\begin{aligned}
 J_{211} &= \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}) & (B.14) \\
 &= \frac{1}{2}(-I_x + I_x + m_2 \bar{x}_2^2 + I_z + m_2 \bar{x}_2^2 + m_2(\bar{y}_2^2 + \bar{z}_2^2)) \\
 &= \frac{1}{2}(-I_x + I_y + I_z + 2m_2 \bar{x}_2^2) = \frac{-I_x + I_y + I_z}{2} + m_2 \bar{x}_2^2 \\
 &= \frac{1}{12} m_2 L_2^2 + m_2 \left(\frac{L_2}{2} + 0.11\right)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{222} &= \frac{1}{2}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) & (B.15) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x + m_2(\bar{y}_2^2 + \bar{z}_2^2) - I_y - m_2 \bar{x}_2^2 - m_2 \bar{z}_2^2 + I_z + m_2 \bar{x}_2^2 + m_2 \bar{y}_2^2) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x - I_y + I_z) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m_2 (b_2^2 + c_2^2 - c_2^2 - L_2^2 + L_2^2 + b_2^2)\right) \\
 &= \frac{1}{12} m_2 b_2^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{233} &= \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x + m_2 \bar{y}_2^2 + m_2 \bar{z}_2^2 + I_y + m_2 \bar{x}_2^2 + m_2 \bar{z}_2^2 - I_z - m_2 \bar{x}_2^2 - m_2 \bar{y}_2^2) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x + I_y - I_z) \\
 &= \frac{1}{12} m_2 c_2^2 & (B.16)
 \end{aligned}$$

Los productos de inercia de  $J_2$  se reducen a cero debido a la simetría que existe en el cuerpo prismático.

$$I_{xy} = 0 \qquad I_{yz} = 0 \qquad I_{zx} = 0 \qquad (B.17)$$

La matriz  $J_2$ , se expresa como sigue

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}m_2L_2^2 + m_2\left(-\frac{a_2}{2} - 0.11\right)^2 & 0 & 0 & m_2\left(-\frac{L_2}{2} - 0.11\right) \\ 0 & \frac{1}{12}m_2b_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m_2c_2^2 & 0 \\ m_2\left(-\frac{L_2}{2} - 0.11\right) & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \qquad (B.18)$$

Los datos numéricos correspondientes al sistema inercial 2 son desplegados en la Tabla B.3

$L_2$	0.26m
$b$	0.060m
$c$	0.060m
$m_2$	5.0 Kg
$\bar{x}_2 = (-x_2 - x'_2) = -0.11 - \frac{L_2}{2}$	-0.150m

Tabla B.3: Datos numéricos de sistema inercial 2

## B.5 Momentos de inercia del sistema coordinado 3

Para calcular el momento de inercia del eslabón número 3 se utiliza un cuerpo cilíndrico como aproximación. Una vez calculado el momento de inercia con respecto al sistema fijo del centro de masa  $Oxyz'_3$  se utiliza el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia con respecto al sistema coordinado  $Oxyz_3$ .

Las componentes de desplazamiento correspondientes al sistema 3 se expresan de la siguiente forma

$$\bar{x}_3 = 0 \qquad \bar{y}_3 = 0 \qquad \bar{z}_3 = z_3 - z'_3$$

El procedimiento algebraico para calcular los elementos de la matriz de inercia  $J_3$  para el segundo sistema de coordenadas es como sigue

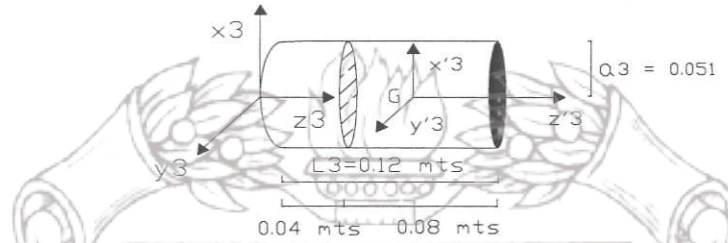
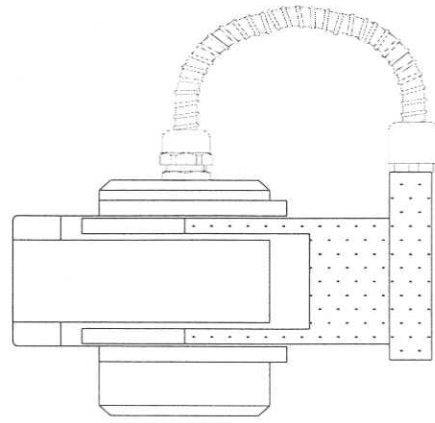


Figura B.6: Estructura del sistema de coordenadas 3

$$\begin{aligned}
 J_{311} &= \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}) & (B.19) \\
 &= \frac{1}{2}(-I_x - m_3 \bar{y}_3^2 - m_3 \bar{z}_3^2 + I_y + m_3 \bar{z}_3^2 + m_3 \bar{x}_3^2 + I_z + m_3 \bar{x}_3^2 + m_3 \bar{y}_3^2) \\
 &= \frac{1}{2}(-I_x + I_y + I_z) + \frac{2}{2}m_3 \bar{x}_3^2 = \frac{1}{2}(-I_x + I_y + I_z) + m_3 \bar{x}_3^2 \\
 &= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{12}m_3(3a_3^2 + L_3^2) + \frac{1}{12}m_3(3L_3^2 + L_3^2) + \frac{1}{2}m_3a_3^2 + m_3 \bar{x}_3^2\right) \\
 &= \frac{1}{4}m_3a_3^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{322} &= \frac{1}{2}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) & (B.20) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x - I_y + I_z) \\
 &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}m_3(3a_3^2 + L_3^2) - \frac{1}{12}m_3(3a_3^2 + L_3^2) + \frac{1}{2}m_3a_3^2\right) \\
 &= \frac{1}{4}m_3a_3^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{333} &= \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}) & (B.21) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x + m_3 \bar{z}_3^2 + I_y + m_3 \bar{z}_3^2 - I_z) \\
 &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}m_3(3a_3^2 + L_3^2) + \frac{1}{12}m_3(3a_3^2 + L_3^2) - \frac{1}{2}m_3a_3^2 + m_3 \bar{z}_3^2\right) \\
 &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_3a_3^2 + \frac{1}{6}m_3L_3^2 - \frac{1}{2}m_3a_3^2\right) + m_3 \bar{z}_3^2 \\
 &= \frac{1}{12}m_3L_3^2 + m_3 \bar{z}_3^2
 \end{aligned}$$

Los productos de inercia de  $J_3$  se reducen a cero debido a la simetría que existe en el cuerpo prismático.

$$I_{xy} = 0 \qquad I_{yz} = 0 \qquad I_{zx} = 0$$

La matriz  $J_3$ , se expresa como sigue

$$J_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}m_3a_3^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}m_3a_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m_3L_3^2 + m_3\bar{z}_3^2 & 0.08m_3 \\ 0 & 0 & 0.08m_3 & m_3 \end{bmatrix} \quad (B.22)$$

Los datos numéricos correspondientes al sistema inercial 3 son desplegados en la Tabla B.4:

$L_3$	0.08m
radio= $a_3$	0.051m
$\bar{z}_3 = (z_3 - z'_3) = 0.04 + \frac{0.08}{2}$	0.08m
$m_3$	4.0 Kg

Tabla B.4: Datos numéricos de sistema inercial 3

## B.6 Momentos de inercia del sistema coordinado 4

Para calcular el momento de inercia del eslabón número 4 se utiliza un cuerpo cilíndrico como aproximación. Una vez calculado el momento de inercia con respecto al sistema fijo del centro de masa  $Oxyz'_4$  se utiliza el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia con respecto al sistema coordinado  $Oxyz_4$ .

Las componentes de desplazamiento correspondientes al sistema inercial 4 son expresadas numéricamente como sigue

$$\bar{x}_4 = 0 \qquad \bar{y}_4 = y_4 - y'_4 = 0.22 - 0.1295 = 0.0905(m) \qquad \bar{z}_4 = 0 \quad (B.23)$$



Figura B.7: Estructura del sistema de coordenadas 4

La matriz de inercia  $J_4$  para el cuarto sistema de coordenadas es calculada de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 J_{411} &= \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}) & (B.24) \\
 &= \frac{1}{2}(-I_x - m_4\bar{y}_4^2 + I_y + I_z + m_4\bar{y}_4^2) \\
 &= \frac{1}{2}(-I_x + I_y + I_z) \\
 &= \frac{1}{4}(m_4a_4^2)
 \end{aligned}$$

$$J_{422} = \frac{1}{2}(I_x - I_y + I_z) \tag{B.25}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(I_x + m_4\bar{y}_4^2 + m_4\bar{z}_4^2 - I_y - m_4\bar{x}_4^2 - m_4\bar{z}_4^2 + I_x + m_4\bar{x}_4^2 + m_4\bar{y}_4^2) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}m_4(3a_4^2 + L_4^2) + m_4\bar{y}_4^2 m_4\bar{z}_4^2 - \frac{1}{2}m_4a_4^2 - m_4\bar{x}_4^2 - m_4\bar{z}_4^2\right) \\ &\quad + \frac{1}{12}m_4(3a_4^2 + L_4^2) + m_4\bar{x}_4^2 + m_4\bar{y}_4^2 \\ &= \frac{1}{12}m_4L_4^2 + m_4\bar{y}_4^2 \end{aligned}$$

$$J_{433} = \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}) \tag{B.26}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(I_x + m_4\bar{y}_4^2 + I_y - I_z + m_4\bar{y}_4^2) \\ &= \frac{1}{4}(m_4a_4^2) \end{aligned}$$

Los productos de inercia de  $J_4$  se reducen a cero debido a la simetría que existe en el cuerpo prismático.

$$I_{xy} = 0 \qquad I_{yz} = 0 \qquad I_{zx} = 0$$

La matriz  $J_4$ , se expresa como sigue

$$J_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}m_4a_4^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m_4L_4^2 + m_4(0.0905)^2 & 0 & 0.0905m_4 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}m_4a_4^2 & 0 \\ 0 & 0.0905m_4 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \tag{B.27}$$

Los datos numéricos correspondientes al sistema inercial 4 son desplegados en la Tabla B.5

$L_4$	0.259m
radio= $a_4$	0.051m
$\bar{y}_4 = (y_4 - y'_4) = 0.22 - 12.95$	0.0905m
$m_4$	2.0 Kg

Tabla B.5: Datos numéricos de sistema inercial 4

## B.7 Momentos de inercia del sistema coordinado 5

Para calcular el momento de inercia del eslabón número 5 se utiliza un cuerpo cilindrico como aproximación. Una vez calculado el momento de inercia con respecto al sistema fijo del centro de masa  $Oxyz'_5$  se utiliza el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia con respecto al sistema coordinado  $Oxyz_5$ .

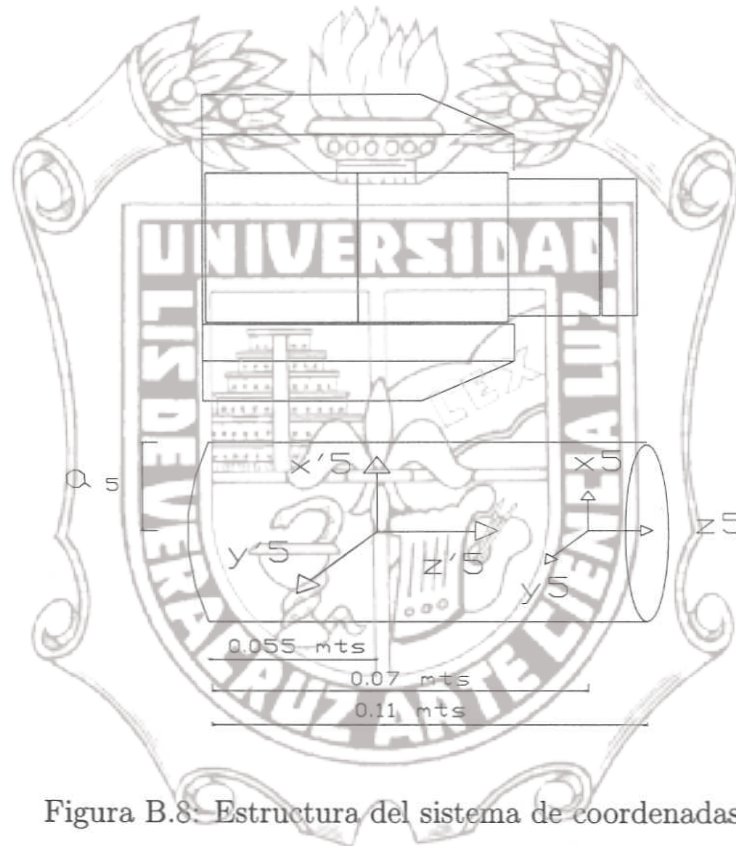


Figura B.8: Estructura del sistema de coordenadas 5

Las componentes de desplazamiento correspondientes al sistema inercial 5 son expresadas de la siguiente forma.

$$\bar{x}_5 = 0 \quad \bar{y}_5 = 0 \quad \bar{z}_5 = z_5 - z'_5 = 0.07m - 0.055m = -0.015m \quad (B.28)$$

La matriz de inercia  $J_5$  para el quinto sistema de coordenadas es calculada de la siguiente forma

$$J_{511} = \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}) \quad (\text{B.29})$$

$$= \frac{1}{2}(-I_x - m_5 \bar{z}_5^2 + I_y + m_5 \bar{z}_5^2 + I_z)$$

$$= \frac{1}{2}(-I_x + I_y + I_z)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} m_5 a_5^2 \right)$$

$$= \frac{1}{4} (m_5 a_5^2)$$

$$J_{522} = \frac{1}{2}(I_x - I_y + I_z) \quad (\text{B.30})$$

$$= \frac{1}{2}(I_x + m_5 \bar{z}_5^2 - I_y - m_5 \bar{z}_5^2 + I_z)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} m_5 (a_5^2) \right)$$

$$= \frac{1}{4} m_5 a_5^2$$

$$J_{533} = \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}) \quad (\text{B.31})$$

$$= \frac{1}{2}(I_x + m_5 \bar{z}_5^2 + I_y + m_5 \bar{z}_5^2 - I_z)$$

$$= \frac{1}{2}(I_x + I_y - I_z) + \frac{1}{2} 2m_5 \bar{z}_5^2$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{12} m_5 (3a_5^2 + L_5^2) + \frac{1}{12} m_5 (3a_5^2 + L_5^2) - \frac{1}{2} m_5 L_5^2 \right) + m_5 \bar{z}_5^2$$

$$= \frac{1}{12} m_5 L_5^2 + m_5 \bar{z}_5^2$$

Los productos de inercia de  $J_5$ , se reducen a cero debido a la simetría que existe en el cuerpo prismático.

$$I_{xy} = 0$$

$$I_{yz} = 0$$

$$I_{zx} = 0$$



La matriz  $J_5$ , se expresa como sigue

$$J_5 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}m_5a_5^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}m_5a_5^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m_5L_5^2 + m_5(0.015)^2 & -0.015m_5 \\ 0 & 0 & -0.015m_5 & m_5 \end{bmatrix} \quad (B.32)$$

Los datos numéricos correspondientes al sistema inercial 5 son desplegados en la Tabla B.6

$L_5$	0.110m
radio= $a_5$	0.051m
$\bar{z}_5 = (z_5 - z'_5) = 0.07 - 0.055$	-0.015m
$m_5$	0.5 Kg

Tabla B.6: Datos numéricos de sistema inercial 5

## B.8 Momentos de inercia del sistema coordinado 6

Para el caso especial del sistema inercial seis, es colocado un sensor de fuerza en el extremo de la articulación seis más el aumento de una pieza de aluminio con forma de dedo con una longitud de (0.06m). Para calcular el momento de inercia del eslabón número 6 se utiliza un cuerpo cilíndrico como aproximación. Una vez calculado el momento de inercia con respecto al sistema fijo del centro de masa  $Oxyz'_6$  se utiliza el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia con respecto al sistema coordinado  $Oxyz_6$ .

Las componentes de desplazamiento correspondientes al sistema inercial 6 son expresadas de la siguiente forma.

$$\bar{x}_6 = 0 \quad \bar{y}_6 = 0 \quad \bar{z}_6 = z_6 - z'_6 = -0.06m - 0.018m = -0.078m \quad (B.33)$$

La matriz de inercia  $J_6$  para el sexto sistema de coordenadas es calculado como sigue

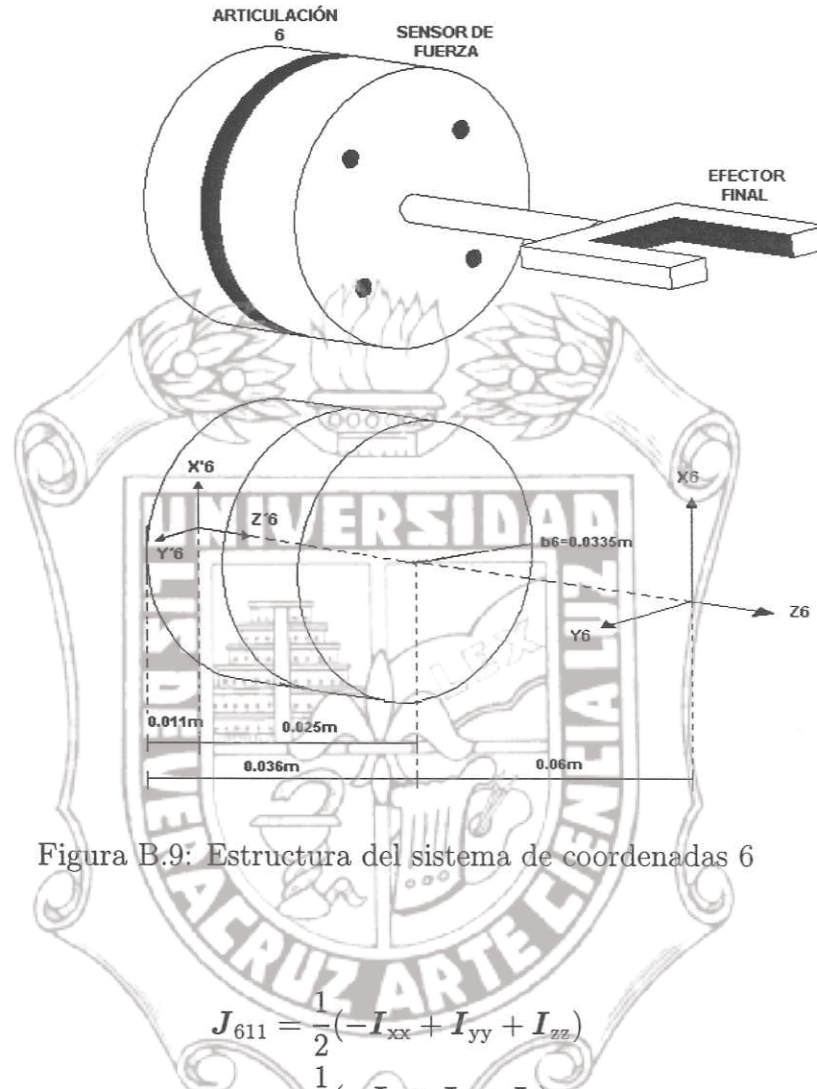


Figura B.9: Estructura del sistema de coordenadas 6

$$\begin{aligned}
 J_{611} &= \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}) & (B.34) \\
 &= \frac{1}{2}(-I_x + I_y + I_z) \\
 &= \frac{1}{4}(m_6 a_6^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{622} &= \frac{1}{2}(I_x - I_y + I_z) & (B.35) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x - I_y + I_z) \\
 &= \frac{1}{4}m_6 a_6^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{633} &= \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}) & (B.36) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x + m_6 \bar{z}_6^2 + I_y + m_6 \bar{z}_6^2 - I_z) \\
 &= \frac{1}{2}(I_x + I_y - I_z) + \frac{1}{2}2m_6 \bar{z}_6^2 \\
 &= \frac{1}{12}m_6 L_6^2 + m_6 \bar{z}_6^2
 \end{aligned}$$

Los productos de inercia de  $J_5$  se reducen a cero debido a la simetría que existe en el cuerpo prismático.



$$I_{xy} = 0 \qquad I_{yz} = 0 \qquad I_{zx} = 0$$

La matriz  $J_6$ , se expresa como sigue

$$J_6 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}m_6 a_6^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}m_6 a_6^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m_6 L_6^2 + m_6(-0.078)^2 & -0.078m_6 \\ 0 & 0 & -0.078m_6 & m_6 \end{bmatrix} \qquad (B.37)$$

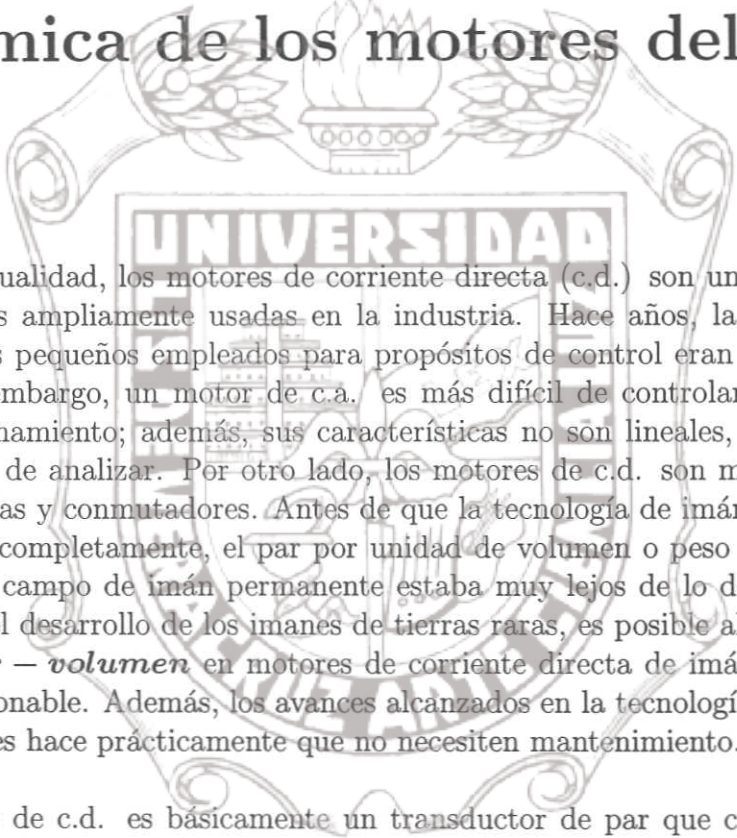
Los datos numéricos correspondientes al sistema inercial 6 son desplegados en la Tabla B.7

$L_6$	0.036m
radio= $a_6$	0.0335m
$\bar{z}_6 = (z_6 - z'_6) = -0.06 - 0.018$	-0.0785m
$m_6$	0.2 Kg

Tabla B.7: Datos numéricos de sistema inercial 6

## Apéndice C

# Dinámica de los motores del robot A465



En la actualidad, los motores de corriente directa (c.d.) son una de las fuentes motrices más ampliamente usadas en la industria. Hace años, la mayoría de los servomotores pequeños empleados para propósitos de control eran de corriente alterna. Sin embargo, un motor de c.a. es más difícil de controlar, especialmente para posicionamiento; además, sus características no son lineales, lo que los hace más difíciles de analizar. Por otro lado, los motores de c.d. son más caros debido a las escobillas y conmutadores. Antes de que la tecnología de imán permanente se desarrollara completamente, el par por unidad de volumen o peso de un motor de c.d. con un campo de imán permanente estaba muy lejos de lo deseado. Actualmente, con el desarrollo de los imanes de tierras raras, es posible alcanzar una alta relación *par – volumen* en motores de corriente directa de imán permanente a un costo razonable. Además, los avances alcanzados en la tecnología de escobillas y conmutadores hace prácticamente que no necesiten mantenimiento.

El motor de c.d. es básicamente un transductor de par que convierte energía eléctrica en energía mecánica. El par desarrollado en el eje del motor es directamente proporcional al flujo en el campo y a la corriente en la armadura.

### C.1 Modelado de motores de c.d.

Ya que los motores de c.d. se usan en forma extensa en brazos de robot, para propósitos de análisis, es necesario establecer modelos matemáticos con aplicaciones de control. En el manipulador A465 el vector de pares  $\tau$  es suministrado por motores de c.d. con escobillas; tales motores relacionan directamente el par suministrado con la entrada de voltaje aplicado en sus terminales. En este sentido, los seis motores de c.d. del robot pueden ser bien modelados mediante ecuaciones dinámicas lineales

de segundo orden, de tal forma que exista una relación de los  $n$  voltajes  $V_i$  aplicados a las armaduras con los  $n$  pares  $\tau_i$  suministrados por dichos motores.

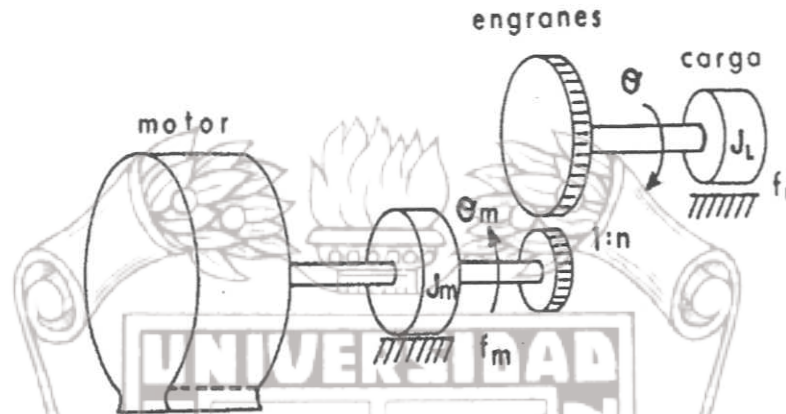


Figura C.1: Diagrama de un motor de cd controlado por armadura.

El modelo matemático de un motor de c.d. con imán permanente controlado con la armadura, es descrito generalmente con el siguiente conjunto de ecuaciones.

$$\tau_m = K_a i_a \quad (C.1)$$

$$V_i = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_b \quad (C.2)$$

$$e_b = K_b \theta_m \quad (C.3)$$

$$\theta_m = r\theta \quad (C.4)$$

donde

$K_a$  constante motor-par ( $\frac{Nm}{A}$ )

$R_a$  resistencia de armadura ( $\Omega$ )

$L_a$  inductancia de armadura (H)

$K_b$  constante eléctrica (Vs)

$\tau_m$  par en el eje del motor (Nm)

$i_a$  corriente de armadura (A)

$e_b$  fuerza electromotriz (V)

$\theta_m$  posición angular del eje del motor (rad)

$\theta$  posición angular del eje de la carga (rad)

$r$  relación de reducción de los engranes

$v$  voltaje de la armadura (V)

La ecuación de movimiento de un motor está dada por Kelly (1989)

$$J_m \ddot{\theta}_m = \tau_m - f_m(\dot{\theta}_m) - \frac{\tau}{r} \quad (C.5)$$

Donde  $\tau$  es el par neto aplicado después del juego de engranes sobre el eje de la carga,  $J_m$  es la inercia del rotor y  $f_m(\dot{\theta}_m)$  es el par debido a la fricción del rotor con sus soportes.

Puesto que la constante de tiempo eléctrica es mucho más rápida que la constante de tiempo mecánica, la inductancia de la armadura  $L_a$  es despreciada ( $L_a \approx 0$ ) en la ecuación (C.2). Tomando en consideración lo anterior, reemplazando  $i_a$  de (C.1) en (C.2) y a su vez  $\tau_m$  de (C.2) en (C.5) se llega a la siguiente ecuación:

$$J_m \ddot{\theta}_m + f_m(\dot{\theta}_m) + \frac{K_a e_b}{R_a} + \frac{\tau}{r} = \frac{K_a}{R_a} V \quad (C.6)$$

De la relación  $\theta_m = r\theta$  y de (C.4), la ecuación (C.6) se reescribe como:

$$J_m \ddot{\theta}_m + \frac{1}{r} f_m(r\dot{\theta}) + \frac{K_a K_b}{R_a} \dot{\theta} + \frac{\tau}{r^2} = \frac{K_a}{r R_a} V \quad (C.7)$$

Esta ecuación relaciona el voltaje aplicado a la armadura del motor con el par aplicado a la carga en términos de la posición, velocidad y aceleración angular de la misma.

A pesar de la extrema complejidad de los fenómenos de fricción, comounmente se emplean modelos lineales para caracterizar el comportamiento de los pares de fricción:

$$f_m(\dot{\theta}) = f_m \dot{\theta}_m \quad (C.8)$$

$$f_L(\dot{\theta}) = f_L\dot{\theta}, \quad (C.9)$$

donde  $f_m$  y  $f_L$  son constantes.

Considerando el modelo lineal para los pares de fricción (C.8) y (C.9), la ecuación (C.7) que relaciona el voltaje aplicado a la armadura del motor con el par ejercido sobre la carga toma la forma:

$$J_m\ddot{\theta} + \left\{ f_m + \frac{K_a K_b}{R_a} \right\} \dot{\theta} + \frac{\tau}{r^2} = \frac{K_a}{r R_a} V. \quad (C.10)$$

En virtud de haber determinado el modelo dinámico correspondiente a un sólo motor, se formula de manera conveniente el modelo general para  $n$  motores de corriente directa de un manipulador de  $n$  grados de libertad en la siguiente forma:

$$\text{diag} \{ J_{mi} \} \ddot{q} + \text{diag} \left\{ f_{mi} + \left( \frac{K_a K_b}{R_a} \right)_i \right\} \dot{q} + \frac{\tau_i}{r_i^2} = \left( \frac{K_a}{R_a} \right)_i \frac{1}{r_i} V_i \quad (C.11)$$

Notese que en la ecuación anterior se hizo la substitución  $q \equiv \theta$ , la ecuación anterior también puede escribirse en forma compacta:

$$D_j \ddot{q} + D_f \dot{q} + D_n \tau = D_K V \quad (C.12)$$

donde:

$$D_j = \text{diag} \{ J_{mi} \}$$

$$D_f = \text{diag} \left\{ f_{mi} + \left( \frac{K_a K_b}{R_a} \right)_i \right\}$$

$$D_n = \text{diag} \left\{ \frac{1}{r_i^2} \right\}$$

$$D_K = \left\{ \left( \frac{K_a}{R_a} \right)_i \frac{1}{r_i} \right\}$$

Con  $i = 1, \dots, n$   $J_{mi}$  es la inercia del rotor,  $f_{mi}$  el coeficiente de amortiguamiento debido a la fricción,  $(K_a K_b / R_a)_i$  es una constante electromecánica y  $r_i$  es la tasa de reducción del juego de engranes.

## C.2 Constantes mecánicas y eléctricas de motores del robot A465

Es evidente que para obtener el modelo dinámico general del robot A465, se requiere considerar la dinámica de cada uno de los seis motores. Los radios de engranaje correspondientes a cada motor, están dados por tabla de especificaciones del robot A465 de la siguiente forma (?):

Motor	Marca	Modelo	Radio de engranaje
Motor 1	CMC	MH3515	$r_1 = 100$
Motor 2	CMC	MH3515	$r_2 = 100$
Motor 3	CMC	MH3515	$r_3 = 100$
Motor 4	CMC	MH3515	$r_4 = 101$
Motor 5	Tamagawa	TS3253N	$r_5 = 100$
Motor 6	Tamagawa	TS908N7	$r_6 = 101$

Tabla C.1: Constantes eléctricas y mecánicas de motores para robot A465

Las constantes que rigen la dinámica de cada motor del robot A465 se desglosan en la siguiente tabla de datos de fabricante ().

Motor	Momento de Inercia $J_m$ $\frac{\text{Nm}\cdot\text{s}^2}{\text{Nm}\cdot\text{s}^2}$	Fricción Viscosa $f_m$ $\frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}}$	Constante Mecánica $K_a$ $\frac{\text{Nm}}{\text{Amp}}$	Constante Eléctrica $K_b$ $\frac{\text{V}}{\text{rad/s}}$	resistencia de Armadura $R_a$ $\Omega$
Motor 1	$9.0376 \times 10^{-5}$	$9.70996 \times 10^{-5}$	0.14234	0.14229	0.84
Motor 2	$9.0376 \times 10^{-5}$	$9.70996 \times 10^{-5}$	0.14234	0.14229	0.84
Motor 3	$9.0376 \times 10^{-5}$	$9.70996 \times 10^{-5}$	0.14234	0.14229	0.84
Motor 4	$4.9 \times 10^{-6}$	0.02234	$5.3 \times 10^{-2}$	0.0534	2.7
Motor 5	$4.9 \times 10^{-6}$	0.02234	$5.3 \times 10^{-2}$	0.0534	2.7
Motor 6	$1.568 \times 10^{-6}$	$4.6792 \times 10^{-5}$	0.0392	0.0392	6.9

Tabla C.2: Constantes eléctricas y mecánicas de motores para robot A465

Puesto que los motores de las articulaciones 1, 2 y 3 corresponden a un mismo fabricante (Cleveland Motion Controls) y modelo (MH3515-228D), todas las características son obtenidas a partir de tablas de especificaciones C.1 y C.2.



