



UNIVERSIDAD VERACRUZANA

INSTITUTO DE INGENIERIA

"ATENUACION DE PERTURBACIONES
PERIODICAS EN LOS SISTEMAS
DE CONTROL"

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRA EN INGENIERIA ELECTRICA

PRESENTA:
YAHARA GARCIA ALVARADO

ASESOR:
YU TANG XU

H. VERACRUZ, VER.

2002

Instituto de Ingeniería
Universidad Veracruzana



UNIVERSIDAD VERACRUZANA INSTITUTO DE INGENIERIA

H. Veracruz, Ver., a 13 de Diciembre del 2001
DI567/01

Al candidato al Grado:
Ing. Yahara García Alvarado
Presente

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a Usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Dr. Yu Tang Xu, para que lo desarrolle como tesis, para obtener el Grado de Maestra en Ingeniería Eléctrica Opción Control:

TEMA:

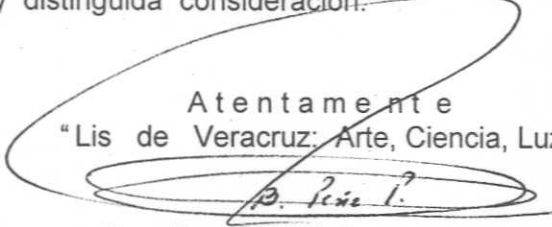
"ATENUACIÓN DE PERTURBACIONES PERIÓDICAS EN LOS SISTEMAS DE CONTROL"

- I .- Introducción
 - II .- Preliminar matemático
 - III .- Formulación del problema
 - IV .- Cancelación de la perturbación
 - V .- Aplicación en un motor de CD
 - VI .- Conclusiones
- Apéndice
Bibliografía

Sin otro particular, me es grato reiterarle la seguridad de mi más atenta y distinguida consideración.

Atentamente

"Lis de Veracruz: Arte, Ciencia, Luz"


Dr. Bonifacio C.A. Peña Pardo
Director

BPP/apm*.

AL DIOS ALTÍSIMO

Padre celestial, en el nombre de Jesús
quiero darte gracias por:

mi esposo quien es mi compañero,
amigo y muchas veces mi maestro,
gracias por mis padres quienes son
ejemplo de esfuerzo y superación.

Gracias por mis hermanos
quienes son mis amigos de toda la vida,
gracias por mis sobrinos
porque sus sonrisas alegran mi alma.

Gracias por los buenos amigos
que me presentan delante de ti en sus oraciones,
gracias por los buenos maestros,
para quienes no fui un número más de matrícula
sino alguien con posibilidad de servir académicamente.

Tantas cosas tengo que agradecerte
porque he entendido que todo lo perfecto,
toda buena dádiva desciende de lo alto,
por ésto y por las muchas cosas
que no terminaría de mencionar
te dedico todo logro en mi vida,
a ti sea la gloria, el poder y el imperio
por los siglos de los siglos, amén.

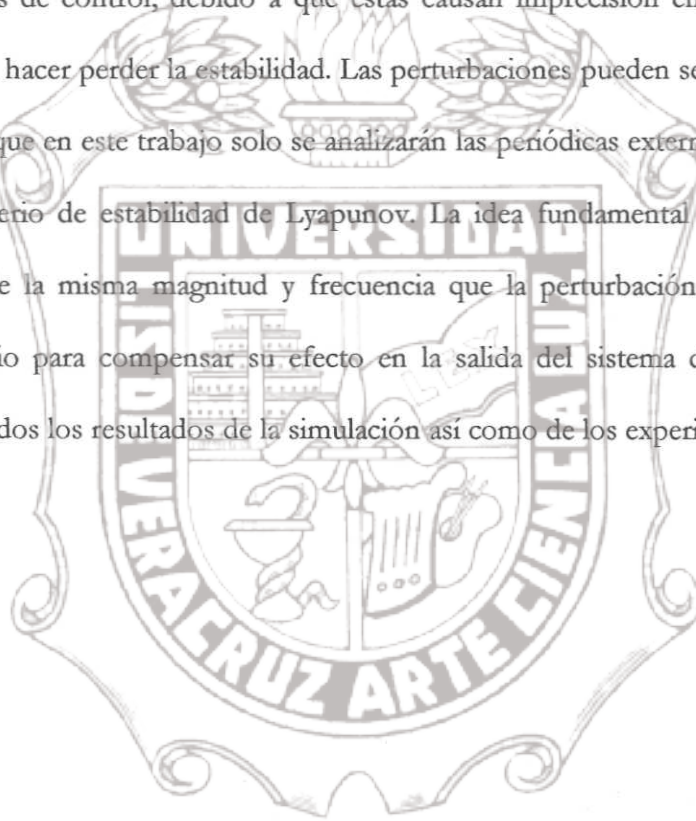
Tu hija Yahara

CONTENIDO

RESUMEN.....	1
Capítulo I: Introducción.....	2
Problema a considerar.....	2
Contribución de esta tesis.....	5
Capítulo II: Preliminar matemático.....	7
Sistemas lineales invariantes en el tiempo.....	7
Estabilidad de Lyapunov.....	9
Lema de Barbalat.....	12
Lema de Kalman-Yakubovich.....	13
Desigualdad de Raleigh.....	14
Excitaciones Persistentes.....	15
Capítulo III: Formulación del problema.....	17
Perturbaciones a considerar.....	17
El problema a resolver.....	18
Capítulo IV: Cancelación de la perturbación.....	20
Ecuación de error.....	20
Ley de adaptación.....	22
Capítulo V: Aplicación en un motor de CD.....	30
Generalidades y modelado del motor de CD.....	30
Esquema de cancelación en el motor de CD.....	42
Simulación.....	45
Experimento.....	58
Capítulo VI: Conclusiones.....	65
Ventajas y desventajas del esquema de cancelación.....	65
Observaciones del funcionamiento del algoritmo.....	66
Trabajos futuros.....	74
Apéndice.....	75
Bibliografía.....	77

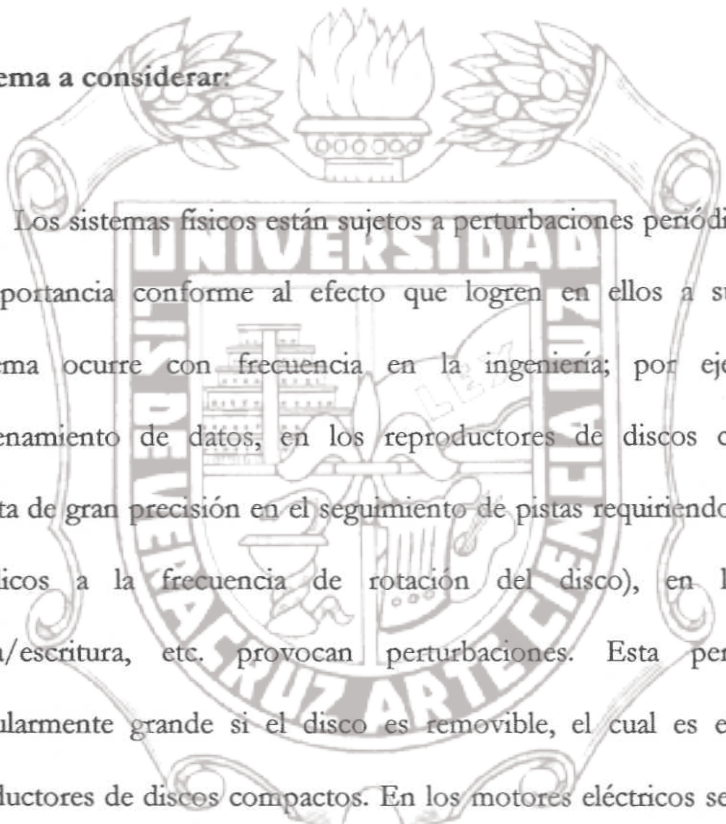
RESUMEN

El rechazo de las perturbaciones es un aspecto importante en los sistemas de control, debido a que éstas causan imprecisión en los sistemas y pueden hacer perder la estabilidad. Las perturbaciones pueden ser muy variadas, por lo que en este trabajo solo se analizarán las periódicas externas con la ayuda del criterio de estabilidad de Lyapunov. La idea fundamental es estimar una señal de la misma magnitud y frecuencia que la perturbación pero de signo contrario para compensar su efecto en la salida del sistema de control. Son reportados los resultados de la simulación así como de los experimentos.



INTRODUCCIÓN

Problema a considerar:



Los sistemas físicos están sujetos a perturbaciones periódicas que varían en importancia conforme al efecto que logren en ellos a su salida. Este problema ocurre con frecuencia en la ingeniería; por ejemplo, en el almacenamiento de datos, en los reproductores de discos compactos (se necesita de gran precisión en el seguimiento de pistas requiriendo movimientos periódicos a la frecuencia de rotación del disco), en la cabeza de lectura/escritura, etc. provocan perturbaciones. Esta perturbación es particularmente grande si el disco es removible, el cual es el caso de los reproductores de discos compactos. En los motores eléctricos se presentan los efectos llamados "cogging torque" y el "detent torque", el primero es un par pulsante que genera armónicos en los motores de CD, producidos normalmente por la fuente de poder, y el segundo efecto son pares que producen frenado en motores de pasos, los cuales se deben a la construcción de dichos motores; en conclusión son términos que indican la creación de pulsaciones de torque a la frecuencia de rotación del motor, a pesar de la

tendencia de imanes permanentes que se acomodan a lo largo de la dirección de la reluctancia mínima.

En algunos casos como este, la frecuencia de la perturbación es conocida, pero la fase y magnitud desconocidas. Existen muchos métodos para la atenuación de perturbaciones de este tipo, así como para el rechazo cuando más de una de éstas está presente. Dos de los métodos más comunes son brevemente descritos a continuación:

- "Principio de Modelo Interno (IMP)" establece que se debe incluir un modelo de la perturbación en el sistema de retroalimentación, tomando en cuenta que un sistema lineal retroalimentado tiene rechazo perfecto a las perturbaciones a ciertas frecuencias, siempre y cuando la ganancia del controlador sea infinita a esas frecuencias. Lo que significa para perturbaciones senoidales que el controlador debe tener un par de polos en el eje "jw" correspondiente a la frecuencia de la perturbación. (Fig.1).

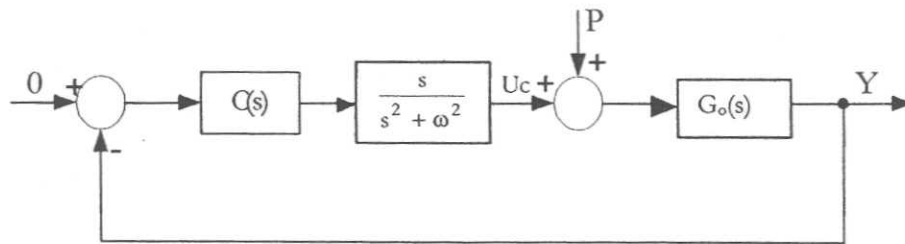


Figura 1. Controlador basado en el Principio del Modelo Interno.

como la fase y la magnitud de la perturbación son generalmente desconocidas se deben estimar utilizando un algoritmo adaptivo. (Fig.2).



Figura 2. Cancelación por Retroalimentación Adaptiva

Ambos métodos pueden ampliarse para la atenuación de un número arbitrario de componentes armónicos generados por las perturbaciones periódicas, para el método IMP se adhieren tantos polos como se necesiten en el controlador y para el AFC se estiman tantos coeficientes de la serie de Fourier como se necesiten.

Investigadores como Chen y Paden (1990) [1], estudiaron la aplicación del algoritmo AFC en el rechazo de pulsaciones de torque periódico, en un motor de pasos, en una aplicación de alta precisión. Encontraron muchos armónicos en la respuesta del sistema; utilizaron un algoritmo que atenúo un número grande de ellos, pero el esquema que se implementó fue diseñado para eliminar sólo la primera armónica. Los autores observaron que el algoritmo no

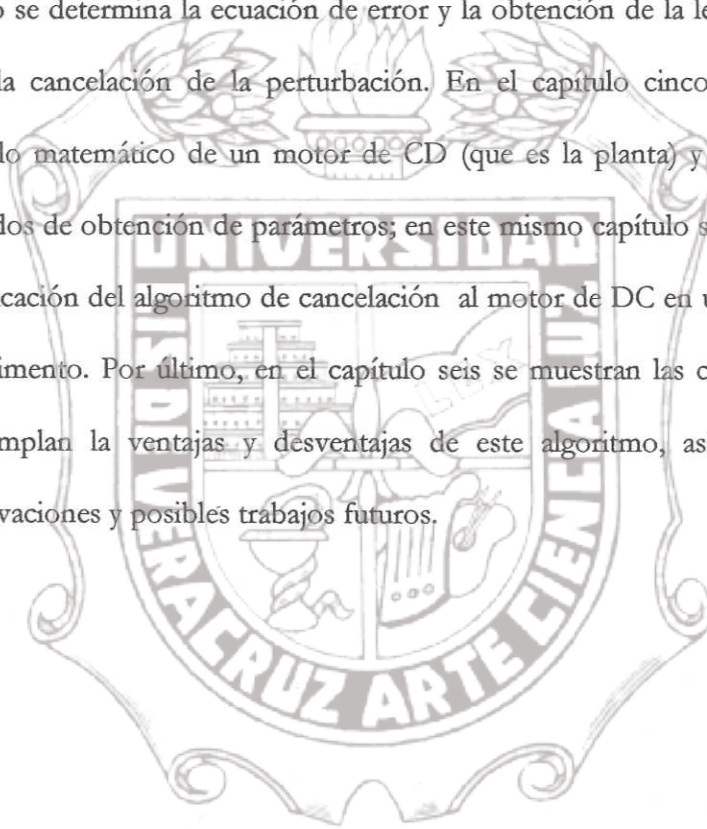
armónicos en la respuesta del sistema; utilizaron un algoritmo que atenúa un número grande de ellos, pero el esquema que se implementó fue diseñado para eliminar sólo la primera armónica. Los autores observaron que el algoritmo no sólo fue exitoso eliminando la primera armónica sino también reduciendo la tercera. Concluyeron que esto se debía a las no linealidades no modeladas de la planta y que de alguna manera se acoplaban la primera y tercera armónica.

Por otro lado los investigadores Bodson, Sacks y Khosla (1994)[2], mostraron que es posible el rechazo de armónicos de alto orden aún en plantas lineales, es decir, que el algoritmo adaptivo diseñado para eliminar la primera armónica es capaz de reducir la amplitud de la tercera armónica también. La generación de armónicos en el algoritmo adaptivo es debido a la variación de tiempo de sus parámetros, y puede ser explicado mediante el uso de argumentos de modulación, señales estándar y teoría de sistemas. Este efecto puede calcularse con precisión mediante el análisis de la transformada de Laplace.

Contribución de esta tesis:

En esta tesis se busca estudiar el algoritmo adaptivo para atenuar perturbaciones periódicas, para ello se utilizó un motor de CD, al cual se le estimaron los parámetros a través de un experimento para posteriormente usarlos en la simulación de la aplicación del algoritmo. Todo el fundamento

matemático usado en la metodología puede verse en el capítulo dos. El resto de la tesis está organizada como sigue: el capítulo tres con la formulación del problema a resolver, delimitando así el objetivo de este trabajo. En el capítulo cuatro se determina la ecuación de error y la obtención de la ley de adaptación para la cancelación de la perturbación. En el capítulo cinco se obtendrá el modelo matemático de un motor de CD (que es la planta) y se definirán los métodos de obtención de parámetros; en este mismo capítulo se podrá apreciar la aplicación del algoritmo de cancelación al motor de DC en una simulación y experimento. Por último, en el capítulo seis se muestran las conclusiones que contemplan la ventajas y desventajas de este algoritmo, así como algunas observaciones y posibles trabajos futuros.



Capítulo II

PRELIMINAR MATEMÁTICO

En este capítulo se hace mención de la matemática usada en el desarrollo de esta tesis, de manera que facilita su desarrollo. Se explican los sistemas lineales invariantes en el tiempo, la estabilidad de Lyapunov, el lema de Kalman-Yakubovich, el lema de Barbalat, la desigualdad de Raleigh y el principio de excitación persistente. Estos conceptos son fundamentales para el logro del objetivo de este trabajo.

Sistemas Lineales Invariantes en el Tiempo (LIT):

El análisis de estabilidad para sistemas lineales invariantes en el tiempo (LIT) es de gran ayuda, debido a que permite describir tanto a sistemas lineales como a no lineales usando un lenguaje común, mediante el desarrollo de analogías matemáticas útiles entre ambas clases. Debido a lo anterior se hace referencia a los sistemas lineales invariantes en el tiempo, ya que los sistemas de control no lineales pueden incluir componentes lineales (ya sea en la planta o en el controlador), lo que permite establecer una relación entre ambos mediante teoremas, lemas y otros principios, para así determinar la estabilidad de sistemas no lineales a partir de sistemas lineales.