Sustituyendo los valores numéricos de las tablas anteriores en (C.11), se obtienen las matrices diagonales  $D_j$ ,  $D_f$ ,  $D_k$  y  $D_n$  respectivamente.

$$D_j = \begin{bmatrix} 9.0376 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9.0376 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9.0376 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.9 \times 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.9 \times 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.568 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \quad (C.13)$$

$$D_f = \begin{bmatrix} 0.0242080 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0242080 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0242080 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0234 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0234 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00026949 \end{bmatrix} \quad (C.14)$$

$$D_k = \begin{bmatrix} 0.001694 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001694 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001694 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001943 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001962 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000562 \end{bmatrix} \quad (C.15)$$

$$D_n = \begin{bmatrix} 0.0001000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0000980 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000980 \end{bmatrix} \quad (C.16)$$

Finalmente sustituyendo las matrices anteriores en (C.12) se obtiene el modelo dinámico completo de motores para el robot A465

$$D_j \ddot{q} + D_f \dot{q} + D_n \tau = D_K V \quad (C.17)$$

### C.3 Sintonización de ganancias de control PD para cada motor del robot A465 aplicando el método de Ziegler y Nichols

En esta sección se aplica el método de oscilación o método de respuesta en frecuencia para ajustar las ganancias  $K_P$  y  $K_D$  de un controlador PD en cada motor del robot industrial CRS A465 (Åström y Wittenmark 1990). La finalidad de la sintonización de ganancias es complementar cada una de las tres leyes de control implementadas en la identificación paramétrica. El principio del procedimiento corresponde a formar el lazo de control de la Figura C.2 y realizar los pasos 1 a 3.

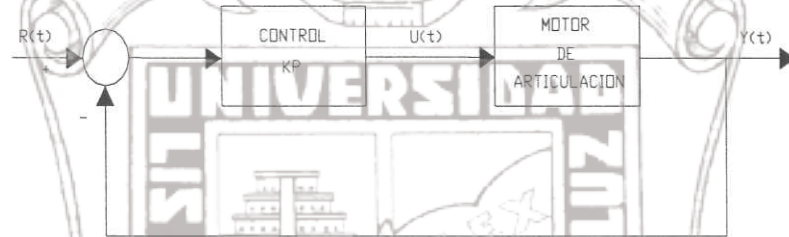


Figura C.2: Diagrama de control  $K_P$  en lazo cerrado de un motor de cd.

1. Utilizando sólo control proporcional, cada motor del robot es excitado con la señal escalón. Posteriormente se comienza a incrementar de un valor de ganancia  $K_C$  pequeño, hasta un valor de ganancia, tal que la salida del sistema comience a oscilar.
2. Registrar la ganancia crítica  $K_P = K_C$  y el periodo de oscilación  $T_C$  de la salida del controlador.
3. Ajustar los parámetros del controlador según la Tabla C.3.

	$K_P$	$T_i$	$T_d$
P	$0.50K_C$		
PI	$0.45K_C$	$0.833P_C$	
PID	$0.60K_C$	$0.5P_C$	$0.12P_C$

Tabla C.3: Parámetros de ajuste (método de oscilación)

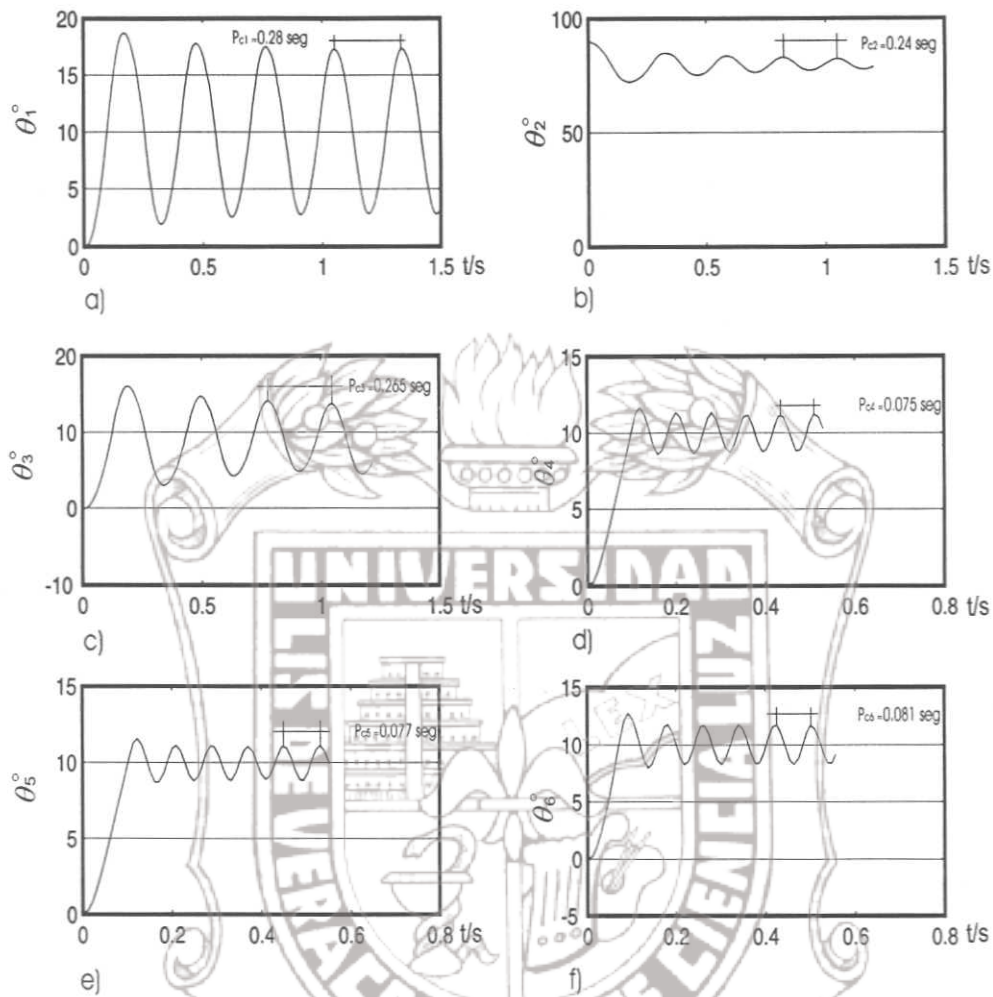


Figura C.3: sintonización de motores con ganancia  $K_P$  por método de Ziegler y Nichols,  $K_{Ci}$ , es el periodo de oscilación continua.

La Tabla C.4 desglosa el ajuste de ganancias  $K_{Pi}$  y  $K_{Di}$  obtenidas experimentalmente.

Motor $q_i$	$K_{Ci}$	$T_{Ci}$	$T_{di}$	$K_{Pi} = (K_{Ci})(0.6)$	$K_{Di} = (K_{Ci})(T_{Ci})(T_{di})$
1	70	0.280	0.12	42.0	1.4112
2	150	0.240	0.12	90.0	2.5920
3	120	0.265	0.12	72.0	2.2896
4	440	0.075	0.12	264.0	2.3760
5	460	0.077	0.12	276.0	2.5500
6	310	0.081	0.12	186.0	1.8079

Tabla C.4: Ganancias  $K_{P_i}$  y  $K_{D_i}$  ajustadas por método de oscilación

Para verificar que las ganancias  $K_P$  y  $K_D$  fueron sintonizadas adecuadamente en las seis articulaciones, se implementó un controlador PD con la trayectoria deseada siguiente.

$$q_d(t) = \begin{bmatrix} (K_2 \sin(\frac{2\pi t}{p_1}))(1 - e^{-K_{e1}t^3}) \\ (K_4 \sin(\frac{2\pi t}{p_2}))(1 - e^{-K_{e2}t^3}) \\ (K_6 \sin(\frac{2\pi t}{p_3}))(1 - e^{-K_{e3}t^3}) \\ (K_8 \sin(\frac{2\pi t}{p_4}))(1 - e^{-K_{e4}t^3}) \\ (K_{10} \sin(\frac{2\pi t}{p_5}))(1 - e^{-K_{e5}t^3}) \\ (K_{12} \sin(\frac{2\pi t}{p_6}))(1 - e^{-K_{e6}t^3}) \end{bmatrix} \quad (C.18)$$

donde

$$\begin{matrix} K_2 = 40^\circ & K_4 = 35^\circ & K_6 = 20^\circ & K_8 = 45^\circ & K_{10} = 45^\circ & K_{12} = 60^\circ \\ K_{e1} = 2.0 & K_{e2} = 2.0 & K_{e3} = 2.0 & K_{e4} = 2.0 & K_{e5} = 2.0 & K_{e6} = 2.0 \\ p_1 = 4.5 & p_2 = 3.0 & p_3 = 4.0 & p_4 = 3.5 & p_5 = 3.0 & p_6 = 4.0 \end{matrix}$$

El error de posición para cada articulación con las ganancias sintonizadas es mostrada en la Figura C.4

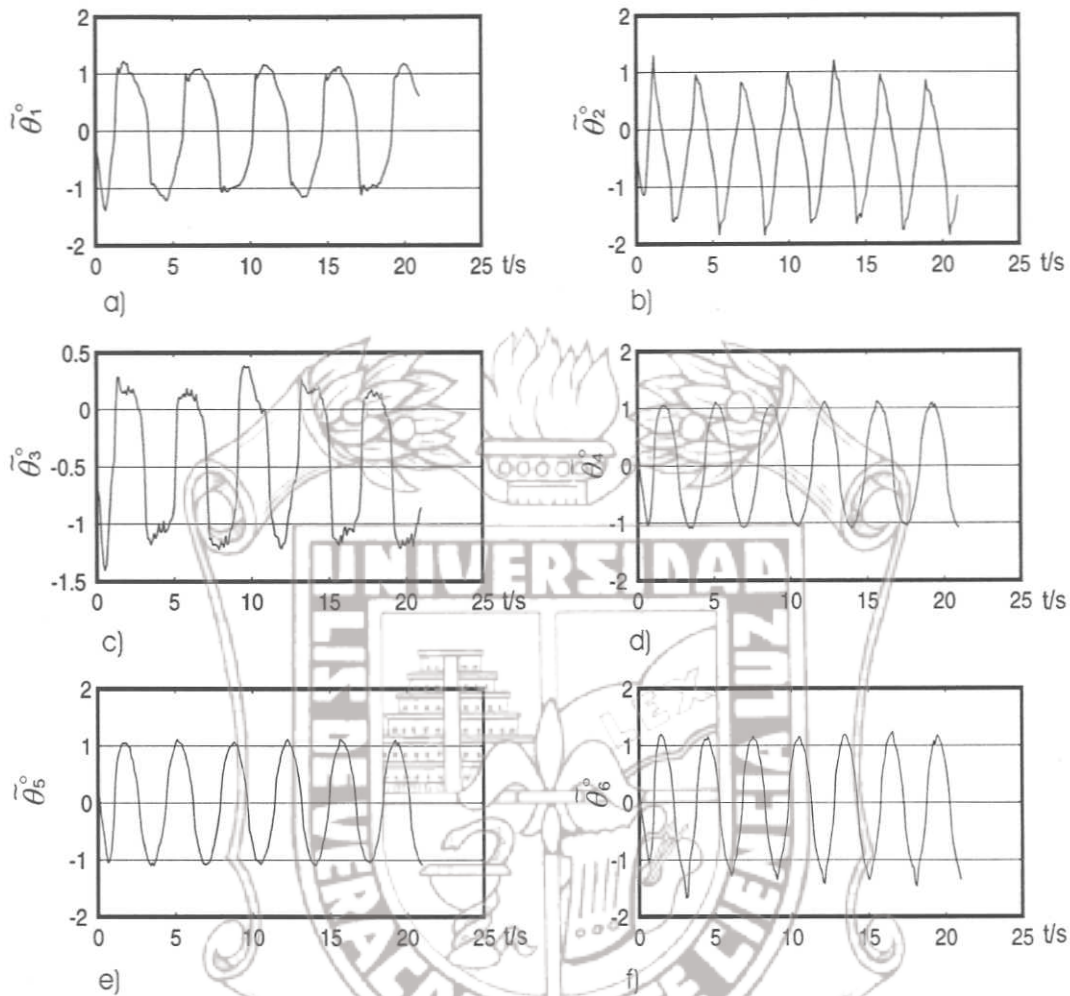


Figura C.4: Errores de posición de control PD.

#### C.4 Sintonización de ganancias de control PD para cada motor del robot A465 considerando la dinámica de motores

Para producir movimiento controlado en las articulaciones del robot A465 mediante motores de c.d., se requiere combinar la dinámica del robot y de los motores correspondientes a cada articulación, la finalidad es hacer la equivalencia del par de torsión a voltaje en cada actuador.

En esta sección se consideran los tres algoritmos de control (4.2), (4.10) y (4.13) vistos en el Capítulo 4.

## Caso (4.2)

Para el lazo de control PD se tiene:

$$\begin{aligned}
 -K_D \dot{\tilde{q}} - K_P \tilde{q} &= -K_D s & (C.19) \\
 &= -K_D (\dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q}) \\
 &= -K_D \dot{\tilde{q}} - K_D \Lambda \tilde{q}
 \end{aligned}$$

Considerando la dinámica de motores para obtener el voltaje necesario de control y añadiendo el término  $K_P \tilde{q}$  para mejorar la estabilidad, del sistema se tiene

$$V = D_K^{-1} D_n (-K_D \dot{\tilde{q}} - K_D \Lambda \tilde{q} - K_P \tilde{q}) \quad (C.20)$$

Factorizando y reacomodando términos se tiene

$$V = -D_K^{-1} D_n K_D \dot{\tilde{q}} - D_K^{-1} D_n (K_D \Lambda + K_P) \tilde{q} \quad (C.21)$$

Del primer término de (C.21) se tiene que

$$K_d = D_K^{-1} D_n K_D \quad (C.22)$$

despejando  $K_D$  de la anterior se obtiene la ganancia derivativa del control PD

$$K_D = D_n^{-1} D_K K_d \quad (C.23)$$

Del segundo término de (C.21) se obtiene

$$K_P = D_K^{-1} D_n (K_D \Lambda + K_P) \quad (C.24)$$

de la anterior se tiene que

$$K_{P'} = D_n^{-1} D_K K_P \quad (C.25)$$

sustituyendo  $K_{P'}$  en C.36 se obtiene la sintonización de ganancia proporcional  $K_P$  como

$$K_P = K_{P'} - \Lambda K_D \quad (C.26)$$

$K_d$  y  $K_P$  son las ganancias de la Tabla C.4 sintonizadas por el método de oscilación.

$$(C.27)$$

La Tabla C.5 despliega los valores de ganancia PD para controlar con voltaje  $V$  cada motor del robot A465. La ganancia  $\Lambda$  es seleccionada arbitrariamente con la finalidad de sintonizar lo mejor posible el control de cada actuador eléctrico.

Motor <sub>i</sub>	$D_n^{-1}D_K$	$K_D$	$K_{P'}$	$\Lambda$	$K_P = K_{P'} - \Lambda K_D$
$M_1$	16.94541	23.9131	711.7000	10	472.568
$M_2$	16.94541	43.9097	1524.642	15	865.997
$M_3$	16.94541	38.7869	1219.714	15	637.910
$M_4$	1.982592	4.71064	523.4040	8	485.719
$M_5$	1.982592	5.00555	541.7777	8	501.733
$M_6$	0.573797	1.03736	106.726	8	98.4006

Tabla C.5: Parámetros de ajuste (método de oscilación)

Caso (4.10)

Para el lazo de control PD se tiene:

$$\begin{aligned}
 -K_D \dot{\tilde{q}} - K_P \tilde{q} &= -K_D s \\
 &= -K_D (e_f + \Lambda \tilde{q}) \\
 &= -K_D e_f - K_D \Lambda \tilde{q}
 \end{aligned}
 \tag{C.28}$$

Considerando la dinámica de motores para obtener el voltaje necesario de control y añadiendo el término  $K_P \tilde{q}$  para mejorar la estabilidad, del sistema se tiene

$$V = D_K^{-1} D_n (-K_D e_f - K_D \Lambda \tilde{q} - K_P \tilde{q}) \tag{C.29}$$

Puesto que  $e_f$  es la única variable que cambia con respecto al caso anterior (4.2), por simple deducción se tiene que la equivalencia en voltaje será la misma, en consecuencia la tabla ?? también será la misma, salvo algunos cambios ligeros en el valor de la ganancia de  $\Lambda$

$$\tag{C.30}$$

Caso (4.13)

Para el lazo de control PD se tiene:

$$-K_D \dot{\tilde{q}} - K_P \tilde{q} = -K_R (\dot{q}_o - \dot{q}_r) - K_P (\tilde{q} + z) \tag{C.31}$$

Haciendo algunas sustituciones

$$\begin{aligned}
 &= -K_R (s - r) - K_P (\tilde{q} + z) \\
 &= -K_R \dot{\tilde{q}} - (K_R \Lambda + K_P) \tilde{q} + K_R (\dot{z} + \Lambda z) - K_P z
 \end{aligned}
 \tag{C.32}$$

Considerando la dinámica de motores para obtener el voltaje necesario de control en los dos primeros términos de (C.32) se tiene

$$V = -D_K^{-1} D_n(K_R \dot{q}) - D_K^{-1} D_n(K_R \Lambda + K_P) \tilde{q} \quad (C.33)$$

Del primer término de (C.33) se tiene que

$$K_d = D_K^{-1} D_n K_R \quad (C.34)$$

despejando  $K_R$  de la anterior se obtiene la ganancia derivativa del control PD

$$K_R = D_n^{-1} D_K K_d \quad (C.35)$$

Del segundo término de (C.33) se obtiene

$$K_P = D_K^{-1} D_n(K_R \Lambda + K_P) \quad (C.36)$$

donde

$$K_{P'} = D_n^{-1} D_K K_P \quad (C.37)$$

substituyendo la anterior en (C.36) y despejando  $K_P$  finalmente se obtiene la sintonización proporcional del controlador PD

$$K_P = K_{P'} - K_R \Lambda \quad (C.38)$$

$K_d$  y  $K_P$  son las ganancias de la Tabla C.4 sintonizadas por el método de oscilación. En la tabla siguiente se despliegan los valores obtenidos de la sintonización para cada motor.

<i>Motor<sub>i</sub></i>	$D_n^{-1} D_K$	$K_R$	$K_{P'}$	$\Lambda$	$K_P = K_{P'} - \Lambda K_R$
$M_1$	16.94541	23.9131	711.7000	9	472.568
$M_2$	16.94541	43.9097	1524.642	14	865.997
$M_3$	16.94541	38.7869	1219.714	14	637.910
$M_4$	1.982592	4.71064	523.4040	8.5	485.719
$M_5$	1.982592	5.00555	541.7777	8.5	501.733
$M_6$	0.573797	1.03736	106.726	8.5	98.4006

Tabla C.6: Parámetros de ajuste (método de oscilación)



## Apéndice D

### Demostración del Teorema 1

En este apéndice se estudia la estabilidad del control de seguimiento de robots manipuladores rígidos con incertidumbre paramétrica y sin medición de velocidad, propuesto en el Teorema 1.

El controlador propuesto está dado por (4.13)

$$\begin{aligned}\tau &= \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q}_r)\dot{q}_r + \hat{D}\dot{q}_r + \hat{g}(q) - K_R(\dot{q}_o - \dot{q}_r) - K_P(\tilde{q} + z) \quad (D.1) \\ &= Y(q, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\hat{\theta} - K_R(\dot{q}_o - \dot{q}_r) - K_P(\tilde{q} + z),\end{aligned}$$

donde

$$K_R \triangleq \frac{1}{2}K_P + K_{R1}, \quad (D.2)$$

$K_P, K_{R1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son matrices diagonales positivas definidas. Por simplicidad, en adelante será usado  $Y_a \triangleq Y(q, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)$ . Notese que  $\dot{q}_o - \dot{q}_r = s - r$ . En vista de ello, la ley de control (D.1) puede ser escrita como

$$\begin{aligned}\tau &= Y_a\tilde{\theta} + Y_a\theta - K_R(s - r) - K_P(\tilde{q} + z) \quad (D.3) \\ &= H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q}_r)\dot{q}_r + D\dot{q}_r + g(q) + Y_a\tilde{\theta} - K_R(s - r) - K_P(\tilde{q} + z).\end{aligned}$$

De (??), (D.3) y la propiedad 4 de preliminares, la dinámica en lazo cerrado del error de seguimiento satisface

$$H(q)\dot{s} = -C(q, \dot{q})s - K_{DR}s - K_P\tilde{q} + K_Rr - K_P\dot{z} - C(q, \dot{q}_r)s + Y_a\tilde{\theta}, \quad (D.4)$$

donde  $K_{DR} \triangleq D + K_R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . El observador lineal está definido por (4.22)-(4.23)

$$\dot{\tilde{q}} = \dot{\tilde{q}}_o + \Lambda z + k_d z \quad \dot{\tilde{q}}_o(0) = -(\Lambda z(0) + k_d z(0)) \quad (D.5)$$

$$\ddot{\tilde{q}}_o = \ddot{\tilde{q}}_r + k_d \Lambda z, \quad (D.6)$$

donde  $k_d$  es una constante real positiva. Apartir de (D.5) se tiene  $\ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}_o + \Lambda \dot{\mathbf{z}} + k_d \dot{\mathbf{z}}$ , esto muestra que (D.5)–(D.6) son equivalentes a  $\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{s}} - k_d \mathbf{r}$ . Multiplicando esta ecuación por  $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ , sustituyendo  $\mathbf{H}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{s}}$  de (D.4) y haciendo algunas manipulaciones, se consigue

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{r}} = & -\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{r} - \mathbf{H}_{rd}\mathbf{r} - \mathbf{K}_p \mathbf{z} - \mathbf{K}_{DR}\mathbf{s} - \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} \\ & + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{s})\mathbf{r} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{s})(\mathbf{s} + 2\dot{\mathbf{q}}_r) + \mathbf{Y}_a \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

donde  $\mathbf{H}_{rd} \triangleq k_d \mathbf{H}(\mathbf{q}) - \mathbf{K}_R$ .

El algoritmo de adaptación propuesto es (4.15)

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -\Gamma^{-1}(\mathbf{Y}_a^T(\hat{\mathbf{s}} + \hat{\mathbf{r}})) \quad (\text{D.8})$$

con  $\hat{\mathbf{s}} + \hat{\mathbf{r}} \triangleq (\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) + \Lambda \tilde{\mathbf{q}}$ .

Para simplificar la discusión de estabilidad de la ley de control, el estado  $\mathbf{x}$  para los errores de seguimiento y observación es  $\mathbf{x} \triangleq [\tilde{\mathbf{q}}^T \ \mathbf{s}^T \ \mathbf{z}^T \ \mathbf{r}^T]^T$ . Notese que si se puede probar que  $\mathbf{x}$  se mantiene acotada y suficientemente pequeña, entonces eso implica que  $\dot{\mathbf{q}}$  y  $\dot{\mathbf{z}}$  también se mantendrán acotadas y arbitrariamente pequeñas. Para probar esto, considérese la siguiente función positiva definida, decreciente y continuamente diferenciable.

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x} \quad (\text{D.9})$$

donde

$$\mathbf{M} \triangleq \text{diag} \{ \mathbf{K}_p, \mathbf{H}(\mathbf{q}), \mathbf{K}_p, \mathbf{H}(\mathbf{q}) \} \quad (\text{D.10})$$

$V(t)$  satisface:

$$\lambda_1 \|\mathbf{x}\|^2 \leq V(t) \leq \lambda_2 \|\mathbf{x}\|^2 \quad (\text{D.11})$$

con

$$\lambda_1 \triangleq \frac{1}{2} \min_{\forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n} \lambda_{\min}(\mathbf{M}) \quad \lambda_2 \triangleq \frac{1}{2} \max_{\forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n} \lambda_{\max}(\mathbf{M}) \quad (\text{D.12})$$

Tomando en cuenta (D.10)–(D.12) y que  $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \dot{\boldsymbol{\theta}}$  el Teorema 1 establece que el origen de (D.4) and (D.7) es uniforme finalmente acotado.

Para demostrar el Teorema 1 se Reescribe la función candidata de Lyapunov (D.9) como

$$V(t) = \frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \frac{1}{2}s^T H(q)s + \frac{1}{2}z^T K_p z + \frac{1}{2}r^T H(q)r. \quad (D.13)$$

La derivada de (D.13) a lo largo de (D.4) y (D.7) está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \dot{\tilde{q}}^T K_p \tilde{q} + \frac{1}{2}s^T \dot{H}(q)s + \dot{z}^T K_p z + \frac{1}{2}r^T \dot{H}(q)r \\ & - s^T C(q, \dot{q})s - s^T K_{DR}s - s^T K_p \tilde{q} + s^T K_R r - s^T K_p z \\ & - s^T C(q, \dot{q}_r)s + s^T Y_a \tilde{\theta} \\ & - r^T C(q, \dot{q})r - r^T H_{rd}r - r^T K_p z - r^T K_{DR}s - r^T K_p \tilde{q} \\ & + r^T C(q, \dot{q}_r + s)r - r^T C(q, s)(s + 2\dot{q}_r) + r^T Y_a \tilde{\theta}. \end{aligned} \quad (D.14)$$

Tomando en cuenta la Propiedad 2 de preliminares matemáticos y las siguientes igualdades

$$\begin{aligned} r^T K_p z &= z^T K_p z + z^T \Lambda K_p z \\ s^T K_p \tilde{q} &= \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T \Lambda K_p \tilde{q} - z^T \Lambda K_p \tilde{q} \\ r^T K_{DR}s &= s^T D r + s^T K_R r, \end{aligned}$$

(D.14) se convierte en

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -\tilde{q}^T \Lambda K_p \tilde{q} + z^T \Lambda K_p \tilde{q} - z^T \Lambda K_p z \\ & - s^T K_{DR}s - r^T H_{rd}r - s^T D r - s^T K_p z - r^T K_p \tilde{q} \\ & - s^T C(q, \dot{q}_r)s + r^T C(q, \dot{q}_r + s)r - r^T C(q, s + 2\dot{q}_r)s \\ & + (s + r)^T Y_a \tilde{\theta}. \end{aligned} \quad (D.15)$$

Puesto que

$$-\tilde{q}^T \Lambda K_p \tilde{q} + z^T \Lambda K_p \tilde{q} - z^T \Lambda K_p z \leq -\frac{1}{2}\tilde{q}^T \Lambda K_p \tilde{q} - \frac{1}{2}z^T \Lambda K_p z,$$

y en vista de (D.2) y de la definición  $\Lambda = I + 2\Lambda_1$ , se sigue que

$$-s^T K_R s - s^T K_p z - \frac{1}{2}z^T \Lambda K_p z \leq -s^T K_{R1}s - z^T \Lambda_1 K_p z,$$

por lo que se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -z^T \Lambda_1 K_p z - s^T K_{R1}s - \frac{1}{2}\tilde{q}^T \Lambda K_p \tilde{q} - r^T K_p \tilde{q} - r^T H_{rd}r \\ & - s^T D r - s^T C(q, \dot{q}_r)s + r^T C(q, \dot{q}_r + s)r \\ & - r^T C(q, s + 2\dot{q}_r)s + (s + r)^T Y_a \tilde{\theta}. \end{aligned} \quad (D.16)$$

Por otro lado de acuerdo a la definición de  $k_d$  en (4.29), se cumple

$$-\mathbf{r}^T \mathbf{H}_{rd} \mathbf{r} \leq -(k_d \lambda_h - \lambda_R) \|\mathbf{r}\|^2 \leq -\left(\frac{1}{2} \frac{\lambda_p^2}{\lambda_p} + \mu_2 + \frac{(\lambda_D + \mu_3)^2}{4} + \mu_a \lambda_b^{-1} + \lambda_{\Lambda_1} \lambda_p\right) \|\mathbf{r}\|^2,$$

donde  $\lambda_h$  estará dada en la Propiedad 1 de preliminares matemáticos. Tomando en cuenta la última ecuación, se tiene

$$-\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}^T \Lambda \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{r}^T \mathbf{H}_{rd} \mathbf{r} \leq -\tilde{\mathbf{q}}^T \Lambda_1 \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \left(\mu_2 + \frac{(\lambda_D + \mu_3)^2}{4} + \mu_a \lambda_b^{-1} + \lambda_{\Lambda_1} \lambda_p\right) \|\mathbf{r}\|^2.$$

Entonces, (D.16) satisface

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\tilde{\mathbf{q}}^T \Lambda_1 \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{z}^T \Lambda_1 \mathbf{K}_p \mathbf{z} - \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{R1}) \|\mathbf{s}\|^2 - \left(\mu_2 + \frac{(\lambda_D + \mu_3)^2}{4} + \mu_a \lambda_b^{-1} + \lambda_{\Lambda_1} \lambda_p\right) \|\mathbf{r}\|^2 \\ & + \lambda_D \|\mathbf{s}\| \|\mathbf{r}\| + \|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_r)\| \|\mathbf{s}\|^2 + \|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{s})\| \|\mathbf{r}\|^2 \\ & + \|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{s} + 2\dot{\mathbf{q}}_r)\| \|\mathbf{s}\| \|\mathbf{r}\| + (\|\mathbf{s}\| + \|\mathbf{r}\|) \|\mathbf{Y}_a \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|. \end{aligned}$$

Notese que para cualquier  $\|\mathbf{x}\| \leq x_{\max}$  y  $\theta_{Li} \leq \hat{\theta}_i \leq \theta_{Ui}$  las siguientes relaciones son válidas

$$\|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_r)\| \leq \mu_1 \quad \|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{s})\| \leq \mu_2 \quad \|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{s} + 2\dot{\mathbf{q}}_r)\| \leq \mu_3 \quad \|\mathbf{Y}_a \tilde{\boldsymbol{\theta}}\| \leq \mu_a.$$

Considerando que  $\|\mathbf{x}(0)\| \leq a \leq x_{\max}$ , se mostrará que  $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$  mientras  $\mathbf{x}$  no pertenezca a  $S_b$ . Primero, para  $t \geq 0$  deberá de existir un tiempo  $t'$ , suficientemente pequeño, para el cual se satisfaga

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\tilde{\mathbf{q}}^T \Lambda_1 \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{z}^T \Lambda_1 \mathbf{K}_p \mathbf{z} - (\mu_1 + 1 + \mu_a \lambda_b^{-1}) \|\mathbf{s}\|^2 \quad (D.17) \\ & - \left(\mu_2 + \frac{(\lambda_D + \mu_3)^2}{4} + \mu_a \lambda_b^{-1}\right) \|\mathbf{r}\|^2 + \mu_1 \|\mathbf{s}\|^2 + \mu_2 \|\mathbf{r}\|^2 \\ & + (\lambda_D + \mu_3) \|\mathbf{s}\| \|\mathbf{r}\| + (\|\mathbf{s}\| + \|\mathbf{r}\|) \mu_a, \end{aligned}$$

donde la definición de  $\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{R1})$  dada en (4.28) ha sido usada. Notese que el término  $\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p$  en  $\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{R1})$  y  $k_d$  no ha sido considerado por simplicidad del cálculo. A partir de

$$-\|\mathbf{s}\|^2 + (\lambda_D + \mu_3) \|\mathbf{s}\| \|\mathbf{r}\| - \frac{(\lambda_D + \mu_3)^2}{4} \|\mathbf{r}\|^2 \leq 0,$$

se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 - \lambda_{\Lambda_1} \lambda_p \|\mathbf{z}\|^2 - \mu_a \lambda_b^{-1} \|\mathbf{s}\|^2 - \mu_a \lambda_b^{-1} \|\mathbf{r}\|^2 \\ & + (\|\mathbf{s}\| + \|\mathbf{r}\|) \mu_a. \quad (D.18) \end{aligned}$$

Claramente,  $\dot{V}(t) < 0$  si ambos  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{r}$  satisfacen:

$$-\mu_a \lambda_b^{-1} \|\mathbf{s}\|^2 + \mu_a \|\mathbf{s}\| < 0 \quad \text{y} \quad -\mu_a \lambda_b^{-1} \|\mathbf{r}\|^2 + \mu_a \|\mathbf{r}\| < 0.$$

Esto significa que

$$\|\mathbf{s}\| > \lambda_b \quad \text{y} \quad \|\mathbf{r}\| > \lambda_b.$$

Pero si  $\|\mathbf{s}\|$  o  $\|\mathbf{r}\|$  cumplen que  $0 \leq \|\cdot\| \leq \lambda_b$ ,  $\dot{V}(t)$  puede o no ser más grande o igual que 0. Nuestro propósito es mostrar que si  $\dot{V}(t) \geq 0$ ,  $\mathbf{x}$  no puede ser más grande que  $x_{\max}$ . Notando que las condiciones bajo las cuales  $\dot{V}(t) \geq 0$  son las mismas para  $\|\mathbf{s}\|$  o  $\|\mathbf{r}\|$ , el caso de  $\|\mathbf{r}\|$  es analizado. si  $0 \leq \|\mathbf{r}\| \leq \lambda_b$ , entonces el máximo valor que debe de tomar  $\mu_a \|\mathbf{r}\| - \mu_a \lambda_b^{-1} \|\mathbf{r}\|^2 \geq 0$  ocurre cuando  $\|\mathbf{r}\| = \frac{\lambda_b}{2}$ , está dado por

$$\mu_a \frac{\lambda_b}{2} - \mu_a \lambda_b^{-1} \frac{\lambda_b^2}{4} = \frac{1}{4} \mu_a \lambda_b.$$

En este caso se tiene

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\Lambda 1} \lambda_p \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 - \lambda_{\Lambda 1} \lambda_p \|\mathbf{z}\|^2 - \mu_a \|\mathbf{s}\| (\lambda_b^{-1} \|\mathbf{s}\| - 1) + \frac{1}{4} \mu_a \lambda_b. \quad (\text{D.19})$$

La pregunta es qué tan largo puede ser  $\|\mathbf{s}\|$ ,  $\|\tilde{\mathbf{q}}\|$  y  $\|\mathbf{z}\|$  antes de que se pueda asegurar que  $\dot{V}(t) < 0$ . Se analiza el peor caso para cada variable. Comenzando con  $\|\mathbf{s}\|$ , el peor caso ocurre cuando  $\|\tilde{\mathbf{q}}\| = \|\mathbf{z}\| \equiv 0$ , ya que se tiene

$$\dot{V}(t) \leq -\mu_a \|\mathbf{s}\| (\lambda_b^{-1} \|\mathbf{s}\| - 1) + \frac{1}{4} \mu_a \lambda_b.$$

No es difícil mostrar que si

$$\|\mathbf{s}\| > \frac{(1 + \sqrt{2})}{2} \lambda_b,$$

entonces  $\dot{V}(t) < 0$ , independientemente de los valores que  $\|\mathbf{r}\|$ ,  $\|\tilde{\mathbf{q}}\|$  y  $\|\mathbf{z}\|$  tomen. Notese que  $\dot{V}(t) < 0$  si  $\|\mathbf{r}\|$  satisface las mismas condiciones que  $\|\mathbf{s}\|$ . Ahora se analiza el caso para  $\|\mathbf{z}\|$ , notando que es el mismo caso para  $\|\tilde{\mathbf{q}}\|$ . El peor caso para  $\|\mathbf{z}\|$  ocurre cuando (D.19) toma la forma

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\Lambda 1} \lambda_p \|\mathbf{z}\|^2 + \frac{1}{2} \mu_a \lambda_b.$$

En este caso,  $\dot{V}(t) < 0$  si

$$\|\mathbf{z}\| > \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\mu_a \lambda_b}{\lambda_{\Lambda 1} \lambda_p}}.$$

En conclusión, si *cualquiera* de las siguientes condiciones se satisfacen

$$\|s\| > \frac{(1 + \sqrt{2})}{2} \lambda_b \quad \|r\| > \frac{(1 + \sqrt{2})}{2} \lambda_b \quad \|z\| > \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\mu_a \lambda_b}{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}} \quad \|\tilde{q}\| > \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\mu_a \lambda_b}{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}},$$

$\dot{V}(t)$  tenderá a cero. Dado que  $\|x\| \leq \|\tilde{q}\| + \|s\| + \|z\| + \|r\| \leq 4\|x\|$ , para garantizar que  $x$  tienda a  $S_b$  y se mantenga ahí, se tiene que asegurar que las siguientes condiciones se cumplan:

$$b\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \geq \frac{1}{4} \frac{(1 + \sqrt{2})}{2} \lambda_b \quad \text{y} \quad b\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \geq \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\mu_a \lambda_b}{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}},$$

lo cual es cierto si la condición (4.30) se satisface. Para demostrar que  $x$  tiende a  $S_b$  en un tiempo finito  $t_r$ . Se procede como sigue si  $x(0) \leq b\sqrt{\lambda_1/\lambda_2}$  entonces  $t_r = 0$ . Si no, los términos  $-\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p \|s\|^2$  y  $-\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p \|r\|^2$  no incluidos en (D.17) por simplicidad del cálculo se retoma, en vista de la discusión anterior, se tiene que  $x > b\sqrt{\lambda_1/\lambda_2}$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p (\|\tilde{q}\|^2 + \|z\|^2 + \|s\|^2 + \|r\|^2) - \mu_a \lambda_b^{-1} \|s\|^2 - \mu_a \lambda_b^{-1} \|r\|^2 \\ &\quad + (\|s\| + \|r\|) \mu_a \\ &\leq -\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p \|x\|^2. \end{aligned}$$

Por otro lado, de (D.11) se tiene

$$-V(t) \geq -\lambda_2 \|x\|^2 \Rightarrow -\frac{1}{\lambda_2} V(t) \geq -\|x\|^2.$$

Así

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}{\lambda_2} V(t).$$

Esto implica que

$$\lambda_1 \|x\|^2 \leq V(t) \leq V(0) e^{-\frac{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}{\lambda_2} t} \leq \lambda_2 \|x(0)\|^2 e^{-\frac{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}{\lambda_2} t} \Rightarrow \|x\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \|x(0)\| e^{-\frac{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}{2\lambda_2} t}.$$

En  $t = t_r > 0$  se tiene (4.26):

$$b \leq \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \|x(0)\| e^{-\frac{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p}{2\lambda_2} t_r} \Rightarrow t_r \leq -\frac{2\lambda_2}{\lambda_{\Lambda_1} \lambda_p} \ln \left( \frac{b}{\|x(0)\| \sqrt{\lambda_1}} \right).$$

△

## Apéndice E

## Programa de control, adaptación y observador de velocidad del robot A465

En este Apéndice se proporciona el programa utilizado en la implementación del algoritmo de control (\ref{eqalgorA1}) - (\ref{eqalgorA9aa})

```

////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
DEFINICIÓN DE LIBRERÍAS DE TARJETAS FLEX MOTION Y VARIABLES UTILIZADAS EN EL PROGRAMA
////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////

#include <analysis.h>
#include <cvirte.h>
#include <userint.h>
#include "Slotine A465.h"
#include "c:\FlexMotion\include\Flexmotn.h"
#include <ansi_c.h>
#include <utility.h>

static int panelHandle;

#define HOST 0xFF // Return Variable to Host Computer (not FlexMotion program variable)
#define muestras 150000 // No. total de muestras de todo el sistema, Muestras = tiempo(s)/Tiempo muestreo
#define mues 600 // Sólo las muestras que se desplejaran en pantalla
#define almacena 300 // Var. q' indica el no. de instantes de muestreo Tiempo de almacen = 0.1(seg)/Tiempo Muestreo

u8 axisNum1 = 1; // Número de eje a mover (1)
u8 axisNum2 = 2; // Número de eje a mover (2)
u8 axisNum3 = 3; // Número de eje a mover (3)
u8 axisNum4 = 4; // Número de eje a mover (4)
u8 axisNum5 = 5; // Número de eje a mover (5)
u8 axisNum6 = 6; // Número de eje a mover (6)

i32 currentPosition; // Monitored current position of the axis

i32 qq1;
i32 qq2;
i32 qq3;
i32 qq4;
i32 qq5;
i32 qq6;

i32 status; // Verifica error
u8 boardID1 = 2; // Número de Tarjeta
u8 boardID2 = 1; // Número de Tarjeta
u8 programNum = 1;

int i=1,menos,amp;
double q1,q2,q3,q4,q5,q6;
double tiempoi,tiempof,tiempom,Sincro;

```

```

double qt1,qt2,qt3,qt4,qt5,qt6;
double pi=3.1415926535897932384626433832795; // Mover frecuencia
double qd1g,qd1r,q1g,q2g,q3g,q4g,q5g,q6g,q1r,q2r,q3r,q4r,q5r,q6r;
double qt1g,qt2g,qt3g,qt4g,qt5g,qt6g,sat=6.0,alerta=0.0; // Amplitud y saturación

double Tiempom[muestras]={0},Tdelay[muestras]={0},Tiempomf[muestras]={0},h,diff,C,dly;
double q1e[1],q2e[muestras]={0},q3e[muestras]={0},q4e[muestras]={0},q5e[muestras]={0};
double q1a[muestras]={0},q2a[muestras]={0},q3a[muestras]={0},q4a[muestras]={0},q5a[muestras]={0},q6a[muestras]={0};

double volts[6][1]={0}; //vector de voltajes

//sustituciones en trayectoria de Kelly
double kee1,kee2,kee3,kee4,kee5,kee6;
double fww1,fww2,fww3,fww4,fww5,fww6;

double tt[muestras]={0},ttp[1]={0},senal1[muestras]={0},senal2[muestras]={0},senal3[muestras]={0},ttt[muestras]={0};
double q1gr[muestras]={0},qd1gr[muestras]={0},qt1gr[muestras]={0}; //Variables para graficar

double q1gra[muestras]={0},q2gra[muestras]={0},q3gra[muestras]={0},q4gra[muestras]={0},q5gra[muestras]={0},q6gra[muestras]={0};

double q2gr[muestras]={0},qd2gr[muestras]={0},qt2gr[muestras]={0}; //Variables para graficar
double q3gr[muestras]={0},qd3gr[muestras]={0},qt3gr[muestras]={0}; //Variables para graficar
double q4gr[muestras]={0},qd4gr[muestras]={0},qt4gr[muestras]={0}; //Variables para graficar
double q5gr[muestras]={0},qd5gr[muestras]={0},qt5gr[muestras]={0}; //Variables para graficar
double q6gr[muestras]={0},qd6gr[muestras]={0},qt6gr[muestras]={0}; //Variables para graficar

double voltf1[muestras]={0},voltf2[muestras]={0},voltf3[muestras]={0};
double voltf4[muestras]={0},voltf5[muestras]={0},voltf6[muestras]={0};

double qdi1[muestras]={0},qdi2[muestras]={0},qdi3[muestras]={0};
double qdi4[muestras]={0},qdi5[muestras]={0},qdi6[muestras]={0};

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Variables de errores de seguimiento
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

double qp1,qp2,qp3,qp4,qp5,qp6,qd1,qd2,qd3,qd4,qd5,qd6,t;
double qpd1,qpd2,qpd3,qpd4,qpd5,qpd6,qpdp1,qpdp2,qpdp3,qpdp4,qpdp5,qpdp6;
double qt1,qt2,qt3,qt4,qt5,qt6,qt1p,qt2p,qt3p,qt4p,qt5p,qt6p;
double qrp1,qrp2,qrp3,qrp4,qrp5,qrp6,qrpp1,qrpp2,qrpp3,qrpp4,qrpp5,qrpp6;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Variables de Ganancias
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

double lam1,lam2,lam3,lam4,lam5,lam6,gas,kd1,kd2,kd3,kd4,kd5,kd6;
double Gamma[33][33]={0},Gammainv[33][33]={0};
double mult1[33][6]={0},ag[33][1]={0},agp[33][1]={0},leyc[6][1]={0},leyc[6][11]={0},leyc[6][111]={0};

double deseada[muestras]={0};
double ag1[muestras]={0},ag2[muestras]={0},ag3[muestras]={0},ag4[muestras]={0},ag5[muestras]={0};
double ag6[muestras]={0},ag7[muestras]={0},ag8[muestras]={0},ag9[muestras]={0},ag10[muestras]={0};
double ag11[muestras]={0},ag12[muestras]={0},ag13[muestras]={0},ag14[muestras]={0},ag15[muestras]={0};
double ag16[muestras]={0},ag17[muestras]={0},ag18[muestras]={0},ag19[muestras]={0},ag20[muestras]={0};
double ag21[muestras]={0},ag22[muestras]={0},ag23[muestras]={0},ag24[muestras]={0},ag25[muestras]={0};
double ag26[muestras]={0},ag27[muestras]={0},ag28[muestras]={0},ag29[muestras]={0},ag30[muestras]={0};
double ag31[muestras]={0},ag32[muestras]={0},ag33[muestras]={0};
double mkd[6][6]={0},gana[6][1]={0};

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Datos de las trayectorias deseadas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

double qd1,qpdp1,qpdp2,qd2,qpdp3,qpdp4,qd3,qpdp5,qpdp6,qd4,qpdp7,qpdp8,qd5,qpdp9,qpdp10,qd6,qpdp11,qpdp12;
double q10,q20,q30,q40,q50,q60,qp10,qp20,qp30,qp40,qp50,qp60,qd11,qd21,qd31,qd41,qd51,qd61,tf;
double a10,a11,a12,a13,a14,a15,a16,a20,a21,a22,a23,a24,a25,a26,a30,a31,a32,a33,a34,a35,a36;
double a40,a41,a42,a43,a44,a45,a46,a50,a51,a52,a53,a54,a55,a56,a60,a61,a62,a63,a64,a65,a66;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Variables de ley de Adaptación
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

double ss1,ss2,ss3,ss4,ss5,ss6,ss[6][1]={0};
double w1,w2,w3,w4,w5,w6,w7,w8,w9,w10,w11,w12,w13,w14,w15,w16,w17,w18,w19;
double Ya[6][33],Yatp[33][6];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Variables del regresor
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

double d1,d1c,a2,a2c,a3,a3c,d4,d4c,m11,m22,m33,m44,m55,d1g,a2g,a3g,d4g;
double I111,I122,I133,I211,I222,I233,I311,I322,I333,I411,I422,I433,I511,I522,I533;
double d11,d22,d33,d44,d55,kp1,kp2,kp3,kp4,kp5,kp6,kv1,kv2,kv3,kv4,kv5,kv6,g;

```



```

*****
Variables para los motores
*****

double Dk[6][6]={0},Dn[6][6]={0},Dn_1[6][6]={0},Df[6][6]={0},Dj[6][6]={0},Dk_1[6][6]={0};
double Dn_1Dj[6][6]={0},Dn_1Df[6][6]={0},Dn_1Dk[6][6]={0},Dk_1Dn[6][6]={0};

double Ka1 = 0.1876896,Ka2=0.053,Ka3=0.0392; // Constante motor-par Nm/Amp
double Ra1 = 0.84,Ra2 =2.7,Ra3 = 6.9 ; // Resistencia de Armadura ohms
double Kb1 = 0.142284519,Kb2 = 0.0534760609,Kb3 =0.039152; // Constante contraelectromotriz Volts/rpm
double Jm1=0.00119168,Jm2=0.0000049,Jm3=0.000001568; // Inercia del Motor
double fm=0.000128021689744; // Coef. de amortiguamiento de fric. viscosa Nm/rpm
double r1=100,r2=100,r3=100,r4=101,r5=100,r6=101; // Radios de engranaje

double k1,k2,k3,k4,k5,k6,k7,k8,k9,k10,k11,k12,fw1,fw2,fw3,fw4,fw5,fw6,ke1,ke2,ke3,ke4,ke5,ke6;
double qt[6][1]={0},qtp[6][1]={0},lam1,lam2,lam3,lam4,lam5,lam6;

double gankd[6][6]={0};
double signq1,signq2,signq3,signq4,signq5,signq6;

*****
Variables de sincronización de tiempo
*****

double kp1,kp2,kp3,kp4,kp5,kp6,modif[6][6]={0},mkp[6][6]={0},leyc3[6][1]={0},volt[6][1]={0},fiat,tm;

int suma,fin,chance = 0,cont0,cont1,cont2,cont3,cont4,cont5;

double interm0,interm1,interm2,interm3,interm4,interm5;

*****
Variables de ley de adaptación
*****

double ag11, ag21, ag31, ag41, ag51, ag61, ag71, ag81, ag91, ag101,ag111;
double ag121,ag131,ag141,ag151,ag161,ag171,ag181,ag191,ag201,ag211,ag221;
double ag231,ag241,ag251,ag261,ag271,ag281,ag291,ag301,ag311,ag321,ag331;

double ag11_1, ag21_1, ag31_1, ag41_1, ag51_1, ag61_1, ag71_1, ag81_1, ag91_1, ag101_1,ag111_1;
double ag121_1,ag131_1,ag141_1,ag151_1,ag161_1,ag171_1,ag181_1,ag191_1,ag201_1,ag211_1,ag221_1;
double ag231_1,ag241_1,ag251_1,ag261_1,ag271_1,ag281_1,ag291_1,ag301_1,ag311_1,ag321_1,ag331_1;

double agp11, agp21, agp31, agp41, agp51, agp61, agp71, agp81, agp91, agp101,agp111;
double agp121,agp131,agp141,agp151,agp161,agp171,agp181,agp191,agp201,agp211,agp221;
double agp231,agp241,agp251,agp261,agp271,agp281,agp291,agp301,agp311,agp321,agp331;

double agp11_1, agp21_1, agp31_1, agp41_1, agp51_1, agp61_1, agp71_1, agp81_1, agp91_1, agp101_1,agp111_1;
double agp121_1,agp131_1,agp141_1,agp151_1,agp161_1,agp171_1,agp181_1,agp191_1,agp201_1,agp211_1,agp221_1;
double agp231_1,agp241_1,agp251_1,agp261_1,agp271_1,agp281_1,agp291_1,agp301_1,agp311_1,agp321_1,agp331_1;

*****
Variables de salida
*****

double volt1[muestras]={0},volt2[muestras]={0},volt3[muestras]={0};
double volt4[muestras]={0},volt5[muestras]={0},volt6[muestras]={0};

*****
Variables de ganancias de adaptación
*****

double gam0,gam1,gam2,gam3,gam4,gam5,gam6,gam7,gam8,gam9,gam10,
gam11,gam12,gam13,gam14,gam15,gam16,gam17;
double gam18,gam19,gam20,gam21,gam22,gam23,gam24,gam25,gam26,gam27,gam28,gam29,gam30,
gam31,gam32,gam33,hd2;

*****
Variable para el filtro digital (Butterworth)
*****

//double a0,a1,a2,b0,b1,b2;

*****
Variable para el filtro de voltaje
*****

double v11,v21,v31,v41,v51,v11_1,v21_1,v31_1,v41_1,v51_1,v11_2,v21_2,v31_2,v41_2,v51_2;
double vf11,vf21,vf31,vf41,vf51,vf11_1,vf21_1,vf31_1,vf41_1,vf51_1,vf11_2,vf21_2,vf31_2,vf41_2,vf51_2;
double av0,av1,av2,bv0,bv1,bv2;
double qp1g[muestras]={0},qp2g[muestras]={0},qp3g[muestras]={0},qp4g[muestras]={0},
qp5g[muestras]={0},qp6g[muestras]={0};

```

Variables de la estimador de velocidad  
 ~~~~~  
 ~~~~~

```
double pp1,pp2,pp3,pp4,pp5,pp6,kk=50.0,p1,p2,p3,p4,p5,p6,ef1,ef2,ef3,ef4,ef5,ef6,p1_1,p2_1,p3_1,p4_1,p5_1,p6_1;
```

Variables para el Observador de velocidad  
 ~~~~~  
 ~~~~~

```
double z1,z2,z3,z4,z5,z6,qh1,qh2,qh3,qh4,qh5,qh6,qhp1,qhp2,qhp3,qhp4,qhp5,qhp6,kr1,kr2,kr3,kr4,kr5,kr6,kd=2;//kd=43.0
double qhp01,qhp02,qhp03,qhp04,qhp05,qhp06,qhp01,qhp02,qhp03,qhp04,qhp05,qhp06,qop1,qop2,qop3,qop4,qop5,qop6;
double ev1,ev2,ev3,ev4,ev5,ev6,ep1,ep2,ep3,ep4,ep5,ep6,ev[6][1]={0},ep[6][1]={0};
double zz1[muestras]={0},zz2[muestras]={0},zz3[muestras]={0},zz4[muestras]={0},zz5[muestras]={0},zz6[muestras]={0};
double qh1g[muestras]={0},qh2g[muestras]={0},qh3g[muestras]={0};
double qh4g[muestras]={0},qh5g[muestras]={0},qh6g[muestras]={0};
double qhp1g[muestras]={0},qhp2g[muestras]={0},qhp3g[muestras]={0};
double qhp4g[muestras]={0},qhp5g[muestras]={0},qhp6g[muestras]={0};
```

Variables del modelo del Robot A465  
 ~~~~~  
 ~~~~~

```
double c2q22q3m2q5,c2q22q32q42q5m2q6,c2q22q3m2q6,c2q22q3q42q52q6,c2q22q3mq4m2q5m2q6,cm2q42q5m2q6,
c2q22q3m2q4mq52q6,c2q22q32q42q5,c2q22q3m2q4mq5m2q6,c5,c2q22q3q4q52q6,c2q22q3mq5;
double c2q42q5,c2q22q32q4q52q6,c2q22q3m2q4q52q6,cm2q42q52q6,c2q22q3m2q4q52q6,c2q22q3mq4m5,
c2q22q3mq4m52q6,c2q22q32q6,c2q22q3m2q4m2q6,c2q22q3m2q5m2q6,c2q22q3m45,cm2q42q5,c2q22q3m4m2q52q6;
double c2q22q3m2q4mq5m2q6,c2q452q6,c2q22q3m2q5m2q6,c2q22q3m2q6m2q6,c2q22q3m45,c2q42q5,c2q22q3m42q5m2q6,
c2q42q6,c2q22q32q442q6,c2q22q32q4m2q6,c2q6,c2q22q32q5,c2q5,c2q22q3m2q42q5m2q6;
double c2q22q3m2q442q6,c2q22q3q5,c2q22q32q4mq52q6,c2q22q345m2q6,c2m2q4,c232q4,c232q4m2q5,
c23m42q5,c232q42q5,c23m2q4m2q5,c2342q5,c23m4m2q5,c2m2q42q5,c234m2q5,c23m4m5,c23m45,c2345,c234m5;
double cm2q45m2q6,c2q22q3m2q45m2q6,c2q22q3m2q42q5,cm2q42q6,c2q22q3m2q4q42q6,c2q22q3m2q4m2q52q6,
c2q22q342q5,c2q22q3m45m2q6,c2q22q32q4m2q52q6,c2q22q32q4m2q5m2q6,c2q22q345m2q6,c2q22q345;
double c2q22q3m2q42q52q6,c2q2,c2q45m2q6,c2q22q3m2q42q52q6,c2q22q32q4,c2q22q3m45m2q6,c2q4,
c2q22q32q4m2q5,c2q22q32q42q5,c2q22q3,c2q22q34m2q5,c2q22q3m452q6,cm2q42q5,c2q22q3m2q4m2q5,c2q5m2q6;
double c2q22q3m2q4,c2q22q3m4m2q5,c2q22q34m5m2q6,c2q42q5m2q6,c2q22q3m2q4m5m2q6,c2q22q32q5m2q6,
c2q42q52q6,c2q22q3m42q5m2q6,c2q22q342q5m2q6,c2q22q3q4m2q52q6,c23452q6,c23m2q42q6,c23m45,c23m4m52q6;
double c23m42q52q6,c23m4m5m2q6,c23m2q4m2q6,c232q42q5m2q6,c23m4m5m2q6,c232q45m2q6,c23m2q45m2q6,
c23m2q4m52q6,c23m45m2q6,c23m452q6,c232q42q6,c23m4m2q52q6,c234m52q6,c2342q52q6,c23m2q52q6,c2345m2q6;
double c232q452q6,c232q4m5m2q6,c232q4m2q6,c23m2q452q6,c23m2q4m2q52q6,c23m2q4m5m2q6,c23m42q5m2q6,
c23m2q42q52q6,c232q4m2q52q6,c23m2q4m2q52q6,c23m4m5m2q6,c2342q5m2q6,c232q4m2q5m2q6,c232q4m2q5m2q6,c232q5,
c232q5,c23m2q52q6,c232q6,c23,c234,c235m2q6,c23m42q6,c23m4m2q6,c2342q6,c23m5m2q6,c23m52q6,c2352q6,c234m2q6;
double c23m4,c23m5,c235,cm42q52q6,c42q52q6,cm45m2q6,cm452q6,c45,cm45,c452q6,c42q5,cm42q5,c45m2q6,
cm42q5m2q6,c42q5m2q6,cm42q6,c4,c42q6,cm2q6,c52q6,s35,s345,s2q2q3,s2q2q3q4mq6,sm35,s2q23q6,s2q23m5;
double s2q23m4m5,sm345,s3,s2q235,s2q23m45,s3m45,s2m45,s2m4m5,s24m5,s246,sm345;
```

```
double c2q4m2q5,c4m2q5,c4m5,s2q235,s34m5,s2q23m45,sm34m5,w1,w2,w3,w4,w5,w6,w7,w8,w9,w10,w11,
w12,w13,w14,w15,w16,w17,w18,w19,w20,w21,w22,w23,w24,w25,w26,w27,w28,w29,w30,w31,w32,w33,w34,w35,w36,w37;
double w38,w39,w40,w41,w42,w43,w44,w45,w46,w47,w48,c2q23m5,c34m5,c345,c35,c2q23m45,c2q2345,c2q235,cm34m5,
c2q23m4m5,cm35,cm345,c2q23m5,c2q23,c3,s2q22q32q4m2q5,s2q22q34m2q5,s2q22q3m2q4,s2q4m2q5;
double s2q42q5,s2q22q3m2q42q5,s2q22q32q4,s2q22q342q5,s2q22q3m2q5,s2q22q3m2q42q5,s2q22q32q42q5,
s2q22q3m4m2q5,s2q22q3m2q42q5,s2q5,s2q4,s2q22q3,s2q22q3m5,s2q22q3m4m5,s2q22q34m5,s2q22q35,s2q22q3m45;
double s2q22q345,s5,s2q2,w5,w51,w52,w53,w54,w55,w56,w57,w58,w59,w60,cm245,c245,c2m4m5,c24m5,s23m4m2q5,
s23m2q4m2q5,s23m2q5,s232q4,s234m2q5,s23m2q42q5,s23m42q5,s232q42q5,s23m4m5,s23m5,s2342q5,s232q5,s23m4;
double s232q4m2q5,s23m2q4,s234,s23,s2345,s23m45,s235,s234m5,w61,w62,w63,w64,w65,w66,w67,w68,w69,w70,w71,w72,
w73,w74,w75,w76,w77,w78,w79,w80,w81,w82,w83,w84,w85,w86,w87,w88,w89,w90,w91,w92,w93,w94,w95,w96;
double w97,w98,w99,w100,w101,w102,w103,w104,w105,w106,w107,w108,w109,w110,w111,w112,w113,w114,w115,w116,
s4m2q5,s45,s4m5,s42q5,s4,w117,w118,w119,w120,w121,w122,w123,w124,w125,w126,w127,w128,w129,w130,w131;
double w132,w133,w134,w135,w136,w137,w138,w139,w140,w141,w142,w143,w144,w145,w146,w147,w148,w149,w150,w151,
w152,w153,c2,s23,s23m45,s23m4m5,s2345,s234m5,s235,s23m5,wg1,wg2,wg3,pm13;
double p1,p2,p3,p4,p5,p6,p7,p8,p9,p10,p11,p12,p13,p14,p15,p16,p17,p18,p19,p20,p21,p22,pm1,pm2,pm3,pm4,pm5,pm6;
```

Declaracion de variables para la posicion ready  
 ~~~~~  
 ~~~~~

```
double B [3][3]={0},A1[3][1]={0},A2[3][1]={0},A3[3][1]={0},A4[3][1]={0},A5[3][1]={0},A6[3][1]={0};
double B1[3][3]={0},b1[3][1]={0},b2[3][1]={0},b3[3][1]={0},b4[3][1]={0},b5[3][1]={0},b6[3][1]={0};
double tr,Er1,Er2,Er3,Er4,Er5,Er6,Er1_1,Er2_1,Er3_1,Er4_1,Er5_1,Er6_1;
double Fd1,Fd2,Fd3,Fd4,Fd5,Fd6,SalPID1,SalPID2,SalPID3,SalPID4,SalPID5,SalPID6;
double PID1,PID2,PID3,PID4,PID5,PID6;
int sal = 1,stop,lib;
char opcion;
```

Variables de la norma L2  
 ~~~~~  
 ~~~~~

```
double crg,ndqt,TL22=0,L22=0,L2=0,La1=0,La2=0,La3=0,La4=0,La5=0,La6=0,T,mint1,Z2;
double ndqt1,ndqt2,ndqt3,ndqt4,ndqt5,ndqt6,TL221=0,TL222=0,TL223=0,TL224=0,TL225=0;
double TL226=0,L221=0,L222=0,L223=0,L224=0,L225=0,L226=0;
double T1,Tis,ndqt1,ndqt11,ndqt21,ndqt31,ndqt41,ndqt51,ndqt61;
double TL221=0,TL2211=0,TL2221=0,TL2231=0,TL2241=0,TL2251=0,TL2261=0;
double ndqt1s,ndqt11s,ndqt21s,ndqt31s,ndqt41s,ndqt51s,ndqt61s,TL221s=0,TL2211s=0;
double TL2221s=0,TL2231s=0,TL2241s=0,TL2251s=0,TL2261s=0;
double L221=0,L21=0,La1=0,La2=0,La3=0,La4=0,La5=0,La6=0,L221s=0,L21s=0;
double La1s=0,La2s=0,La3s=0,La4s=0,La5s=0,La6s=0;
double L2211=0,L2221=0,L2231=0,L2241=0,L2251=0,L2261=0,L2211s=0;
double L2221s=0,L2231s=0,L2241s=0,L2251s=0,L2261s=0;
```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Inicialización de datos y condiciones iniciales de Ley de control y adaptación
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```
int CVICALLBACK Slotine (int panel, int control, int event, void *callbackData, int eventData1, int eventData2)
{
status = 0; // Initialize error status with "no error" condition

switch (event) {
case EVENT_COMMIT:
{
lib = 1.0;
h = 0.008;
T = (muestras-chance)*h;
Ti = (muestras-chance)*h/2;
Tis = T - Ti;
mint1 = muestras/2;
hd2 = h/2;
stop = 1.0;
intern1 = 0.0;
intern2 = 0.0;
intern3 = 0.0;
intern4 = 0.0;
intern5 = 0.0;

cont0 = 0.0;
cont1 = 0.0;
cont2 = 0.0;
cont3 = 0.0;
cont4 = 0.0;
cont5 = 0.0;

q1a[i-1] = 0.0;
q2a[i-1] = 0.0;
q3a[i-1] = 0.0;
q4a[i-1] = 0.0;
q5a[i-1] = 0.0;
q6a[i-1] = 0.0;

volt1[i] = 0.0;
volt2[i] = 0.0;
volt3[i] = 0.0;
volt4[i] = 0.0;
volt5[i] = 0.0;
volt6[i] = 0.0;

ag1i = 0.0;
ag2i = 0.0;
ag3i = 0.0;
ag4i = 0.0;
ag5i = 0.0;
ag6i = 0.0;
ag7i = 0.0;
ag8i = 0.0;
ag9i = 0.0;
ag10i = 0.0;
ag11i = 0.0;
ag12i = 0.0;
ag13i = 0.0;
ag14i = 0.0;
ag15i = 0.0;
ag16i = 0.0;
ag17i = 0.0;
ag18i = 0.0;
ag19i = 0.0;
ag20i = 0.0;
ag21i = 0.0;
ag22i = 0.0;
ag23i = 0.0;
ag24i = 0.0;

```



```
ag25i = 0.0;  
ag26i = 0.0;  
ag27i = 0.0;  
ag28i = 0.0;  
ag29i = 0.0;  
ag30i = 0.0;  
ag31i = 0.0;  
ag32i = 0.0;  
ag33i = 0.0;
```

```
////////////////////////////////////  
Condiciones iniciales de parámetros  
////////////////////////////////////
```

```
ag1i_1 = 0.0;  
ag2i_1 = 0.0;  
ag3i_1 = 0.0;  
ag4i_1 = 0.0;  
ag5i_1 = 0.0;  
ag6i_1 = 0.0;  
ag7i_1 = 0.0;  
ag8i_1 = 0.0;  
ag9i_1 = 0.0;  
ag10i_1 = 0.0;  
ag11i_1 = 0.0;  
ag12i_1 = 0.0;  
ag13i_1 = 0.0;  
ag14i_1 = 0.0;  
ag15i_1 = 0.0;
```

```
// CONDICIONES INICIALES  
// O PARAMETROS NOMINALES
```

```
ag16i_1 = 0.0;  
ag17i_1 = 0.0;  
ag18i_1 = 0.0;  
ag19i_1 = 0.0;  
ag20i_1 = 0.0;  
ag21i_1 = 0.0;
```