La teoría de control lineal se ha preocupado predominantemente por el estudio de sistemas lineales de control invariantes en el tiempo, que tienen la forma [3]:

Donde $\dot{x} = Ax$ x es un vector de estados y A es la matriz del sistema. Los sistemas LTI tienen ciertas propiedades tales como:

- Un punto de equilibrio único si A es no singular.
- El punto de equilibrio es estable si todos los eigenvalores de A tienen la parte real negativa, sin reparar en las condiciones iniciales.
- La respuesta transitoria de un sistema lineal está compuesta por los modos naturales del sistema, y la solución general puede obtenerse analíticamente.
- En la presencia de una entrada externa $u(t)$ con

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

la respuesta del sistema tiene un número interesante de propiedades. Primero, satisface el principio de superposición. Segundo, la estabilidad asintótica del sistema implica estabilidad de entrada acotada salida acotada en la presencia de u . Tercero, una entrada senoidal produce una salida senoidal de la misma frecuencia.

Estabilidad de Lyapunov:

El Método Directo de Lyapunov será el utilizado. Este método determina las propiedades de estabilidad de un sistema no lineal mediante la construcción de una función "de energía" escalar para el sistema, y examina la variación de la función en el tiempo. Ahora bien, como un sistema de control está compuesto de un controlador y una planta (incluyendo dinámica de sensores y actuadores), la naturaleza no lineal de un sistema de control puede deberse a la variación en el tiempo, ya sea de la planta o de la ley de control, de hecho, los controladores adaptivos para plantas lineales invariantes en el tiempo, usualmente hacen al sistema de control de lazo cerrado no lineal como en este caso.

El objetivo de los teoremas de Lyapunov es deducir las propiedades de estabilidad de los sistemas a través de una función, esto puede ser en ocasiones muy difícil de establecer, por lo que se puede dudar si existe o no una función de Lyapunov para un sistema estable. Debido a esto surgen un conjunto de teoremas llamados "Teoremas Conversos de Lyapunov", y aunque no dicen como generar la función, si consuelan para su búsqueda. El interés en estos teoremas se debe a que un subsistema de un sistema no lineal puede poseer propiedades de estabilidad conocidas. Los teoremas conversos permiten

construir una función de Lyapunov para el subsistema, que puede posteriormente guiar a la generación de una función para el sistema entero.

Existe un teorema converso para cada teorema de estabilidad de Lyapunov, en este caso se necesita demostrar que el error tiende a cero conforme el tiempo tiende a infinito, el error a eliminar, no sólo está representado por "e" sino también por el error de la estimación, es decir, se tiene:

$$\tilde{\theta}(t) \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad t \rightarrow \infty$$

Para poder entender mejor los planteamientos matemáticos se mencionarán algunos conceptos acerca de la estabilidad de Lyapunov [4].

Se inicia definiendo "estado de equilibrio" de un sistema con la ecuación:

$$\dot{x} = f(x, t)$$

donde

$$f(x_e, t) = 0 \quad \text{para} \quad \text{todo } t$$

se le denomina *estado de equilibrio* del sistema. Si el sistema es lineal invariante en el tiempo, es decir, si $f(x,t)=Ax$, entonces existe solamente un estado de

equilibrio si A es no singular, y hay infinitos estados de equilibrio si A es singular. Para sistemas no lineales puede haber uno o más estados de equilibrio. Estos estados corresponden a las soluciones constantes del sistema ($x=x_e$ para todo t). La determinación de los estados de equilibrio no incluye la solución de las ecuaciones diferenciales del sistema, sino solamente la solución de la ecuación de $f(x_e, t)=0$.

La estabilidad en el sentido de Lyapunov consiste en designar una región esférica de radio k , alrededor de un punto de equilibrio x_e , como

$$\|x - x_e\| \leq k$$

Sea $S(\delta)$ la región que contiene todos los puntos tales que

$$\|x_0 - x_e\| \leq \delta$$

y $S(\epsilon)$ la región que contiene todos los puntos tales que

$$\| \beta(t; x_0, t_0) - x_e \| \leq \epsilon \quad \text{para todo } t \geq t_0$$

Se dice que un estado de equilibrio x_e , de la ecuación del sistema mencionado es *estable* en el sentido de Lyapunov si, para cada rango de $S(\epsilon)$, existe una $S(\delta)$, tal que las trayectorias que se inician en $S(\delta)$ no salgan de $S(\epsilon)$ al crecer t indefinidamente. En la *estabilidad asintótica* se dice que un estado de equilibrio x_e del sistema mostrado es asintóticamente estable, si es estable en el

sentido de Lyapunov y si toda solución que sale desde el interior de $S(\delta)$ converge hacia x_0 , sin abandonar $S(\epsilon)$ al crecer t indefinidamente. Por último la *estabilidad exponencial* consiste en que el vector de estados converja al origen más rápido que una función exponencial, esta estabilidad implica estabilidad asintótica. La definición de convergencia exponencial provee de un acotamiento explícito en el estado en todo tiempo. La estabilidad que se busca es la asintótica, aunque lo importante es que el error tienda a cero en el menor tiempo posible. El lema en el cual se apoya esta tesis es el conocido lema de Barbalat.

Lema de Barbalat :

Este lema establece lo siguiente [3]:

Si la función diferenciable tiene un límite finito cuando $t \rightarrow \infty$

y si $\dot{f}(t)$ es uniformemente continua, entonces $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$

Un corolario de este mismo lema dice:

Si la función diferenciable tiene un límite finito cuando $t \rightarrow \infty$

y si $\ddot{f}(t)$ existe y es acotada, entonces $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$

Se recuerda que la función $f(t)$ de la que se hace mención, es la función que se debe construir, para que a partir de ella se analice la estabilidad del sistema.

Ahora, se considera el primer tema del capítulo que trata acerca de sistema lineales invariantes en el tiempo, en el que se establecieron sus propiedades, las cuales indican que un sistema que reúna dichas propiedades puede, valiéndose de ciertos argumentos matemáticos, llegar a establecer la función que se busca.

Lema de Kalman-Yakubovich:

Funciones de transferencia estrictamente positivas reales (SPR) surgirán como una consecuencia del lema Kalman-Yakubovich que establece lo siguiente[5]:

Sea $(A, B, C) = F(s)$ una función de matriz de transferencia

$$F(s) = C(sI - A)^{-1}B + Du$$

donde A es una matriz Hurwitz, (con lo se establecen las primeras dos propiedades mencionadas de los sistemas invariantes en el tiempo); (A,B) hacen a $F(s)$ controlable y (A,C) la hacen observable. Entonces $F(s)$ es estrictamente positiva real si y solo si existe una matriz definida positiva P y una Q , tal que:

$$PA + A^T P = -Q$$

$$PB = C^T$$

Desigualdad de Raleigh:

La estabilidad L_2 es muy importante en los sistemas de control ya que se trabaja normalmente con raíces cuadradas de señales de energía, las cuales pueden ser vistas como señales de energía finita. Por ejemplo, $u(t)$ es corriente o voltaje, $u^T(t)u(t)$ es proporcional a la energía instantánea de la señal, y su integral para todo tiempo es una medida del contenido de energía de la señal. Con señales de entrada L_2 , los propósitos del diseño del control son asegurar que la relación entrada-salida sea ganancia L_2 finita y minimizar dicha ganancia en el sistema. Para ello se hace uso de la desigualdad de Raleigh:

$$\begin{aligned} \text{De } V &= -x^T Q x \\ V(T) - V(0) &= \int_0^T \dot{V}(t) dt = - \int_0^T x^T(t) Q x(t) dt \quad \text{para todo } T > 0 \\ &\geq - \int_0^T \lambda_{\max}(Q) x^T(t) x(t) dt \\ \lambda_{\max}(Q) \int_0^T x^T(t) x(t) &\leq V(0) - V(T) \leq V(0) \\ \int_0^T \|x(t)\|^2 dt &\leq \frac{V(0)}{\lambda_{\min}(Q)} \Rightarrow x \in L_2 \\ \text{como } \dot{x} &= Ax + B\phi^T \tilde{\theta} \in L_\infty \\ \text{por lo tanto } x(t) &\rightarrow 0 \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty \\ \text{aunque no se garantiza } \tilde{\theta}(t) &\rightarrow 0 \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Excitación persistente:

De acuerdo con este concepto, en general, [6] se asume que la entrada (excitación persistente) logra excitar todos los parámetros requeridos del proceso, tal que sus valores sean reflejados en su salida. Si se selecciona la entrada $u(k) = \sin(\omega_0 k)$, la salida se vuelve $y(k) = A \sin(\omega_0 k, \phi)$ con $A(\theta)$ como amplitud, $\phi(\theta)$ como fase y $\omega = \omega_0$ como frecuencia del proceso. Cada frecuencia ω , da un valor de amplitud $A(\theta, \omega)$ y un valor de la fase $\phi(\theta, \omega)$. Consecuentemente, con la selección de $u(k) = \sin(\omega, k)$, dos ecuaciones son generadas para resolver los parámetros desconocidos θ . Si el modelo del proceso tiene solo dos parámetros, ambos pueden ser obtenidos, si son más de dos parámetros a estimar, esta selección de $u(k)$ no es apropiada. Mediante la selección de una entrada $u(k)$ como la suma de "n" diferentes frecuencias, $2n$ ecuaciones son producidas, así $2n$ parámetros pueden ser estimados. Esto muestra que si una entrada se vuelve mas rica, más parámetros pueden ser estimados, si la entrada no lo es, no todos los parámetros pueden ser encontrados. La riqueza de $u(k)$ depende del contenido de su frecuencia, como es reflejada en su espectro $\phi_u(\omega)$ y puede ser establecida matemáticamente como el grado de excitación persistente (PE) de $u(k)$.

Si en el análisis se establece lo siguiente:

Sea $\phi(t)$ una excitación persistente, esto es :

$$\int_t^{t+\delta} \phi(\tau)\phi^T(\tau)d\tau \geq \alpha I, \alpha > 0, \delta > 0, I \text{ es una matriz identidad}$$

En este caso, el regresor ϕ está definido como:

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen } \omega_0 t \\ \text{cos } \omega_0 t \end{bmatrix}$$

Verificando la condición de excitación persistente:

$$\int_t^{t+\delta} \phi(\tau)\phi^T(\tau)d\tau = \begin{bmatrix} \int_t^{t+\delta} \text{sen}^2 \omega_0 t d\tau & \int_t^{t+\delta} \text{sen} \omega_0 t \text{cos} \omega_0 t d\tau \\ \int_t^{t+\delta} \text{cos} \omega_0 t \text{sen} \omega_0 t d\tau & \int_t^{t+\delta} \text{cos}^2 \omega_0 t d\tau \end{bmatrix} \geq \alpha I$$

quiere decir que ϕ si es un regresor de excitación persistente.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Perturbaciones a considerar:

Las perturbaciones son fenómenos dinámicos que pueden ser resultados de altas frecuencias como resonancias magnéticas, mecánicas, voltaje de ruido térmico en circuitos electrónicos, el ruido de conmutación de motores eléctricos, la interferencia del viento que actúa sobre las antenas, etc., provocando efectos que van desde una desviación temporal de la salida hasta una desviación permanente que es necesaria corregir porque puede afectar la estabilidad del sistema.

Entiéndase por perturbación a una señal que tiende a afectar adversamente el valor de la salida de un sistema. Si la perturbación se genera dentro del sistema se le denomina interna, mientras que si se genera fuera se le denomina externa. Existe una gran variedad de ellas, así que se delimitará el problema a tratar considerando únicamente las externas que sean periódicas con frecuencia conocida, pero con magnitud y fase desconocidas. En este último caso la perturbación constituye una entrada.

El problema a resolver :

El objetivo de este trabajo es lograr que el sistema de control sea insensible a las perturbaciones periódicas a través de su cancelación mediante un algoritmo de adaptación, y de esta manera, obtener el desempeño deseado del sistema.

Específicamente, se consideran perturbaciones con la forma:

$$P = P_0 \text{sen}(\omega_0 t + \alpha_0) \quad (1)$$

donde:

ω_0 = frecuencia de la señal

P_0 = amplitud de la señal

α_0 = corrimiento de la fase de la señal

En el desarrollo de la tesis, se supone que tanto la amplitud como la fase son desconocidas, mientras la frecuencia es conocida.

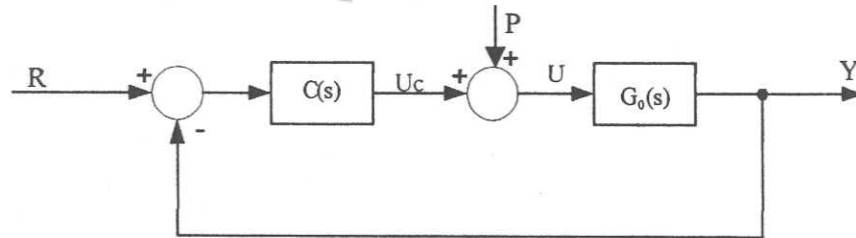


Figura 3. Sistema de control en lazo cerrado

El sistema de control considerado tiene la configuración mostrada en la Fig. 3. Aquí $U = U_c + P$ donde P es una perturbación que provoca un término

la respuesta del sistema, por tanto se desea generar una señal U_d tal que compense la perturbación. El esquema de compensación de perturbación está mostrado en la Fig. 4.

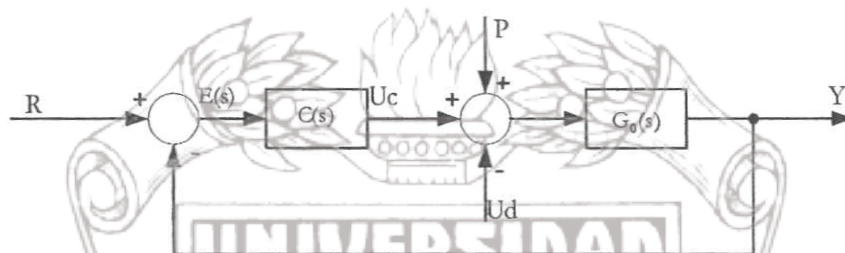


Figura 4. Modelo del sistema real con la adición de la señal estimada

Se observa que si

$$U_d(t) \rightarrow P(t) \quad t \rightarrow \infty \quad (2)$$

El objetivo del trabajo se alcanzará de manera asintótica. Por lo que hay que diseñar un estimador de la perturbación $P(t)$ para cancelarla, mientras se garantiza la estabilidad interna.

CANCELACIÓN DE LA PERTURBACIÓN

Ecuación de error:

Una vez establecido el problema, se propone una metodología para atenuar las perturbaciones periódicas externas basadas en el esquema de la ecuación (1) y de la figura 3 (se repetirá para visualizar mejor la idea).

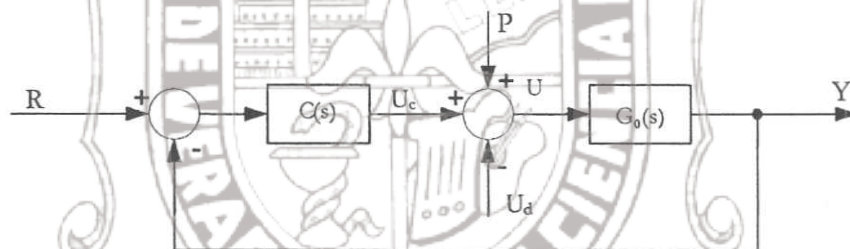


Figura 5. Diagrama de bloques de la planta perturbada

sean:

P = perturbación periódica

U_c = señal de control

U_d = señal a diseñar para eliminar la perturbación

Y = salida de la planta

e = error entre la planta deseada y la real

Se establece que:

ω_0 es conocida

α_0, U_0 son desconocidas

$P = P_0 \text{sen}(\omega_0 t + \alpha_0)$ es desconocida

En caso de no existir la perturbación:

$$Y(s) = \frac{C(s)G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} R(s) \Delta Y_m(s) \quad (3)$$

Donde

$$Y_m(s) = M(s)R(s), \quad M(s) = \frac{C(s)G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)}$$

En la presencia de la perturbación, la respuesta del sistema es:

$$Y(s) = \frac{C(s)G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} R(s) + \frac{G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} (P(s) - U_d(s)) \quad (4)$$

esto es

$$Y(s) = Y_m(s) + \frac{G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} (P(s) - U_d(s))$$

entonces se puede concluir que

$$\frac{G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} (P(s) - U_d(s)) = Y(s) - Y_m(s)$$

por lo que se considera a éste el error:

$$E(s) = Y(s) - Y_m(s) \quad (5)$$

$$\therefore E(s) = \frac{G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} (P(s) - U_d(s)) \quad (6)$$

el problema radica en el diseño de U_d para que al aplicar:

$$U = U_c - U_d$$

el error tienda a cero asintóticamente.

Ley de adaptación:

Como ya se determinó la ecuación dinámica del error en el sistema, se procede a diseñar el controlador que cancelará la perturbación periódica, de la cual se conoce su periodo pero se desconoce su magnitud y fase. Debe recordarse que el control se logrará a través de una ley de control adaptiva, por lo que es necesario profundizar más en este tema.