```
ag22i_1 = 0.0;  
ag23i_1 = 0.0;  
ag24i_1 = 0.0;  
ag25i_1 = 0.0;  
ag26i_1 = 0.0;  
ag27i_1 = 0.0;
```

```
ag28i_1 = 0.0;  
ag29i_1 = 0.0;  
ag30i_1 = 0.0;  
ag31i_1 = 0.0;  
ag32i_1 = 0.0;  
ag33i_1 = 0.0;
```

```
agp1i = 0.0;  
agp2i = 0.0;  
agp3i = 0.0;  
agp4i = 0.0;  
agp5i = 0.0;  
agp6i = 0.0;  
agp7i = 0.0;  
agp8i = 0.0;  
agp9i = 0.0;  
agp10i = 0.0;  
agp11i = 0.0;  
agp12i = 0.0;  
agp13i = 0.0;  
agp14i = 0.0;  
agp15i = 0.0;  
agp16i = 0.0;  
agp17i = 0.0;  
agp18i = 0.0;  
agp19i = 0.0;  
agp20i = 0.0;  
agp21i = 0.0;  
agp22i = 0.0;  
agp23i = 0.0;  
agp24i = 0.0;  
agp25i = 0.0;  
agp26i = 0.0;  
agp27i = 0.0;  
agp28i = 0.0;  
agp29i = 0.0;  
agp30i = 0.0;  
agp31i = 0.0;  
agp32i = 0.0;
```



```

agp33i = 0.0;

agp1i_1 = 0.0;
agp2i_1 = 0.0;
agp3i_1 = 0.0;
agp4i_1 = 0.0;
agp5i_1 = 0.0;
agp6i_1 = 0.0;
agp7i_1 = 0.0;
agp8i_1 = 0.0;
agp9i_1 = 0.0;
agp10i_1 = 0.0;
agp11i_1 = 0.0;
agp12i_1 = 0.0;
agp13i_1 = 0.0;
agp14i_1 = 0.0;
agp15i_1 = 0.0;
agp16i_1 = 0.0;
agp17i_1 = 0.0;
agp18i_1 = 0.0;
agp19i_1 = 0.0;
agp20i_1 = 0.0;
agp21i_1 = 0.0;
agp22i_1 = 0.0;
agp23i_1 = 0.0;
agp24i_1 = 0.0;
agp25i_1 = 0.0;
agp26i_1 = 0.0;
agp27i_1 = 0.0;
agp28i_1 = 0.0;
agp29i_1 = 0.0;
agp30i_1 = 0.0;
agp31i_1 = 0.0;
agp32i_1 = 0.0;
agp33i_1 = 0.0;
    
```



```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Condiciones iniciales del nuevo estimador de velocidad
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
    
```

```

p1 = 0.0;
p2 = 0.0;
p3 = 0.0;
p4 = 0.0;
p5 = 0.0;
p6 = 0.0;
    
```

```

p1_1 = 0.0;
p2_1 = 0.0;
p3_1 = 0.0;
p4_1 = 0.0;
p5_1 = 0.0;
p6_1 = 0.0;
    
```

```

pp1 = 0.0;
pp2 = 0.0;
pp3 = 0.0;
pp4 = 0.0;
pp5 = 0.0;
pp6 = 0.0;
    
```

```

ef1 = 0.0;
ef2 = 0.0;
ef3 = 0.0;
ef4 = 0.0;
ef5 = 0.0;
ef6 = 0.0;
    
```

```

Cls();
    
```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Condiciones iniciales de trayectorias de Kelly
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
    
```

```

crg = pow(180,2)/pow(pi,2);
C = pi/180.0;
k1 = 0.0*C;
k2 = 40.0*C *1.0;
k3 = 10.0*C *1.0;
k4 = 25.0*C *1.0;
k5 = 35.0*C *1.0;
k6 = 40.0*C *1.0;
k7 = 0.0*C;
k8 = 10.0*C *1.0;
    
```

```
k9 = 0.0*C;
k10 = 30.0*C *1.0;//65.0*C;
k11 = 0.0*C;
k12 = 30.0*C *1.0;//65.0*C;
```

```
ke1 = 0.5;
ke2 = 0.5;
ke3 = 0.5;
ke4 = 0.5;
ke5 = 0.5;
ke6 = 0.5;
```

```
fv1 = 2.0*pi/4.0; // Es la frecuencia correcta
fv2 = 2.0*pi/4.0;
fv3 = 2.0*pi/4.0;
fv4 = 2.0*pi/4.0;
fv5 = 2.0*pi/4.0;
fv6 = 2.0*pi/4.0;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Constantes de trayectorias de Kelly
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kee1 = pow(ke1,2);
kee2 = pow(ke2,2);
kee3 = pow(ke3,2);
kee4 = pow(ke4,2);
kee5 = pow(ke5,2);
kee6 = pow(ke6,2);
```

```
fvw1 = pow(fv1,2);
fvw2 = pow(fv2,2);
fvw3 = pow(fv3,2);
fvw4 = pow(fv4,2);
fvw5 = pow(fv5,2);
fvw6 = pow(fv6,2);
```

```
Dk[0][0] = (Ka1/Ra1)*(1/r1);
Dk[1][1] = (Ka1/Ra1)*(1/r2);
Dk[2][2] = (Ka1/Ra1)*(1/r3);
Dk[3][3] = (Ka2/Ra2)*(1/r4);
Dk[4][4] = (Ka2/Ra2)*(1/r5);
Dk[5][5] = (Ka3/Ra3)*(1/r6);
```

```
Dn[0][0] = 1/pow(r1,2);
Dn[1][1] = 1/pow(r2,2);
Dn[2][2] = 1/pow(r3,2);
Dn[3][3] = 1/pow(r4,2);
Dn[4][4] = 1/pow(r5,2);
Dn[5][5] = 1/pow(r6,2);
```

```
Df[0][0] = fm + ((Ka1*Kb1)/Ra1);
Df[1][1] = fm + ((Ka1*Kb1)/Ra1);
Df[2][2] = fm + ((Ka1*Kb1)/Ra1);
Df[3][3] = fm + ((Ka2*Kb2)/Ra2);
Df[4][4] = fm + ((Ka2*Kb2)/Ra2);
Df[5][5] = fm + ((Ka3*Kb3)/Ra3);
```

```
Dj[0][0] = Jm1;
Dj[1][1] = Jm1;
Dj[2][2] = Jm1;
Dj[3][3] = Jm2;
Dj[4][4] = Jm2;
Dj[5][5] = Jm3;
```

```
InvMatrix (Dn,6,Dn_1);
InvMatrix (Dk,6,Dk_1);
```

```
MatrixMul(Dn_1,Dj,6,6,6,Dn_1Dj);
MatrixMul(Dn_1,Df,6,6,6,Dn_1Df);
MatrixMul(Dn_1,Dk,6,6,6,Dn_1DK);
MatrixMul(Dk_1,Dn,6,6,6,Dk_1Dn);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Entrada de ganancias desde el panel de control
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_LAM_1, &lam1); //Ganancias del Observador
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_LAM_2, &lam2);
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_LAM_3, &lam3);
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_LAM_4, &lam4);
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_LAM_5, &lam5);
```



```

GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_LAM_6, &lam6);

GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KD_1, &kd1 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KD_2, &kd2 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KD_3, &kd3 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KD_4, &kd4 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KD_5, &kd5 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KD_6, &kd6 );

GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KP_1, &kp1 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KP_2, &kp2 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KP_3, &kp3 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KP_4, &kp4 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KP_5, &kp5 );
GetCtrlVal (panelHandle, PANEL_KP_6, &kp6 );

Sincro = Timer();
while (i<muestras && sal==1){
tiempo = Timer();
if (i==interm0+1){
ttt[cont0] = Timer() - Sincro;
cont0 = cont0 + 1;
interm0 = interm0 + almacena;
}
if (i==muestras-alerta) ttt[cont0] = Timer() - Sincro;
t = Timer() - Sincro;
fint = t;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Lectura de encoders
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

status = flex_read_encoder_rtn (boardID1, axisNum1, &qq1);
status = flex_read_encoder_rtn (boardID1, axisNum2, &qq2);
status = flex_read_encoder_rtn (boardID1, axisNum3, &qq3);
status = flex_read_encoder_rtn (boardID1, axisNum4, &qq4);
status = flex_read_encoder_rtn (boardID1, axisNum5, &qq5);
status = flex_read_encoder_rtn (boardID1, axisNum6, &qq6);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Empieza Algoritmo de control
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

q1g = qq1*90.0/100000.0; // Articulación 1
q1 = q1g*pi/180.0;
qq2 = qq2 + 100000.0; // Articulacion 2
q2g = qq2*90.0/100000.0; //grados
q2 = q2g*pi/180.0; //radianes
q3g = -qq3*90.0/100000.0; // Articulación 3
q3 = q3g*pi/180.0;
q4g = -qq4*90.0/50500.0; // Articulación 4
q4 = q4g*pi/180.0;
q5g = -qq5*90.0/50000.0; // Articulación 5
q5 = q5g*pi/180.0; //rad
q6g = -qq6*90.0/50500.0; // Articulación 6
q6 = q6g*pi/180.0; //rad

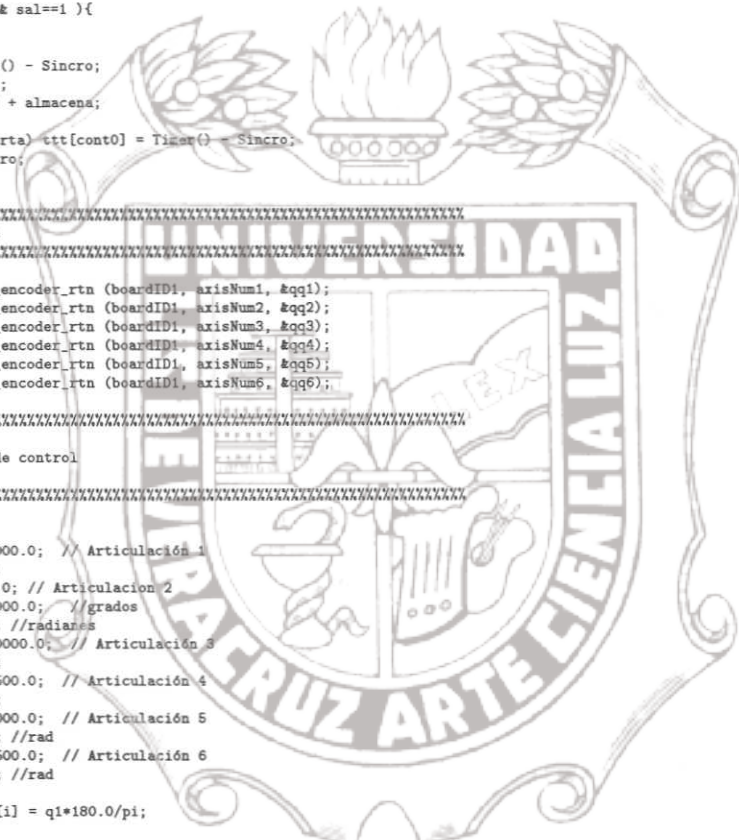
q1a[i] = q1; //q1a[i] = q1*180.0/pi;
q2a[i] = q2;
q3a[i] = q3;
q4a[i] = q4;
q5a[i] = q5;
q6a[i] = q6;

if(t==0)
{
q1a[i-1] = q1;
q2a[i-1] = q2;
q3a[i-1] = q3;
q4a[i-1] = q4;
q5a[i-1] = q5;
q6a[i-1] = q6;
}

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Trayectorias deseadas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

qd1 = (k1+k2 *sin(fv1*t))*(1-exp(-ke1*pow(t,3)));
qd2 = (pi/2)+(k3+k4 *sin(fv2*t))*(1-exp(-ke2*pow(t,3)));

```



```

qd3 = (k5+k6 *sin(fw3*t))*(1-exp(-ke3*pow(t,3)));
qd4 = (k7+k8 *sin(fw4*t))*(1-exp(-ke4*pow(t,3)));
qd5 = (k9+k10*sin(fw5*t))*(1-exp(-ke5*pow(t,3)));
qd6 = (k11+k12*sin(fw6*t))*(1-exp(-ke6*pow(t,3)));

qp1 = (k1+k2*sin(fw1*t))*(3.0*ke1*pow(t,2)*exp(-ke1*pow(t,3)))+(k2 *fw1*cos(fw1*t)*(1-exp(-ke1*pow(t,3))));
qp2 = (k3+k4*sin(fw2*t))*(3.0*ke2*pow(t,2)*exp(-ke2*pow(t,3)))+(k4 *fw2*cos(fw2*t)*(1-exp(-ke2*pow(t,3))));
qp3 = (k5+k6*sin(fw3*t))*(3.0*ke3*pow(t,2)*exp(-ke3*pow(t,3)))+(k6 *fw3*cos(fw3*t)*(1-exp(-ke3*pow(t,3))));
qp4 = (k7+k8*sin(fw4*t))*(3.0*ke4*pow(t,2)*exp(-ke4*pow(t,3)))+(k8 *fw4*cos(fw4*t)*(1-exp(-ke4*pow(t,3))));
qp5 = (k9+k10*sin(fw5*t))*(3.0*ke5*pow(t,2)*exp(-ke5*pow(t,3)))+(k10*fw5*cos(fw5*t)*(1-exp(-ke5*pow(t,3))));
qp6 = (k11+k12*sin(fw6*t))*(3.0*ke6*pow(t,2)*exp(-ke6*pow(t,3)))+(k12*fw6*cos(fw6*t)*(1-exp(-ke6*pow(t,3))));

ppd1 = (k1+k2 *sin(fw1*t))*(6*ke1*t*exp(-ke1*pow(t,3))-9*ke1*pow(t,4)*exp(-ke1*pow(t,3)))+
2*k2 *fw1*cos(fw1*t)*(3*ke1*pow(t,2)*exp(-ke1*pow(t,3)))-k2 *fw1*sin(fw1*t)*(1-exp(-ke1*pow(t,3)));
ppd2 = (k3+k4 *sin(fw2*t))*(6*ke2*t*exp(-ke2*pow(t,3))-9*ke2*pow(t,4)*exp(-ke2*pow(t,3)))+
2*k4 *fw2*cos(fw2*t)*(3*ke2*pow(t,2)*exp(-ke2*pow(t,3)))-k4 *fw2*sin(fw2*t)*(1-exp(-ke2*pow(t,3)));
ppd3 = (k5+k6 *sin(fw3*t))*(6*ke3*t*exp(-ke3*pow(t,3))-9*ke3*pow(t,4)*exp(-ke3*pow(t,3)))+
2*k6 *fw3*cos(fw3*t)*(3*ke3*pow(t,2)*exp(-ke3*pow(t,3)))-k6 *fw3*sin(fw3*t)*(1-exp(-ke3*pow(t,3)));
ppd4 = (k7+k8 *sin(fw4*t))*(6*ke4*t*exp(-ke4*pow(t,3))-9*ke4*pow(t,4)*exp(-ke4*pow(t,3)))+
2*k8 *fw4*cos(fw4*t)*(3*ke4*pow(t,2)*exp(-ke4*pow(t,3)))-k8 *fw4*sin(fw4*t)*(1-exp(-ke4*pow(t,3)));
ppd5 = (k9+k10*sin(fw5*t))*(6*ke5*t*exp(-ke5*pow(t,3))-9*ke5*pow(t,4)*exp(-ke5*pow(t,3)))+
2*k10*fw5*cos(fw5*t)*(3*ke5*pow(t,2)*exp(-ke5*pow(t,3)))-k10*fw5*sin(fw5*t)*(1-exp(-ke5*pow(t,3)));
ppd6 = (k11+k12*sin(fw6*t))*(6*ke6*t*exp(-ke6*pow(t,3))-9*ke6*pow(t,4)*exp(-ke6*pow(t,3)))+
2*k12*fw6*cos(fw6*t)*(3*ke6*pow(t,2)*exp(-ke6*pow(t,3)))-k12*fw6*sin(fw6*t)*(1-exp(-ke6*pow(t,3)));

qdi1[i] = qd1 *180/pi; // Grafica el segundo bloque, son las qd
qdi2[i] = qd2 *180/pi;
qdi3[i] = qd3 *180/pi;
qdi4[i] = qd4 *180/pi;
qdi5[i] = qd5 *180/pi;
qdi6[i] = qd6 *180/pi;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Errores de posición
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

qt1 = q1 - qd1;
qt2 = q2 - qd2;
qt3 = q3 - qd3; // Esta entre -10 y 10
qt4 = q4 - qd4;
qt5 = q5 - qd5;
qt6 = q6 - qd6;
qt[0][0] = qt1;
qt[1][0] = qt2;
qt[2][0] = qt3;
qt[3][0] = qt4;
qt[4][0] = qt5;
qt[5][0] = qt6;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Estimacion de la velocidad
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

pp1 = -(kk +1) * p1 - (pow(kk,2) + 1) * qt1;
pp2 = -(kk +1) * p2 - (pow(kk,2) + 1) * qt2;
pp3 = -(kk +1) * p3 - (pow(kk,2) + 1) * qt3;
pp4 = -(kk +1) * p4 - (pow(kk,2) + 1) * qt4;
pp5 = -(kk +1) * p5 - (pow(kk,2) + 1) * qt5;
pp6 = -(kk +1) * p6 - (pow(kk,2) + 1) * qt6;
ef1 = kk * qt1 + p1;
ef2 = kk * qt2 + p2;
ef3 = kk * qt3 + p3;
ef4 = kk * qt4 + p4;
ef5 = kk * qt5 + p5;
ef6 = kk * qt6 + p6;
qp1 = ef1 + qpd1;
qp2 = ef2 + qpd2;
qp3 = ef3 + qpd3; // Estimador de velocidad
qp4 = ef4 + qpd4;
qp5 = ef5 + qpd5;
qp6 = ef6 + qpd6;
p1 = p1 + h * pp1;
p2 = p2 + h * pp2;
p3 = p3 + h * pp3; // Integración
p4 = p4 + h * pp4;
p5 = p5 + h * pp5;
p6 = p6 + h * pp6;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Grafica de las velocidades
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

qp1g[i] = qp1;

```



```

qp2g[1] = qp2;
qp3g[1] = qp3;
qp4g[1] = qp4;
qp5g[1] = qp5;
qp6g[1] = qp6;

```

```

*****
Errores de velocidad
*****

```

```

qtp1 = qp1 - qpd1;
qtp2 = qp2 - qpd2;
qtp3 = qp3 - qpd3;
qtp4 = qp4 - qpd4;
qtp5 = qp5 - qpd5;
qtp6 = qp6 - qpd6;

```

```

*****
Vector de errores de velocidad
*****

```

```

qtp[0][0] = qtp1;
qtp[1][0] = qtp2;
qtp[2][0] = qtp3;
qtp[3][0] = qtp4;
qtp[4][0] = qtp5;
qtp[5][0] = qtp6;

```

```

*****
Asignacion para graficar errores de posición
*****

```

```

if ((i==intern1+1)&&((muestras-1)>chance))
{
q1gra[cont1] = qt1*(180.0/pi);
q2gra[cont1] = qt2*(180.0/pi);
q3gra[cont1] = qt3*(180.0/pi);
q4gra[cont1] = qt4*(180.0/pi);
q5gra[cont1] = qt5*(180.0/pi);
q6gra[cont1] = qt6*(180.0/pi);
cont1 = cont1 + 1;
intern1 = intern1 + almascena;
}

```

```

*****
Calculo de norma L2
*****

```

```

ndqt = crg * ( pow(qt1,2) + pow(qt2,2) + pow(qt3,2) + pow(qt4,2) + pow(qt5,2) + pow(qt6,2));
ndqt1 = crg * ( pow(qt1,2) );
ndqt2 = crg * ( pow(qt2,2) );
ndqt3 = crg * ( pow(qt3,2) );
ndqt4 = crg * ( pow(qt4,2) );
ndqt5 = crg * ( pow(qt5,2) );
ndqt6 = crg * ( pow(qt6,2) );
TL22 = ndqt * h + TL22;
TL221 = ndqt1 * h + TL221;
TL222 = ndqt2 * h + TL222;
TL223 = ndqt3 * h + TL223;
TL224 = ndqt4 * h + TL224;
TL225 = ndqt5 * h + TL225;
TL226 = ndqt6 * h + TL226;
if (i<=mint1){
ndqti = crg * ( pow(qt1,2) + pow(qt2,2) + pow(qt3,2) + pow(qt4,2) + pow(qt5,2) + pow(qt6,2));
ndqt1i = crg * ( pow(qt1,2) );
ndqt2i = crg * ( pow(qt2,2) );
ndqt3i = crg * ( pow(qt3,2) );
ndqt4i = crg * ( pow(qt4,2) );
ndqt5i = crg * ( pow(qt5,2) );
ndqt6i = crg * ( pow(qt6,2) );
TL22i = ndqti * h + TL22i;
TL221i = ndqt1i * h + TL221i;
TL222i = ndqt2i * h + TL222i;
TL223i = ndqt3i * h + TL223i;
TL224i = ndqt4i * h + TL224i;
TL225i = ndqt5i * h + TL225i;
TL226i = ndqt6i * h + TL226i;
}
if (i>=mint1){
ndqtis = crg * ( pow(qt1,2) + pow(qt2,2) + pow(qt3,2) + pow(qt4,2) + pow(qt5,2) + pow(qt6,2));
ndqt1is = crg * ( pow(qt1,2) );

```

```

ndqt2is = crg * ( pow(qt2,2) );
ndqt3is = crg * ( pow(qt3,2) );
ndqt4is = crg * ( pow(qt4,2) );
ndqt5is = crg * ( pow(qt5,2) );
ndqt6is = crg * ( pow(qt6,2) );
TL22is = ndqtis * h + TL22is;
TL221is = ndqt1is * h + TL221is;
TL222is = ndqt2is * h + TL222is;
TL223is = ndqt3is * h + TL223is;
TL224is = ndqt4is * h + TL224is;
TL225is = ndqt5is * h + TL225is;
TL226is = ndqt6is * h + TL226is;
}
// Fin del calculo de la norma 2

```

```

*****
Calculo qr
*****

```

```

qrp1 = qpd1 - lam1 * qt1;
qrp2 = qpd2 - lam2 * qt2;
qrp3 = qpd3 - lam3 * qt3; // Esta entre -10 y 10 sólo se pasa unas decimas
qrp4 = qpd4 - lam4 * qt4;
qrp5 = qpd5 - lam5 * qt5;
qrp6 = qpd6 - lam6 * qt6;

```

```

qrpp1 = qppd1 - lam1 * qtp1;
qrpp2 = qppd2 - lam2 * qtp2;
qrpp3 = qppd3 - lam3 * qtp3; // Esta entre -10 y 10 sólo se pasa unas decimas
qrpp4 = qppd4 - lam4 * qtp4;
qrpp5 = qppd5 - lam5 * qtp5;
qrpp6 = qppd6 - lam6 * qtp6;

```

```

*****
Seccion de Ley de Adaptación
*****

```

```

ss1 = qtp1 + lam1 * qt1;
ss2 = qtp2 + lam2 * qt2;
ss3 = qtp3 + lam3 * qt3; // MODO DESLIZANTE
ss4 = qtp4 + lam4 * qt4;
ss5 = qtp5 + lam5 * qt5;
ss6 = qtp6 + lam6 * qt6;

```

```

ss[0][0] = ss1;
ss[1][0] = ss2;
ss[2][0] = ss3;
ss[3][0] = ss4;
ss[4][0] = ss5;
ss[5][0] = ss6;

```

```

*****
Función Signo
*****

```

```

if(qrp1 > 0)
signq1 = 1;
else if(qrp1 < 0)
signq1 = -1;
else if(qrp1 == 0)
signq1 = 0;

```

```

if(qrp2 > 0)
signq2 = 1;
else if(qrp2 < 0)
signq2 = -1;
else if(qrp2 == 0)
signq2 = 0;

```

```

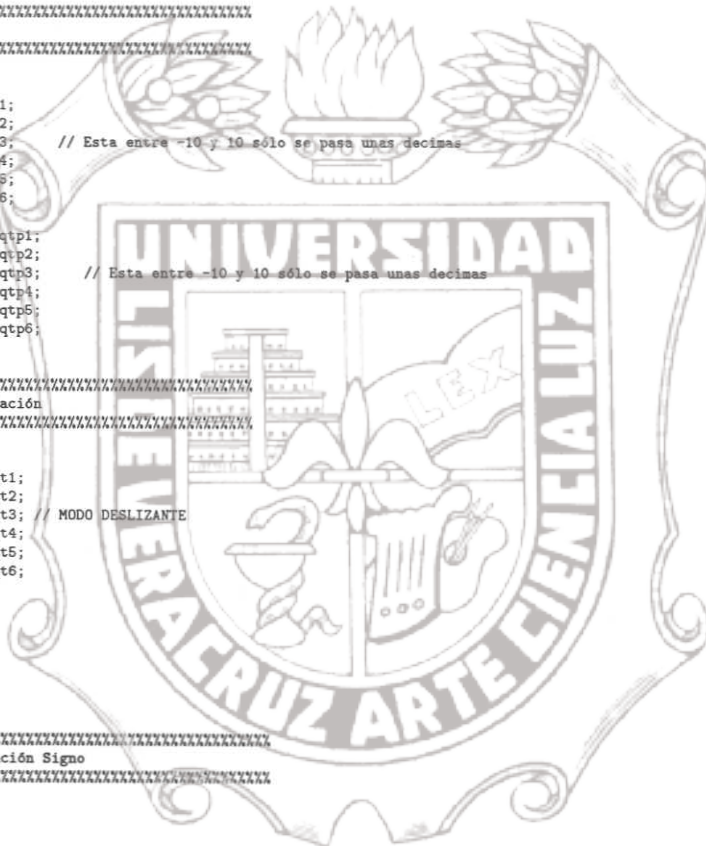
if(qrp3 > 0)
signq3 = 1;
else if(qrp3 < 0)
signq3 = -1;
else if(qrp3 == 0)
signq3 = 0;

```

```

if(qrp4 > 0)
signq4 = 1;
else if(qrp4 < 0)

```



```

signq4 = -1;
else if (qrp4 == 0)
signq4 = 0;

if (qrp5 > 0)
signq5 = 1;
else if (qrp5 < 0)
signq5 = -1;
else if (qrp5 == 0)
signq5 = 0;

if (qrp6 > 0)
signq6 = 1;
else if (qrp6 < 0)
signq6 = -1;
else if (qrp6 == 0)
signq6 = 0;

```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Modulo Dinámico
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