La idea básica del control adaptivo es estimar los parámetros de incertidumbre de la planta (para este caso, los parámetros de la perturbación), basándose en las mediciones de las señales del sistema y usando los parámetros

estimados en la información de entrada al control. Los sistemas de control adaptivo desarrollados, ya sea para plantas lineales o para no lineales, son inherentemente no lineales, su análisis y diseño está íntimamente conectado con la teoría de Lyapunov.

En muchas tareas, las dinámicas del sistema pueden ser bien conocidas en el principio, pero hay experiencias de que la presencia de variaciones impredecibles en los parámetros pueden suceder durante la operación del sistema; sin un rediseño continuo del controlador, dichas variaciones en la planta pueden provocar su inestabilidad. Generalmente, el objetivo básico del control adaptivo es mantener un funcionamiento apropiado de un sistema en la presencia de una variación desconocida o de incertidumbre en los parámetros de la planta.

De acuerdo con lo que se acaba de mencionar, se establecen los parámetros tomando la ecuación (1). Usando identidades trigonométricas se tiene:

$$P(t) = P_0(\text{sen } \omega_0 t \cos \alpha_0 + \cos \omega_0 t \text{sen } \alpha_0) \quad (7)$$

ordenando en forma de matriz a la señal de perturbación

$$P(t) = \begin{bmatrix} \text{sen } \omega_0 t & \cos \omega_0 t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \cos \alpha_0 \\ P_0 \text{sen } \alpha_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

y parametrizando:

$$\phi = \begin{bmatrix} \text{sen } \omega_0 t \\ \text{cos } \omega_0 t \end{bmatrix} \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \text{ cos } \alpha_0 \\ P_0 \text{ sen } \alpha_0 \end{bmatrix}$$

estimando la norma y el argumento del vector de parámetros θ

$$P_0 = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2} \tag{9}$$

$$\text{tg } \hat{\alpha}_0 = \frac{\theta_2}{\theta_1} \Rightarrow \hat{\alpha}_0 = \text{tg}^{-1} \frac{\theta_2}{\theta_1} \tag{10}$$

de acuerdo a lo establecido en la ecuación (2)

$$\therefore U_d = P_0 \text{ sen}(\omega_0 t + \hat{\alpha}_0) = \phi^T(t) \hat{\theta} \tag{11}$$

y

$$U = U_c - U_d$$

Se recuerda que

$$E(s) = \frac{G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} (P(s) - U_d(s)) = M(s)(P(s) - U_d(s))$$

donde $P(t)$ es la perturbación y $U_d(t)$ es la señal diseñada que busca alcanzar el valor de la perturbación, por lo que la diferencia entre estas dos señales debe tender a cero

$$P(t) - U_d(t) = \phi^T(t)\theta - \phi^T(t)\hat{\theta} = \phi^T(t)(\theta(t) - \hat{\theta}(t))$$



$$\therefore \text{se establece } \tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$$

ahora se define el error de parámetros como:

$$\tilde{\theta}(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$$

se obtiene la ecuación dinámica del error:



$$M(s) = \frac{G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)}$$

$$Y_m(s) = \frac{C(s)G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} R(s)$$

$$Y(s) = Y_m(s) + M(s)(P(s) - U_d(s))$$

$$e = Y - Y_m = M(s) \left(\phi^T(s) \tilde{\theta}(s) \right)$$

Esto es,

$$e = M(s) \left(\phi^T \tilde{\theta} \right)$$

Ahora se debe probar con que velocidad el error tiende a cero, ya que la meta es:

$$\tilde{\theta}(t) \rightarrow 0 \quad t \rightarrow \infty$$

El siguiente paso es determinar matemáticamente que el error tienda a cero asintóticamente. Para lograr esto se aplicará el análisis de estabilidad de Lyapunov, método muy ligado con el control adaptivo como ya se mencionó.

Con este análisis, puede buscarse el aplicar un lema que consiga limitar a nuestro sistema en las condiciones de sistemas lineales invariantes en el tiempo.

Para ello se hace lo siguiente:

De la ecuación de error

$$e = M(s) \left(\phi^T \tilde{\theta} \right)$$

Sea $(A, B, C) = M(s)$ una realización mínima. Asignando:

$$\dot{x} = Ax + B\phi^T \tilde{\theta} \quad (12)$$

$$e = C^T x \quad (13)$$

Tomando a $M(s)$ como una función de transferencia estrictamente positiva real (con respecto al lema de Kalman-Yakubovich) :

Se recuerda que una función de transferencia

$$M(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

donde A es una matriz Hurwitz, con lo que se establece la primera propiedad arriba mencionada de los sistemas invariantes en el tiempo; (A,B) es controlable y (A,C) es observable. Entonces $M(s)$ es estrictamente positiva real si y solo si existe una matriz definida positiva P y una Q , tal que:

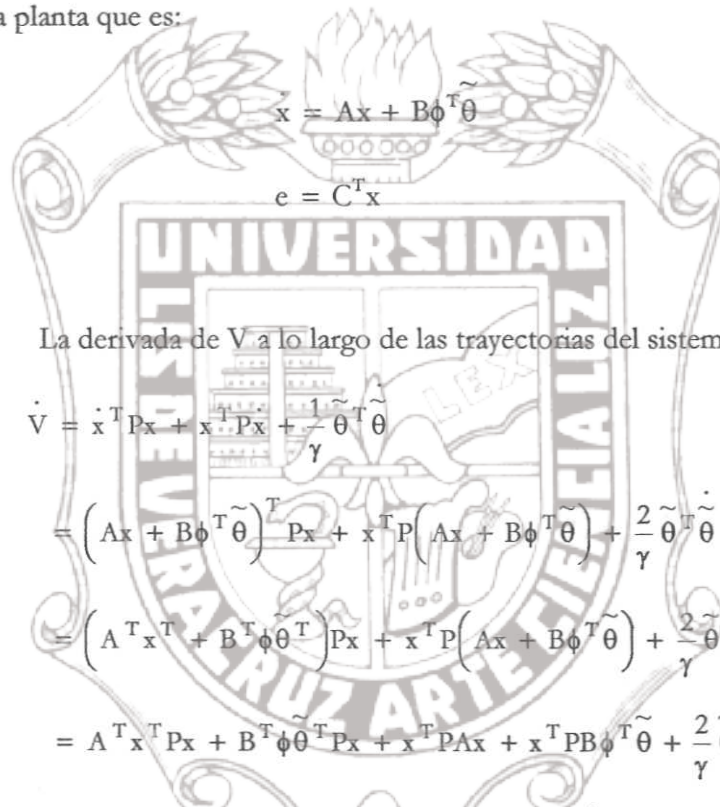
$$PA + A^T P = -Q \quad (14)$$

$$PB = C^T \quad (15)$$

Si se propone una función positiva de Lyapunov candidata [5]

$$V(e, \tilde{\theta}) = x^T P x + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad \gamma > 0 \quad (16)$$

para la planta que es:



$$\dot{x} = Ax + B\phi^T \tilde{\theta}$$

$$e = C^T x$$

La derivada de V a lo largo de las trayectorias del sistema es dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= (Ax + B\phi^T \tilde{\theta})^T P x + x^T P (Ax + B\phi^T \tilde{\theta}) + \frac{2}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= (A^T x^T + B^T \phi^T \tilde{\theta}^T) P x + x^T P (Ax + B\phi^T \tilde{\theta}) + \frac{2}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= A^T x^T P x + B^T \phi^T \tilde{\theta}^T P x + x^T P A x + x^T P B \phi^T \tilde{\theta} + \frac{2}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= x^T (A^T P + P A) x + 2x^T P B \phi^T \tilde{\theta} + \frac{2}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -x^T Q x + \frac{2}{\gamma} \tilde{\theta}^T \left(\dot{\tilde{\theta}} + \gamma \phi^T P B x \right) \\ &= -x^T Q x + \frac{2}{\gamma} \tilde{\theta}^T \left(\dot{\tilde{\theta}} + \gamma \phi^T e \right) \end{aligned}$$

si se elige

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\gamma \phi^T e$$

$$\dot{V} = -x^T Q x \quad (17)$$

la ecuación (17) es una función semidefinida negativa, de allí que no se puede concluir que el origen de $(x, \tilde{\theta}) = (0,0)$ sea asintóticamente estable. Por lo que todo el sistema es globalmente estable, es decir, todos sus estados son acotados. Esto hace que la ecuación (17) sea también acotada. Si ahora se aplica el lema de Barbalat y se incluye el concepto de estabilidad L_∞ que corresponde a esta clase de funciones se tiene[3]:

$$\begin{aligned} &\text{Si } x \in L_\infty \cap L_2 \\ &\quad \dot{x} \in L_\infty \\ &\text{entonces } x(t) \rightarrow 0 \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Aplicando la desigualdad de Raleigh (ver capítulo dos) a la función

$$\dot{V} = -x^T Q x$$

se tiene:

$$\int_0^T \|x(t)\|^2 dt \leq \frac{V(0)}{\lambda_{\max}(Q)} \Rightarrow x \in L_2$$

$$\text{como } \dot{x} = Ax + B\phi^T \tilde{\theta} \in L_\infty$$

$$\text{por lo tanto } x(t) \rightarrow 0 \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty$$

$$\text{aunque no se garantiza } \tilde{\theta}(t) \rightarrow 0 \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty$$

Como se mencionó al inicio de esta sección, la entrada puede ser lo suficientemente rica en frecuencia para la identificación, por lo que se introduce el concepto de *excitación persistente*. Se llevará a cabo un experimento para obtener los parámetros de un proceso desconocido, aplicando una señal de entrada al proceso y midiendo la salida. El conjunto de datos es interpretado posteriormente por un algoritmo de estimación paramétrica para obtener los parámetros θ de un modelo. Por lo que para:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\theta}} &= -\gamma \phi e \\ e &= M(s) \left(\phi^T \tilde{\theta} \right)\end{aligned}$$

se puede concluir lo siguiente:

- a) Si $M(s)$ pertenece a las funciones que son estrictamente positivas reales (SPR), es decir:
 - i) $M(s)$ será asintóticamente estable y
 - ii) $\text{Re}M(j\omega) > 0$
- b) Sea ϕ una excitación persistente

entonces

$$\tilde{\theta}(t) \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad t \rightarrow \infty$$

De esta manera, se concluye que se logra el objetivo de manera asintótica.

Capítulo V

APLICACIÓN EN UN MOTOR DE CD

Se tiene un motor de CD al que le está afectando una perturbación periódica de la forma especificada por la ecuación (1), de la cual se conoce su periodo, pero se desconoce su magnitud y fase. Se generará una señal igual a la perturbación que se suma al sistema con signo contrario, cuando la diferencia entre la perturbación y la señal diseñada sea cero se habrá logrado el objetivo de esta tesis. Para ello se empleará el algoritmo adaptivo propuesto. Se debe primeramente modelar la planta (motor de CD); una vez obtenido el modelo se realizarán algunas simulaciones aplicando dicho algoritmo adaptivo. Posteriormente se hará la identificación paramétrica mediante un experimento y se le aplicará la ley de control desarrollada. Con esto se demostrará la funcionalidad del método.

Generalidades y modelado del motor de CD:

En esta sección se considerará la técnica de cancelación presentada anteriormente que será aplicada en un motor de CD[7]. Estos son los servomecanismos de uso más común en la industria, debido a que sus requerimientos de alimentación son de lo más económico, además de que los métodos para

controlar la energía que se les proporciona son dispositivos electrónicos fáciles de encontrar en el mercado, lo cual ayuda a reducir los costos de producción en la industria que los utiliza. Un motor de CD utiliza la corriente eléctrica que fluye ininterrumpidamente en un solo sentido. El motor está formado por una armadura que gira en un campo magnético, la armadura tiene una bobina arrollada alrededor de un núcleo de hierro, la fuente de electricidad se conecta a las escobillas que hacen contacto con el conmutador de la armadura, el conmutador es un tipo de interruptor que cambia la dirección del flujo de corriente a la bobina según va girando la corriente eléctrica; fluye de la fuente al motor y del motor a la fuente en un solo sentido. Los cables de la bobina que transportan la corriente experimentan una fuerza en presencia del campo magnético, cuando la corriente fluye por la bobina en un sentido, el imán ejerce una fuerza hacia abajo sobre el segmento de cables utilizado cerca del polo sur magnético y una fuerza hacia arriba sobre el segmento situado cerca del polo norte, esto hace que la armadura gire.

Armadura

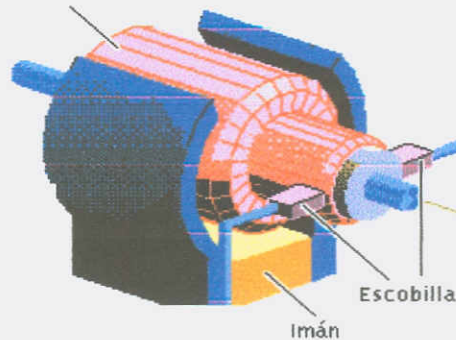


Figura 6. Motor de DC

Dado que un motor de corriente continua físicamente es la misma máquina que un generador de corriente continua; su circuito equivalente es exactamente el mismo, excepto por la dirección de circulación de la corriente. De hecho puede describirse como generadores que funcionan al revés. Cuando la corriente pasa a través de la armadura de un motor de corriente continua, se genera un par de fuerzas por la reacción magnética, y la armadura gira. La acción del conmutador y de las conexiones de las bobinas del campo de los motores son exactamente las mismas que usan los generadores. A continuación se muestra en la figura 7[4] el circuito eléctrico del motor de corriente continua, del cual se obtendrá su función de transferencia.

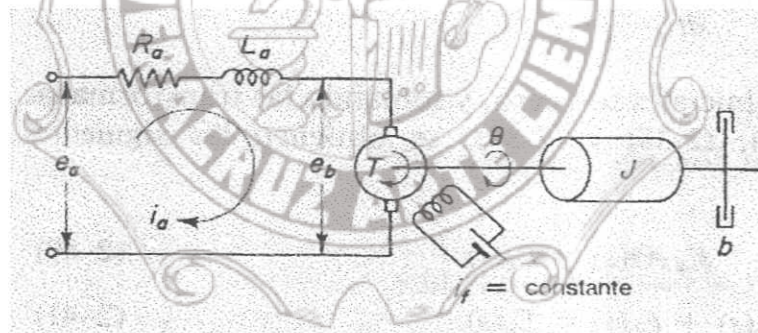


Figura 7. Circuito de un motor de DC

La revolución de la armadura induce un voltaje en las bobinas de ésta, este voltaje es opuesto en la dirección al voltaje exterior que se aplica a la armadura, y de ahí que se conozca como voltaje inducido o fuerza contra-electromotriz. Cuando el motor gira más rápido, el voltaje inducido aumenta hasta que es casi igual al aplicado. La corriente entonces es pequeña, y la

la velocidad del motor permanecerá constante siempre que el motor no esté bajo carga y tenga que realizar otro trabajo mecánico que no sea el requerido para mover la armadura. Bajo carga, la armadura gira más lentamente, reduciendo el voltaje inducido y permitiendo que fluya una corriente mayor en la armadura. El motor puede así recibir más potencia eléctrica de la fuente, suministrándola y haciendo más trabajo mecánico.

La Figura 7 muestra el diagrama de un motor de CD y tiene los siguientes datos :

R_a = resistencia de la armadura, en ohms

L_a = inductancia de la armadura, en henrios

i_a = corriente en la armadura, en amperes

i_f = corriente del campo, en amperes

e_a = tensión aplicada a la armadura, en volts

e_b = fuerza contra-electromotriz, en volts

θ = desplazamiento angular del eje del motor, en radianes

T = par desarrollado por el motor, en N-m

J = momento de inercia equivalente del motor y carga con referencia al eje del motor, en Kg-m²

b = coeficiente de fricción viscosa equivalente del motor y carga referido al eje del motor, en N-m/rad/seg.

El par desarrollado por el motor es proporcional al producto de i_a por el flujo ψ , en el entrehierro, el que a su vez es proporcional a la corriente de campo, o bien :

$$\Psi = K_f i_f$$

donde k_f es una constante. El par T por tanto, se puede escribir como :

$$T = K_f i_f K_1 i_a$$

donde K_1 es una constante.

Para una corriente de campo constante, el flujo se vuelve constante, y el par es directamente proporcional a la corriente de armadura, de modo que :

$$T = K i_a$$

donde K es una constante del par motor.

Por otro lado, cuando la armadura está girando se induce en ella una tensión proporcional al producto del flujo por la velocidad angular. Para un flujo constante la tensión inducida e_b es directamente proporcional a la velocidad angular $d\theta/dt$ ó:

$$e_b = K_b \frac{d\theta}{dt} \quad (18)$$

Como ya se dijo la velocidad de un motor de CD controlado por armadura se controla mediante la tensión e_a de la armadura; la tensión de la armadura es la salida de un amplificador (no mostrado en el diagrama). La ecuación diferencial del circuito de armadura es:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_b = e_a \quad (19)$$

La corriente de armadura produce el torque que se aplica a la inercia y a la fricción, por lo tanto:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} = T = K i_a \quad (20)$$

Suponiendo que todas las condiciones iniciales son cero y aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones se tiene:

$$K_b s \theta(s) = E_b(s) \quad (18b)$$

$$L_a s I_a(s) + R_a I_a + E_b(s) = E_a(s)$$

$$(L_a s + R_a) I_a(s) + E_b(s) = E_a(s) \quad (19b)$$

$$J s^2 \theta(s) + b s \theta(s) = T(s) = K I_a(s)$$

$$(J s^2 + b s) \theta(s) = K I_a(s) \quad (20b)$$

Ahora si se considera a $E_a(s)$ como la entrada y a $\theta(s)$ como la salida, la función de transferencia del sistema debe ser:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{E_a(s)}$$

Si se sustituye 18b en 19b se tiene:

$$(L_a s + R_a) I_a(s) + K_b s \theta(s) = E_a(s) \quad (21)$$

de la ecuación 20b se despeja I_a :

$$I_a(s) = \frac{(J s^2 + b s) \theta(s)}{K}$$

sustituyendo $I_a(s)$ en ecuación 21

$$\left[\frac{(L_a s + R_a)(J s^2 + b s)}{K} + K_b s \right] \theta(s) = E_a$$

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{1}{\frac{(L_a s + R_a)(J s^2 + b s) + K K_b s}{K}}$$

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{J L_a s^3 + L_a b s^2 + R_a J s^2 + R_a b s + K K_b s}$$

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s [J L_a s^2 + (L_a b + J R_a) s + (R_a b + K K_b)]}$$

si $L_a = 0$

$$\frac{\theta(s)}{E_s(s)} = \frac{K}{s(JR_a s + R_a b + KK_b)} = \frac{K}{s(R_a b + KK_b) \left[\frac{JR_a}{R_a b + KK_b} s + 1 \right]}$$

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s \left[\frac{JR_a}{R_a b + KK_b} s + 1 \right]}$$

haciendo $K_m = \frac{K}{R_a b + KK_b}$ y $T_m = \frac{JR_a}{R_a b + KK_b}$

se tiene :

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)}$$

$$\frac{\theta(s)}{E_s(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)} = \frac{K_m}{T_m s^2 + s} = \frac{\frac{K_m}{T_m}}{s \left[s + \frac{1}{T_m} \right]}$$

y si ahora se asigna : $a = \frac{K_m}{T_m}$ $b = \frac{1}{T_m}$

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{a}{s(s + b)}$$

Se muestra la figura 8 que indicará la disposición física de la planta (motor de CD) para las mediciones de las señales que interesan:

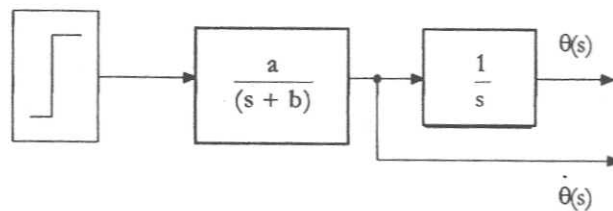


Figura 8. Representación de la disposición para las mediciones

Dos métodos diferentes existen para obtener el modelo de una planta (la transferencia): el modelado físico y el de identificación. Uno de ellos consiste en usar leyes físicas y relaciones conocidas, utilizando métodos estructurales para derivar el juego suficiente de ecuaciones, ésto para describir el principio funcional del sistema. La ventaja es que si se obtiene una descripción completa llegando a una comprensión mejor del sistema, la formulación matemática del sistema (ej. una función de transferencia) puede ser interpretada y manipulada más fácilmente, lo cual es benéfico para el fin de esta tesis.

En semejante descripción, existen muchas variables (y constantes) que deben medirse o encontrarse de algún modo, como las masas, fricciones, dimensiones, etc. En la mayoría de los casos los modelos resultantes son no lineales, la existencia de tales modelos no lineales no es un inconveniente del modelado físico, es una propiedad del mismo. Una manera completamente diferente de obtener el modelo del sistema, es usar métodos de identificación. Esto se llama modelado de la caja negra, que se basa en las relaciones de entrada-salida. En sistemas muy complejos (en plantas de procesos químicos etc.) ésta puede ser la única manera de obtener un modelo más preciso. El procedimiento es recoger datos de entrada-salida para intentar encajar a un modelo matemático que relaciona la señal de respuesta con la señal de la entrada.

Algunos métodos de identificación gráficos son bastante comunes en prácticas industriales., como el llamado "eye-ball" que es un método muy rápido que entrega un sistema de primero ó segundo orden, basados en una simple prueba al escalón. Son susceptibles al ruido, y casi nunca darán buenos resultados como los métodos numéricos.

La idea en esta tesis es interpretar la respuesta del sistema como si fuera un primero o segundo orden. La dinámica de mayor orden es cambiada, esto puede dar un buen resultado.

En la sección de modelado se obtuvo la función de transferencia simplificada del motor de corriente continua, quedando de la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{a}{s(s + b)}$$

Hay dos maneras con las que se puede estimar los parámetros anteriormente mencionados, una es utilizando la respuesta en frecuencia y la otra en el dominio del tiempo. En este caso se utilizará la segunda. El parámetro "a" puede también ser determinado de dos maneras, la primera conectando el motor en lazo cerrado y haciendo que su respuesta sea subamortiguada ($0 < \zeta < 1$) para que el overshoot esté presente. Entonces se calcula ζ y ω :

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\log d}\right)^2}} \quad \text{donde } d = \frac{a_2}{a_1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau_p \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

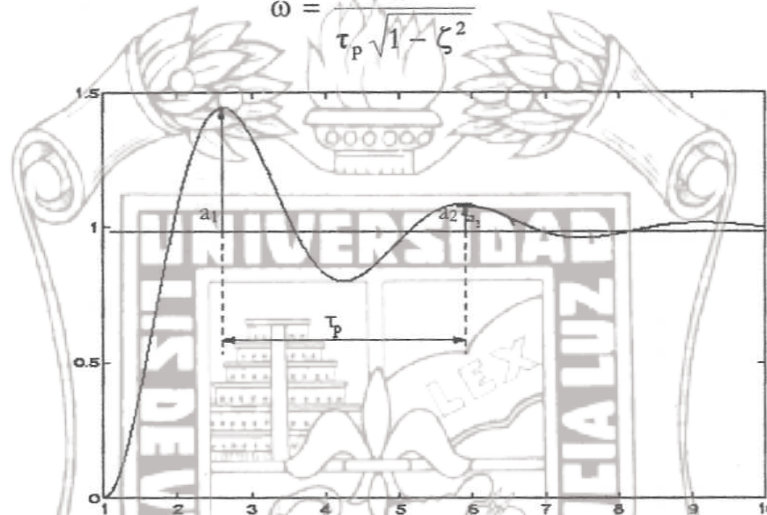
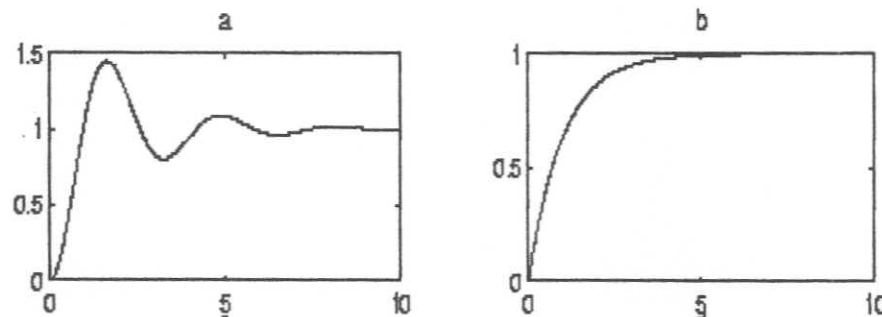


Figure 9. Determinación Gráfica de parámetros para las plantas con respuesta de paso oscilatoria

La otra forma de determinar "a" es a partir del valor medido de "b", se conecta el motor en lazo abierto y se utiliza el método de la tangente para los sistemas de primer orden con entrada escalón. Un rendimiento típico sería el siguiente.



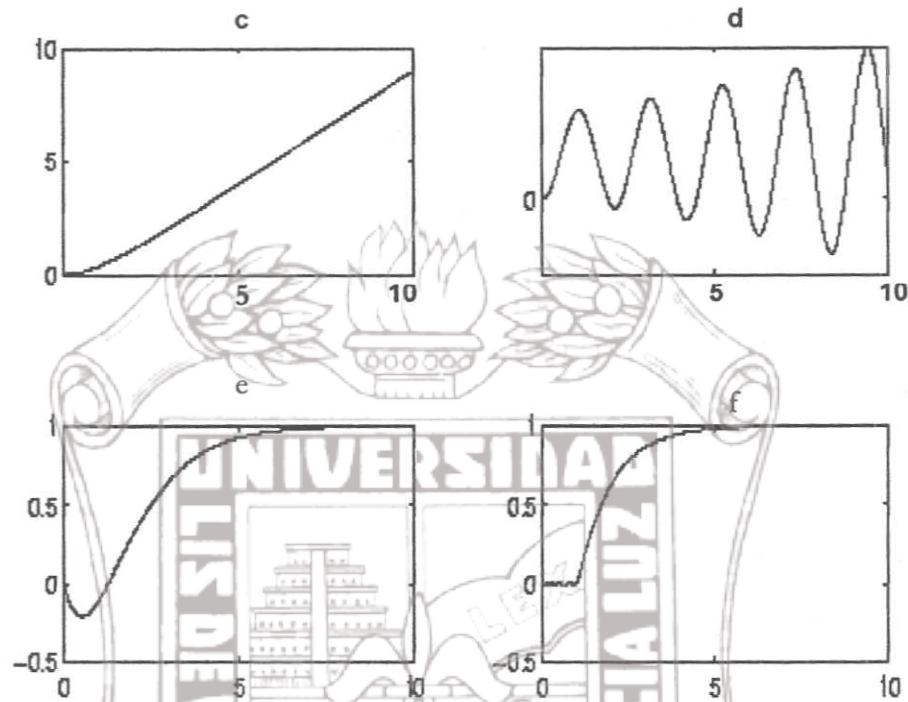
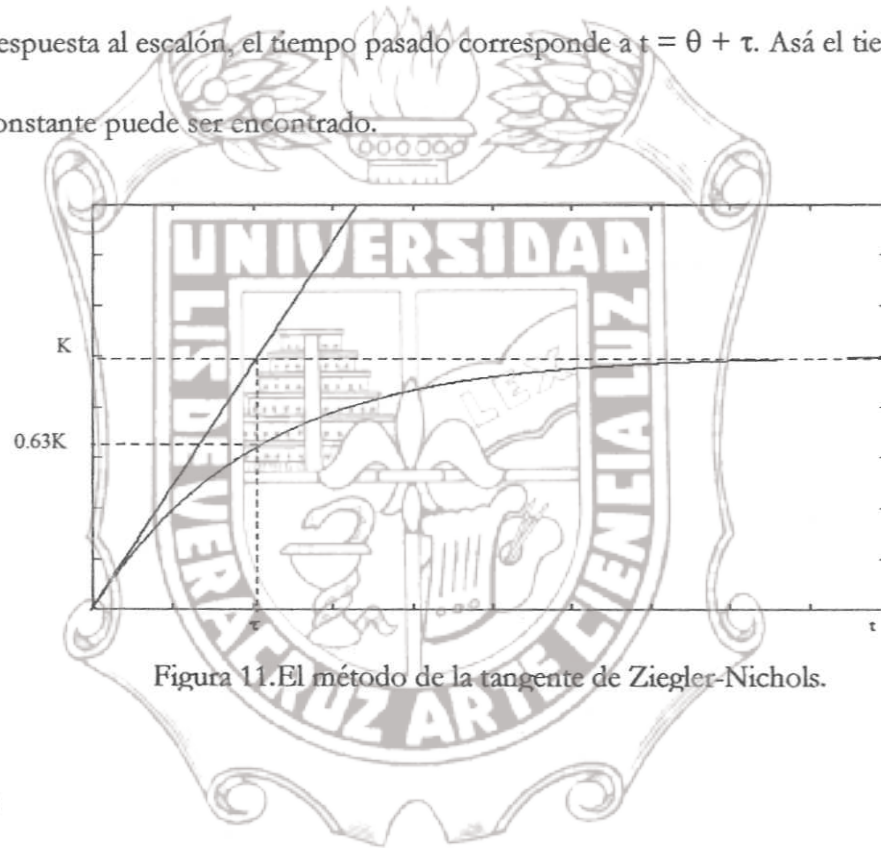


Figura 10. Las respuestas al escalón típicas: a) oscilatoria, b) primer orden, c) integrador, d) inestable, e) fase no mínima, f) tiempo muerto.

Se encuentra fácilmente que un proceso de primer orden con ganancia K y tiempo t constante puede deducirse del delineado. K es el radio del valor en estado estable de la respuesta a la amplitud del escalón ($s = 0$). τ es el valor de t en el que la respuesta está 63% completa. También es el tiempo al que la tangente de la respuesta al escalón en $t = 0$ interceptan el valor final. La ganancia K es el valor en estado estable de la respuesta al escalón dividido por la amplitud de la entrada.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Una tangente es dibujada en el punto de inflexión (rampa empinada) de la respuesta del paso. La intersección de la línea tangente y el eje horizontal es el tiempo de retardo θ . Donde la tangente intersecta el valor en estado estable de la respuesta al escalón, el tiempo pasado corresponde a $t = \theta + \tau$. Así el tiempo τ constante puede ser encontrado.



así:

$$b = \frac{1}{\tau} \quad a = K * b$$

Esquema de cancelación en el motor de CD:

Existen dos aproximaciones principales para la construcción de controladores adaptivos. Uno llamado método de autoajuste y el otro método

de control adaptivo por modelo de referencia. El método que interesa es el último mencionado. La siguiente figura representa la configuración del método:

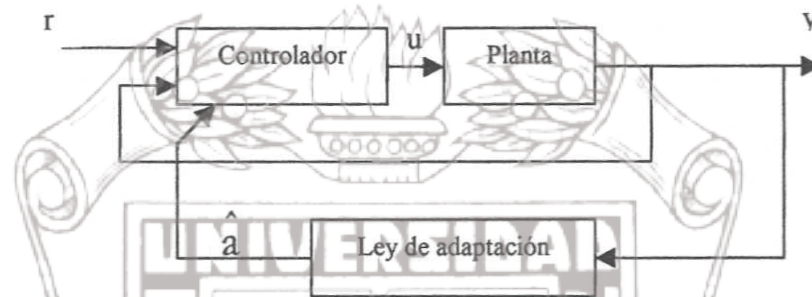


Figura No. 12 Modelo de referencia de sistemas de control

donde \hat{a} son los parámetros estimados.

Este modelo está compuesto por tres partes: una planta que contiene los parámetros desconocidos, una ley de control retroalimentado que contiene los parámetros ajustables y un mecanismo de adaptación para actualizar los parámetros ajustables; ahora bien, para las simulaciones es necesario un modelo de referencia específicamente para comparar la salida deseada con la salida del sistema perturbado y así observar el error.

Se explicarán a continuación las partes del modelo con respecto al sistema para una mejor visualización:

- Se asume que la planta (motor de CD) tiene una estructura conocida, aunque por el momento los parámetros no se conozcan (son los parámetros "a" y "b" a identificar). Para plantas lineales esto significa que se conoce el número de polos y ceros (se sabe que únicamente tiene un polo), pero se desconoce su localización.
- El controlador es representado usualmente por un número de parámetros ajustables (lo que implica que puede tener una familia de controladores mediante la asignación de varios valores a dichos parámetros, en este caso son C_0 y C_1). El controlador debe tener una capacidad de seguimiento perfecto para lograr la convergencia. Es decir, cuando los parámetros de la planta son conocidos exactamente, los parámetros correspondientes del controlador, deberán lograr que la salida de la planta sea idéntica al modelo de referencia o modelo ideal. Cuando los parámetros de la planta no son conocidos, el mecanismo de adaptación ajustará los parámetros del controlador para lograr un seguimiento perfecto de forma asintótica. Si la ley de control es lineal en términos de los parámetros ajustables, se dice que es parametrizada linealmente. Existen diseños de control adaptivo que normalmente requieren parametrización lineal del controlador para obtener el mecanismo de adaptación que garantiza estabilidad y convergencia.

- El mecanismo de adaptación es usado para ajustar los parámetros en la ley de control. En los sistemas de este tipo, la ley de adaptación busca los parámetros, tal que la respuesta de la planta bajo condiciones de control adaptivo sea la misma que la del modelo de referencia. El objetivo de la adaptación es hacer que el error converja a cero. Claramente, la diferencia principal con el control convencional descansa en la existencia de estos mecanismos. La parte principal en el diseño adaptivo es el sintetizar un mecanismo de adaptación que garantice que el sistema de control permanezca estable y que el error converja a cero aún cuando los parámetros varíen.