c2q22q3m2q5 = cos(-2*qd5+2*qd3+2*qd2);
c2q22q32q42q5m2q6 = cos(-2*qd6+2*qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3m2q6 = cos(-2*qd6+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3q42q52q6 = cos(2*qd6+2*qd5+2*qd3+2*qd2+qd4);
c2q22q3m4m2q5m2q6 = cos(-2*qd6-2*qd5+2*qd3+2*qd2-qd4);
cm2q42q5m2q6 = cos(-2*qd6+2*qd5-2*qd4);
c2q22q3m2q4m2q52q6 = cos(2*qd6-2*qd4+2*qd3+2*qd2-qd5);
c2q22q32q52q6 = cos(2*qd6+2*qd5+2*qd3+2*qd2);
c2q22q32q4m2q5m2q6 = cos(-2*qd6+2*qd4+2*qd3+2*qd2-qd5);
c5 = cos(qd5);
c2q22q3q4q52q6 = cos(2*qd6+qd5+2*qd3+2*qd2+qd4);
c2q22q3m2q5 = cos(-qd5+2*qd3+2*qd2);
c2q42q5 = cos(2*qd5+2*qd4);
c2q22q32q42q52q6 = cos(2*qd6+2*qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3m2q4q52q6 = cos(2*qd6-2*qd4+2*qd3+2*qd2+qd5);
cm2q42q52q6 = cos(2*qd6+2*qd5-2*qd4);
c2q22q3m2q52q6 = cos(2*qd6-2*qd5+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3m4m5 = cos(-qd5-qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3m4m52q6 = cos(2*qd6-qd5+2*qd3+2*qd2-qd4);
c2q22q32q6 = cos(2*qd6+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3m2q4m2q6 = cos(-2*qd6-2*qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3m2q5m2q6 = cos(-2*qd6-2*qd5+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3m4m5 = cos(qd5-qd4+2*qd3+2*qd2);
cm2q452q6 = cos(2*qd6-2*qd4+qd5);
c2q22q3m4m2q52q6 = cos(2*qd6-2*qd5+2*qd3+2*qd2-qd4);
c2q22q3m2q4m2q5m2q6 = cos(-2*qd6-2*qd5-2*qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q452q6 = cos(2*qd6+2*qd4+qd5);
c2q22q3m2q5m2q6 = cos(-2*qd6-2*qd5+2*qd3+2*qd2+qd4);
c2q22q3m5 = cos(-qd5+qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q52q6 = cos(2*qd6+2*qd5);
c2q22q3m42q5 = cos(2*qd5-qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q22q32q45m2q6 = cos(-2*qd6+2*qd4+2*qd3+2*qd2+qd5);
c2q42q6 = cos(2*qd6+2*qd4);
c2q22q32q452q6 = cos(2*qd6+2*qd4+2*qd3+2*qd2+qd5);
c2q22q32q4m2q6 = cos(-2*qd6+2*qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q6 = cos(2*qd6);
c2q22q32q5 = cos(2*qd5+2*qd3+2*qd2);
c2q5 = cos(2*qd5);
c2q22q3m2q42q5m2q6 = cos(-2*qd6+2*qd5-2*qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3m2q42q6 = cos(2*qd6-2*qd4+2*qd3+2*qd2);
c2q22q3q5 = cos(qd5+2*qd3+2*qd2);
c2q22q32q4m2q52q6 = cos(2*qd6+2*qd4+2*qd3+2*qd2-qd5);
c2q22q345m2q6 = cos(-2*qd6+qd5+2*qd3+2*qd2+qd4);
c23m2q4 = cos(-2*qd4+qd3+qd2);
c232q4 = cos(2*qd4+qd3+qd2);
c232q4m2q5 = cos(-2*qd5+2*qd4+qd3+qd2);
c23m42q5 = cos(2*qd5-qd4+qd3+qd2);
c232q42q5 = cos(2*qd5+2*qd4+qd3+qd2);
c23m2q4m2q5 = cos(-2*qd5-2*qd4+qd3+qd2);
c2342q5 = cos(2*qd5+qd4+qd3+qd2);
c23m4m2q5 = cos(-2*qd5-qd4+qd3+qd2);
c23m2q42q5 = cos(2*qd5-2*qd4+qd3+qd2);
c234m2q5 = cos(-2*qd5+qd4+qd3+qd2);
c23m4m5 = cos(-qd5+qd2+qd3-qd4);
c23m45 = cos(qd5-qd4+qd3+qd2);
c2345 = cos(qd5+qd2+qd3+qd4);
c234m5 = cos(-qd5+qd2+qd3+qd4);
cm2q45m2q6 = cos(-2*qd6-2*qd4+qd5);
c2q22q3m2q45m2q6 = cos(-2*qd6-2*qd4+2*qd3+2*qd2+qd5);
c2q22q3m2q42q5 = cos(2*qd5-2*qd4+2*qd3+2*qd2);
cm2q42q6 = cos(2*qd6-2*qd4);
c2q22q32q42q6 = cos(2*qd6+2*qd4+2*qd3+2*qd2);

```



Instituto de Ingeniería  
Universidad Veracruzana

$c2q22q3m2q4m2q52q6 = \cos(2*qd6-2*qd5-2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q342q5 = \cos(2*qd5+qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q3m4m2q6 = \cos(-2*qd6+qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q32q4m2q52q6 = \cos(2*qd6-2*qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q32q4m2q5m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q34m52q6 = \cos(2*qd6-qd5+2*qd3+2*qd2+qd4);$   
 $c2q22q345 = \cos(qd5+qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q3m2q42q52q6 = \cos(2*qd6+2*qd5-2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q2 = \cos(2*qd2);$   
 $c2q45m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd4+qd5);$   
 $c2q22q3m42q52q6 = \cos(2*qd6+2*qd5+2*qd3+2*qd2-qd4);$   
 $c2q22q32q4 = \cos(2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q3m4m5m2q6 = \cos(-2*qd6-qd5+2*qd3+2*qd2-qd4);$   
 $c2q4 = \cos(2*qd4);$   
 $c2q22q32q4m2q5 = \cos(-2*qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q32q42q5 = \cos(2*qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q3 = \cos(2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q34m2q5 = \cos(-2*qd5+qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q3m452q6 = \cos(2*qd6+qd5+2*qd3+2*qd2-qd4);$   
 $cm2q42q5 = \cos(2*qd5-2*qd4);$   
 $c2q22q3m2q4m2q5 = \cos(-2*qd5-2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd5);$   
 $c2q22q3m2q4 = \cos(-2*qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q3m4m2q5 = \cos(-2*qd5-qd4+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q22q34m5m2q6 = \cos(-2*qd6-qd5+2*qd3+2*qd2+qd4);$   
 $c2q42q5m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd5+2*qd4);$   
 $c2q22q3m2q4m5m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd4+2*qd3+2*qd2-qd5);$   
 $c2q22q32q5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd5+2*qd3+2*qd2);$   
 $c2q42q52q6 = \cos(2*qd6+2*qd5+2*qd4);$   
 $c2q22q3m42q5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd5+2*qd3+2*qd2-qd4);$   
 $c2q22q342q5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd5+2*qd3+2*qd2+qd4);$   
 $c2q22q3q4m2q52q6 = \cos(2*qd6-2*qd5+2*qd3+2*qd2+qd4);$   
 $c23452q6 = \cos(2*qd6+qd5+qd3+qd2+qd4);$   
 $c23m2q42q6 = \cos(2*qd6-2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c23m45 = \cos(qd5+qd2+qd3-qd4);$   
 $c23m4m52q6 = \cos(2*qd6-qd5+qd3+qd2-qd4);$   
 $c23m42q52q6 = \cos(2*qd6+2*qd5+qd3+qd2-qd4);$   
 $c23m4m2q5m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd4+qd3+qd2-qd5);$   
 $c23m2q4m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd4+qd3+qd2-qd5);$   
 $c232q42q5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd5+2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c23m4m5m2q6 = \cos(-2*qd6-qd5+qd3+qd2-qd4);$   
 $c232q4m2q6 = \cos(2*qd6+qd5+qd3+qd2-qd4);$   
 $c23m452q6 = \cos(2*qd6+qd5+qd3+qd2-qd4);$   
 $c232q42q6 = \cos(2*qd6+2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c23m4m52q6 = \cos(2*qd6-2*qd5-qd4+qd3+qd2);$   
 $c234m52q6 = \cos(2*qd6-qd5+qd3+qd2+qd4);$   
 $c2342q52q6 = \cos(2*qd6-2*qd5+qd3+qd2+qd4);$   
 $c2345m2q6 = \cos(-2*qd6+qd5+qd3+qd2+qd4);$   
 $c232q452q6 = \cos(2*qd6+2*qd4+qd5+qd3+qd2);$   
 $c232q4m5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd4+qd3+qd2-qd5);$   
 $c232q4m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c23m2q452q6 = \cos(2*qd6-2*qd4+qd3+qd2+qd5);$   
 $c23m2q4m2q52q6 = \cos(2*qd6-2*qd5-2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c234m2q5m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd5+qd3+qd2-qd4);$   
 $c23m42q5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd5+qd3+qd2-qd4);$   
 $c23m2q42q52q6 = \cos(2*qd6+2*qd5-2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c232q4m2q52q6 = \cos(2*qd6-2*qd5+2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c23m2q4m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c23m45m2q6 = \cos(-2*qd6+qd5+qd3+qd2-qd4);$   
 $c232q4m52q6 = \cos(2*qd6+2*qd4-qd5+qd3+qd2);$   
 $c2342q5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd5+qd3+qd2+qd4);$   
 $c232q4m2q5m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd5+2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c232q42q52q6 = \cos(2*qd6+2*qd5+2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c23m2q4m2q5m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd5-2*qd4+qd3+qd2);$   
 $c23m2q6 = \cos(-2*qd6+qd3+qd2);$   
 $c232q5m2q6 = \cos(-2*qd6+2*qd5+qd3+qd2);$   
 $c23m2q5m2q6 = \cos(-2*qd6-2*qd5+qd3+qd2);$   
 $c232q52q6 = \cos(2*qd6+2*qd5+qd3+qd2);$   
 $c23m2q52q6 = \cos(2*qd6-2*qd5+qd3+qd2);$   
 $c232q6 = \cos(2*qd6+qd3+qd2);$   
 $c23 = \cos(qd2+qd3);$   
 $c234 = \cos(qd2+qd3+qd4);$   
 $c235m2q6 = \cos(-2*qd6+qd3+qd2+qd5);$   
 $c23m42q6 = \cos(2*qd6+qd3+qd2-qd4);$   
 $c23m4m2q6 = \cos(-2*qd6+qd3+qd2-qd4);$   
 $c2342q6 = \cos(2*qd6+qd3+qd2+qd4);$   
 $c235m2q6 = \cos(-2*qd6+qd3+qd2-qd5);$



c23m52q6	= cos(2*qd6+qd3+qd2-qd5);
c2352q6	= cos(2*qd6+qd5+qd3+qd2);
c234m2q6	= cos(-2*qd6+qd3+qd2+qd4);
c23m4	= cos(qd2+qd3-qd4);
c23m5	= cos(qd2+qd3-qd5);
c235	= cos(qd2+qd3+qd5);
cm42q52q6	= cos(2*qd6+2*qd5-qd4);
c42q52q6	= cos(2*qd6+2*qd5+qd4);
cm45m2q6	= cos(-2*qd6+qd5-qd4);
cm452q6	= cos(2*qd6+qd5-qd4);
c45	= cos(qd4+qd5);
cm45	= cos(-qd4+qd5);
c452q6	= cos(2*qd6+qd5+qd4);
c42q5	= cos(2*qd5+qd4);
cm42q5	= cos(2*qd5-qd4);
c45m2q6	= cos(-2*qd6+qd5+qd4);
cm42q5m2q6	= cos(-2*qd6+2*qd5-qd4);
c42q5m2q6	= cos(-2*qd6+2*qd5+qd4);
cm42q6	= cos(2*qd6-qd4);
c4	= cos(qd4);
c42q6	= cos(2*qd6+qd4);
c5m2q6	= cos(-2*qd6+qd5);
c52q6	= cos(2*qd6+qd5);
c2q4m2q5	= cos(-2*qd5+2*qd4);
c4m2q5	= cos(-2*qd5+qd4);
c4m5	= cos(qd4-qd5);
c2q234m5	= cos(-qd5+qd4+qd3+2*qd2);
c34m5	= cos(-qd5+qd4+qd3);
c345	= cos(qd5+qd4+qd3);
c35	= cos(qd5+qd3);
c2q23m45	= cos(qd5-qd4+qd3+2*qd2);
c2q2345	= cos(qd5+qd4+qd3+2*qd2);
c2q235	= cos(qd5+qd3+2*qd2);
cm34m5	= cos(-qd5+qd4-qd3);
c2q23m4m5	= cos(-qd5-qd4+qd3+2*qd2);
cm35	= cos(qd5-qd3);
cm345	= cos(qd5+qd4-qd3);
c2q23m5	= cos(-qd5+qd3+2*qd2);
c2q23	= cos(2*qd2+qd3);
c3	= cos(qd3);
c2m45	= cos(qd5-qd4+qd2);
c245	= cos(qd5+qd4+qd2);
c2m4m5	= cos(-qd5-qd4+qd2);
c24m5	= cos(-qd5+qd4+qd2);
c2 = cos(qd2);	
s35	= sin(qd5+qd3);
s345	= sin(qd5+qd4+qd3);
s2q2q3	= sin(2*qd5+qd3);
s2q2q3q4m5	= sin(-qd5+qd4+qd3+2*qd2);
sm35	= sin(qd5-qd3);
s2q2345	= sin(qd5+qd4+qd3+2*qd2);
s2q23m5	= sin(-qd5+qd3+2*qd2);
s2q23m4m5	= sin(-qd5-qd4+qd3+2*qd2);
sm3m45	= sin(qd5-qd4-qd3);
s3	= sin(qd3);
s2q235	= sin(2*qd2+qd3+qd5);
s2q23m45	= sin(qd5-qd4+qd3+2*qd2);
s3m45	= sin(qd5-qd4+qd3);
s2m45	= sin(qd5-qd4+qd2);
s2m4m5	= sin(-qd5-qd4+qd2);
s24m5	= sin(-qd5+qd4+qd2);
s245	= sin(qd5+qd4+qd2);
sm345	= sin(qd5+qd4-qd3);
s2q235	= sin(qd5+qd3+2*qd2);
s34m5	= sin(-qd5+qd4+qd3);
s2q23m45	= sin(qd5-qd4+qd3+2*qd2);
sm34m5	= sin(-qd5+qd4-qd3);
s2q22q32q4m2q5	= sin(-2*qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q22q34m2q5	= sin(-2*qd5+qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q22q3m2q4	= sin(-2*qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q4m2q5	= sin(-2*qd5+2*qd4);
s2q42q5	= sin(2*qd5+2*qd4);
s2q22q3m42q5	= sin(2*qd5-qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q22q32q4	= sin(2*qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q22q342q5	= sin(2*qd5+qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q22q3m2q5	= sin(-2*qd5+2*qd3+2*qd2);
s2q22q3m2q4m2q5	= sin(-2*qd5-2*qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q22q32q5	= sin(2*qd5+2*qd3+2*qd2);
s2q22q32q42q5	= sin(2*qd5+2*qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q22q3m4m2q5	= sin(-2*qd5-qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q22q3m2q42q5	= sin(2*qd5-2*qd4+2*qd3+2*qd2);



```

s2q5 = sin(2*qd5);
s2q4 = sin(2*qd4);
s2q2q3 = sin(2*qd3+2*qd2);
s2q2q3m5 = sin(-qd5+2*qd3+2*qd2);
s2q2q3m4m5 = sin(-qd5-qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q2q34m5 = sin(-qd5+qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q2q35 = sin(qd5+2*qd3+2*qd2);
s2q2q3m45 = sin(qd5-qd4+2*qd3+2*qd2);
s2q2q345 = sin(qd5+qd4+2*qd3+2*qd2);
s5 = sin(qd5);
s2q2 = sin(2*qd2);
s23m4m2q5 = sin(-2*qd5-qd4+qd3+qd2);
s23m2q4m2q5 = sin(-2*qd5-2*qd4+qd3+qd2);
s23m2q5 = sin(-2*qd5+qd3+qd2);
s232q4 = sin(2*qd4+qd3+qd2);
s234m2q5 = sin(-2*qd5+qd4+qd3+qd2);
s23m2q42q5 = sin(2*qd5-2*qd4+qd3+qd2);
s23m42q5 = sin(2*qd5-qd4+qd3+qd2);
s232q42q5 = sin(2*qd5+2*qd4+qd3+qd2);
s23m4m5 = sin(-qd5+qd2+qd3-qd4);
s23m5 = sin(qd2+qd3-qd5);
s2342q5 = sin(2*qd5+qd4+qd3+qd2);
s232q5 = sin(2*qd5+qd3+qd2);
s23m4 = sin(qd2+qd3-qd4);
s232q4m2q5 = sin(-2*qd5+2*qd4+qd3+qd2);
s23m2q4 = sin(-2*qd4+qd5+qd2);
s234 = sin(qd2+qd3+qd4);
s23 = sin(qd2+qd3);
s2345 = sin(qd5+qd2+qd3+qd4);
s23m45 = sin(qd5-qd4+qd3+qd2);
s235 = sin(qd2+qd3+qd5);
s234m5 = sin(-qd5+qd2+qd3+qd4);
s4m2q5 = sin(-2*qd5+qd4);
s45 = sin(qd4+qd5);
s4m5 = sin(qd4-qd5);
s42q5 = sin(2*qd5+qd4);
s4 = sin(qd4);
s23 = sin(qd2+qd3);
s23m45 = sin(qd5+qd2+qd3-qd4);
s23m4m5 = sin(-qd5+qd2+qd3-qd4);
s2345 = sin(qd5+qd2+qd3+qd4);
s234m5 = sin(-qd5+qd2+qd3+qd4);
s235 = sin(qd2+qd3+qd5);
s23m5 = sin(qd2+qd3-qd5);

// Datos de la Matriz de Inercia
w1 = (0.0625*c2q5+0.0938*c2q2q3m2q5+0.0625*c2q2q3m42q5+0.0625*c2q2q3+0.0156*c2q2q3m2q42q5-
0.0313*c2q2q3m2q4-0.0625*c2q2q3m4m2q5+0.0156*c2q2q3q4m2q5+0.0156*c2q2q3m2q4m2q5+
0.0625*c2q4+0.0156*c2q2q3q42q5-0.0313*c2q42q5-0.0938*c2q2q32q5-
0.0313*c2q2q3q4+0.0625*c2q2q3q42q5-0.0313*c2q4m2q5-0.0625*c2q2q3m2q5+0.6875);
w2 = (0.5*s35+0.25*s345+0.5*s2q23m5+0.5*s2q235+0.25*sm345-0.25*s34m5+
0.25*s2q2345-0.5*sm35+
0.25*s2q23m45-0.25*s2q23m4m5-0.25*s2q2q3q4m2q5-0.25*sm34m5);
w3 = (0.25*c2q22q3m4m5+0.25*c2q22q3m5-0.5*c2q22q3m5-0.5*c2q22q3q5+c5-0.25*c2q22q3m45-
0.25*c2q22q345);
w4 = (0.1250*c2q22q3m4m2q5-0.1250*c2q22q3-0.1875*c2q22q3m2q5-0.1250*c2q22q3q42q5-
0.0313*c2q22q3m2q4m2q5-0.1250*c2q5+0.1250*c2q22q3m2q5-0.1250*c2q4+0.6250+0.0625*c2q22q3m2q4-
0.1250*c2q22q3m4m2q5-0.0313*c2q22q3m2q42q5+0.0625*c2q22q3q4+0.0625*c2q42q5-
0.0313*c2q22q3q4m2q5-0.1875*c2q22q3q2q5-0.0313*c2q22q3q42q5+0.0625*c2q4m2q5);
w5 = (s3+s2q2q3);
w6 = (0.1875*c2q22q3m2q5+0.0625*c2q22q3m2q4+0.1875*c2q22q3q2q5+0.0313*c2q22q3q4m2q5-0.1250*c2q4+
0.0313*c2q22q3m2q42q5+0.0313*c2q22q3q42q5+0.1250*c2q22q3q42q5+0.0625*c2q22q3q4+
0.1250*c2q22q3m2q5+0.1250*c2q5-0.1250*c2q22q3m4m2q5-0.1250*c2q22q3m2q5-0.0625*c2q42q5-
0.1250*c2q22q3+0.6250+0.0313*c2q22q3m2q4m2q5-0.0625*c2q4m2q5);
w7 = (0.1250*c2q22q3m2q4+0.1250*c2q22q3q4+0.25*c2q22q3+0.75-0.25*c2q4);
w8 = (-0.1250*c2q22q3m2q4+0.25*c2q22q3+0.25*c2q4-0.1250*c2q22q3q4+0.75);
w9 = (-0.5*c2q22q3+0.5);
w10 = (0.5*c2q22q3+0.5);
w11 = (0.5+0.5*c2q2);
w12 = (0.5-0.5*c2q2);
w13 = (0.0625*c23m4m2q5+0.0625*c23m2q4-0.0625*c234m2q5-0.0313*c23m2q4m2q5-0.0625*c232q4-
0.0625*c23m42q5-0.0313*c23m2q42q5+0.0313*c232q42q5+0.0625*c2342q5+0.0313*c232q4m2q5);
w14 = (-0.25*s2m45-0.25*s24m5+0.25*s24m5+0.25*s245);
w15 = (-0.25*c23m4m5+0.25*c234m5-0.25*c2345+0.25*c23m45);
w16 = (-0.1250*c23m2q4+0.0625*c23m2q42q5+0.0625*c23m2q4m2q5-0.0625*c232q4m2q5-0.1250*c23m4m2q5+
0.1250*c234m2q5+0.1250*c23m42q5-0.0625*c232q42q5-0.1250*c2342q5+0.1250*c232q4);
w17 = (-0.0625*c23m2q42q5-0.1250*c23m2q4-0.1250*c234m2q5-0.1250*c23m42q5+0.1250*c2342q5+0.1250*c232q4+
0.0625*c232q4m2q5-0.0625*c23m2q4m2q5+0.0625*c232q42q5+0.1250*c23m4m2q5);
w18 = (0.25*c232q4-0.25*c23m2q4);
w19 = (0.25*c23m2q4-0.25*c232q4);
w20 = (-0.0625*c23m42q5+0.0625*c234m2q5-0.0625*c2342q5+0.0625*c234m2q5-0.1250*c232q5-0.1250*c23m2q5-
0.75*c23);
w21 = (0.25*s24m5-0.25*s245-0.25*s24m5+0.25*s24m5);
w22 = (0.25*c2345-0.25*c234m5-0.25*c234m5+0.25*c2345);
    