Hay muchos formulismos que pueden ser usados, aunque uno puede ser más conveniente que otro, los resultados son comúnmente equivalentes. Para este caso se utilizó el método directo de Lyapunov.

Simulación:

Primeramente se visualizará paso a paso el desarrollo de esta tesis a través de la simulación, posteriormente apoyándose en software (Simulink y Matlab) se obtendrán resultados que más tarde serán corroborados con el experimento.

Se recuerda que la planta será simulada de manera ideal, es decir:

$$G(s) = \frac{a}{s(s + b)}$$

Donde las señales de entrada y salida son voltaje y velocidad respectivamente:

$$E_a(s) = \text{entrada}$$

$$\dot{\theta}(s) = \text{salida}$$

Con esto indicamos que la planta queda de la forma:

$$G_0(s) = \frac{a}{(s + b)}$$

Simulando la planta en lazo abierto se tiene:

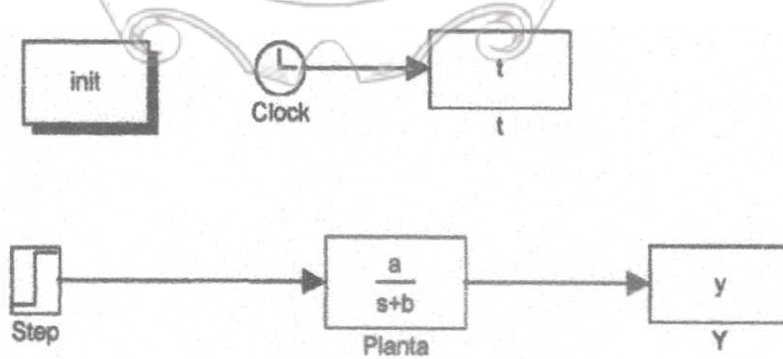


Figura 13. Planta ideal

En esta sección sólo se harán simulaciones con valores propuestos, los reales se obtendrán a partir de un experimento posterior. Se proponen los parámetros " $a = 10$ " y " $b = 10$ " como los ideales para la planta, se realiza la prueba al escalón con dos segundos, tiempo suficiente para observar el comportamiento del sistema. En la gráfica mostrada en la figura No. 14 se ve que la respuesta se establece a los 0.55 segundos aproximadamente con una amplitud conforme a la magnitud del escalón. Nótese que la respuesta tiene la forma de la figura 10b.

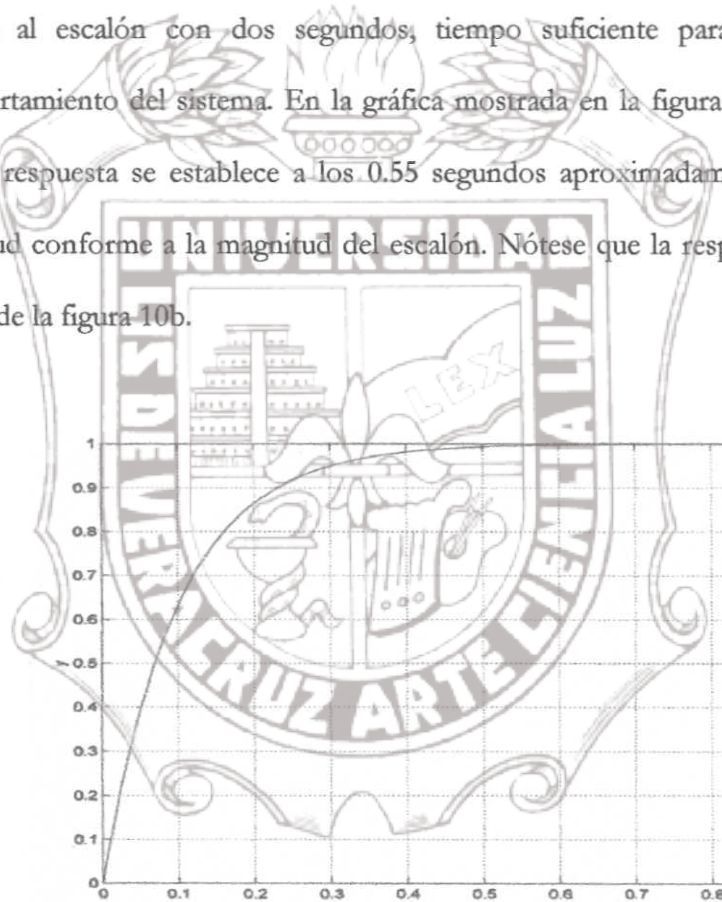


Figura 14. Gráfica de la planta ideal

Si ahora se introduce la señal que perturba al sistema de manera periódica y externa de acuerdo a la figura mostrada a continuación:

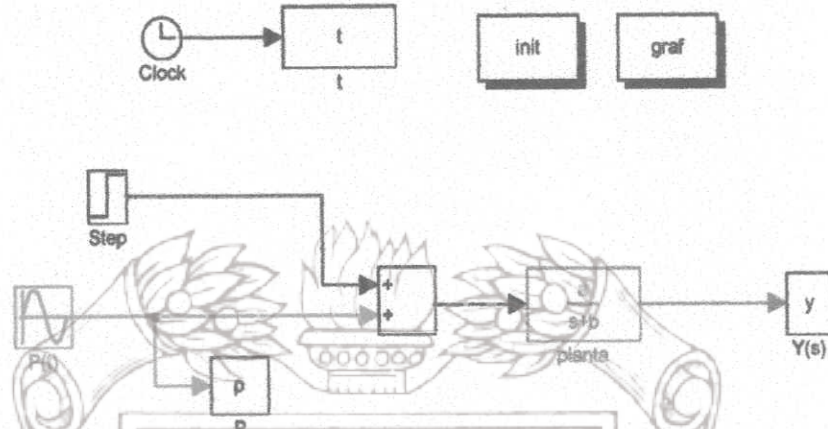


Figura 15. Planta perturbada

La perturbación es de la forma:

$$P = P_0 \text{sen}(\omega_0 t + \alpha_0)$$

de la cual se conoce su frecuencia, pero se desconoce fase y magnitud (condiciones de esta tesis), esta perturbación se introduce al sistema como una entrada. Si nuevamente se aplica una señal escalón unitario puede observarse que la salida oscila de 0.25 a 1.75 debido a la presencia de $P(t)$. (Ver fig. 16 y 17)

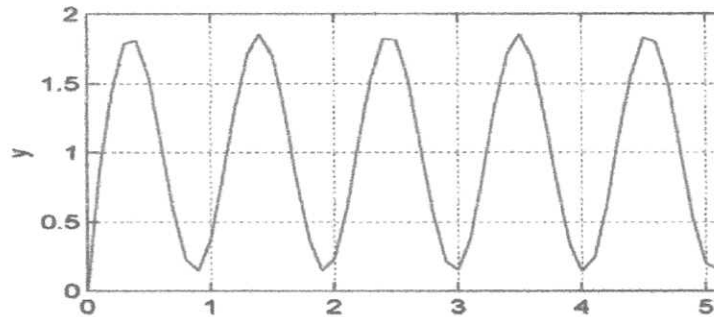


Figura 16. Salida de planta "Y" sin cancelación

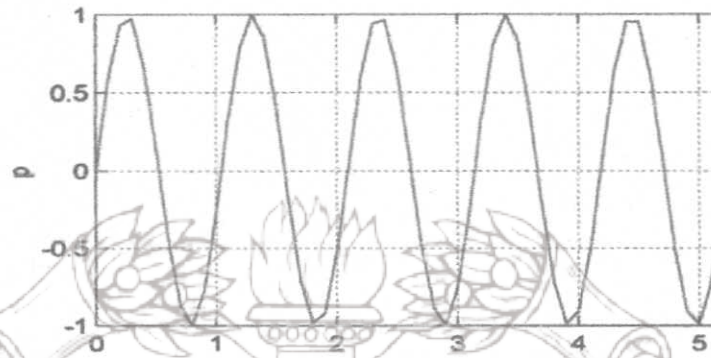


Figura 17. Perturbación aplicada

De la figura 18 se identifican las siguientes señales:

P = perturbación externa

U_c = excitación en sentido del flujo

U_d = señal diseñada para eliminar la perturbación

Y_m = salida ideal o deseada

Y = salida real

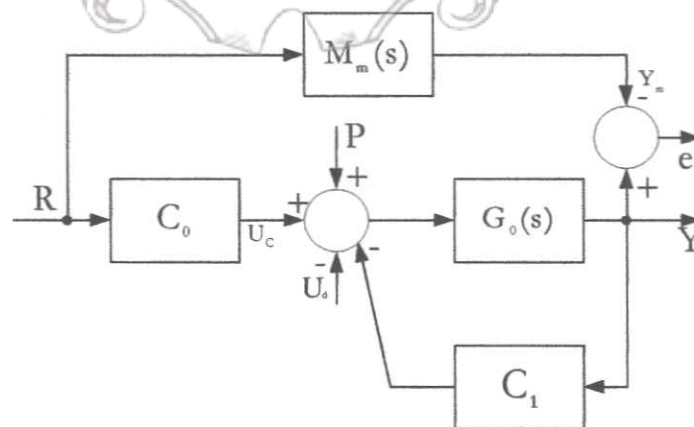


Figura 18. Planta con perturbación y coeficientes C_0 y C_1

Es importante mencionar que M_m es la planta ideal tomada para referencia, es decir, la salida " Y_m " es lo que se desea obtener a la salida " Y " de la planta real, se realiza a través del mecanismo de adaptación mediante el ajuste de parámetros. Se incluyeron dos coeficientes C_0 y C_1 para facilitar la manipulación de los parámetros " a " y " b ", ahora es necesario obtener sus valores así como la función de transferencia para de ella despejarlos. Se tiene un sistema con dos entradas, la señal de excitación (R) y la perturbación externa (P), por lo que la salida real está dada por:

$$Y(s) = \frac{C_0 a}{s + b + C_1 a} R(s) + \frac{a}{s + b + C_1 a} P(s) \quad (23)$$

Se observa que en la ecuación 23 el segundo término se ha generado debido a la perturbación (P) provocando la señal de error representada por la ecuación $E(s)$ y la parte ideal de la planta representada por Y_m en la ecuación 24:

$$Y_m(s) = \frac{a_m}{s + b_m} R(s) \quad (24)$$

$$E(s) = \frac{a}{s + b + C_1 a} P(s)$$

Recordando lo establecido en la metodología:

$$E(s) = Y(s) - Y_m(s)$$

como el objetivo es que el error tienda a cero, se iguala la ecuación del error a cero:

$$0 = Y(s) - Y_m(s)$$

$$Y(s) = Y_m(s)$$

como el término debido al error se eliminó en la ecuación 23 $Y(s)$ está en función de $R(s)$ únicamente y se puede establecer lo siguiente:

$$\frac{C_0 a}{s + b + C_1 a} R(s) = \frac{a_m}{s + b_m} R(s)$$

$$a_m = C_0 a$$

$$C_0 = \frac{a_m}{a}$$

$$s + b + C_1 a = s + b_m$$

$$b + C_1 a = b_m$$

$$C_1 = \frac{b_m - b}{a}$$

(25)

(26)

Hasta este momento la planta está sin la ley de adaptación. Se dan valores arbitrarios para $a_m=20$ y $b_m=20$, los cuales ayudan a determinar los valores de $C_0=2$ y $C_1=1$ como se mostró anteriormente. En la siguiente figura la planta real está representada por "a" y "b", valores hasta ahora propuestos y que más tarde se obtendrán en el experimento. M_m es la planta ideal y su salida " Y_m " deberá ser igualada por la salida "Y" ya que es la respuesta deseada.

Nuevamente se aplica la entrada escalón unitario y se ve en la figura 20a como hay diferencia entre la salida "Y" (azul) y "Ym" (verde) por la presencia de la perturbación "P", el error es mostrado en la figura 18b (rojo) junto con "P" (verde), dicho error se debe eliminar y entonces se alcanzará la respuesta deseada. Hasta este momento los coeficientes no están ayudando a la eliminación de la señal de error pero al aplicar la ley de control se verá su utilidad.

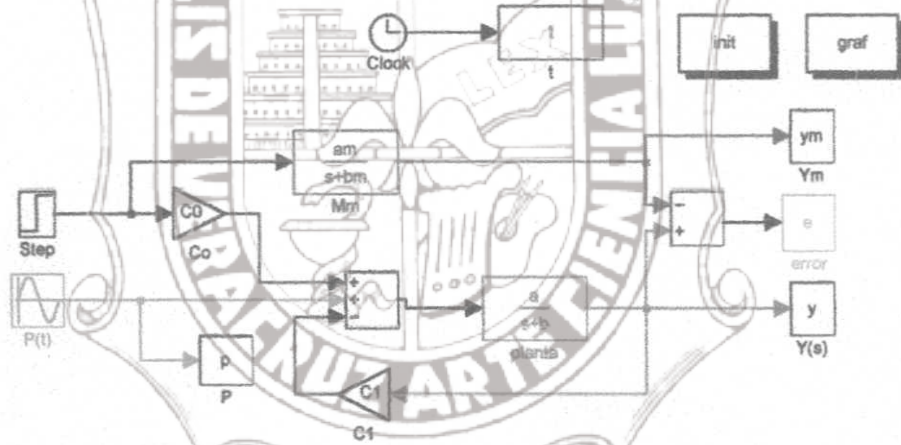
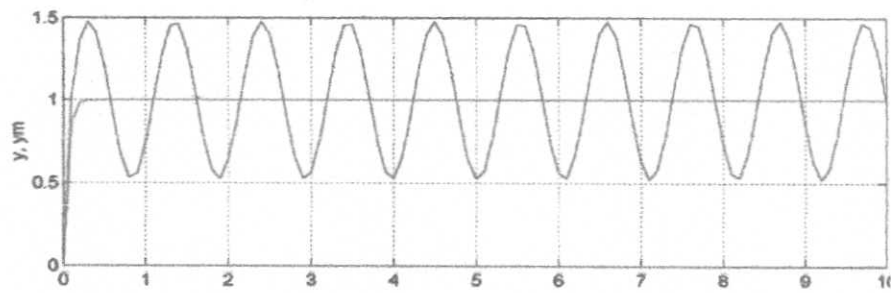


Figura 19. Planta con controladores



(a)

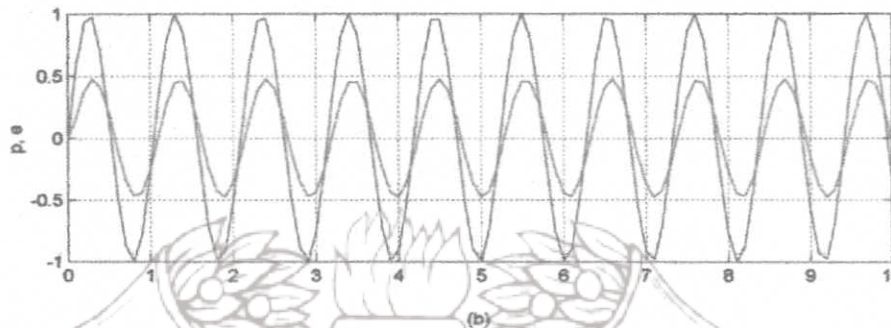


Figura 20. a) Respuesta con perturbación "Y" b) Error y perturbación

Ahora se introduce la ley de adaptación:

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\gamma \phi e$$

$$e = M(s) \left(\phi^T \tilde{\theta} \right)$$

En la siguiente figura se muestra una entrada In_1 de color azul que representa el error generado por la diferencia entre el modelo real y el ideal o de referencia, y una salida Out_1 de color verde que es la señal diseñada U_d que se introduce al bloque planta para eliminar la perturbación. Las líneas rojas con la excitación persistente que forma parte de la ley de control.

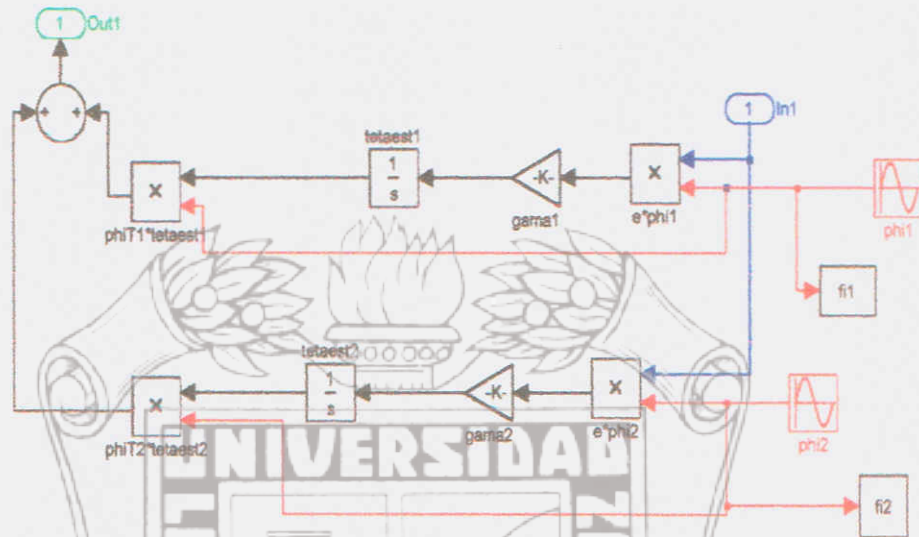


Figura 21. Ley de control

El diagrama siguiente muestra el sistema compactado:

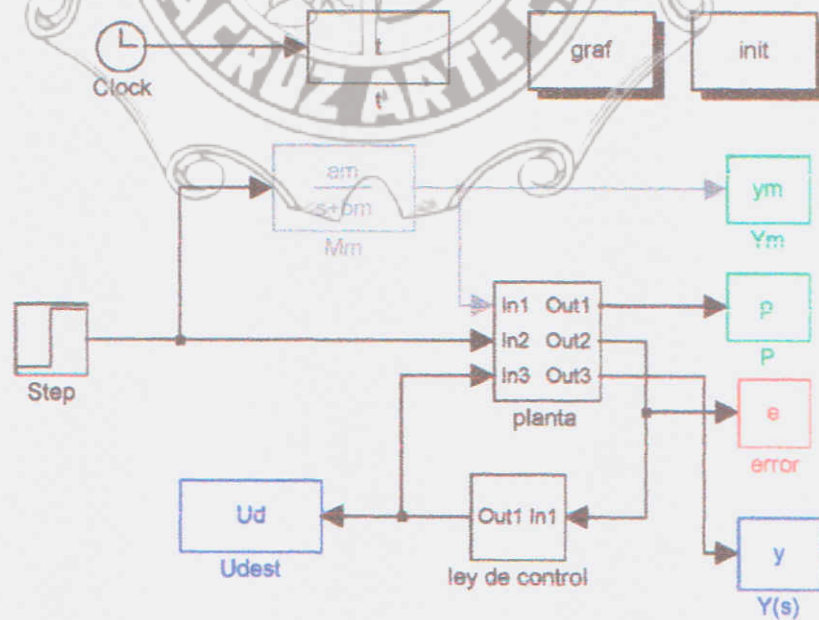


Figura 22. Sistema compactado

En el bloque de planta se encuentran la planta real " $G_0(s)$ ", los coeficientes C_0 y C_1 y la señal de perturbación. Este mismo bloque tiene tres entradas y tres salidas, la entrada uno es la respuesta de la planta ideal $Y_m(s)$, la entrada dos es la entrada del escalón para excitar la planta real $G_0(s)$, la entrada tres es la señal diseñada U_d . La salida uno sólo monitorea la perturbación, la salida dos es el error debido a la diferencia entre $Y(s)$ y $Y_m(s)$, el cual se utiliza en la ley de control y la salida tres que monitorea la respuesta de la planta real $Y(s)$. En las cuatro gráficas siguientes se muestran las distintas señales del sistema completo con la ley de control ya aplicada:



Figura 23. La salida "Y" iguala a la salida "Ym"

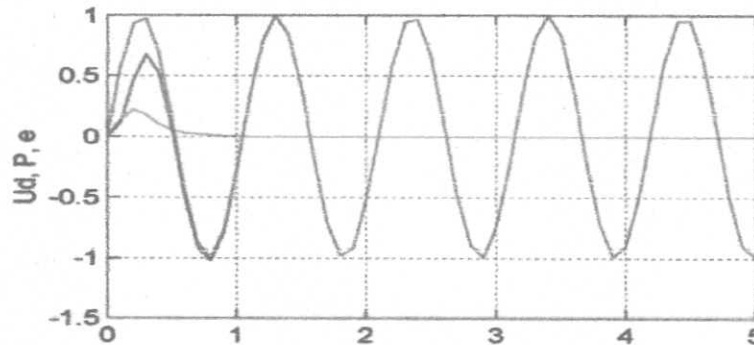


Figura 24. Cancelación de la perturbación cuando $U_d=P$

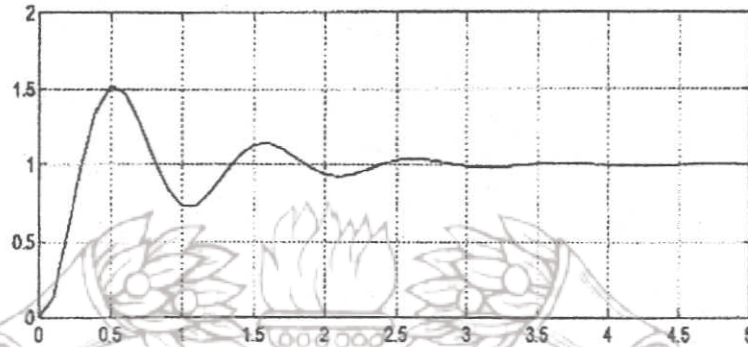


Figura 25. Teta estimada 1

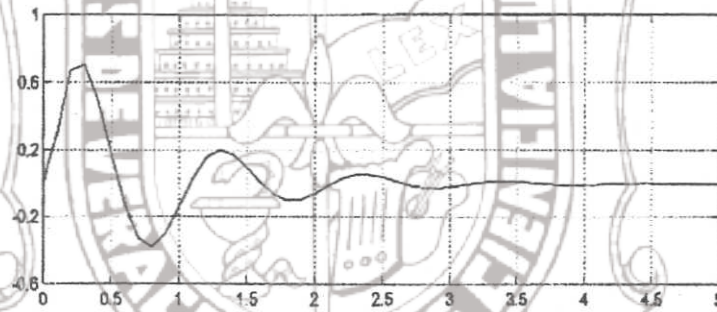


Figura 26. Teta estimada 2

En la figura 22 se puede ver que la entrada In 1 es el error obtenido por la diferencia entre la salida real "Y" y la salida ideal "Ym", el cual es multiplicado por la excitación persistente Phi, que es una condición necesaria que fue especificada para este fin en la metodología como:

$$\phi^T = [\text{sen } \omega_0 t \quad \text{cos } \omega_0 t] \quad \therefore \quad \phi = \begin{bmatrix} \text{sen } \omega_0 t \\ \text{cos } \omega_0 t \end{bmatrix}$$

Donde ω_0 es la frecuencia de la perturbación la cual es conocida. Después del producto del error por la excitación persistente, es multiplicado por la ganancia de adaptación γ que tiene un valor de 20 y está representada por el bloque $-K$, a la salida de él se tiene la velocidad del error de estimación que pasa por un integrador, con lo que se obtiene el error de estimación, si a su vez se multiplica por la excitación persistente transpuesta, se genera U_d que alcanza el valor de $P(t)$, pero como se introduce al sistema con signo contrario la elimina cumpliéndose lo establecido:

$$P(t) - U_d(t) = \phi^T(t)\tilde{\theta}(t)$$

$$0 = \phi^T(t)\tilde{\theta}$$

Entonces el error de la estimación tiende a cero cuando el error tiende a cero y el tiempo a infinito:

$$\tilde{\theta}(t) \rightarrow 0 \quad e \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad t \rightarrow \infty$$

Como se puede ver en la figura 24 se cumplió lo esperado, el error (rojo) tendió a cero conforme U_d (azul) alcanzó la perturbación P (verde). En la figura 23 "Y" (azul) alcanza a "Y_m" (verde). Por último, en la figura 25 teta estimada 1 alcanza al escalón y en la figura 26 se ve como teta estimada 2 tiende a cero, entre ambas logran eliminar el error.

Experimento:

Como se explicó, es necesario identificar los parámetros de la planta, a partir de la obtención del parámetro "b" se obtiene el parámetro "a" mediante el método de Ziegler-Nichols (de la tangente). A continuación se muestra paso a paso el desarrollo del experimento para la obtención de los parámetros, para más tarde sustituirlos en el modelo de simulación y aplicar la ley de adaptación desarrollada, con lo que se podrá comprobar esta tesis.

Para lograr determinar los valores de "a" y "b" de la planta real (motor de CD), se realizó el experimento utilizando una unidad DVH-1000 (ver especificaciones en apéndice A), es un servo-módulo que es excitado mediante una fuente de poder para obtener el comportamiento real del sistema, también se usó un osciloscopio digital conectado al tacómetro integrado del servo-motor para tomar la lectura y mandarla a impresión.

Se excitó el servo-motor (con carga) con 8 volts provenientes de la fuente de poder en los pines "9" y "13", (figura 27) se conectó el osciloscopio digital a la salida del tacómetro, a los pines "6" y "11" y se observó la respuesta, la cual se imprimió directamente del osciloscopio y se le aplicó a dicha gráfica el método de la tangente.

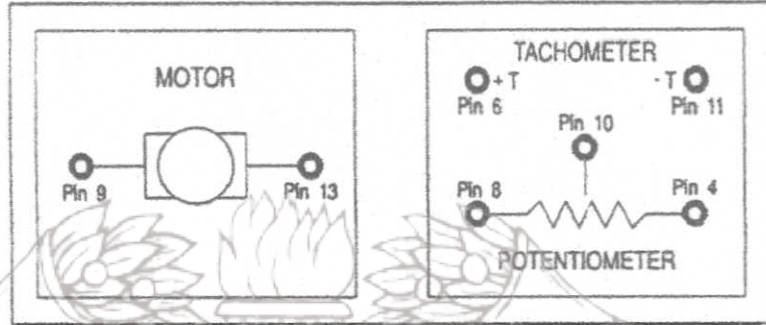


Figura 27. Esquema de la disposición física del servo-motor

La lectura será voltaje de entrada contra velocidad angular a la salida de acuerdo a la disposición preestablecida (las unidades a la salida del tacómetro también serán en volts). En la siguiente figura se puede ver que el valor de K (valor de la respuesta del sistema en estado estable) es de 1.5 voltios, el 63% de este valor es de 0.945 volts, este voltaje se alcanza a los 32 mseg, con este valor puede obtenerse el parámetro "b" y a partir de él, el parámetro "a", los cálculos se muestran después de la gráfica de respuesta.

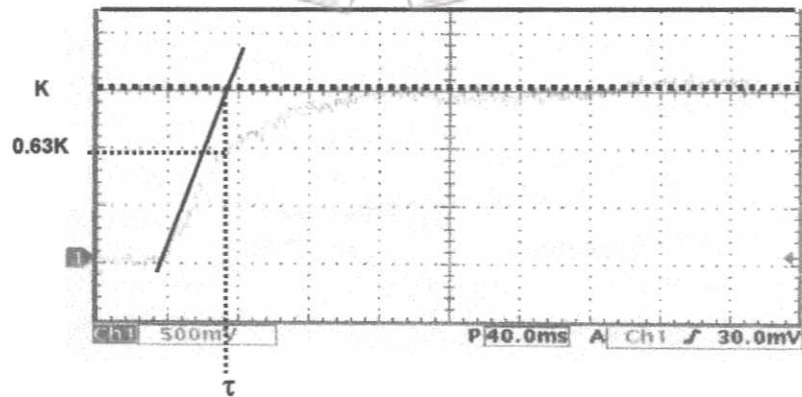


Figura 28. Gráfica del funcionamiento real de la planta para identificación de parámetros.

La manera de obtener los parámetros es la siguiente:

$$b = \frac{1}{T_m}$$

$T_m = 0.032$ sec con respecto a la gráfica

$$b = \frac{1}{0.032}$$

$$b = 31.25$$

para obtener "a" se tiene:

$$a = \frac{K_m}{T_m}$$

$$a = K_m * b$$

$$a = 1.5 * 31.25$$

$$a = 46.875$$

la función queda:

$$G_0(s) = \frac{46.875}{(s + 31.25)}$$

Ahora se introducen los valores de "a" y "b" identificados en la planta en la ley de adaptación que se diseñó, puede observarse lo bien que puede seguir "Y" a la planta ideal "Y_m", como se comporta el error y se lleva a cabo la atenuación de la perturbación periódica al contrarrestarse su efecto no deseado con la señal diseñada U_d.

El diagrama de la planta con la ley de adaptación es el siguiente:

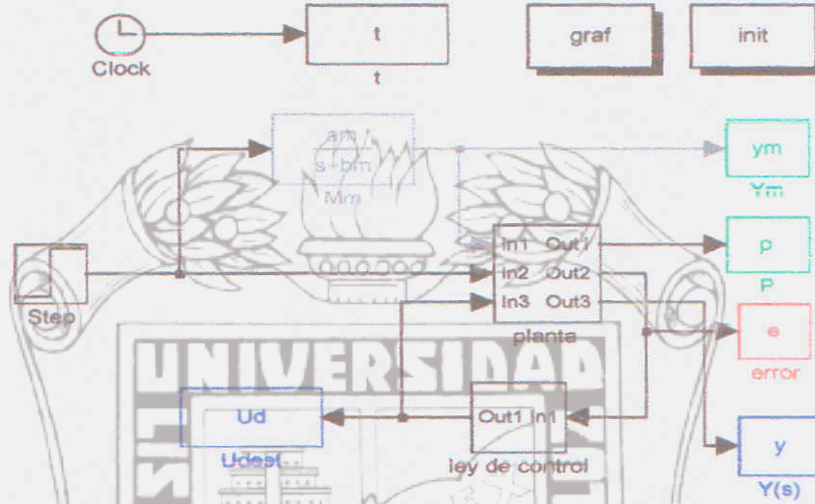


Figura 29. Sistema compactado

Dentro del bloque de planta se encuentran los parámetros reales o identificados, la perturbación periódica y los coeficientes $C_0=1.06666$ y $C_1=0.016$ que son ganancias utilizadas para adaptar a los parámetros reales. La ley de control diseñada se muestra en la siguiente figura:

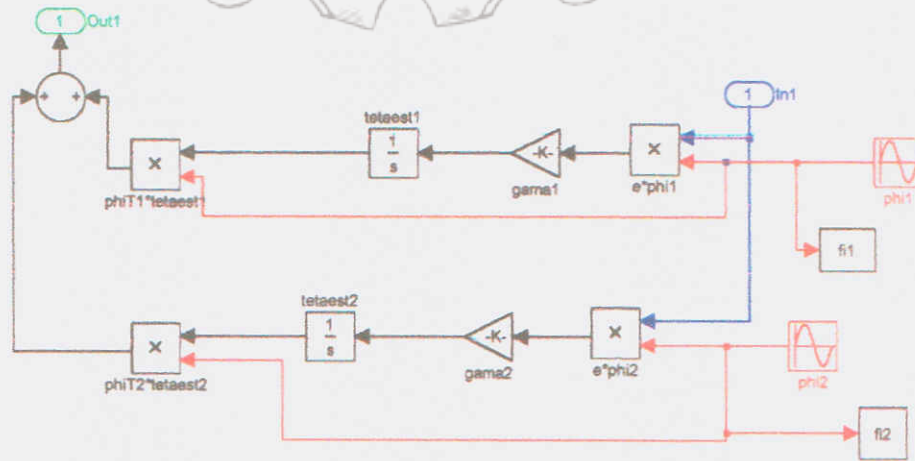


Figura 30. Ley de control de la planta real

Las figura 31 corresponde al sistema ya compensado por la ley de adaptación, con los parámetros "a" y "b" identificados y los parámetros "a_m" y "b_m" que son los ideales o deseados. En ella puede apreciarse como la salida real "Y" (azul) alcanza el valor de la salida deseada "Y_m" (verde) antes de los tres segundos, y en la figura 32 se ve como el error (rojo) tiende a cero conforme "U_d" (azul) alcanza el valor de "P" (verde). Con esto se comprueba que la ley de control diseñada logra eliminar la perturbación periódica.