```

v23 = (0.1250\*c23m42q5-0.1250\*c23m4m2q5+0.1250\*c2342q5+0.25\*c232q5+0.25\*c23m2q5-0.1250\*c234m2q5-0.5\*c23);  
 v24 = (-0.5\*c23-0.1250\*c23m42q5+0.1250\*c234m2q5-0.25\*c232q5-0.1250\*c2342q5+0.1250\*c234m2q5-0.25\*c23m2q5);  
 v25 = (-0.25\*s245-0.25\*s24m5+0.25\*s2m45+0.25\*s2m4m5);  
 v26 = (0.25\*c234-0.25\*c23m4);  
 v27 = (0.25\*c234m5-0.25\*c23m4m5+0.25\*c2345-0.25\*c23m45);  
 v28 = (0.5\*c234-0.5\*c23m4);  
 v29 = (-0.5\*c23m5-0.5\*c235+0.25\*c234m5-0.25\*c2345+0.25\*c234m5-0.25\*c23m45);  
 v30 = (-0.1250\*c2q5-0.1250\*c2q4+0.6250+0.0625\*c2q42q5+0.0625\*c2q4m2q5);  
 v31 = (0.5\*s345-0.5\*sm34m5-sm35+0.5\*sm345+s35-0.5\*s34m5);  
 v32 = (0.25\*c2q4-0.1250\*c2q42q5+0.75-0.1250\*c2q4m2q5+0.25\*c2q5);  
 v33 = (0.1250\*c2q4m2q5+0.75-0.25\*c2q5+0.1250\*c2q42q5+0.25\*c2q4);  
 v34 = (0.5\*c2q4+0.5);  
 v35 = (0.5-0.5\*c2q4);  
 v36 = (0.5\*s35+0.25\*s345-0.25\*sm34m5-0.25\*s34m5-0.5\*sm35+0.25\*sm345);  
 v37 = (0.1250\*c4m2q5-0.1250\*c42q5);  
 v38 = (-0.25\*s34m5+0.25\*sm34m5-0.25\*sm345+0.25\*s345);  
 v39 = (0.5\*c45-0.5\*c4m5);  
 v40 = (-0.25\*c4m2q5+0.25\*c42q5);  
 v41 = (-0.25\*c42q5+0.25\*c4m2q5);  
 v42 = (-0.25\*sm345+0.25\*s345+0.25\*s34m5+0.5\*s35+0.5\*sm35-0.25\*sm34m5);  
 v43 = (0.5\*c45+0.5\*c4m5);  
 v44 = (-0.5\*c45+0.5\*c4m5);  
 v45 = (0.5\*c4m5+0.5\*c45);  
 v46 = (0.25\*c2q5+0.75);  
 v47 = (0.5-0.5\*c2q5);  
 v48 = (0.5+0.5\*c2q5);  
 v50 = (-0.0156\*qp2\*s2q22q32q4m2q5+0.0313\*qp4\*s2q22q34m2q5+0.0313\*qp3\*s2q22q3m2q4+0.0313\*qp4\*s2q24m2q5+0.0313\*qp4\*s2q42q5-0.0625\*qp3\*s2q22q3m2q42q5+0.0313\*qp3\*s2q22q32q4-0.0625\*qp3\*s2q22q342q5-0.0938\*qp3\*s2q22q3m2q5+0.0625\*qp3\*s2q22q34m2q5+0.0938\*qp5\*s2q22q3m2q5-0.0156\*qp2\*s2q22q3m2q42q5+0.0313\*qp5\*s2q22q32q42q5-0.0156\*qp3\*s2q22q32q4m2q5-0.0938\*qp3\*s2q22q3q5+0.0313\*qp5\*s2q42q5-0.0156\*qp5\*s2q22q3m4m2q5-0.0156\*qp5\*s2q22q3m42q5-0.0625\*qp2\*s2q22q3m42q5-0.0156\*qp3\*s2q22q3m2q42q5-0.0625\*qp2\*s2q22q3m2q42q5+0.0313\*qp5\*s2q22q32q5+0.0313\*qp2\*s2q22q3m2q4-0.0156\*qp3\*s2q22q3m2q42q5+0.0156\*qp4\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0625\*qp2\*s2q22q3m4m2q5+0.0625\*qp2\*s2q22q34m2q5+0.0625\*qp3\*s2q22q3m2q5-0.0625\*qp4\*s2q4+0.0313\*qp4\*s2q22q32q4-0.0625\*qp3\*s2q22q3-0.0156\*qp2\*s2q22q32q42q5-0.0313\*qp4\*s2q22q342q5-0.0938\*qp2\*s2q22q32q5-0.0938\*qp2\*s2q22q3m2q42q5-0.0625\*qp2\*s2q22q3-0.0938\*qp2\*s2q22q32q5-0.0156\*qp2\*s2q22q3m2q42q5-0.0625\*qp2\*s2q22q342q5-0.0625\*qp5\*s2q22q3m42q5-0.0625\*qp5\*s2q22q34m2q5+0.0156\*qp5\*s2q22q3m2q42q5-0.0156\*qp4\*s2q22q32q42q5-0.0156\*qp4\*s2q22q32q42q5-0.0625\*qp5\*s2q22q342q5+0.0156\*qp4\*s2q22q342q5-0.0156\*qp4\*s2q22q3m2q42q5+0.0313\*qp4\*s2q22q3m2q4+0.0313\*qp4\*s2q22q3m2q42q5-0.0313\*qp4\*s2q22q3m4m2q5);  
 v51 = (0.1250\*qp4\*s2q234m5+0.1250\*qp5\*c34m5+0.1250\*qp3\*s345+0.25\*qp5\*s35+0.1250\*qp5\*c2q23m45+0.1250\*qp5\*c2q2345+0.25\*qp5\*c2q235+0.1250\*qp5\*cm34m5+0.1250\*qp5\*c2q23m4m5-0.25\*qp5\*cm35-0.1250\*qp3\*cm345+0.1250\*qp3\*c345-0.1250\*qp3\*c34m5-0.25\*qp5\*c2q23m5+0.1250\*qp3\*c2q23m5+0.1250\*qp4\*cm345+0.1250\*qp4\*c345-0.1250\*qp4\*c34m5-0.1250\*qp4\*c2q2345+0.1250\*qp4\*c2q234m5+0.1250\*qp3\*cm34m5+0.25\*qp3\*c35-0.25\*qp2\*c2q234m5+0.5\*qp2\*c2q235+0.25\*qp2\*c2q2345+0.25\*qp2\*c2q23m45-0.25\*qp2\*c2q23m5+0.5\*qp2\*c2q23m5+0.25\*qp3\*c2q235+0.1250\*qp3\*c2q2345+0.25\*qp3\*cm35+0.1250\*qp5\*cm345-0.1250\*qp4\*cm34m5+0.1250\*qp4\*c2q2345-0.1250\*qp4\*c2q234m5);  
 v52 = (0.5\*qp3\*s2q22q3m5-0.25\*qp2\*s2q22q3m4m5-0.25\*qp2\*s2q22q34m5-0.25\*qp3\*s2q22q3m5+0.25\*qp3\*s2q22q35+0.25\*qp3\*s2q22q3m45+0.5\*qp2\*s2q22q35+0.1250\*qp5\*s2q22q34m5+0.25\*qp2\*s2q22q3m45+0.25\*qp3\*s2q22q345-0.1250\*qp4\*s2q22q3m45+0.1250\*qp4\*s2q22q345+0.5\*qp2\*s2q22q3m5+0.1250\*qp5\*s2q22q3m4m5+0.1250\*qp4\*s2q22q3m4m5-0.1250\*qp4\*s2q22q34m5+0.25\*qp2\*s2q22q35-0.25\*qp5\*s2q22q35-0.5\*qp5\*s2q22q35+0.1250\*qp5\*s2q22q345+0.25\*qp5\*s2q22q3m5);  
 v53 = (0.0313\*qp2\*s2q22q32q4m2q5-0.0625\*qp4\*s2q22q34m2q5-0.0625\*qp3\*s2q22q3m2q4-0.0625\*qp4\*s2q4m2q5-0.0625\*qp4\*s2q42q5+0.1250\*qp3\*s2q22q3m42q5-0.0625\*qp3\*s2q22q32q4+0.1250\*qp3\*s2q22q342q5+0.1875\*qp3\*s2q22q3m2q5-0.1250\*qp3\*s2q22q34m2q5-0.1875\*qp5\*s2q22q3m2q5+0.0313\*qp2\*s2q22q3m2q42q5-0.0625\*qp2\*s2q22q32q4+0.0313\*qp5\*s2q22q32q42q5-0.0313\*qp5\*s2q22q32q4m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q32q4m2q5+0.1250\*qp5\*s2q22q3m4m2q5+0.1250\*qp2\*s2q22q3m42q5+0.0313\*qp3\*s2q22q3m2q4m2q5+0.1250\*qp5\*s2q5+0.0625\*qp5\*s2q4m2q5+0.1875\*qp5\*s2q22q32q5-0.0625\*qp2\*s2q22q3m2q42q5-0.0313\*qp3\*s2q22q3m2q42q5-0.0313\*qp3\*s2q22q32q42q5-0.1250\*qp2\*s2q22q3m2q42q5-0.1250\*qp2\*s2q22q342q5+0.1250\*qp4\*s2q22q342q5+0.0313\*qp3\*s2q22q342q5+0.1250\*qp5\*s2q22q34m2q5-0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q342q5+0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q342q5+0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q342q5+0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q342q5+0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q342q5);

0.0313\*qp4\*s2q22q32q4m2q5+0.0313\*qp4\*s2q22q32q42q5+0.1250\*qp5\*s2q22q342q5-  
0.0313\*qp4\*s2q22q3m2q42q5+0.0625\*qp4\*s2q22q3m2q4-0.0625\*qp4\*s2q22q3m42q5+  
0.0625\*qp4\*s2q22q3m42q5);  
w54 = (qp2\*c2q23+0.5\*qp3\*c3+0.5\*qp3\*c2q23);  
w55 = (-0.0313\*qp2\*s2q22q32q4m2q5+0.0625\*qp4\*s2q22q34m2q5-0.0625\*qp3\*s2q22q3m2q4+  
0.0625\*qp4\*s2q4m2q5+0.0625\*qp4\*s2q42q5-0.1250\*qp3\*s2q22q3m42q5-  
0.0625\*qp3\*s2q22q32q4-  
0.1250\*qp3\*s2q22q342q5-0.1875\*qp3\*s2q22q3m2q5+0.1250\*qp3\*s2q22q34m2q5+  
0.1875\*qp5\*s2q22q3m2q5-0.0313\*qp2\*s2q22q3m2q4m2q5-0.0625\*qp2\*s2q22q32q4-  
0.0313\*qp3\*s2q22q32q4m2q5-0.1875\*qp3\*s2q22q32q5+0.0625\*qp5\*s2q42q5-  
0.0313\*qp5\*s2q22q32q42q5+0.0313\*qp5\*s2q22q32q4m2q5-0.1250\*qp5\*s2q22q3m4m2q5-  
0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q42q5-0.1250\*qp2\*s2q22q3m42q5-0.0313\*qp3\*s2q22q3m2q4m2q5-  
0.1250\*qp5\*s2q5-0.0625\*qp5\*s2q4m2q5-0.1875\*qp5\*s2q22q32q5-0.0625\*qp2\*s2q22q3m2q4-  
0.0313\*qp3\*s2q22q3m2q42q5+0.0313\*qp4\*s2q22q3m2q4m2q5+0.1250\*qp2\*s2q22q3m4m2q5+  
0.1250\*qp2\*s2q22q34m2q5+0.1250\*qp3\*s2q22q3m4m2q5+0.1250\*qp4\*s2q4-  
0.0625\*qp4\*s2q22q32q4+  
0.1250\*qp3\*s2q22q3-0.0313\*qp2\*s2q22q32q42q5-0.0625\*qp4\*s2q22q342q5-  
0.1875\*qp2\*s2q22q32q5-0.1250\*qp2\*s2q22q3-0.1875\*qp2\*s2q22q32q5-  
0.0313\*qp2\*s2q22q3m2q42q5-0.1250\*qp2\*s2q22q342q5-0.1250\*qp5\*s2q22q3m42q5-  
0.0313\*qp3\*s2q22q32q42q5-0.1250\*qp5\*s2q22q34m2q5+0.0313\*qp5\*s2q22q3m2q4m2q5-  
0.0313\*qp4\*s2q22q32q4m2q5-0.0313\*qp4\*s2q22q32q42q5-0.1250\*qp5\*s2q22q342q5+  
0.0313\*qp4\*s2q22q3m2q42q5+  
0.0625\*qp4\*s2q22q3m2q4+0.0625\*qp4\*s2q22q3m42q5-0.0625\*qp4\*s2q22q3m4m2q5);  
w56 = (-0.1250\*qp3\*s2q22q3m2q4-0.25\*qp2\*s2q22q3-0.1250\*qp3\*s2q22q32q4-  
0.1250\*qp2\*s2q22q3m2q4-  
0.1250\*qp2\*s2q22q32q4+0.1250\*qp4\*s2q22q3m2q4-0.1250\*qp4\*s2q22q32q4+0.25\*qp4\*s2q4-  
0.25\*qp3\*s2q22q3);  
w57 = (0.1250\*qp4\*s2q22q32q4+0.1250\*qp3\*s2q22q32q4+0.1250\*qp2\*s2q22q3m2q4+  
0.1250\*qp3\*s2q22q3m2q4-  
0.25\*qp3\*s2q22q3-0.1250\*qp4\*s2q22q3m2q4-0.25\*qp4\*s2q4-0.25\*qp2\*s2q22q3+  
0.1250\*qp2\*s2q22q32q4);  
w58 = (0.5\*qp3\*s2q22q3+0.5\*qp2\*s2q22q3);  
w59 = (-0.5\*qp2\*s2q22q3-0.5\*qp3\*s2q22q3);  
w60 = 0.5\*qp2\*s2q2;  
w61 = (-0.0625\*qp2\*s23m4m2q5+0.0313\*qp3\*s23m2q4m2q5+0.0625\*qp4\*s23m2q5-  
0.0313\*qp5\*s23m2q4m2q5+0.0625\*qp2\*s232q4-0.0625\*qp5\*s234m2q5+0.0313\*qp5\*s23m2q42q5+  
0.0625\*qp5\*s23m42q5-0.0313\*qp5\*s232q42q5-0.1250\*qp6\*s23m4m5+  
0.25\*qp6\*s23m5-0.0625\*qp5\*s2342q5+0.0625\*qp5\*s234m2q5-0.0625\*qp2\*s2342q5-  
0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q42q5-0.0625\*qp1\*s2q22q3-0.0938\*qp1\*s2q22q3m2q5+  
0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4+0.0625\*qp1\*s2q22q3m4m2q5-0.0625\*qp1\*s2q22q342q5-  
0.0313\*qp3\*s232q42q5+0.0625\*qp4\*s232q5+0.1250\*qp5\*s23m4+0.0313\*qp5\*s232q4m2q5-  
0.0625\*qp3\*s23m4m2q5+0.0313\*qp1\*s2q22q32q4+0.0625\*qp4\*s23m2q4+0.0625\*qp3\*s23m42q5-  
0.1250\*qp5\*s234+0.3750\*qp4\*s23-0.0625\*qp3\*s23m2q4-  
0.0625\*qp2\*s23m2q4+0.0625\*qp3\*s234m2q5+0.0313\*qp2\*s23m2q4m2q5+0.0625\*qp3\*s232q4+  
0.0625\*qp2\*s234m2q5+0.0625\*qp2\*s2342q5-0.0313\*qp2\*s232q42q5-0.0313\*qp2\*s232q4m2q5-  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m42q5-0.0938\*qp1\*s2q22q32q5-  
0.0156\*qp1\*s2q22q32q42q5+0.1250\*qp6\*s2345+0.1250\*qp6\*s234m5+0.0625\*qp1\*s2q22q34m2q5+  
0.0313\*qp3\*s23m2q42q5-0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+0.25\*qp6\*s235-0.1250\*qp6\*s234m5-  
0.0313\*qp4\*s232q4m2q5-0.0313\*qp3\*s232q4m2q5-  
0.0625\*qp3\*s2342q5-0.0156\*qp1\*s2q22q32q4m2q5+0.0625\*qp4\*s232q4-  
0.0313\*qp4\*s23m2q4m2q5-  
0.0313\*qp4\*s23m2q42q5-0.0313\*qp4\*s232q42q5+0.0313\*qp2\*s23m2q42q5);  
w62 = (-0.25\*qp2\*c2m45-0.25\*qp1\*c2q234m5+0.25\*qp1\*c2q234m5+0.5\*qp1\*c2q23m5+  
0.25\*qp2\*c245-  
0.25\*qp1\*c2q23m4m5+0.25\*qp2\*c2m4m5+0.5\*qp1\*c2q235-0.25\*qp2\*c24m5+  
0.25\*qp1\*c2q2345);  
w63 = (0.25\*qp3\*s2345-0.25\*qp3\*s23m45-0.25\*qp2\*s23m45+0.25\*qp2\*s2345+0.25\*qp3\*s23m4m5-  
0.25\*qp2\*s234m5+0.25\*qp1\*s2q22q3m45-0.25\*qp1\*s2q22q3m4m5+0.5\*qp1\*s2q22q35-  
0.25\*qp3\*s234m5-0.25\*qp1\*s2q22q34m5+0.5\*qp1\*s2q22q3m5+0.25\*qp1\*s2q22q345+  
0.25\*qp2\*s23m4m5);  
w64 = (0.1250\*qp2\*s23m4m2q5-0.0625\*qp3\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp4\*s23m2q5+  
0.0625\*qp5\*s23m2q4m2q5-  
0.1250\*qp2\*s232q4+0.1250\*qp5\*s234m2q5-0.0625\*qp5\*s23m2q42q5-0.1250\*qp5\*s23m42q5+  
0.0625\*qp5\*s232q42q5+0.1250\*qp5\*s2342q5-0.1250\*qp5\*s23m4m2q5+  
0.1250\*qp2\*s2342q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q42q5+0.1250\*qp1\*s2q22q3+  
0.1875\*qp1\*s2q22q3m2q5-  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q4-0.1250\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+0.1250\*qp1\*s2q22q342q5+  
0.0625\*qp3\*s232q42q5-0.1250\*qp4\*s232q5+  
0.25\*qp5\*s23m4-0.0625\*qp5\*s232q4m2q5+0.1250\*qp3\*s23m4m2q5-0.0625\*qp1\*s2q22q32q4-  
0.1250\*qp4\*s23m2q4-0.1250\*qp3\*s23m42q5-0.25\*qp5\*s234+0.25\*qp4\*s23+0.1250\*qp3\*s23m2q4+  
0.1250\*qp2\*s23m2q4-0.1250\*qp3\*s234m2q5-  
0.0625\*qp2\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp3\*s232q4-0.1250\*qp2\*s234m2q5-0.1250\*qp2\*s23m42q5+  
0.0625\*qp2\*s232q42q5+0.0625\*qp2\*s232q4m2q5+0.1250\*qp1\*s2q22q3m42q5+  
0.1875\*qp1\*s2q22q32q5+0.0313\*qp1\*s2q22q32q42q5-0.1250\*qp1\*s2q22q34m2q5-  
0.0625\*qp3\*s23m2q42q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0625\*qp4\*s232q4m2q5+  
0.0625\*qp3\*s232q4m2q5+0.1250\*qp3\*s2342q5+0.0313\*qp1\*s2q22q32q4m2q5-0.1250\*qp4\*s232q4+  
0.0625\*qp4\*s23m2q4m2q5+0.0625\*qp4\*s23m2q42q5+  
0.0625\*qp4\*s232q42q5-0.0625\*qp2\*s23m2q42q5);  
w65 = (-0.1250\*qp2\*s23m4m2q5+0.0625\*qp3\*s23m2q4m2q5+0.1250\*qp4\*s23m2q5-  
0.0625\*qp5\*s23m2q4m2q5-  
0.1250\*qp2\*s232q4-0.1250\*qp5\*s234m2q5+0.0625\*qp5\*s23m2q42q5+0.1250\*qp5\*s23m42q5-  
0.0625\*qp5\*s232q42q5-0.1250\*qp5\*s2342q5+0.1250\*qp5\*s234m2q5-  
0.1250\*qp2\*s2342q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q42q5+0.1250\*qp1\*s2q22q3-  
0.1875\*qp1\*s2q22q3m2q5-





0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q4+0.1250\*qp1\*s2q22q3m4m2q5-0.1250\*qp1\*s2q22q342q5-  
 0.0625\*qp3\*s232q42q5+0.1250\*qp4\*s232q5+0.25\*qp5\*s23m4+  
 0.0625\*qp5\*s232q4m2q5-0.1250\*qp3\*s23m4m2q5-0.0625\*qp1\*s2q22q32q4-0.1250\*qp4\*s23m2q4+  
 0.1250\*qp3\*s23m42q5-0.25\*qp5\*s234+0.25\*qp4\*s23+0.1250\*qp3\*s23m2q4+0.1250\*qp2\*s23m2q4+  
 0.1250\*qp3\*s234m2q5+0.0625\*qp2\*s23m2q4m2q5-  
 0.1250\*qp3\*s232q4+0.1250\*qp2\*s234m2q5+0.1250\*qp2\*s23m42q5-0.0625\*qp2\*s232q42q5-  
 0.0625\*qp2\*s232q4m2q5-0.1250\*qp1\*s2q22q3m42q5-0.1875\*qp1\*s2q22q32q5-  
 0.0313\*qp1\*s2q22q32q42q5+0.1250\*qp1\*s2q22q34m2q5+0.0625\*qp3\*s23m2q42q5-  
 0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5-0.0625\*qp4\*s232q4m2q5-0.0625\*qp3\*s232q4m2q5-  
 0.1250\*qp3\*s2342q5-0.0313\*qp1\*s2q22q32q4m2q5-0.1250\*qp4\*s232q4-0.0625\*qp4\*s23m2q4m2q5-  
 0.0625\*qp4\*s23m2q42q5-0.0625\*qp4\*s232q42q5+0.0625\*qp2\*s23m2q42q5);  
 w66 = qp1\*c2q23;  
 w67 = (-0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q4-0.25\*qp2\*s232q4-0.25\*qp4\*s232q4-0.25\*qp1\*s2q22q3-  
 0.1250\*qp1\*s2q22q32q4-0.25\*qp3\*s232q4+0.25\*qp3\*s23m2q4+0.5\*qp4\*s23-  
 0.25\*qp4\*s23m2q4+0.25\*qp2\*s23m2q4);  
 w68 = (0.25\*qp4\*s23m2q4+0.1250\*qp1\*s2q22q32q4-0.25\*qp1\*s2q22q3+0.5\*qp4\*s23-  
 0.25\*qp2\*s23m2q4+0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q4-0.25\*qp3\*s23m2q4+0.25\*qp2\*s232q4+  
 0.25\*qp4\*s232q4+0.25\*qp3\*s232q4);  
 w69 = 0.5\*qp1\*s2q2;  
 w70 = 0.5\*qp1\*s2q22q3;  
 w71 = (0.1250\*qp1\*c345+0.25\*qp1\*c2q23m5+0.25\*qp1\*cm35+0.1250\*qp1\*c2q23m45+  
 0.25\*qp1\*c2q235+  
 0.1250\*qp1\*c2q2345-0.1250\*qp1\*c34m5-0.1250\*qp1\*cm345+0.25\*qp1\*c35-  
 0.1250\*qp1\*c2q23m4m5+  
 0.1250\*qp1\*cm34m5-0.1250\*qp1\*c2q234m5);  
 w72 = (0.5\*qp1\*c3+0.5\*qp1\*c2q23);  
 w73 = (0.0625\*qp4\*s2342q5+0.3750\*qp3\*s23+0.3750\*qp2\*s23-0.0313\*qp3\*s23m2q4m2q5+  
 0.0625\*qp2\*s232q4+0.0625\*qp5\*s234m2q5+0.0625\*qp5\*s23m42q5+0.1250\*qp6\*s23m4m5+  
 0.0625\*qp5\*s2342q5+0.0625\*qp5\*s23m4m2q5+0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q42q5-  
 0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4-0.0313\*qp1\*s2q22q3m4m2q5-0.0313\*qp1\*s2q22q342q5-  
 0.0313\*qp3\*s232q42q5-0.1250\*qp5\*s23m4+0.0313\*qp1\*s2q22q32q4-0.1250\*qp5\*s234+  
 0.0625\*qp3\*s23m2q4+0.0625\*qp2\*s23m2q4-0.0313\*qp2\*s23m2q4m2q5+  
 0.0625\*qp3\*s232q4-0.0313\*qp2\*s232q42q5-0.0313\*qp2\*s232q4m2q5+  
 0.0313\*qp1\*s2q22q3m42q5-  
 0.0156\*qp1\*s2q22q32q42q5+0.1250\*qp6\*s2345-0.1250\*qp6\*s23m45+  
 0.0313\*qp1\*s2q22q34m2q5-  
 0.0313\*qp3\*s23m2q42q5+0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5-  
 0.1250\*qp6\*s234m5-0.0313\*qp3\*s232q4m2q5-0.0156\*qp1\*s2q22q32q4m2q5-  
 0.0625\*qp4\*s23m42q5-  
 0.0625\*qp4\*s234m2q5+0.1250\*qp5\*s232q5-0.1250\*qp5\*s23m2q5+0.0625\*qp3\*s232q5+  
 0.0625\*qp3\*s23m2q5+0.0313\*qp1\*s2q4m2q5+0.0625\*qp2\*s232q5+  
 0.0625\*qp4\*s23m4m2q5+0.0313\*qp1\*s2q42q5+0.0625\*qp2\*s23m2q5-0.0625\*qp1\*s2q4-  
 0.0313\*qp2\*s23m2q42q5);  
 w74 = (0.1250\*qp1\*c2q2345-0.25\*qp5\*c24m5+0.1250\*qp1\*c2q234m5+0.1250\*qp1\*cm345+  
 0.1250\*qp1\*c345-  
 0.1250\*qp1\*c2q23m45-0.25\*qp5\*c245-  
 0.25\*qp4\*c245+0.25\*qp4\*c2m45-0.25\*qp5\*c2m4m5+0.25\*qp4\*c24m5+0.1250\*qp1\*cm34m5-  
 0.1250\*qp1\*c34m5-0.25\*qp4\*c2m4m5-0.25\*qp5\*c2m45-0.1250\*qp1\*c2q234m5);  
 w75 = (-0.1250\*qp1\*s2q22q3m45-0.25\*qp5\*s23m45-0.25\*qp4\*s23m4m5-0.25\*qp5\*s23m4m5-  
 0.25\*qp4\*s2345-0.1250\*qp1\*s2q22q34m5+0.25\*qp4\*s2345+0.1250\*qp1\*s2q22q34m5+  
 0.25\*qp4\*s23m45-0.25\*qp5\*s2345-0.25\*qp5\*s234m5+0.1250\*qp1\*s2q22q345+  
 w76 = (-0.1250\*qp4\*s2342q5+0.25\*qp3\*s23-0.25\*qp2\*s23+0.0625\*qp3\*s23m2q4m2q5-  
 0.1250\*qp2\*s232q4-  
 0.1250\*qp5\*s234m2q5-0.1250\*qp5\*s23m42q5-0.1250\*qp5\*s2342q5-0.1250\*qp5\*s234m2q5-  
 0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q42q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q4+  
 0.0625\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q342q5-0.0625\*qp3\*s232q42q5-  
 0.25\*qp5\*s23m4-0.0625\*qp1\*s2q22q32q4-0.25\*qp5\*s234-0.1250\*qp3\*s23m2q4-  
 0.1250\*qp2\*s23m2q4-0.0625\*qp2\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp3\*s232q4-0.0625\*qp2\*s232q42q5-  
 0.0625\*qp2\*s232q4m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3m42q5-0.0313\*qp1\*s2q22q32q42q5+  
 0.0625\*qp1\*s2q22q34m2q5+0.0625\*qp3\*s23m2q42q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+  
 0.0625\*qp3\*s232q4m2q5+0.0313\*qp1\*s2q22q32q4m2q5+0.1250\*qp4\*s23m42q5+  
 0.1250\*qp4\*s234m2q5-0.25\*qp5\*s232q5+0.25\*qp5\*s23m2q5-0.1250\*qp3\*s232q5-  
 0.1250\*qp3\*s23m2q5-0.0625\*qp1\*s2q4m2q5-0.1250\*qp2\*s232q5-0.1250\*qp4\*s23m4m2q5-  
 0.0625\*qp1\*s2q42q5+0.1250\*qp2\*s23m2q5+0.1250\*qp1\*s2q4-0.0625\*qp2\*s23m2q42q5);  
 w78 = (0.5\*qp2\*s23+0.25\*qp1\*s2q4-0.1250\*qp1\*s2q22q32q4-0.25\*qp2\*s23m2q4+  
 0.5\*qp3\*s23-  
 0.25\*qp3\*s23m2q4+0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q4-0.25\*qp2\*s232q4-0.25\*qp3\*s232q4);  
 w79 = (0.25\*qp3\*s23m2q4+0.1250\*qp1\*s2q22q32q4+0.5\*qp2\*s23-0.25\*qp1\*s2q4-  
 0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q4+0.25\*qp2\*s232q4+0.25\*qp2\*s23m2q4+0.25\*qp3\*s232q4+  
 0.5\*qp3\*s23);  
 w80 = (0.0625\*qp4\*s2342q5-0.1250\*qp4\*s23m4-0.1250\*qp4\*s234+0.1250\*qp3\*s23m4-

0.1250\*qp2\*s234-  
0.1250\*qp3\*s234-0.0625\*qp1\*s2q5+0.1250\*qp2\*s23m4+0.0625\*qp2\*s23m4m2q5-  
0.0313\*qp3\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp4\*s23m2q5+0.1250\*qp6\*s23m4m5-0.25\*qp6\*s23m5-  
0.0625\*qp2\*s2342q5-0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q42q5+0.0938\*qp1\*s2q22q3m2q5-  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q5-0.0625\*qp1\*s2q22q3q42q5-0.0313\*qp3\*s23q42q5+  
0.1250\*qp4\*s232q5+0.0625\*qp3\*s23m4m2q5+0.0625\*qp3\*s23m42q5-0.0625\*qp3\*s234m2q5-  
0.0313\*qp2\*s23m2q4m2q5-0.0625\*qp2\*s234m2q5+0.0625\*qp2\*s23m42q5-  
0.0313\*qp2\*s232q42q5+0.0313\*qp2\*s232q4m2q5-0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q5-  
0.0938\*qp1\*s2q22q3q2q5-0.0156\*qp1\*s2q22q3q2q42q5+0.1250\*qp6\*s2345+0.1250\*qp6\*s234m5-  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q5+0.0313\*qp3\*s23m2q42q5+0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+  
0.25\*qp6\*s235+0.1250\*qp6\*s234m5+0.0313\*qp3\*s232q4m2q5-0.0625\*qp3\*s2342q5+  
0.0156\*qp1\*s2q22q3q2q4m2q5+0.0625\*qp4\*s23m42q5+0.0625\*qp4\*s234m2q5-  
0.0313\*qp1\*s2q4m2q5+0.0625\*qp4\*s23m4m2q5+0.0313\*qp1\*s2q42q5+0.0313\*qp2\*s23m2q42q5);  
w81 = (0.25\*qp5\*c24m5-0.25\*qp5\*c2m4m5-0.25\*qp5\*c245-0.25\*qp4\*c2m4m5-0.25\*qp4\*c2m45+  
0.1250\*qp1\*c2q2345+0.1250\*qp1\*c345+0.25\*qp1\*c2q235+0.1250\*qp1\*cm345-0.25\*qp4\*c24m5-  
0.25\*qp4\*c245+0.25\*qp1\*c35-0.25\*qp1\*c2q23m5+0.1250\*qp1\*c2q23m4m5+  
0.25\*qp5\*c2m45+0.1250\*qp1\*cm34m5+0.1250\*qp1\*c2q234m5+0.1250\*qp1\*c2q23m45-  
0.25\*qp1\*cm35+0.1250\*qp1\*c34m5);  
w82 = (0.25\*qp5\*s23m45+0.1250\*qp1\*s2q22q345+0.25\*qp5\*s234m5-0.25\*qp4\*s23m4m5-  
0.25\*qp1\*s2q22q3m5-0.25\*qp5\*s23m4m5-0.25\*qp4\*s234m5-0.25\*qp4\*s234m5-  
0.25\*qp4\*s2345+0.25\*qp1\*s2q22q35-0.25\*qp4\*s2345-0.25\*qp5\*s2345+  
0.1250\*qp1\*s2q22q34m5-0.5\*qp1\*s5+0.1250\*qp1\*s2q22q34m5+0.1250\*qp1\*s2q22q345);  
w83 = (-0.1250\*qp4\*s2342q5-0.25\*qp4\*s234-0.25\*qp4\*s234+0.25\*qp3\*s23m4-0.25\*qp2\*s234-  
0.25\*qp3\*s234+0.1250\*qp1\*s2q5+0.25\*qp2\*s23m4-0.1250\*qp2\*s23m4m2q5+  
0.0625\*qp3\*s23m2q4m2q5+0.25\*qp4\*s23m2q5+0.1250\*qp2\*s2342q5+  
0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q42q5-0.1875\*qp1\*s2q22q3m2q5+0.1250\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+  
0.1250\*qp1\*s2q22q3q2q5+0.0625\*qp3\*s232q42q5-0.25\*qp4\*s232q5-0.1250\*qp3\*s23m4m2q5-  
0.1250\*qp3\*s23m42q5+0.1250\*qp3\*s234m2q5+0.0625\*qp2\*s23m2q4m2q5+  
0.1250\*qp2\*s234m2q5-0.1250\*qp2\*s23q42q5+0.0625\*qp2\*s232q4m2q5+  
0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q42q5+0.1875\*qp1\*s2q22q3q2q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3q2q42q5+  
0.1250\*qp1\*s2q22q34m2q5-0.0625\*qp3\*s23m2q42q5-  
0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5-0.0625\*qp3\*s232q4m2q5+0.1250\*qp3\*s2342q5-  
0.0313\*qp1\*s2q22q3q2q4m2q5-0.1250\*qp4\*s23m42q5-0.1250\*qp4\*s234m2q5+  
0.0625\*qp1\*s2q4m2q5-0.1250\*qp4\*s23m4m2q5-0.0625\*qp1\*s2q42q5-0.0625\*qp2\*s23m2q42q5);  
w84 = (0.1250\*qp4\*s2342q5-0.25\*qp4\*s23m4-0.25\*qp4\*s234+0.25\*qp3\*s23m4-0.25\*qp2\*s234-  
0.25\*qp3\*s234-0.1250\*qp1\*s2q5+0.25\*qp2\*s23m4+0.1250\*qp2\*s234m2q5-  
0.0625\*qp3\*s23m2q4m2q5-0.25\*qp4\*s23m2q5-0.1250\*qp2\*s2342q5-  
0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q42q5+0.1875\*qp1\*s2q22q3m2q5-0.1250\*qp1\*s2q22q3m4m2q5-  
0.1250\*qp1\*s2q22q3q2q5-0.0625\*qp3\*s232q42q5+0.25\*qp4\*s232q5+0.1250\*qp3\*s23m4m2q5+  
0.1250\*qp3\*s23m42q5-0.1250\*qp3\*s234m2q5-0.0625\*qp2\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp2\*s234m2q5+  
0.1250\*qp2\*s23m42q5-0.0625\*qp2\*s232q42q5+0.0625\*qp2\*s232q4m2q5-  
0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q42q5-0.1875\*qp1\*s2q22q3q2q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3q2q42q5-  
0.1250\*qp1\*s2q22q34m2q5+0.0625\*qp3\*s23m2q42q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+  
0.0625\*qp3\*s232q4m2q5-0.1250\*qp3\*s2342q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3q2q4m2q5+  
0.1250\*qp4\*s23m42q5+0.1250\*qp4\*s234m2q5-0.0625\*qp1\*s2q4m2q5+0.1250\*qp4\*s23m4m2q5+  
0.0625\*qp1\*s2q42q5+0.0625\*qp2\*s23m2q42q5);  
w85 = (0.25\*qp2\*s23m5+0.25\*qp2\*s235-0.1250\*qp2\*s234m5+0.1250\*qp2\*s2345-0.1250\*qp2\*s234m5+  
0.1250\*qp2\*s23m45+0.25\*qp3\*s23m5+0.25\*qp3\*s235-0.1250\*qp3\*s234m5+0.1250\*qp3\*s2345-  
0.1250\*qp3\*s23m4m5+0.1250\*qp3\*s2345-0.1250\*qp4\*s234m5+0.1250\*qp4\*s2345-  
0.1250\*qp4\*s23m4m5-0.1250\*qp4\*s2345-0.25\*qp5\*s23m5+0.25\*qp5\*s235+  
0.1250\*qp5\*s234m5+0.1250\*qp5\*s2345+0.1250\*qp5\*s234m5+0.1250\*qp5\*s2345);  
w86 = (-0.0625\*qp4\*s2342q5-0.0625\*qp4\*s23m2q5-0.0313\*qp5\*s23m2q4m2q5-0.0625\*qp5\*s234m2q5+  
0.0313\*qp5\*s23m2q42q5+0.0625\*qp5\*s2342q5-0.0313\*qp5\*s232q42q5+0.1250\*qp6\*s234m5-  
0.25\*qp6\*s23m5-0.0625\*qp5\*s2342q5+0.0625\*qp5\*s23m42q5+0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q42q5+  
0.0625\*qp1\*s2q22q3+0.0938\*qp1\*s2q22q3m2q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4+  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q342q5-0.0625\*qp4\*s232q5-  
0.1250\*qp5\*s23m4+0.0313\*qp5\*s232q4m2q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3q2q4+  
0.0625\*qp4\*s23m2q4+0.1250\*qp5\*s234-0.3750\*qp4\*s23+0.0625\*qp1\*s2q22q3m42q5+  
0.0938\*qp1\*s2q22q3q2q5+0.0156\*qp1\*s2q22q3q42q5-0.1250\*qp6\*s2345-0.1250\*qp6\*s234m5-  
0.0625\*qp1\*s2q22q34m2q5+0.0156\*qp1\*s2q22q3q4m2q5-0.25\*qp6\*s235+0.1250\*qp6\*s234m5-  
0.0313\*qp4\*s232q4m2q5+0.0156\*qp1\*s2q22q3q2q4m2q5+0.0625\*qp4\*s232q4-  
0.0313\*qp4\*s23m2q4m2q5-0.0313\*qp4\*s23m2q42q5-0.0313\*qp4\*s232q42q5-  
0.0625\*qp4\*s23m42q5+0.0625\*qp4\*s234m2q5+0.0625\*qp4\*s234m2q5);  
w87 = (-0.5\*qp1\*c2q235-0.25\*qp5\*c2m4m5-0.5\*qp1\*c2q23m5+0.25\*qp5\*c245-  
0.25\*qp5\*c2m45+0.25\*qp1\*c2q234m5+0.25\*qp1\*c2q23m4m5-0.25\*qp4\*c24m5-  
0.25\*qp1\*c2q2345-0.25\*qp4\*c2m4m5+0.25\*qp4\*c245-0.25\*qp1\*c2q2345+  
0.25\*qp5\*c24m5+0.25\*qp4\*c2m45);  
w88 = (-0.5\*qp1\*s2q22q3m5-0.5\*qp1\*s2q22q35-0.25\*qp1\*s2q22q34m5-0.25\*qp5\*s23m45+  
0.25\*qp5\*s2345+0.25\*qp1\*s2q22q34m5-0.25\*qp5\*s234m5+0.25\*qp1\*s2q22q34m5-  
0.25\*qp1\*s2q22q345-0.25\*qp4\*s23m4m5+0.25\*qp5\*s234m5+0.25\*qp4\*s2345-  
0.25\*qp4\*s234m5+0.25\*qp4\*s2345);  
w89 = (0.1250\*qp4\*s2342q5+0.1250\*qp4\*s23m2q5+0.0625\*qp5\*s23m2q4m2q5+0.1250\*qp5\*s234m2q5-  
0.0625\*qp5\*s23m2q42q5-0.1250\*qp5\*s23m42q5+0.0625\*qp5\*s232q42q5+0.1250\*qp5\*s2342q5-  
0.1250\*qp5\*s234m2q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q42q5-0.1250\*qp1\*s2q22q3+  
0.1875\*qp1\*s2q22q3m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q4+0.1250\*qp1\*s2q22q3m4m2q5-  
0.1250\*qp1\*s2q22q342q5+0.1250\*qp4\*s232q5-0.25\*qp5\*s23m4-0.0625\*qp5\*s232q4m2q5+  
0.0625\*qp1\*s2q22q3q4-0.1250\*qp4\*s23m2q4+0.25\*qp5\*s234-0.25\*qp4\*s23-  
0.1250\*qp1\*s2q22q3m42q5-0.1875\*qp1\*s2q22q3q2q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3q2q42q5+  
0.1250\*qp1\*s2q22q34m2q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+0.0625\*qp4\*s232q4m2q5-  
0.0313\*qp1\*s2q22q3q4m2q5-0.1250\*qp4\*s232q4+0.0625\*qp4\*s23m2q4m2q5+  
0.0625\*qp4\*s23m2q42q5+0.0625\*qp4\*s232q42q5+0.1250\*qp4\*s23m42q5+  
0.1250\*qp4\*s234m2q5-0.1250\*qp4\*s234m2q5);  
w90 = (-0.1250\*qp4\*s2342q5-0.1250\*qp4\*s23m2q5-0.0625\*qp5\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp5\*s234m2q5+  
0.0625\*qp5\*s23m2q42q5+0.1250\*qp5\*s23m42q5-0.0625\*qp5\*s232q42q5-0.1250\*qp5\*s2342q5+)

0.1250\*qp5\*s23m4m2q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4q2q5-  
0.1250\*qp1\*s2q22q3+0.1875\*qp1\*s2q22q3m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q4-  
0.1250\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+0.1250\*qp1\*s2q22q3q2q5-0.1250\*qp4\*s232q5-0.25\*qp5\*s23m4+  
0.0625\*qp5\*s232q4m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3q2q4-0.1250\*qp4\*s23m2q4+0.25\*qp5\*s234-  
0.25\*qp4\*s23+0.1250\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+0.1875\*qp1\*s2q22q3q2q5+  
0.0313\*qp1\*s2q22q3q2q4q5-0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5-  
0.0625\*qp4\*s232q4m2q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3q2q4m2q5-0.1250\*qp4\*s232q4-  
0.0625\*qp4\*s23m2q4m2q5-0.0625\*qp4\*s23m2q4q2q5-0.0625\*qp4\*s232q4q2q5-  
0.1250\*qp4\*s23m4q2q5+0.1250\*qp4\*s234m2q5+0.1250\*qp4\*s23m4m2q5);  
w91 = (0.1250\*qp1\*s2q22q3q2q4+0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q4-0.5\*qp4\*s23+0.25\*qp1\*s2q22q3-  
0.25\*qp4\*s232q4-0.25\*qp4\*s23m2q4);  
w92 = (-0.1250\*qp1\*s2q22q3q2q4-0.1250\*qp1\*s2q22q3m2q4+0.25\*qp4\*s232q4+0.25\*qp4\*s23m2q4+  
0.25\*qp1\*s2q22q3-0.5\*qp4\*s23);  
w93 = qp1\*c2q2q3;  
w94 = (-0.0625\*qp4\*s2q4q2q5+0.1250\*qp5\*s2q5-0.0625\*qp4\*s2q4m2q5-0.0625\*qp5\*s2q4q2q5+  
0.0625\*qp5\*s2q4m2q5+0.1250\*qp4\*s2q4);  
w95 = (0.25\*qp4\*c345+0.25\*qp4\*c345+0.5\*qp5\*c35+0.25\*qp5\*c345-0.25\*qp4\*c34m5+  
0.25\*qp5\*c34m5-0.5\*qp5\*c34m5+0.25\*qp5\*c34m5+0.25\*qp5\*c345-0.25\*qp4\*c34m5+  
0.5\*qp3\*c35-0.25\*qp4\*c34m5+0.5\*qp3\*c35-0.25\*qp3\*c34m5+0.25\*qp3\*c345+  
0.25\*qp3\*c34m5);  
w96 = (-0.25\*qp4\*s2q4+0.1250\*qp4\*s2q4q2q5+0.1250\*qp4\*s2q4m2q5-0.1250\*qp5\*s2q4m2q5-  
0.25\*qp5\*s2q5+0.1250\*qp5\*s2q4q2q5);  
w97 = (-0.1250\*qp4\*s2q4q2q5-0.25\*qp4\*s2q4-0.1250\*qp5\*s2q4q2q5+0.1250\*qp5\*s2q4m2q5-  
0.1250\*qp4\*s2q4m2q5+0.25\*qp5\*s2q5);  
w98 = qp5\*s5;  
w99 = qp3\*c3;  
w100 = 0.5\*qp4\*s2q4;  
w101 = (0.25\*qp4\*c345-0.25\*qp4\*c34m5+0.25\*qp4\*c345-0.25\*qp4\*c34m5+0.25\*qp5\*c34m5+  
0.25\*qp5\*c345+0.25\*qp5\*c34m5+0.25\*qp5\*c345-0.5\*qp5\*c35-0.25\*qp3\*c34m5+  
0.25\*qp3\*c34m5+0.25\*qp3\*c345-0.5\*qp5\*c34m5+0.5\*qp3\*c35+0.5\*qp2\*c35-  
0.25\*qp2\*c34m5-0.25\*qp3\*c34m5+0.25\*qp2\*c34m5-0.25\*qp2\*c345+0.5\*qp2\*c35+  
0.25\*qp2\*c345+0.5\*qp3\*c35);  
w102 = (qp2\*c3+qp3\*c3);  
w103 = qp5\*s5;  
w104 = (-0.0625\*qp1\*s234q2q5+0.0625\*qp1\*s234m2q5+0.0625\*qp1\*s232q4+0.0625\*qp1\*s23m2q4-  
0.0625\*qp3\*s2q4q2q5-0.1250\*qp4\*s4m2q5-0.0625\*qp2\*s2q4q2q5+0.1250\*qp2\*s2q4-  
0.0625\*qp2\*s2q4m2q5+0.25\*qp6\*s4m5+0.1250\*qp3\*s2q4-0.0625\*qp3\*s2q4m2q5-  
0.0313\*qp1\*s232q4m2q5-0.0313\*qp1\*s23m2q4q2q5-0.0625\*qp1\*s23m2q4q5-  
0.0313\*qp1\*s232q4q2q5+0.0625\*qp1\*s23m4m2q5-0.0625\*qp1\*s232q5+0.3750\*qp1\*s23-  
0.0625\*qp1\*s23m2q5+0.1250\*qp4\*s4q2q5+0.1250\*qp5\*s4m2q5-0.25\*qp5\*s4+0.1250\*qp5\*s4q2q5-  
0.0313\*qp1\*s23m2q4m2q5);  
w105 = (0.25\*qp2\*c345-0.25\*qp2\*c34m5+0.25\*qp5\*c34m5+0.25\*qp5\*c345+0.25\*qp3\*c345-  
0.25\*qp2\*c34m5-0.25\*qp1\*c24m5-0.25\*qp3\*c34m5-0.25\*qp5\*c34m5+0.25\*qp3\*c34m5+  
0.25\*qp3\*c345-0.25\*qp5\*c345+0.25\*qp4\*c345-0.25\*qp4\*c345-0.25\*qp4\*c34m5-  
0.25\*qp4\*c34m5-0.25\*qp1\*c24m5+0.25\*qp2\*c345+0.25\*qp1\*c245+0.25\*qp1\*c24m5);  
w106 = (-0.5\*qp5\*s45-0.5\*qp5\*s4m5-0.25\*qp1\*s234m5-0.25\*qp1\*s234m5+  
0.25\*qp1\*s2345+0.25\*qp1\*s23m45+0.5\*qp4\*s4m5-0.5\*qp4\*s45);  
w107 = (-0.25\*qp5\*s4m2q5-0.1250\*qp1\*s234m2q5+0.1250\*qp3\*s2q4m2q5+0.1250\*qp1\*s234q2q5+  
0.1250\*qp1\*s23m2q5-0.25\*qp1\*s23+0.0625\*qp1\*s232q4m2q5+0.0625\*qp1\*s23m2q4m2q5-  
0.1250\*qp1\*s23m4m2q5+0.1250\*qp1\*s232q5);  
0.0625\*qp1\*s232q4q2q5+0.0625\*qp1\*s23m2q4q2q5-0.1250\*qp1\*s23m2q4+  
0.1250\*qp1\*s23m4q2q5-0.1250\*qp1\*s232q4+0.1250\*qp2\*s2q4m2q5+0.1250\*qp2\*s2q4q2q5-  
0.25\*qp2\*s2q4-0.5\*qp5\*s4-0.25\*qp5\*s4q2q5-0.25\*qp3\*s2q4+0.1250\*qp3\*s2q4q2q5-  
0.25\*qp4\*s4q2q5+0.25\*qp4\*s4m2q5);  
w108 = (-0.1250\*qp2\*s2q4m2q5+0.25\*qp5\*s4q2q5-0.1250\*qp1\*s232q4-0.25\*qp1\*s23-  
0.1250\*qp1\*s23m2q5-0.1250\*qp2\*s2q4q2q5-0.1250\*qp1\*s234q2q5-0.1250\*qp1\*s232q5-  
0.0625\*qp1\*s23m2q4m2q5-0.25\*qp2\*s2q4-0.5\*qp5\*s4-0.0625\*qp1\*s232q4q2q5-  
0.1250\*qp1\*s234m2q5+0.25\*qp5\*s4m2q5-0.1250\*qp1\*s23m4q2q5+0.1250\*qp1\*s23m4m2q5-  
0.0625\*qp1\*s23m2q4q2q5-0.1250\*qp1\*s23m2q4-0.0625\*qp1\*s232q4m2q5-0.25\*qp3\*s2q4-  
0.1250\*qp3\*s2q4q2q5-0.1250\*qp3\*s2q4m2q5-0.25\*qp4\*s4m2q5+0.25\*qp4\*s4q2q5);  
w109 = (-0.5\*qp3\*s2q4-0.25\*qp1\*s23m2q4-0.25\*qp1\*s232q4-0.5\*qp1\*s23-0.5\*qp2\*s2q4);  
w110 = (0.5\*qp2\*s2q4+0.25\*qp1\*s232q4-0.5\*qp1\*s23+0.5\*qp3\*s2q4+0.25\*qp1\*s23m2q4);  
w111 = (-0.0313\*qp1\*s23m2q4m2q5+0.0313\*qp1\*s232q4m2q5+0.1250\*qp4\*s4m2q5+0.1250\*qp4\*s4q2q5-  
0.0625\*qp1\*s234q2q5+0.0625\*qp1\*s23m4q2q5-0.0625\*qp1\*s234m2q5+0.25\*qp6\*s45+  
0.25\*qp6\*s4m5-0.1250\*qp1\*s23m4-0.0625\*qp3\*s2q4q2q5+0.1250\*qp3\*s2q5+  
0.0625\*qp3\*s2q4m2q5+0.1250\*qp1\*s234-0.25\*qp4\*s4+0.1250\*qp2\*s2q5-0.0625\*qp2\*s2q4q2q5+  
0.0625\*qp2\*s2q4m2q5-0.0313\*qp1\*s232q4q2q5+0.0313\*qp1\*s23m2q4q2q5+0.0625\*qp1\*s23m4m2q5);  
w112 = (-0.5\*qp2\*c345+0.25\*qp2\*c34m5+0.25\*qp2\*c34m5+0.25\*qp2\*c345+0.5\*qp2\*c35+  
0.25\*qp2\*c345-0.25\*qp5\*c34m5+0.25\*qp5\*c345+0.5\*qp5\*c35+0.25\*qp5\*c34m5+  
0.5\*qp5\*c35+0.25\*qp3\*c345+0.25\*qp3\*c345+0.25\*qp3\*c345-0.25\*qp4\*c34m5+  
0.25\*qp4\*c345+0.25\*qp4\*c345+0.25\*qp4\*c34m5+0.25\*qp3\*c34m5+0.5\*qp3\*c35-  
0.5\*qp3\*c35-0.25\*qp5\*c345-0.25\*qp4\*c34m5+0.25\*qp4\*c34m5-0.25\*qp1\*c24m5+  
0.25\*qp1\*c245-0.25\*qp1\*c24m5);  
w113 = (-0.5\*qp4\*s4m5+0.5\*qp5\*s4m5-0.5\*qp5\*s45-0.25\*qp1\*s23m45-0.5\*qp4\*s45-  
qp2\*s5+0.25\*qp1\*s2345+0.25\*qp1\*s234m5-0.25\*qp1\*s23m4m5-qp3\*s5);  
w114 = (-0.1250\*qp2\*s2q4m2q5+0.1250\*qp3\*s2q4q2q5-0.25\*qp3\*s2q5-0.25\*qp4\*s4m2q5+  
0.0625\*qp1\*s23m2q4m2q5-0.5\*qp4\*s4-0.1250\*qp1\*s23m2q5+0.1250\*qp1\*s234m2q5-  
0.1250\*qp1\*s23m4m2q5-0.25\*qp4\*s4q2q5+0.1250\*qp2\*s2q4q2q5+0.25\*qp1\*s234-  
0.25\*qp2\*s2q5-0.25\*qp1\*s23m4-0.1250\*qp3\*s2q4m2q5-0.0625\*qp1\*s23m2q4q2q5+  
0.1250\*qp1\*s234q2q5-0.0625\*qp1\*s232q4m2q5+0.0625\*qp1\*s232q4q2q5);  
w115 = (0.1250\*qp2\*s2q4m2q5+0.25\*qp2\*s2q5-0.1250\*qp2\*s2q4q2q5+0.25\*qp4\*s4q2q5+  
0.25\*qp4\*s4m2q5-0.0625\*qp1\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp1\*s234q2q5+0.0625\*qp1\*s23m2q4q2q5-  
0.0625\*qp1\*s232q4q2q5+0.1250\*qp3\*s2q4m2q5+0.25\*qp3\*s2q5-0.1250\*qp3\*s2q4q2q5+  
0.25\*qp1\*s234-0.5\*qp4\*s4+0.1250\*qp1\*s23m4m2q5-0.25\*qp1\*s23m4+0.1250\*qp1\*s23m4q2q5+  
0.1250\*qp1\*s23m4m2q5);

0.0625\*qp1\*s232q4m2q5-0.1250\*qp1\*s234m2q5);  
w116 = (-0.25\*qp1\*s23m5-0.25\*qp1\*s235+0.1250\*qp1\*s234m5-0.1250\*qp1\*s2345+0.1250\*qp1\*s234m5-  
0.1250\*qp1\*s23m45+0.25\*qp4\*s45-0.25\*qp4\*s45+0.25\*qp5\*s45+0.25\*qp5\*s45);  
w117 = (-0.1250\*qp1\*c345-0.25\*qp1\*c35+0.1250\*qp1\*c2q23m4m5+0.1250\*qp1\*c2q234m5+  
0.1250\*qp1\*cm345-0.25\*qp1\*c2q235-0.1250\*qp1\*c2q234m5+0.1250\*qp1\*c34m5-  
0.25\*qp1\*c2q23m5-0.25\*qp1\*cm35-0.1250\*qp1\*c2q2345-0.1250\*qp1\*cm34m5);  
w118 = (-0.5\*qp1\*c2q23-0.5\*qp1\*c3);  
w119 = (-0.5\*qp2\*c35+0.25\*qp2\*cm345-0.25\*qp2\*c345+0.25\*qp2\*c34m5-0.5\*qp2\*cm35-  
0.25\*qp2\*cm34m5);  
w120 = qp2\*c3;  
w121 = (0.3750\*qp3\*s23+0.3750\*qp2\*s23-0.0625\*qp2\*s23m4m2q5+0.0313\*qp3\*s23m2q4m2q5-  
0.0625\*qp2\*s232q4+0.0625\*qp5\*s234m2q5+0.0625\*qp5\*s23m4m2q5+0.1250\*qp6\*s23m4m5+  
0.0625\*qp5\*s2342q5+0.0625\*qp5\*s23m4m2q5+0.0625\*qp2\*s2342q5-  
0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q4q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4+0.0313\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+  
0.0313\*qp1\*s2q22q3q4q5+0.0313\*qp3\*s232q4q5+0.1250\*qp5\*s23m4-0.0625\*qp3\*s23m4m2q5-  
0.0313\*qp1\*s2q22q3q4+0.0625\*qp3\*s23m4q5+0.1250\*qp5\*s234-  
0.0625\*qp3\*s23m2q4-0.0625\*qp2\*s23m2q4-0.0625\*qp3\*s234m2q5+0.0313\*qp2\*s23m2q4m2q5-  
0.0625\*qp3\*s232q4-0.0625\*qp2\*s234m2q5+0.0625\*qp2\*s23m4q5+0.0313\*qp2\*s232q4q5+  
0.0313\*qp2\*s232q4m2q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m4q5+  
0.0156\*qp1\*s2q22q3q4q5-0.1250\*qp6\*s2345-0.0313\*qp1\*s2q22q34m2q5+  
0.0313\*qp3\*s23m2q4q5-0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+0.1250\*qp6\*s234m5+  
0.0313\*qp3\*s232q4m2q5+0.0625\*qp3\*s234q5-0.0156\*qp1\*s2q22q3q4m2q5+  
0.1250\*qp3\*s232q5-0.1250\*qp5\*s23m2q5+0.0625\*qp3\*s232q5+0.0625\*qp3\*s23m2q5-  
0.0313\*qp1\*s2q4m2q5+0.0625\*qp2\*s232q5-0.0313\*qp1\*s2q4q5+0.0625\*qp2\*s23m2q5+  
0.0625\*qp1\*s2q4+0.0313\*qp2\*s23m2q4q5);  
w122 = (0.1250\*qp1\*c2q234m5-0.25\*qp2\*c245+0.25\*qp2\*c24m5+0.25\*qp2\*c2m4m5+  
0.1250\*qp1\*cm34m5-  
0.1250\*qp1\*c345-0.1250\*qp1\*cm345-0.1250\*qp1\*c2q23m4m5-0.1250\*qp1\*c2q2345+  
0.1250\*qp1\*c2q234m5+  
0.1250\*qp1\*c34m5-0.25\*qp2\*c2m45);  
w123 = (0.1250\*qp1\*s2q22q34m5+0.25\*qp3\*s23m4m5+0.25\*qp2\*s23m4m5+0.25\*qp3\*s234m5-  
0.25\*qp3\*s23m45-0.25\*qp2\*s2345-0.1250\*qp1\*s2q22q3m4m5-0.25\*qp2\*s23m45+  
0.25\*qp2\*s234m5-0.1250\*qp1\*s2q22q345-0.25\*qp3\*s2345+0.1250\*qp1\*s2q22q3m45);  
w124 = (0.25\*qp3\*s23+0.25\*qp2\*s23+0.1250\*qp2\*s23m4m2q5-0.0625\*qp3\*s23m2q4m2q5+  
0.1250\*qp2\*s232q4-0.1250\*qp5\*s234m2q5-0.1250\*qp5\*s23m4q5-0.1250\*qp5\*s2342q5-  
0.1250\*qp5\*s23m4m2q5-0.1250\*qp2\*s2342q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4q5-  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q4-  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m4m2q5-0.0625\*qp1\*s2q22q3q4q5-0.0625\*qp3\*s232q4q5+  
0.25\*qp5\*s23m4+0.1250\*qp3\*s23m4m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3q4+0.1250\*qp3\*s23m4q5+  
0.25\*qp5\*s234+0.1250\*qp3\*s23m2q4+0.1250\*qp2\*s23m2q4-0.1250\*qp3\*s234m2q5-  
0.0625\*qp2\*s23m2q4m2q5+  
0.1250\*qp3\*s232q4-0.1250\*qp2\*s234m2q5+0.1250\*qp2\*s23m4q5+0.0625\*qp2\*s232q4q5+  
0.0625\*qp2\*s232q4m2q5-0.0625\*qp1\*s2q22q3m4q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3q4q5+  
0.0625\*qp1\*s2q22q34m2q5+0.0625\*qp3\*s23m2q4q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+  
0.0625\*qp3\*s232q4m2q5+  
0.1250\*qp3\*s234q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3q4m2q5+0.25\*qp5\*s232q5-0.25\*qp5\*s23m2q5+  
0.1250\*qp3\*s232q5+0.1250\*qp3\*s23m2q5-0.0625\*qp1\*s2q4m2q5-0.1250\*qp2\*s232q5+  
0.0625\*qp1\*s2q4q5-0.1250\*qp2\*s23m2q5-0.1250\*qp1\*s2q4-0.0625\*qp2\*s23m2q4q5);  
w125 = (0.25\*qp3\*s23+0.25\*qp2\*s23-0.1250\*qp2\*s23m4m2q5+0.0625\*qp3\*s23m2q4m2q5+  
0.1250\*qp2\*s232q4+0.1250\*qp5\*s234m2q5+0.1250\*qp5\*s23m4q5+0.1250\*qp5\*s2342q5+  
0.1250\*qp5\*s23m4m2q5+0.1250\*qp2\*s2342q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4q5-  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q4+  
0.0625\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3q4q5+0.0625\*qp3\*s232q4q5+  
0.25\*qp5\*s23m4-0.1250\*qp3\*s23m4m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3q4+0.1250\*qp3\*s23m4q5+  
0.25\*qp5\*s234+0.1250\*qp3\*s23m2q4+0.1250\*qp2\*s23m2q4-0.1250\*qp3\*s234m2q5+  
0.0625\*qp2\*s23m2q4m2q5+  
0.1250\*qp3\*s232q4-0.1250\*qp2\*s234m2q5+0.1250\*qp2\*s23m4q5+0.0625\*qp2\*s232q4q5+  
0.0625\*qp2\*s232q4m2q5-0.0625\*qp1\*s2q22q3m4q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3q4q5+  
0.0625\*qp1\*s2q22q34m2q5+0.0625\*qp3\*s23m2q4q5-0.0313\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5+  
0.0625\*qp3\*s232q4m2q5+  
0.1250\*qp3\*s234q5+0.0313\*qp1\*s2q22q3q4m2q5+0.25\*qp5\*s232q5-0.25\*qp5\*s23m2q5+  
0.1250\*qp3\*s232q5+0.1250\*qp3\*s23m2q5-0.0625\*qp1\*s2q4m2q5+0.1250\*qp2\*s232q5-  
0.0625\*qp1\*s2q4q5+0.1250\*qp2\*s23m2q5-0.1250\*qp1\*s2q4-0.0625\*qp2\*s23m2q4q5);  
w126 = (-0.1250\*qp2\*s2q4+0.0625\*qp1\*s23m4m2q5+0.0313\*qp1\*s232q4q5+0.0313\*qp1\*s23m2q4q5+  
0.0313\*qp1\*s232q4m2q5-0.0625\*qp1\*s234m2q5+0.0625\*qp1\*s23m2q5+0.3750\*qp1\*s23+  
0.0625\*qp2\*s2q4q5-0.1250\*qp3\*s2q4+0.0313\*qp1\*s23m2q4m2q5-0.0625\*qp1\*s23m4m2q5+  
0.0625\*qp1\*s2342q5+0.1250\*qp5\*s42q5+0.0625\*qp1\*s232q5-0.0625\*qp1\*s23m2q4+  
0.1250\*qp5\*s4m2q5-0.0625\*qp1\*s232q4+0.25\*qp5\*s4+0.0625\*qp3\*s2q4q5+  
0.0625\*qp3\*s2q4m2q5-0.25\*qp6\*s45+0.25\*qp6\*s4m5+0.0625\*qp2\*s2q4m2q5);  
w127 = (-0.25\*qp1\*c2m45+0.25\*qp1\*c2m4m5+0.25\*qp2\*cm34m5+0.25\*qp1\*c24m5-  
0.25\*qp1\*c245-0.25\*qp2\*c345+0.25\*qp2\*c34m5-0.25\*qp2\*cm345);  
w128 = (-0.25\*qp1\*s23m45+0.25\*qp1\*s23m4m5-0.25\*qp1\*s2345+0.25\*qp1\*s234m5);  
w129 = (-0.1250\*qp1\*s2342q5-0.0625\*qp1\*s232q4m2q5-0.0625\*qp1\*s23m2q4q5-  
0.0625\*qp1\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp1\*s232q5+0.1250\*qp1\*s23m2q4-0.1250\*qp2\*s2q4q5-  
0.1250\*qp2\*s2q4m2q5+0.25\*qp1\*s23+0.25\*qp2\*s2q4-0.1250\*qp1\*s23m4q5+  
0.1250\*qp1\*s23m4m2q5+0.25\*qp3\*s2q4-  
0.1250\*qp3\*s2q4q5-0.1250\*qp3\*s2q4m2q5+0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.25\*qp5\*s4m2q5-  
0.25\*qp5\*s4q5-0.0625\*qp1\*s232q4q5+0.1250\*qp1\*s232q4+0.5\*qp5\*s4-  
0.1250\*qp1\*s23m2q5);  
w130 = (0.0625\*qp1\*s23m2q4q5+0.1250\*qp1\*s23m2q5+0.1250\*qp1\*s232q5+0.1250\*qp1\*s232q4+  
0.0625\*qp1\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp1\*s234m2q5+0.0625\*qp1\*s23m2q4m2q5+0.1250\*qp1\*s23m4q5+  
0.25\*qp1\*s23+0.1250\*qp2\*s2q4m2q5+0.1250\*qp2\*s2q4q5+  
0.25\*qp2\*s2q4+0.0625\*qp1\*s232q4q5-0.1250\*qp1\*s23m4m2q5+0.1250\*qp3\*s2q4q5+  
0.25\*qp3\*s2q4+0.1250\*qp1\*s23m2q4+0.1250\*qp1\*s2342q5+0.1250\*qp3\*s2q4m2q5+)

0.25\*qp5\*s42q5+0.25\*qp5\*s4m2q5+0.5\*qp5\*s4);
v131 = (0.25\*qp1\*s23m2q4+0.5\*qp1\*s23+0.5\*qp3\*s2q4+0.5\*qp2\*s2q4+0.25\*qp1\*s232q4);
v132 = (-0.25\*qp1\*s23m2q4-0.5\*qp3\*s2q4-0.25\*qp1\*s232q4+0.5\*qp1\*s23-0.5\*qp2\*s2q4);
v133 = 0.25\*qp5\*s2q5;
v134 = 0.5\*qp5\*s2q5;
v135 = (0.0625\*qp1\*s234m2q5+0.0625\*qp1\*s2342q5+0.0625\*qp1\*s234m2q5+0.1250\*qp3\*s42q5+
0.0625\*qp1\*s234m2q5+0.1250\*qp3\*s4m2q5+0.25\*qp2\*s4-
0.1250\*qp1\*s23m2q5-0.25\*s2q5\*qp4+0.1250\*qp2\*s42q5+0.1250\*qp2\*s4m2q5-0.5\*s5\*qp6+
0.1250\*qp1\*s232q5+0.1250\*qp1\*s234+0.1250\*qp1\*s23m4+0.25\*qp3\*s4);
v136 = (0.25\*qp1\*s23m2q5-0.25\*qp3\*s42q5-0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.1250\*qp1\*s234m2q5+
0.25\*qp1\*s234+0.5\*s2q5\*qp4-0.25\*qp1\*s232q5+0.5\*qp3\*s4+0.5\*qp2\*s4+
0.25\*qp1\*s23m4-0.25\*qp2\*s4m2q5-0.25\*qp2\*s42q5-0.25\*qp3\*s4m2q5-
0.1250\*qp1\*s2342q5-0.1250\*qp1\*s23m42q5);
v137 = (0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.25\*qp1\*s23m2q5+0.1250\*qp1\*s234m2q5+0.25\*qp3\*s42q5+
0.25\*qp3\*s4m2q5+0.25\*qp1\*s23m4+0.5\*qp3\*s4+0.1250\*qp1\*s2342q5+0.25\*qp1\*s234+
0.1250\*qp1\*s234m2q5+0.25\*qp1\*s232q5+0.5\*qp2\*s4-0.5\*s2q5\*qp4+0.25\*qp2\*s42q5+
0.25\*qp2\*s4m2q5);
v138 = (0.1250\*qp1\*s234m5-0.1250\*qp1\*s2345-0.1250\*qp1\*s234m5+0.1250\*qp1\*s2345-0.25\*qp2\*s45+
0.25\*qp2\*s4m5-0.25\*qp3\*s45+0.25\*qp3\*s45+0.5\*qp5\*s5);
v139 = (-0.0625\*qp4\*s2342q5-0.1250\*qp4\*s23m4-0.1250\*qp4\*s234+0.1250\*qp3\*s23m4-0.1250\*qp2\*s234-
0.1250\*qp3\*s234+0.0625\*qp1\*s2q5+0.1250\*qp2\*s23m4-0.0625\*qp2\*s234m2q5+
0.0313\*qp3\*s23m2q4m2q5+0.1250\*qp4\*s232q5-0.1250\*qp6\*s234m5+
0.25\*qp6\*s23m5+0.0625\*qp2\*s2342q5+0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q42q5-
0.0938\*qp1\*s2q22q3m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q3m4m2q5+0.0625\*qp1\*s2q22q342q5+
0.0313\*qp3\*s232q42q5-0.1250\*qp4\*s232q5-0.0625\*qp3\*s234m2q5-0.0625\*qp3\*s23m42q5+
0.0625\*qp3\*s234m2q5+0.0313\*qp2\*s23m2q4m2q5+0.0625\*qp2\*s234m2q5-
0.0625\*qp2\*s234m2q5+0.0313\*qp2\*s232q42q5-0.0313\*qp2\*s232q4m2q5+
0.0625\*qp1\*s2q22q3m42q5+0.0938\*qp1\*s2q22q32q5+0.0156\*qp1\*s2q22q32q42q5-
0.1250\*qp6\*s2345-
0.1250\*qp6\*s234m5+0.0625\*qp1\*s2q22q3m2q5-0.0313\*qp3\*s23m2q42q5-
0.0156\*qp1\*s2q22q3m2q4m2q5-0.25\*qp6\*s235-0.1250\*qp6\*s234m5-
0.0313\*qp3\*s232q4m2q5+0.0625\*qp3\*s2342q5-0.0156\*qp1\*s2q22q32q4m2q5-
0.0625\*qp4\*s2342q5-
0.0625\*qp4\*s234m2q5+0.0313\*qp1\*s2q4m2q5-0.0625\*qp4\*s234m2q5-
0.0313\*qp1\*s2q42q5-0.0313\*qp2\*s23m2q42q5);
v140 = (-0.1250\*qp1\*c2q23m45-0.1250\*qp1\*c2q23m4m5+0.25\*qp1\*cm35-0.1250\*qp1\*c2q23m5-
0.25\*qp1\*c2q235+0.25\*qp2\*c2m45-0.1250\*qp1\*cm34m5-
0.25\*qp2\*c24m5-0.1250\*qp1\*c345+0.25\*qp2\*c2m4m5-0.25\*qp2\*c245+0.25\*qp1\*c2q23m5-
0.1250\*qp1\*c2q2345-0.1250\*qp1\*c34m5-0.25\*qp1\*cm35-0.1250\*qp1\*cm345);
v141 = (0.25\*qp2\*s234m5-0.25\*qp3\*s234m5-0.1250\*qp1\*s2q22q345+0.25\*qp3\*s234m5+
0.5\*qp1\*s5-0.25\*qp2\*s2345-0.1250\*qp1\*s2q22q345-
0.25\*qp3\*s2345-0.25\*qp2\*s234m5-0.25\*qp1\*s2q22q35+0.25\*qp3\*s234m5+
0.25\*qp2\*s2345-0.1250\*qp1\*s2q22q34m5-0.1250\*qp1\*s2q22q34m5+0.25\*qp1\*s2q22q3m5);
w142 = (0.1250\*qp1\*s23m4+0.0625\*qp1\*s234m2q5+0.0313\*qp1\*s23m2q4m2q5-0.1250\*qp1\*s234+
0.0625\*qp2\*s2q42q5+0.0313\*qp1\*s232q42q5-0.0625\*qp3\*s2q4m2q5-0.0625\*qp2\*s2q4m2q5-
0.0625\*qp1\*s234m2q5-0.1250\*qp2\*s2q5-0.0313\*qp1\*s23m2q42q5-0.0625\*qp1\*s2342q5-
0.25\*qp6\*s4m5-0.25\*qp6\*s45-0.1250\*qp4\*s41q5-0.1250\*qp4\*s4m2q5+0.0625\*qp3\*s2q42q5-
0.1250\*qp3\*s2q5-0.25\*qp4\*s4-0.0313\*qp1\*s232q4m2q5+0.0625\*qp1\*s2342q5);
w143 = (0.25\*qp1\*cm34m5+0.25\*qp1\*cm345+0.5\*qp2\*cm35-0.25\*qp2\*cm34m5-0.25\*qp1\*cm34m5-
0.25\*qp2\*cm34m5-0.25\*qp2\*cm345-0.5\*qp2\*cm35+0.25\*qp1\*cm245);
w144 = (0.25\*qp1\*s234m5+0.25\*qp1\*s2345+qp2\*s5+0.25\*qp1\*s234m5-
0.25\*qp1\*s234m5+qp3\*s5);
w145 = (0.25\*qp4\*s42q5+0.0625\*qp1\*s23m2q42q5-0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.25\*qp1\*s234+
0.1250\*qp1\*s234m2q5+0.25\*qp1\*s234-0.0625\*qp1\*s23m2q42q5-0.1250\*qp3\*s2q42q5+
0.25\*qp4\*s4m2q5+0.1250\*qp2\*s2q4m2q5+0.25\*qp3\*s2q5+
0.1250\*qp3\*s2q4m2q5+0.25\*qp2\*s2q5-0.0625\*qp1\*s232q42q5-0.1250\*qp2\*s2q42q5+
0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.5\*qp4\*s4+0.0625\*qp1\*s232q4m2q5-0.1250\*qp1\*s2342q5);
w146 = (0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.0625\*qp1\*s232q4m2q5+0.0625\*qp1\*s23m2q4m2q5+
0.0625\*qp1\*s232q42q5-0.25\*qp1\*s234-0.1250\*qp1\*s2342q5-0.0625\*qp1\*s23m2q42q5-
0.25\*qp2\*s2q5-0.1250\*qp3\*s2q4m2q5+0.1250\*qp1\*s2342q5-0.25\*qp3\*s2q5+0.25\*qp1\*s234-
0.1250\*qp1\*s234m2q5+0.1250\*qp3\*s2q42q5+0.1250\*qp2\*s2q42q5-0.5\*qp4\*s4-
0.1250\*qp2\*s2q4m2q5-0.25\*qp4\*s4m2q5-0.25\*qp4\*s42q5);
w147 = (-0.1250\*qp3\*s42q5+0.5\*s5\*qp6+0.25\*s2q5\*qp4-0.1250\*qp3\*s4m2q5-0.1250\*qp1\*s234+
0.1250\*qp1\*s23m2q5-0.1250\*qp1\*s232q5-0.0625\*qp1\*s234m2q5-
0.25\*qp2\*s4-0.0625\*qp1\*s234m2q5-0.0625\*qp1\*s2342q5-0.25\*qp3\*s4-
0.0625\*qp1\*s2342q5-0.1250\*qp2\*s4m2q5-0.1250\*qp2\*s42q5-0.1250\*qp1\*s234m);
w148 = (-0.5\*s2q5\*qp4+0.25\*qp3\*s42q5+0.25\*qp2\*s42q5-0.5\*qp3\*s4+
0.25\*qp2\*s4m2q5+0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.25\*qp1\*s23m2q5+
0.25\*qp1\*s232q5+0.25\*qp3\*s4m2q5+0.1250\*qp1\*s234m2q5+
0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.5\*qp2\*s4+0.1250\*qp1\*s2342q5-0.25\*qp1\*s234-
0.25\*qp1\*s234);
w149 = (0.5\*s2q5\*qp4-0.5\*qp2\*s4-0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.1250\*qp1\*s2342q5-
0.25\*qp2\*s42q5-0.25\*qp2\*s4m2q5-0.1250\*qp1\*s2342q5-0.5\*qp3\*s4-
0.25\*qp3\*s42q5-0.25\*qp3\*s4m2q5+0.25\*qp1\*s23m2q5-0.25\*qp1\*s234-
0.25\*qp1\*s23m4-0.1250\*qp1\*s234m2q5-0.25\*qp1\*s232q5);
w150 = (0.25\*qp1\*s23m5-0.25\*qp1\*s235-0.1250\*qp1\*s234m5-0.1250\*qp1\*s2345-
0.1250\*qp1\*s234m5-0.1250\*qp1\*s2345-0.25\*qp2\*s45-0.25\*qp2\*s4m5-
0.25\*qp3\*s45-0.25\*qp3\*s4m5+0.5\*s5\*qp4);
w151 = (0.25\*qp1\*s23m5+0.25\*qp1\*s235-0.1250\*qp1\*s234m5+0.1250\*qp1\*s2345-
0.1250\*qp1\*s234m5+0.1250\*qp1\*s2345+0.25\*qp4\*s45-0.25\*qp4\*s4m5+
0.25\*qp5\*s45+0.25\*qp5\*s4m5);
w152 = (-0.1250\*qp1\*s234m5+0.1250\*qp1\*s2345+0.1250\*qp1\*s234m5-0.1250\*qp1\*s2345+
0.25\*qp2\*s45-0.25\*qp2\*s4m5+0.25\*qp3\*s45-0.25\*qp3\*s4m5-0.5\*qp5\*s5);
w153 = (-0.25\*qp1\*s23m5+0.25\*qp1\*s235+0.1250\*qp1\*s234m5+0.1250\*qp1\*s2345+

Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana



0.1250\*qp1\*s23m4m5+0.1250\*qp1\*s23m4s+0.25\*qp2\*s4s+0.25\*qp2\*s4m5+  
0.25\*qp3\*s4s+0.25\*qp3\*s4m5-0.5\*s5\*qp4);

XX

Parámetros de gravedad

XX

wg1 = (0.25\*s23m4s-0.25\*s23m4m5+0.25\*s234s-0.25\*s234m5+0.5\*s23s+0.5\*s23m5);

wg2 = 0.25\*s23m4s-0.25\*s23m4m5-0.25\*s234s+0.25\*s234m5;

wg3 = 0.5\*s23s-0.5\*s23m5+0.25\*s234s+0.25\*s234m5+0.25\*s23m4s+0.25\*s23m4m5;

XX

Regresor de robot A465

XX