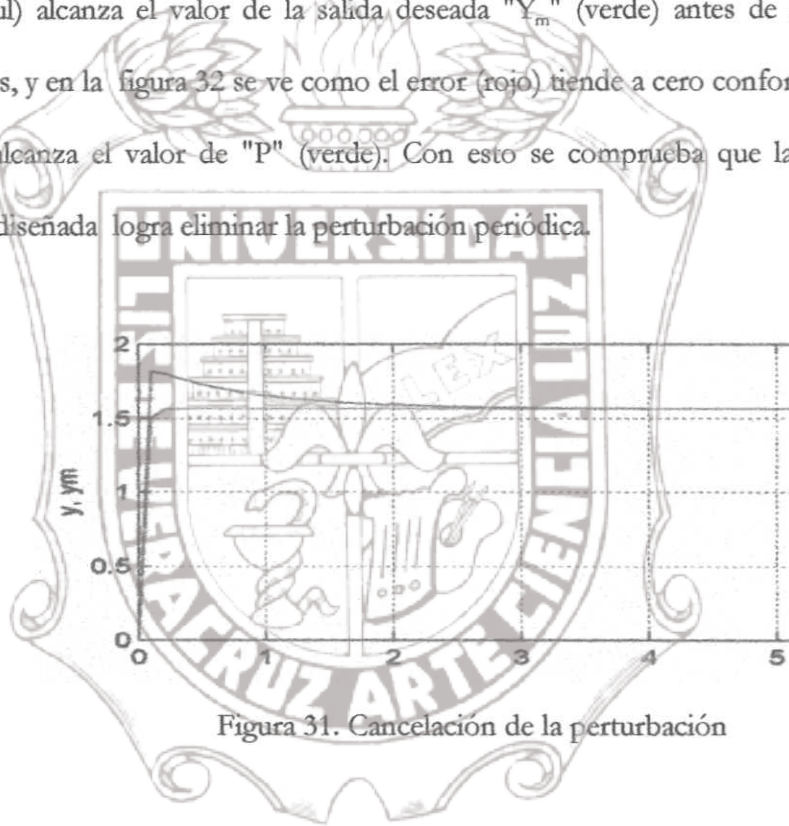


Figura 31. Cancelación de la perturbación

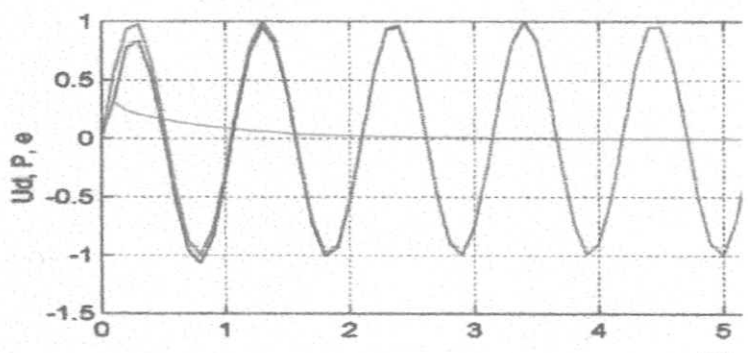


Figura 32. Eliminación del error "e" por la igualación $P = U_d$

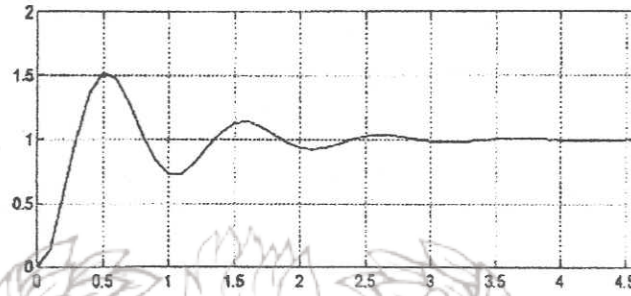


Figura 33. Teta estimada 1

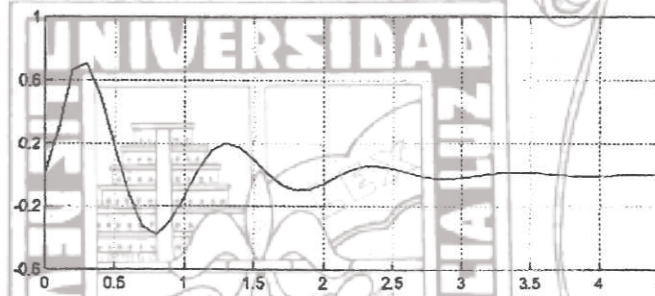


Figura 34. Teta estimada 2

Puede verse en las figuras 33 y 34 que el comportamiento de los parámetros estimados es el mismo que el mostrado en la simulación de las figuras 25 y 26. Como observaciones finales del capítulo, es importante señalar los parámetros de simulación usados:

- Tolerancia al error fue de $1e-3$
- Algoritmo de integración usado "Dormand-Prince"
- Paso de integración variable

Se simuló con otros métodos de integración pero no hubo cambios en los resultados.

Se muestran a continuación las fotografías del equipo utilizado:

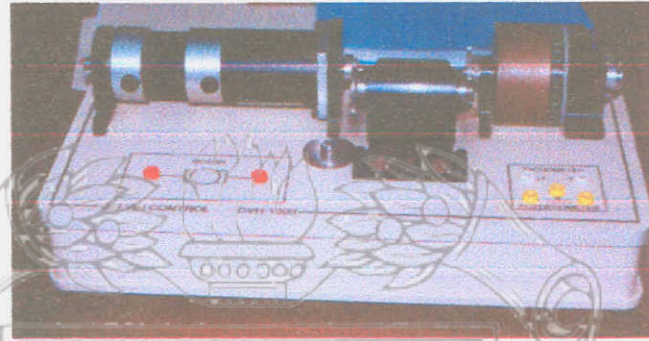


Figura 35. Foto del servo-motor

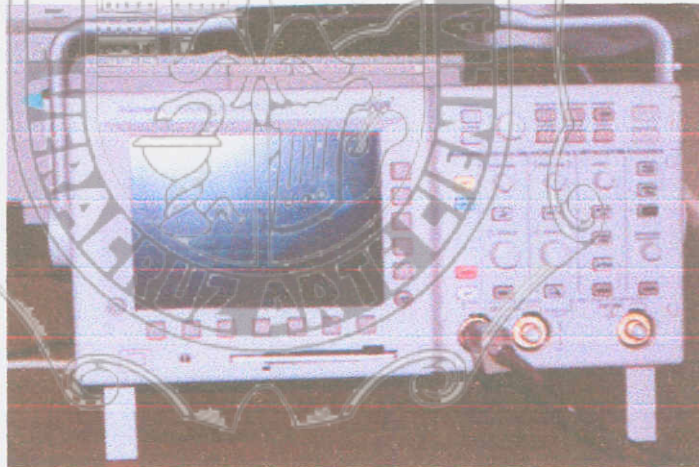


Figura 36. Fotografía del osciloscopio digital

Capítulo VI

CONCLUSIONES

Ventajas y desventajas del esquema de cancelación:

Como ventajas de este método puede observarse que es muy preciso y fácil de modificar siempre y cuando lo se haga bajo las condiciones establecidas de frecuencia conocida, además, en caso de que haya ausencia de error por lapsos de tiempo, este algoritmo congela los parámetros de la ley de control y se actualiza cuando la perturbación se presenta, estas características comparadas con el "principio del modelo interno" son ventajosas ya que este último requiere de cambios más complicados.

Se recuerda que se hizo uso del concepto de "excitación persistente", por lo que es importante no olvidar que debe ser lo suficientemente rica en su gama de frecuencia para estimar los parámetros, es decir, que es importante el espectro de su frecuencia. Por ejemplo: $u(k) = \sin(\omega_0 k)$ con un grado dos de excitación persistente, se puede estimar un máximo de dos parámetros. La suma de tres senoidales con diferentes frecuencias estimarán un máximo de seis parámetros. Una onda cuadrada que tiene muchos valores diferentes en su espectro no iguales a cero, puede estimar muchos parámetros diferentes.

En la práctica, los sistemas de control adaptivo son usados para manejar parámetros desconocidos variantes en el tiempo. Para que el análisis pueda ser aplicado a estos casos prácticos, los parámetros de la planta variantes en tiempo deben variar considerablemente más despacio que los parámetros de adaptación; esto se logra comúnmente en la práctica, la rápida variación de parámetros puede indicar también que el modelo es inadecuado.

Observaciones del funcionamiento del algoritmo:

Se ha observado como una perturbación periódica con frecuencia conocida pero fase y magnitud desconocidas puede desestabilizar un sistema; uno de los propósitos de esta tesis ha sido generar una señal igual a la perturbación e introducirla al sistema con signo contrario, logrando así contrarrestar el efecto no deseado causado en la respuesta del sistema. Para esto se hizo uso de una ley de control cuya estructura es la estándar de la teoría del control adaptivo, en donde se incluyeron condiciones como excitaciones persistentes y se limitó la función de lazo cerrado de la planta a ser estrictamente positiva definida; se manejaron factores de ganancia para equilibrar los efectos de los valores de los parámetros identificados como los deseados.

Ahora bien, otro propósito fue comprobar el comportamiento de esta ley de control aplicada a un sistema con una perturbación periódica de frecuencia ω . Véase que sucede ante la presencia de varias perturbaciones periódicas con magnitudes y fases diferentes. A continuación se presentan dos perturbaciones periódicas en el sistema de la siguiente forma:

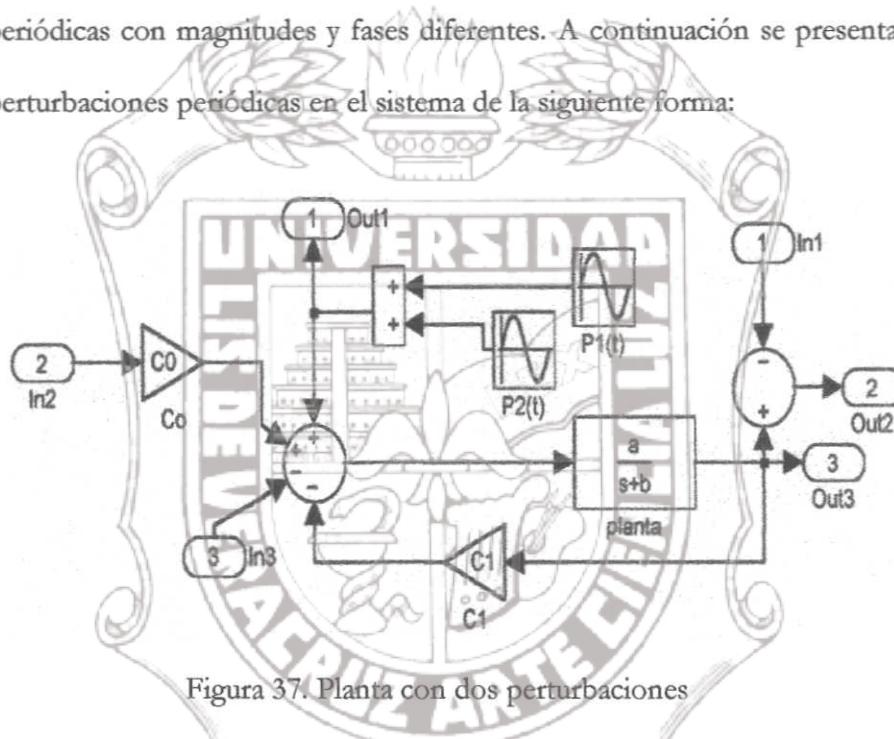
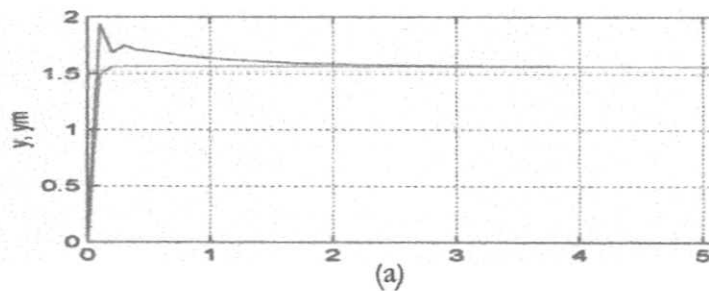


Figura 37. Planta con dos perturbaciones

El esquema presenta $P1(t)$ y $P2(t)$, son las perturbaciones aplicadas al sistema, ambas tienen la misma frecuencia, la misma magnitud pero $P2(t)$ está desfasada 90° con respecto a $P1(t)$, veamos ahora los efectos en la gráfica siguiente:



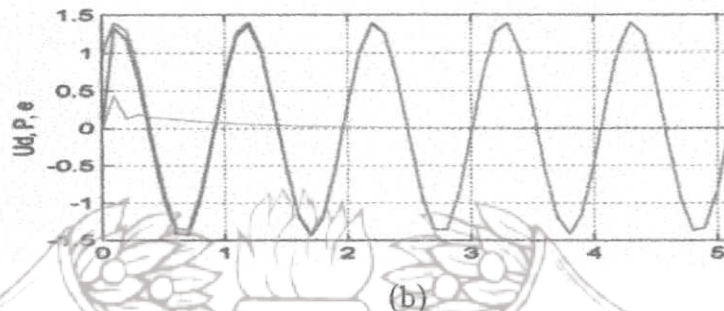


Figura 38. Respuesta a dos perturbaciones con distinta fase

Puede observarse en la figura 38b la señal de color verde que representa la suma de $P1(t)$ y $P2(t)$, U_a (señal de color azul) es generada hasta alcanzar el valor de las perturbaciones, la diferencia entre la salida real "Y" (38a azul) y la deseada " Y_m " (38a verde) es el error (38b rojo) el cual tiende a cero, aproximadamente a los 2 segundos se logra eliminar el error.

De manera especial, obsérvese el primer medio segundo que muestra como se comporta la salida "Y", los picos son debido a los desfases que existen entre las perturbaciones, el error claramente muestra la diferencia.

Ahora se presentan tres perturbaciones en el sistema, con igual magnitud y frecuencia pero con fase diferente, $P1(t)$ con fase cero, $P2(t)$ desfasada 90° y $P3(t)$ desfasada 270° , las gráficas se muestran en la figura 40.

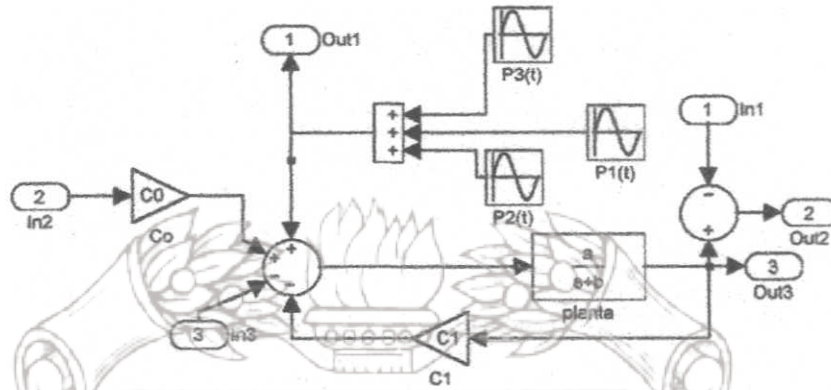


Figura 39. Planta con tres perturbaciones

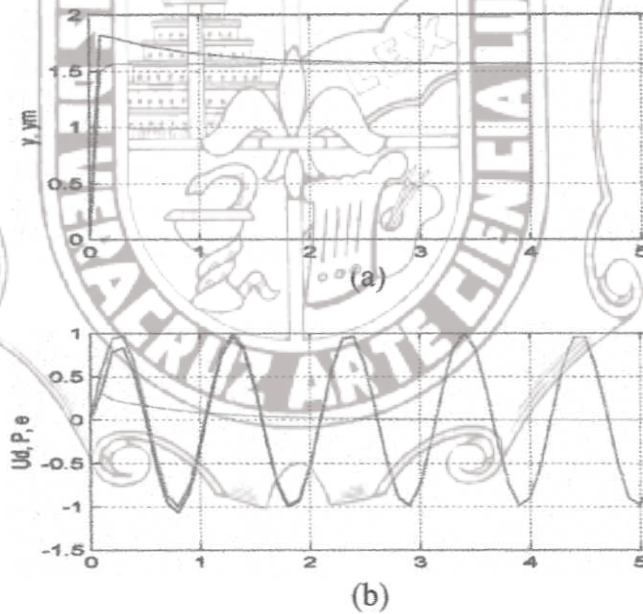


Figura 40. Gráficas de la planta con tres perturbaciones

Nótese que las perturbaciones se suman (40b verde), pero nuevamente la señal U_d (40b azul) logra eliminar la perturbación antes de los tres segundos, con ello el error (rojo) se vuelve cero y la salida "Y" (40 azul) iguala a " Y_m " (color verde) que es el comportamiento deseado.

Se comprueba que las perturbaciones con frecuencias conocidas, magnitudes iguales y fases diferentes pueden ser eliminadas con este algoritmo adaptivo, también se nota en estos experimentos que la magnitud y el tiempo del transitorio se prolonga en presencia de perturbaciones con diferentes desfases.

A continuación perturbaciones con fases y frecuencias iguales pero con magnitudes diferentes $P_1(t)=1$, $P_2(t)=0.5$ y $P_3(t)=1.5$; su gráfica es la siguiente:

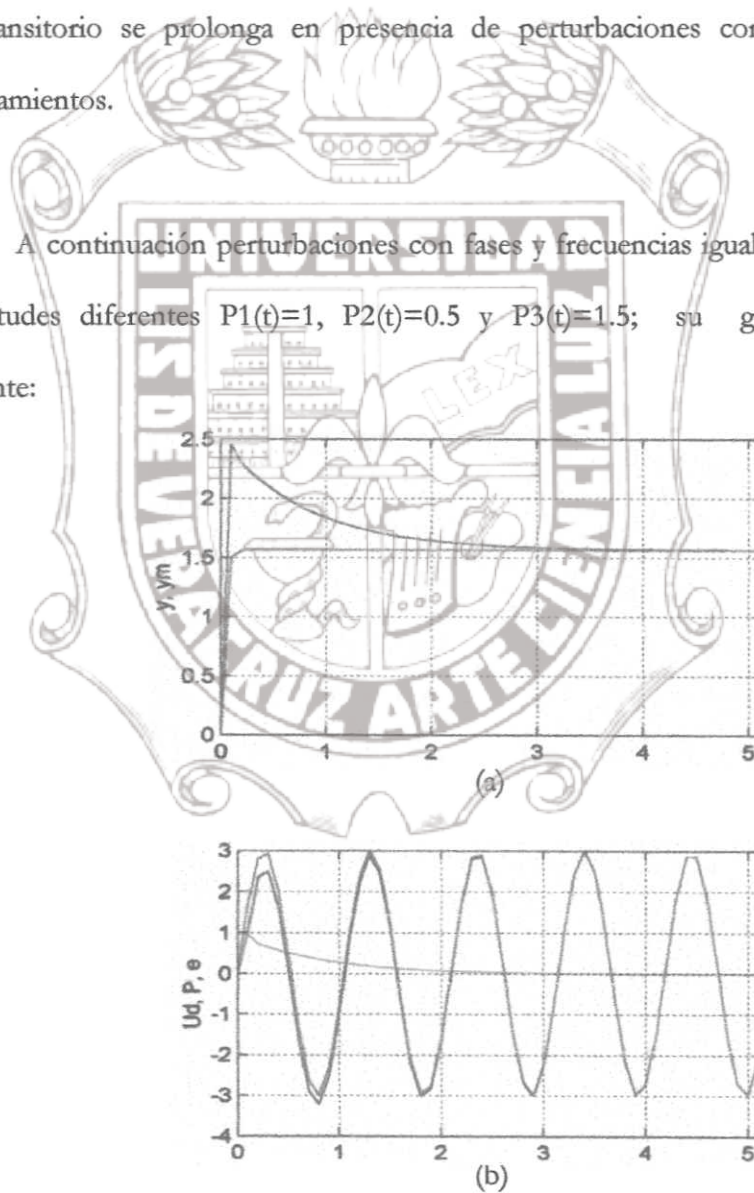


Figura 41. Respuesta a perturbaciones con magnitudes diferentes

Se puede ver que el comportamiento es el mismo, solamente la magnitud de la perturbación total es mayor (41.b verde), U_d (41.b azul) vuelve a eliminar la señal no deseada y el error tiende a cero (rojo) logrando que "Y" (41.a azul) sea igual a " Y_m " (41.a verde) en aproximadamente tres segundos, aumenta la magnitud del transitorio de "Y".

En la siguiente exposición las perturbaciones tienen magnitudes y fases diferentes, pero la frecuencia es la misma (se combinan los valores usados en las pruebas anteriores).

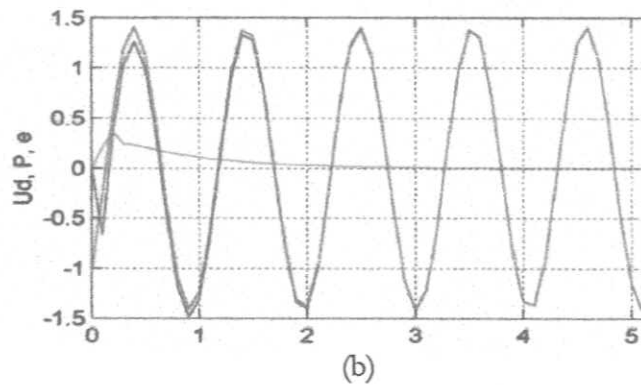
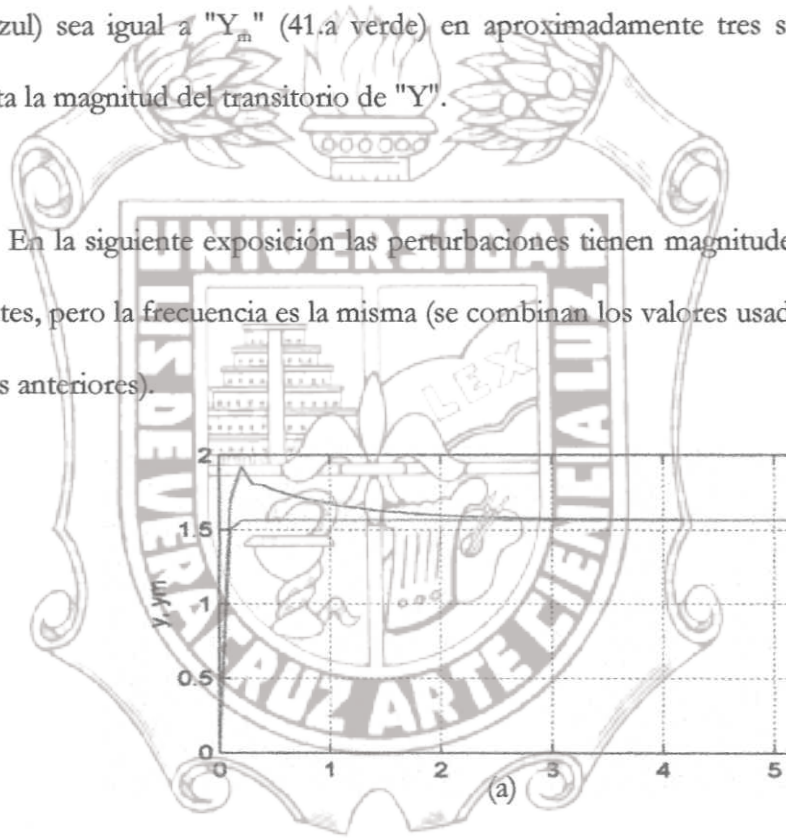
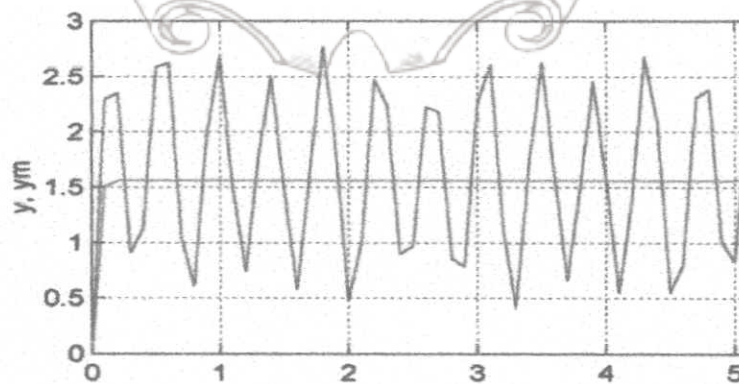


Figura 42. Fases y magnitudes diferentes

Para este caso en la figura 42a en el primer segundo, la salida "Y" (Azul) presenta picos debido a la diferencia de fases en las señales de perturbación, sin embargo, U_d (42b. Azul) logra alcanzar el valor de las señales no deseadas, logrando que el error (rojo) tienda a cero en menos de cinco segundos, con esto se alcanza el valor de " Y_m ". Nótese que la magnitud de la señal de color verde de la figura 42b es el promedio de las perturbaciones considerando magnitudes y fases.

Con estas pruebas se puede concluir que el algoritmo es aceptable para eliminar perturbaciones periódicas de magnitud y fase diferente pero con frecuencias iguales. Se anexa una simulación donde magnitud, fase y frecuencia fueron diferentes:



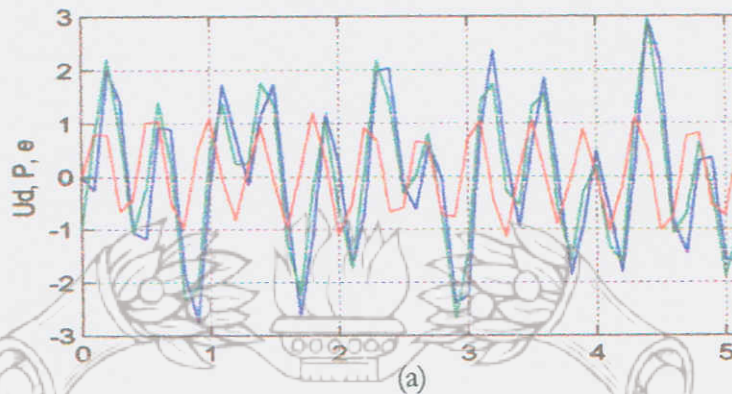


Figura 43. Respuesta a frecuencias diferentes

Aquí se ve como jamás el error (rojo) tiende a cero, ni se logra que U_d elimine la perturbación, la planta con salida "Y" no logra alcanzar a " Y_m ", y todo esto es debido a que las frecuencias de las perturbaciones no son conocidas, ya que la frecuencia de la excitación persistente propuesta en la ley de control debe ser la misma de la perturbación, para frecuencias diferentes conocidas, se puede modificar el algoritmo de control introduciendo excitaciones persistentes a las frecuencias de las perturbaciones, al no conocer la frecuencia de las perturbaciones se deben realizar cambios drásticos.

Como ventajas de este método puede decirse que es muy preciso y fácil de modificarse, siempre y cuando se haga bajo las condiciones establecidas de frecuencia conocida, además, en caso de que haya ausencia de error por lapsos de tiempo, este algoritmo congela los parámetros de la ley de control y se actualiza cuando la perturbación se presenta, estas características comparadas

con el "principio del modelo interno" son ventajosas ya que este último requiere de cambios más complicados.

Trabajos futuros:

Algunas variaciones en las consideraciones pueden generar otros trabajos, tales como las siguientes:

- Puede probarse el método eliminando la primera y tercera armónicas, probando si el error tiende a cero con mayor rapidez. El trabajo aquí desarrollado se enfocó a eliminar la primera armónica.
- Se recuerda que los cambios drásticos en los parámetros no pueden ser estimados cuando se trata de control adaptivo, por lo que se puede proponer la obtención de una ley de control para cambios drásticos.
- Por último, otro trabajo puede ser el desconocer la frecuencia, la fase y la magnitud de la señal que perturba al sistema, lo cual da gran giro a lo aquí presentado.

APÉNDICE

VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL MÓDULO DALVIN
DVH-1000

1. Parámetros del motor:

- Resistencia de armadura..... 3.77 ohms
- Inercia del motor..... 0.0054 oz-in-sec²
- Amortiguamiento del motor..... 0.002 oz-in/rad/sec
- Factor de FCEM del motor..... 0.12032 volts/rad/sec
- Constante del par motor..... 17.0 oz-in/amp
- Inductancia de armadura..... 0.00804 henrios

2. Parámetros de carga:

- Inercia de carga..... 0.1920 oz-in-sec²/rad
- Factor de amortiguamiento de carga... 0.0010 oz-in/rad/sec
- Factor de FCEM del motor..... 0.12032 volts/rad/sec

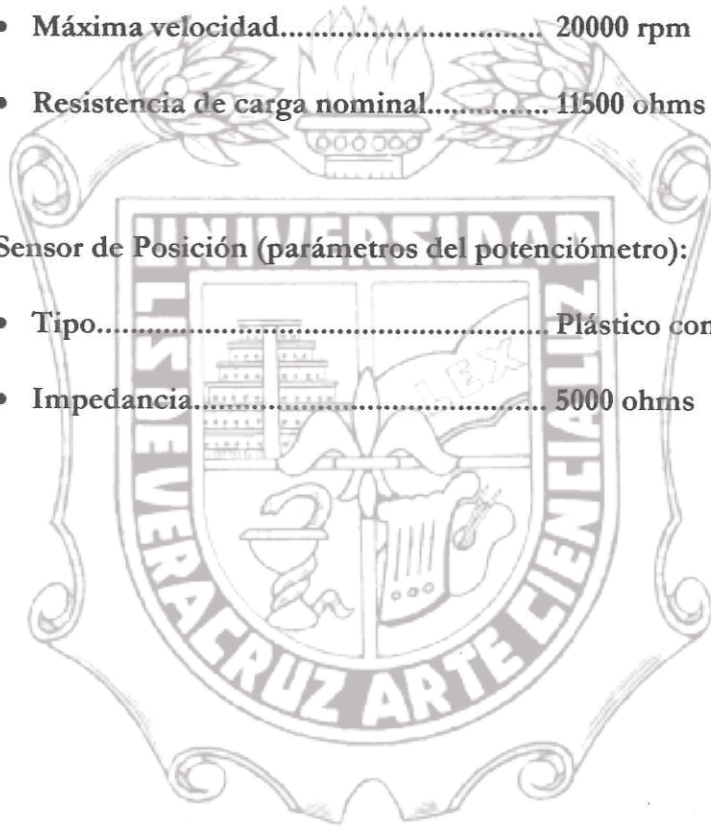
3. Sensor de velocidad (parámetros del tacómetro):

- Frecuencia de rizo..... 11.0 hz/rev
- Inercia de armadura..... 0.001 oz-in-sec²
- Linealidad..... 0.2%

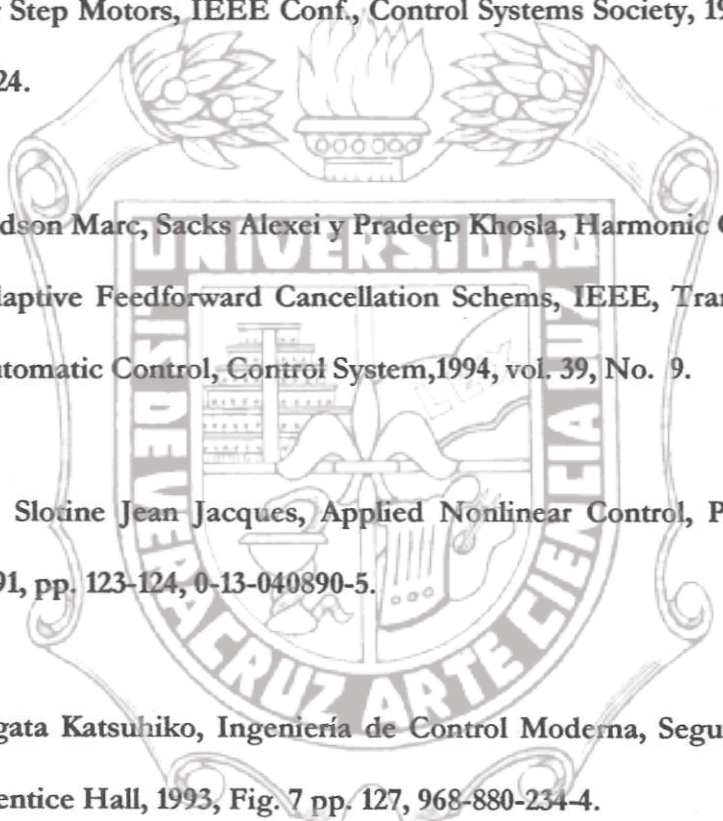
- Salida del tacómetro..... 0.003 volts/rpm
- Resistencia de terminal..... 2200 ohms
- Inductancia..... 0.0026 henrios
- Máxima velocidad..... 20000 rpm
- Resistencia de carga nominal..... 11500 ohms

4. Sensor de Posición (parámetros del potenciómetro):

- Tipo..... Plástico conductivo
- Impedancia..... 5000 ohms



BIBLIOGRAFÍA

- 
- [1] Chen D. y Paden B., Nonlinear Adaptive Torque-ripple Cancellation for Step Motors, IEEE Conf., Control Systems Society, 1990, pp. 3319-3324.
- [2] Bodson Marc, Sacks Alexei y Pradeep Khosla, Harmonic Generation in Adaptive Feedforward Cancellation Schemes, IEEE, Transactions on Automatic Control, Control System, 1994, vol. 39, No. 9.
- [3] E. Slotine Jean Jacques, Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, 1991, pp. 123-124, 0-13-040890-5.
- [4] Ogata Katsuhiko, Ingeniería de Control Moderna, Segunda Edición, Prentice Hall, 1993, Fig. 7 pp. 127, 968-880-234-4.
- [5] Khalil Hassan, Nonlinear Systems, Segunda Edición, Prentice Hall, 1996, Ec. 16 pp. 625, 0-13-228024-8.
- [6] Van den Bosch, Modeling Identification and Simulation of Dynamical Systems, CRC Press, 0-8493-9181-4.

[7] R. L. Mc. Intyre, Control de Motores Eléctricos, Segunda Edición, Alfaomega Marcombo, 1992, 968-6223-69-X.

[8] Kuo Benjamín, Sistemas de Control Automático, Séptima Edición, Prentice Hall, 1996, 968-880-723-0.

[9] Emami-Naeini Abbas, Control de Sistemas Dinámicos con Retroalimentación, Addison Wesley Iberoamericana, 1991, 0-201-64421-5.

[10] Gibson John E., Nonlinear Automatic Control, McGraw-Hill, 1963, 62-17881.

[11] Vidyasagar M., Nonlinear Systems Analysis, Segunda Edición, Prentice Hall, 1993, 0-13-623463-1.

[12] Groutage Dale, Control Systems Desing and Experiments in Analog Control For Comdyna-Dalvin Control Systems Workstation, Dalvin Control Inc., 1992.