```

Ya[0][0] = w1*qrpp1+w13*qrpp2+w13*qrpp3+w20*qrpp4+w26*qrpp5+w29*qrpp6+v50*qrp1+v61*qrp2+v61*qrp3+w73*qrp4+w80*qrp5+w85*qrp6;
Ya[0][1] = (w2*qrpp1+w14*qrpp2 +w21*qrpp4+w25*qrpp5 +v51*qrp1+v62*qrp2+v71*qrp3+w74*qrp4+v81*qrp5)*-1;
Ya[0][2] = (w3*qrpp1+w15*qrpp2+w15*qrpp3+w22*qrpp4+w27*qrpp5 +v52*qrp1+v63*qrp2+v63*qrp3+w75*qrp4+v82*qrp5)*-1;
Ya[0][3] = w4*qrpp1+w16*qrpp2+w16*qrpp3+w23*qrpp4+w28*qrpp5 +v53*qrp1+v64*qrp2+v64*qrp3+w76*qrp4+v83*qrp5;
Ya[0][4] = w5*qrpp1 +v54*qrp1+v66*qrp2+v72*qrp3;
Ya[0][5] = w6*qrpp1+w17*qrpp2+w17*qrpp3+w24*qrpp4+w28*qrpp5 +v55*qrp1+v65*qrp2+v65*qrp3+w77*qrp4+v84*qrp5;
Ya[0][6] = w7*qrpp1+w18*qrpp2+w18*qrpp3+w23*qrpp4 +v56*qrp1+v67*qrp2+v67*qrp3+w78*qrp4;
Ya[0][7] = w8*qrpp1+w19*qrpp2+w19*qrpp3-c23*qrpp4 +v57*qrp1+v68*qrp2+v68*qrp3+w79*qrp4;
Ya[0][8] = w9*qrpp1 +v58*qrp1+v70*qrp2+v70*qrp3;
Ya[0][9] = w10*qrpp1 +v59*qrp1+v70*qrp2+v70*qrp3;
Ya[0][10] = w11*qrpp1 -v60*qrp1-v69*qrp2;
Ya[0][11] = w12*qrpp1 +v60*qrp1+v69*qrp2;
Ya[0][12] = 0;
Ya[0][13] = 0;
Ya[0][14] = 0;
Ya[0][15] = qrpp1; // Terminos de los motores
Ya[0][16] = 0;
Ya[0][17] = 0.0;
Ya[0][18] = 0.0;
Ya[0][19] = 0.0;
Ya[0][20] = 0.0;
Ya[0][21] = signq1*(qrp1); // Friccion de Coulomb
Ya[0][22] = 0.0;
Ya[0][23] = 0.0;
Ya[0][24] = 0.0;
Ya[0][25] = 0.0;
Ya[0][26] = 0.0;
Ya[0][27] = qrp1; // Friccion viscosa
Ya[0][28] = 0.0;
Ya[0][29] = 0.0;
Ya[0][30] = 0.0;
Ya[0][31] = 0.0;
Ya[0][32] = 0.0;

```

```

Ya[1][0] = w13*qrpp1+ w30*qrpp2+ w30*qrpp3+w37*qrpp4+0.5*c4*qrpp5+v44*qrpp6+v66*qrp1+ v94*qrp2+ v94*qrp3+w104*qrp4+w111*qrp5+w116*qrp6;
Ya[1][1] = (w14*qrpp1+ w31*qrpp2+ w36*qrpp3+w38*qrpp4+ v42*qrpp5 +v87*qrp1+ v85*qrp2+v101*qrp3+w105*qrp4+w112*qrp5)*-1;
Ya[1][2] = (w15*qrpp1+2*c5*qrpp2+2*c5*qrpp3+w39*qrpp4+ v43*qrpp5 +v88*qrp1- v98*qrp2-v103*qrp3+w106*qrp4+w113*qrp5)*-1;
Ya[1][3] = w16*qrpp1+ w32*qrpp2+ w32*qrpp3+w40*qrpp4+ c4*qrpp5 +v89*qrp1+ v96*qrp2+ v96*qrp3+w107*qrp4+w114*qrp5;
Ya[1][4] = 2*s3*qrpp2+ s3*qrpp3 -v93*qrp1+ v99*qrp2+v102*qrp3;
Ya[1][5] = w17*qrpp1+ w33*qrpp2+ w33*qrpp3+w41*qrpp4+ c4*qrpp5 +v90*qrp1+ v97*qrp2+ v97*qrp3+w108*qrp4+w115*qrp5;
Ya[1][6] = w18*qrpp1+ w34*qrpp2+ w34*qrpp3 +v91*qrp1-v100*qrp2-v100*qrp3+w109*qrp4;
Ya[1][7] = w19*qrpp1+ w35*qrpp2+ w35*qrpp3 +v92*qrp1+v100*qrp2+v100*qrp3+w110*qrp4;
Ya[1][8] = qrpp2+ qrp3 -v70*qrp1;
Ya[1][9] = qrpp2+ qrp3 +v70*qrp1;
Ya[1][10] = qrp2 +v69*qrp1;
Ya[1][11] = qrp2 -v69*qrp1;
Ya[1][12] = wg1;
Ya[1][13] = c2;
Ya[1][14] = s23;
Ya[1][15] = 0;
Ya[1][16] = qrpp2; // Terminos de los motores
Ya[1][17] = 0;
Ya[1][18] = 0;
Ya[1][19] = 0;
Ya[1][20] = 0;
Ya[1][21] = 0.0;
Ya[1][22] = signq2*(qrp2);
Ya[1][23] = 0.0;
Ya[1][24] = 0.0;
Ya[1][25] = 0.0;
Ya[1][26] = 0.0;
Ya[1][27] = 0.0; // Friccion viscosa
Ya[1][28] = qrp2;
Ya[1][29] = 0.0;
Ya[1][30] = 0.0;
Ya[1][31] = 0.0;
Ya[1][32] = 0.0;

```

```

Ya[2][0] = w13*qrpp1+ w30*qrpp2+ w30*qrpp3+w37*qrpp4+0.5*c4*qrpp5+w44*qrpp6+ w86*qrp1+ w94*qrp2+ w94*qrp3+w104*qrp4+w111*qrp5+w116*qrp6;
Ya[2][1] = ( w36*qrpp2 +w117*qrp1+w119*qrp2)*-1;
Ya[2][2] =(w15*qrpp1+2*c5*qrpp2+2*c5*qrpp3+w39*qrpp4+ w45*qrpp5 + w88*qrp1- w98*qrp2- w98*qrp3+w106*qrp4+w113*qrp5)*-1;
Ya[2][3] = w16*qrpp1+ w32*qrpp2+ w32*qrpp3+w40*qrpp4+ c4*qrpp5 + w89*qrp1+ w96*qrp2+ w96*qrp3+w107*qrp4+w114*qrp5;
Ya[2][4] = s3*qrpp2 +w118*qrp1-w120*qrp2;
Ya[2][5] = w17*qrpp1+ w33*qrpp2+ w33*qrpp3+w41*qrpp4+ c4*qrpp5 + w90*qrp1+ w97*qrp2+ w97*qrp3+w108*qrp4+w115*qrp5;
Ya[2][6] = w18*qrpp1+ w34*qrpp2+ w34*qrpp3 + w91*qrp1-w100*qrp2-w100*qrp3+w109*qrp4;
Ya[2][7] = w19*qrpp1+ w35*qrpp2+ w35*qrpp3 + w92*qrp1+w100*qrp2+w100*qrp3+w110*qrp4;
Ya[2][8] = qrpp2+ qrpp3 - w70*qrp1;
Ya[2][9] = qrpp2+ qrpp3 + w70*qrp1;
Ya[2][10] = 0;
Ya[2][11] = 0;
Ya[2][12] = wg1;
Ya[2][13] = 0;
Ya[2][14] = s23;
Ya[2][15] = 0; // Terminos de los motores;
Ya[2][16] = 0;
Ya[2][17] = qrpp3;
Ya[2][18] = 0;
Ya[2][19] = 0;
Ya[2][20] = 0;
Ya[2][21] = 0.0; // Friccion de Coulomb
Ya[2][22] = 0.0;
Ya[2][23] = signq3*(qrp3);
Ya[2][24] = 0.0;
Ya[2][25] = 0.0;
Ya[2][26] = 0.0;
Ya[2][27] = 0.0; // Friccion viscosa
Ya[2][28] = 0.0;
Ya[2][29] = qrp3;
Ya[2][30] = 0.0;
Ya[2][31] = 0.0;
Ya[2][32] = 0.0;

Ya[3][0] = w20*qrpp1+w37*qrpp2+w37*qrpp3+w46*qrpp4+c5*qrpp6+w121*qrp1+w126*qrp2+w126*qrp3-w133*qrp4-w135*qrp5+w138*qrp6;
Ya[3][1] = (w21*qrpp1+w38*qrpp2 +w122*qrp1+w127*qrp2)*-1;
Ya[3][2] = (w22*qrpp1+w39*qrpp2+w39*qrpp3 +w123*qrp1+w128*qrp2+w128*qrp3)*-1;
Ya[3][3] = w23*qrpp1+w40*qrpp2+w40*qrpp3+w47*qrpp4 +w124*qrp1+w129*qrp2+w129*qrp3+w134*qrp4-w136*qrp5;
Ya[3][4] = 0;
Ya[3][5] = w24*qrpp1+w41*qrpp2+w41*qrpp3+w48*qrpp4 +w125*qrp1+w130*qrp2+w130*qrp3-w134*qrp4+w137*qrp5;
Ya[3][6] = -c23*qrpp1 + qrpp4 + w79*qrp1+w131*qrp2+w131*qrp3;
Ya[3][7] = -c23*qrpp1 + qrpp4 + w78*qrp1+w132*qrp2+w132*qrp3;
Ya[3][8] = 0;
Ya[3][9] = 0;
Ya[3][10] = 0;
Ya[3][11] = 0;
Ya[3][12] = -wg2;
Ya[3][13] = 0;
Ya[3][14] = 0;
Ya[3][15] = 0; // Terminos de los motores;
Ya[3][16] = 0;
Ya[3][17] = 0;
Ya[3][18] = qrpp4;
Ya[3][19] = 0;
Ya[3][20] = 0;
Ya[3][21] = 0.0; // Friccion de Coulomb
Ya[3][22] = 0.0;
Ya[3][23] = 0.0;
Ya[3][24] = signq4*(qrp4);
Ya[3][25] = 0.0;
Ya[3][26] = 0.0;
Ya[3][27] = 0.0; // Friccion viscosa
Ya[3][28] = 0.0;
Ya[3][29] = 0.0;
Ya[3][30] = qrp4;
Ya[3][31] = 0.0;
Ya[3][32] = 0.0;

Ya[4][0] = w26*qrpp1+0.5*c4*qrpp2+0.5*c4*qrpp3+0.5*qrpp5+w139*qrp1+w142*qrp2+w142*qrp3+w147*qrp4+w150*qrp6;
Ya[4][1] =(w25*qrpp1+ w42*qrpp2 +w140*qrp1+w143*qrp2)*-1;
Ya[4][2] =(w27*qrpp1+ w43*qrpp2+ w45*qrpp3 +w141*qrp1+w144*qrp2+w144*qrp3)*-1;
Ya[4][3] = w28*qrpp1+ c4*qrpp2+ c4*qrpp3+ qrp5+ w84*qrp1+w145*qrp2+w145*qrp3+w148*qrp4;
Ya[4][4] = 0;
Ya[4][5] = w28*qrpp1+ c4*qrpp2+ c4*qrpp3+ qrp5+ w83*qrp1+w146*qrp2+w146*qrp3+w149*qrp4;
Ya[4][6] = 0;
Ya[4][7] = 0;
Ya[4][8] = 0;
Ya[4][9] = 0;
Ya[4][10] = 0;
Ya[4][11] = 0; //Terminos de gravedad
Ya[4][12] = vg3;
Ya[4][13] = 0;
Ya[4][14] = 0;

```



```

Ya[4][15] = 0; // Terminos de los motores
Ya[4][16] = 0;
Ya[4][17] = 0;
Ya[4][18] = 0;
Ya[4][19] = qrpp5;
Ya[4][20] = 0;
Ya[4][21] = 0.0; // Friccion de Coulomb
Ya[4][22] = 0.0;
Ya[4][23] = 0.0;
Ya[4][24] = 0.0;
Ya[4][25] = signq5*(qrp5);
Ya[4][26] = 0.0;
Ya[4][27] = 0.0; // Friccion Viscosa
Ya[4][28] = 0.0;
Ya[4][29] = 0.0;
Ya[4][30] = 0.0;
Ya[4][31] = qrp5;
Ya[4][32] = 0.0;

Ya[5][0] = w29*qrpp1+w44*qrpp2+w44*qrpp3+c5*qrpp4+qrpp6+w85*qrp1+w151*qrp2+w151*qrp3+w152*qrp4+w153*qrp5;
Ya[5][1] = 0;
Ya[5][2] = 0;
Ya[5][3] = 0;
Ya[5][4] = 0;
Ya[5][5] = 0;
Ya[5][6] = 0;
Ya[5][7] = 0;
Ya[5][8] = 0;
Ya[5][9] = 0;
Ya[5][10] = 0;
Ya[5][11] = 0;
Ya[5][12] = 0; //Terminos de gravedad
Ya[5][13] = 0;
Ya[5][14] = 0;
Ya[5][15] = 0; // Terminos de los motores
Ya[5][16] = 0;
Ya[5][17] = 0;
Ya[5][18] = 0;
Ya[5][19] = 0;
Ya[5][20] = qrpp6;
Ya[5][21] = 0.0; // Friccion de Coulomb
Ya[5][22] = 0.0;
Ya[5][23] = 0.0;
Ya[5][24] = 0.0;
Ya[5][25] = 0.0;
Ya[5][26] = signq6*(qrp6);
Ya[5][27] = 0.0; // Friccion Viscosa
Ya[5][28] = 0.0;
Ya[5][29] = 0.0;
Ya[5][30] = 0.0;
Ya[5][31] = 0.0;
Ya[5][32] = qrp6;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Ley adaptable
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Transpose (Ya,6,33,Yatp);

gam1 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 1
gam2 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 2
gam3 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 3
gam4 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 4
gam5 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 5
gam6 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 6
gam7 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 7
gam8 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 8
gam9 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 9
gam10 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 10
gam11 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 11
gam12 = 0.00001 *1.0; // Matriz de Inercia 12

gam13 = 2.0 *1.0; // Gravitacional
gam14 = 2.0 *1.0; // Gravitacional
gam15 = 2.0 *1.0; // Gravitacional

gam16 = 0.15 *1.0; // Friccion de Coulomb 1
gam17 = 0.15 *1.0; // Friccion de Coulomb 2
gam18 = 0.19 *1.0; // Friccion de Coulomb 3
gam19 = 0.0015 *1.0; // Friccion de Coulomb 4
gam20 = 0.0015 *1.0; // Friccion de Coulomb 5
gam21 = 0.0015 *1.0; // Friccion de Coulomb 6

gam22 = 0.5 *1.0; // Motores 1

```





```

gam23 = 0.5 *1.0; // Motores 2
gam24 = 0.5 *1.0; // Motores 3
gam25 = 0.01 *1.0; // Motores 4
gam26 = 0.02 *1.0; // Motores 5
gam27 = 0.05 *1.0; // Motores 6

gam28 = 0.5 *1.0; // Friccion Viscosa 1
gam29 = 0.5 *1.0; // Friccion Viscosa 2
gam30 = 0.5 *1.0; // Friccion Viscosa 3
gam31 = 0.01 *1.0; // Friccion Viscosa 4
gam32 = 0.02 *1.0; // Friccion Viscosa 5
gam33 = 0.01 *1.0; // Friccion Viscosa 6

```

```

Gamma[0][0] = -gam1; // Parametro de la matriz de inercia y de coriolis
Gamma[1][1] = -gam2;
Gamma[2][2] = -gam3;
Gamma[3][3] = -gam4;
Gamma[4][4] = -gam5;
Gamma[5][5] = -gam6;
Gamma[6][6] = -gam7;
Gamma[7][7] = -gam8;
Gamma[8][8] = -gam9;
Gamma[9][9] = -gam10;
Gamma[10][10] = -gam11;
Gamma[11][11] = -gam12;
Gamma[12][12] = -gam13; // Gravedad
Gamma[13][13] = -gam14;
Gamma[14][14] = -gam15; // Fricción Coulomb
Gamma[16][15] = -gam16;
Gamma[16][16] = -gam17;
Gamma[17][17] = -gam18;
Gamma[18][18] = -gam19;
Gamma[19][19] = -gam20; // Motores
Gamma[20][20] = -gam21;
Gamma[21][21] = -gam22;
Gamma[22][22] = -gam23;
Gamma[23][23] = -gam24;
Gamma[24][24] = -gam25; // Fricción Viscosa
Gamma[25][25] = -gam26;
Gamma[26][26] = -gam27;
Gamma[27][27] = -gam28;
Gamma[28][28] = -gam29;
Gamma[29][29] = -gam30;
Gamma[30][30] = -gam31;
Gamma[31][31] = -gam32;
Gamma[32][32] = -gam33;

```

```

MatrixMul(Gamma,Yatp,33,33,6,mult1);

```

```

MatrixMul(mult1,ss,33,6,1,agp);

```

```

agp1i = agp[0][0];
agp2i = agp[1][0];
agp3i = agp[2][0];
agp4i = agp[3][0];
agp5i = agp[4][0];
agp6i = agp[5][0];
agp7i = agp[6][0];
agp8i = agp[7][0];
agp9i = agp[8][0];
agp10i = agp[9][0]; //Cantidades muy pequeñas
agp11i = agp[10][0];
agp12i = agp[11][0];
agp13i = agp[12][0];
agp14i = agp[13][0];
agp15i = agp[14][0];
agp16i = agp[15][0];
agp17i = agp[16][0];
agp18i = agp[17][0];
agp19i = agp[18][0];
agp20i = agp[19][0];
agp21i = agp[20][0];
agp22i = agp[21][0];
agp23i = agp[22][0];
agp24i = agp[23][0];
agp25i = agp[24][0];
agp26i = agp[25][0];
agp27i = agp[26][0];
agp28i = agp[27][0];
agp29i = agp[28][0];
agp30i = agp[29][0];
agp31i = agp[30][0];
agp32i = agp[31][0];

```



```
agp33i = agp[32][0];
```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Integracion Método de Trapezoidal
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

(Se garantiza la estabilidad del sistema sin importar el Tiempo de Muestreo)

```

ag1i = ag1i_1 + ((hd2 * agp1i) + (hd2 * agp1i_1));
ag2i = ag2i_1 + ((hd2 * agp2i) + (hd2 * agp2i_1));
ag3i = ag3i_1 + ((hd2 * agp3i) + (hd2 * agp3i_1));
ag4i = ag4i_1 + ((hd2 * agp4i) + (hd2 * agp4i_1));
ag5i = ag5i_1 + ((hd2 * agp5i) + (hd2 * agp5i_1));
ag6i = ag6i_1 + ((hd2 * agp6i) + (hd2 * agp6i_1));
ag7i = ag7i_1 + ((hd2 * agp7i) + (hd2 * agp7i_1));
ag8i = ag8i_1 + ((hd2 * agp8i) + (hd2 * agp8i_1));
ag9i = ag9i_1 + ((hd2 * agp9i) + (hd2 * agp9i_1));
ag10i = ag10i_1 + ((hd2 * agp10i) + (hd2 * agp10i_1));
ag11i = ag11i_1 + ((hd2 * agp11i) + (hd2 * agp11i_1));
ag12i = ag12i_1 + ((hd2 * agp12i) + (hd2 * agp12i_1));
ag13i = ag13i_1 + ((hd2 * agp13i) + (hd2 * agp13i_1));
ag14i = ag14i_1 + ((hd2 * agp14i) + (hd2 * agp14i_1));
ag15i = ag15i_1 + ((hd2 * agp15i) + (hd2 * agp15i_1));
ag16i = ag16i_1 + ((hd2 * agp16i) + (hd2 * agp16i_1));
ag17i = ag17i_1 + ((hd2 * agp17i) + (hd2 * agp17i_1));
ag18i = ag18i_1 + ((hd2 * agp18i) + (hd2 * agp18i_1));
ag19i = ag19i_1 + ((hd2 * agp19i) + (hd2 * agp19i_1));
ag20i = ag20i_1 + ((hd2 * agp20i) + (hd2 * agp20i_1));
ag21i = ag21i_1 + ((hd2 * agp21i) + (hd2 * agp21i_1));
ag22i = ag22i_1 + ((hd2 * agp22i) + (hd2 * agp22i_1));
ag23i = ag23i_1 + ((hd2 * agp23i) + (hd2 * agp23i_1));
ag24i = ag24i_1 + ((hd2 * agp24i) + (hd2 * agp24i_1));
ag25i = ag25i_1 + ((hd2 * agp25i) + (hd2 * agp25i_1));
ag26i = ag26i_1 + ((hd2 * agp26i) + (hd2 * agp26i_1));
ag27i = ag27i_1 + ((hd2 * agp27i) + (hd2 * agp27i_1));
ag28i = ag28i_1 + ((hd2 * agp28i) + (hd2 * agp28i_1));
ag29i = ag29i_1 + ((hd2 * agp29i) + (hd2 * agp29i_1));
ag30i = ag30i_1 + ((hd2 * agp30i) + (hd2 * agp30i_1));
ag31i = ag31i_1 + ((hd2 * agp31i) + (hd2 * agp31i_1));
ag32i = ag32i_1 + ((hd2 * agp32i) + (hd2 * agp32i_1));
ag33i = ag33i_1 + ((hd2 * agp33i) + (hd2 * agp33i_1));

```

```
if ((i==interm2+1)&&((muestras-i)>chance)){
```

```

    ag1[cont2] = ag1i;
    ag2[cont2] = ag2i;
    ag3[cont2] = ag3i;
    ag4[cont2] = ag4i;
    ag5[cont2] = ag5i;
    ag6[cont2] = ag6i;
    ag7[cont2] = ag7i;
    ag8[cont2] = ag8i;
    ag9[cont2] = ag9i;
    ag10[cont2] = ag10i;
    ag11[cont2] = ag11i;
    ag12[cont2] = ag12i;
    ag13[cont2] = ag13i;
    ag14[cont2] = ag14i;
    ag15[cont2] = ag15i;
    ag16[cont2] = ag16i;
    ag17[cont2] = ag17i;
    ag18[cont2] = ag18i;
    ag19[cont2] = ag19i;
    ag20[cont2] = ag20i;
    ag21[cont2] = ag21i;
    ag22[cont2] = ag22i;
    ag23[cont2] = ag23i;
    ag24[cont2] = ag24i;
    ag25[cont2] = ag25i;
    ag26[cont2] = ag26i;
    ag27[cont2] = ag27i;
    ag28[cont2] = ag28i;
    ag29[cont2] = ag29i;
    ag30[cont2] = ag30i;
    ag31[cont2] = ag31i;
    ag32[cont2] = ag32i;
    ag33[cont2] = ag33i;

```

```

    cont2 = cont2 + 1;
    interm2 = interm2 + almacena;
}

```

```
ag1i_1 = ag1i;
```



```
ag2i_1 = ag2i;  
ag3i_1 = ag3i;  
ag4i_1 = ag4i;  
ag5i_1 = ag5i;  
ag6i_1 = ag6i;  
ag7i_1 = ag7i;  
ag8i_1 = ag8i;  
ag9i_1 = ag9i;  
ag10i_1 = ag10i;  
ag11i_1 = ag11i;  
ag12i_1 = ag12i;  
ag13i_1 = ag13i;  
ag14i_1 = ag14i;  
ag15i_1 = ag15i;  
ag16i_1 = ag16i;  
ag17i_1 = ag17i;  
ag18i_1 = ag18i;  
ag19i_1 = ag19i;  
ag20i_1 = ag20i;  
ag21i_1 = ag21i;  
ag22i_1 = ag22i;  
ag23i_1 = ag23i;  
ag24i_1 = ag24i;  
ag25i_1 = ag25i;  
ag26i_1 = ag26i;  
ag27i_1 = ag27i;  
ag28i_1 = ag28i;  
ag29i_1 = ag29i;  
ag30i_1 = ag30i;  
ag31i_1 = ag31i;  
ag32i_1 = ag32i;  
ag33i_1 = ag33i;
```

```
// asignacion del valor anterior de parametros punto
```

```
agp1i_1 = agp1i;  
agp2i_1 = agp2i;  
agp3i_1 = agp3i;  
agp4i_1 = agp4i;  
agp5i_1 = agp5i;  
agp6i_1 = agp6i;  
agp7i_1 = agp7i;  
agp8i_1 = agp8i;  
agp9i_1 = agp9i;  
agp10i_1 = agp10i;  
agp11i_1 = agp11i;  
agp12i_1 = agp12i;  
agp13i_1 = agp13i;  
agp14i_1 = agp14i;  
agp15i_1 = agp15i;  
agp16i_1 = agp16i;  
agp17i_1 = agp17i;  
agp18i_1 = agp18i;  
agp19i_1 = agp19i;  
agp20i_1 = agp20i;  
agp21i_1 = agp21i;  
agp22i_1 = agp22i;  
agp23i_1 = agp23i;  
agp24i_1 = agp24i;  
agp25i_1 = agp25i;  
agp26i_1 = agp26i;  
agp27i_1 = agp27i;  
agp28i_1 = agp28i;  
agp29i_1 = agp29i;  
agp30i_1 = agp30i;  
agp31i_1 = agp31i;  
agp32i_1 = agp32i;  
agp33i_1 = agp33i;
```

```
ag[0][0] = ag1i;  
ag[1][0] = ag2i;  
ag[2][0] = ag3i;  
ag[3][0] = ag4i;  
ag[4][0] = ag5i;  
ag[5][0] = ag6i;  
ag[6][0] = ag7i;  
ag[7][0] = ag8i;  
ag[8][0] = ag9i;  
ag[9][0] = ag10i; // Asignacion de variables sin filtrar  
ag[10][0] = ag11i;
```



```

ag[11][0] = ag12i;
ag[12][0] = ag13i;
ag[13][0] = ag14i;
ag[14][0] = ag15i;
ag[15][0] = ag16i;
ag[16][0] = ag17i;
ag[17][0] = ag18i;
ag[18][0] = ag19i;
ag[19][0] = ag20i;
ag[20][0] = ag21i;
ag[21][0] = ag22i;
ag[22][0] = ag23i;
ag[23][0] = ag24i;
ag[24][0] = ag25i;
ag[25][0] = ag26i;
ag[26][0] = ag27i;
ag[27][0] = ag28i;
ag[28][0] = ag29i;
ag[29][0] = ag30i;
ag[30][0] = ag31i;
ag[31][0] = ag32i;
ag[32][0] = ag33i;

```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Ley de Control
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

MatrixMul(Ya,ag,6,33,1,leyc); // Maximo valor que toma es de 1e6 mas-menos

```

```

MatrixMul(Dk_1Dn,leyc,6,6,1,leyc1); // Multiplica por la dinámica de los motores

```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Ganancias PD
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

mkd[0][0] = -kr1;
mkd[1][1] = -kr2;
mkd[2][2] = -kr3;
mkd[3][3] = -kr4;
mkd[4][4] = -kr5;
mkd[5][5] = -kr6;

```

```

MatrixMul(mkd,ev,6,6,1,gankd);

```

```

MatrixMul(Dk_1Dn,gankd,6,6,1,leyc2); // Multiplica por la dinámica de los motores

```

```

mkp[0][0] = -kp1;
mkp[1][1] = -kp2;
mkp[2][2] = -kp3;
mkp[3][3] = -kp4;
mkp[4][4] = -kp5;
mkp[5][5] = -kp6;

```

```

MatrixMul(mkp,ep,6,6,1,modif);

```

```

MatrixMul(Dk_1Dn,modif,6,6,1,leyc3); // Multiplica por la dinámica de los motores

```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Control de motores mediante voltaje
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

Add2D (leyc1,leyc2,6,1,volt); // Maximo valor que toma es de 100 mas-menos

```

```

Add2D (volt,leyc3,6,1,volts); // Modificacion de la ley de control -kp*qt

```

```

volt1[i] = volts[0][0];
volt2[i] = volts[1][0];
volt3[i] = volts[2][0]; // Vector sólo para graficar señal sin filtrar
volt4[i] = volts[3][0];
volt5[i] = volts[4][0];
volt6[i] = volts[5][0];

```

```

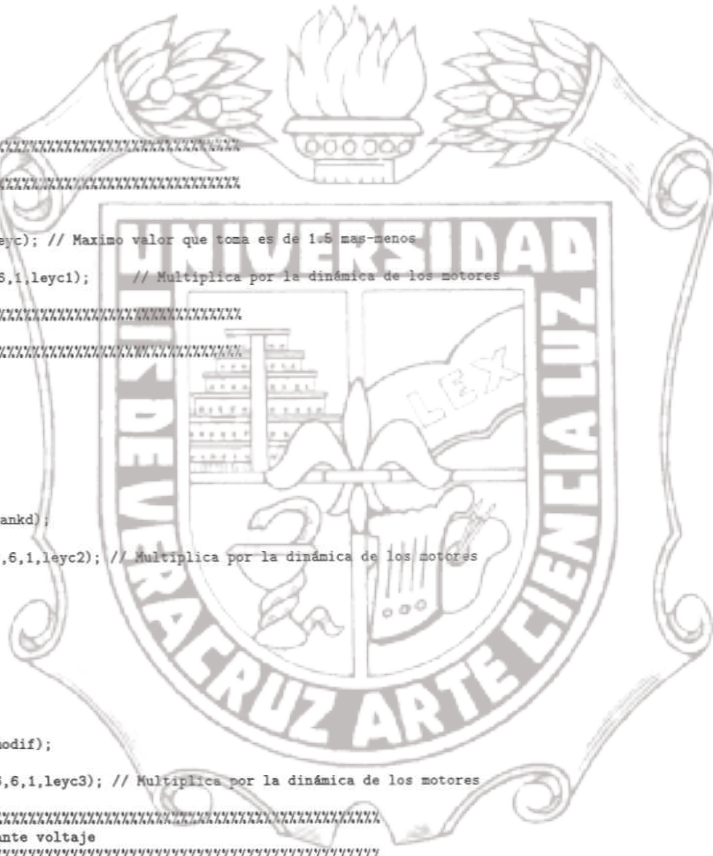
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
Saturador de voltaje
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

if (volts[0][0] >= sat)
    volts[0][0] = sat;
else

```



```

if (volts[0][0] <=-sat)
  volts[0][0] = -sat;
else
  volts[0][0] = volts[0][0];

if (volts[1][0] >= sat)
  volts[1][0] = sat;
else
  if (volts[1][0] <=-sat)
    volts[1][0] = -sat;
  else
    volts[1][0] = volts[1][0];

if (volts[2][0] >= sat)
  volts[2][0] = sat;
else
  if (volts[2][0] <=-sat)
    volts[2][0] = -sat;
  else
    volts[2][0] = volts[2][0];

if (volts[3][0] >= sat)
  volts[3][0] = sat;
else
  if (volts[3][0] <=-sat)
    volts[3][0] = -sat;
  else
    volts[3][0] = volts[3][0];

if (volts[4][0] >= sat)
  volts[4][0] = sat;
else
  if (volts[4][0] <=-sat)
    volts[4][0] = -sat;
  else
    volts[4][0] = volts[4][0];

if (volts[5][0] >= sat)
  volts[5][0] = sat;
else
  if (volts[5][0] <=-sat)
    volts[5][0] = -sat;
  else
    volts[5][0] = volts[5][0];

////////////////////////////////////
salida de voltaje hacia Dac's
////////////////////////////////////

volts[0][0] = volts[0][0] * 3276.8;
volts[1][0] = volts[1][0] * 3276.8;
volts[2][0] = volts[2][0] * 3276.8;
volts[3][0] = volts[3][0] * 3276.8;
volts[4][0] = volts[4][0] * 3276.8;
volts[5][0] = volts[5][0] * 3276.8;
// printf("%d %f %f %f %f %f\n",i,tau[0][0],tau[1][0],tau[2][0],tau[3][0],tau[4][0]);

status = flex_load_dac (boardID2, 0x31, volts[0][0],0xFF); //Salida de datos por el DAC
status = flex_load_dac (boardID2, 0x32, volts[1][0],0xFF); //Salida de datos por el DAC
status = flex_load_dac (boardID2, 0x33, -volts[2][0],0xFF); //Salida de datos por el DAC
status = flex_load_dac (boardID2, 0x34, -volts[3][0],0xFF); //Salida de datos por el DAC
status = flex_load_dac (boardID2, 0x35, -volts[4][0],0xFF); //Salida de datos por el DAC
status = flex_load_dac (boardID2, 0x36, -volts[5][0],0xFF); //Salida de datos por el DAC

// Termina controlador y adaptación
tiempof = Timer();
Tiempon[i] = tiempof-tiempoi;
difT = tiempof - tiempoi;

if (difT < h){
  dly = h - difT;
  Delay(dly - 0.001101);
}
difT = (tiempof+dly) - tiempoi;
dly = 0;

Tdelay[i] = difT;

```



```

if ((muestras-i)<chance) { alerta=chance; }

SetCtrlVal (panelHandle, PANEL_tiempom, alerta);

i=i+1;
fin = i;
ProcessSystemEvents();
} // fin del While

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Finaliza esquema de adaptación, control y observador
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

//+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
tt[fin-1] = fint; // Quitar el -1 para el bloqueo
ttt[cont1] = fint - 0.001101;

L22 = TL22/T;
L2 = sqrt(L22); // Calculo de la norma del error de todo el robot para T segundos
L221 = TL221/T;
La1 = sqrt(L221); // Calculo de la norma del error para la primera articulacion
L222 = TL222/T;
La2 = sqrt(L222); // Calculo de la norma del error para T segundos
L223 = TL223/T;
La3 = sqrt(L223); // Calculo de la norma del error para T segundos
L224 = TL224/T;
La4 = sqrt(L224); // Calculo de la norma del error para T segundos
L225 = TL225/T;
La5 = sqrt(L225); // Calculo de la norma del error para T segundos
L226 = TL226/T;
La6 = sqrt(L226); // Calculo de la norma del error para T segundos
L22i = TL22i/Ti;
L2i = sqrt(L22i); // Calculo de la norma del error para T segundos
L221i = TL221i/Ti;
La1i = sqrt(L221i); // Calculo de la norma del error para T segundos
L222i = TL222i/Ti;
La2i = sqrt(L222i); // Calculo de la norma del error para T segundos
L223i = TL223i/Ti;
La3i = sqrt(L223i); // Calculo de la norma del error para T segundos
L224i = TL224i/Ti;
La4i = sqrt(L224i); // Calculo de la norma del error para T segundos
L225i = TL225i/Ti;
La5i = sqrt(L225i); // Calculo de la norma del error para T segundos
L226i = TL226i/Ti;
La6i = sqrt(L226i); // Calculo de la norma del error para T segundos
L22is = TL22is/Tis;
L2is = sqrt(L22is); // Calculo de la norma del error para T segundos
L221is = TL221is/Tis;
La1is = sqrt(L221is); // Calculo de la norma del error para T segundos
L222is = TL222is/Tis;
La2is = sqrt(L222is); // Calculo de la norma del error para T segundos
L223is = TL223is/Tis;
La3is = sqrt(L223is); // Calculo de la norma del error para T segundos
L224is = TL224is/Tis;
La4is = sqrt(L224is); // Calculo de la norma del error para T segundos
L225is = TL225is/Tis;
La5is = sqrt(L225is); // Calculo de la norma del error para T segundos
L226is = TL226is/Tis;
La6is = sqrt(L226is); // Calculo de la norma del error para T segundos

}
break;
}
return 0;
}

```

