Una propuesta para el cálculo de la potencia en el ANOVA

E. Menéndez* y L.O. Jamed**

Resumen:
En este trabajo es revisado el concepto de potencia de una prueba estadística. En particular, se estudia la potencia en el marco de un análisis de varianza. Un análisis prospectivo de potencia es utilizado para la determinación de repeticiones de los diferentes niveles que se comparan. Este análisis está basado en Scheffé (1959), pero usando las facilidades de cómputo actual. En consecuencia, no es necesario considerar cartas tales como las de Pearson y Hartley (1951), donde la potencia es determinada de manera visual y por tanto aproximada o una aproximación de la distribución de probabilidad mediante la aproximación de Patnaik (1949). Se brinda un programa en Matlab que posibilita este estudio según las necesidades del usuario.

Palabras clave:
Análisis Prospectivo; Distribución F; Distribución F no central; Parámetro de no centralidad; Prueba de hipótesis.

Abstract:
In this work the concept of power of a statistical test is revised. In particular, the power in the frame of an analysis of variance (ANOVA) is studied. A prospective analysis of power is used for determining the repetitions of the several levels that are compared. This analysis is based on Scheffé (1959), but using the current computation facilities. In consequence, it is not necessary to consider charts such as those of Pearson & Hartley (1951) or Patnaik's approximation (1949). A program in Matlab is offered to facilitate this study according to the necessities of the user.

Keywords:
F distribution; Non-central F distribution; Non-central parameter; Prospective analysis; Testing Hypothesis.

1. Introducción

La determinación del tamaño de muestra es una etapa muy importante en la planificación de un estudio estadístico (Lenth, 2001a). Sin embargo, esta etapa se omite con frecuencia. Un análisis prospectivo de la potencia permite determinar el tamaño de muestra en la realización de una prueba de hipótesis. Es conocido que al formular una prueba de hipótesis se plantean dos hipótesis: H_0 (hipótesis nula) y H_A (hipótesis alternativa). A partir de la información que brinda la variable aleatoria observada Y, se toma la decisión de rechazar la hipótesis H_0 o de no rechazarla. Esta decisión se basa en el valor de un estadístico T(y) denominado estadístico de prueba, el cual indica si la observación de Y pertenece a la región crítica (de rechazo de la hipótesis H_0) o a la región de no rechazo (denominada por algunos autores región de aceptación).

La decisión de rechazar H_0 o no, no está exenta de errores. Se pueden cometer dos errores, denominados error de tipo I y error de tipo II. El primero se define como rechazar H_0 cuando ésta es verdadera y el segundo consiste en aceptar H_0 cuando ésta es falsa.

La magnitud de cada uno de estos errores, también denominado riesgo, se mide por su probabilidad de ocurrencia, denotadas por α y β.

$$\Pr\{\text{Rechazar } H_0 \text{ cuando } H_0 \text{ es cierta}\} = \alpha$$
$$\Pr\{\text{Aceptar } H_0 \text{ cuando } H_0 \text{ es falsa}\} = \beta$$

La máxima aspiración al realizarse una prueba estadística de hipótesis es hallar un estadístico de prueba o región crítica que minimice a α y β en forma simultánea. Alcanzar este objetivo no ha tenido una forma factible de ser logrado, por lo cual la metodología empleada ha consistido en fijar un valor α máximo permisible y buscar un estadístico de prueba o región crítica que minimice β.

Por simplicidad se denota por α el valor máximo permisible del error de tipo I. En consecuencia, cuando se rechaza la hipótesis H_0, se puede aceptar la hipótesis H_A con el riesgo de estar cometiendo el error de tipo I, ya que se encuentra fijo el valor α al tomar esta decisión. Sin embargo, cuando no se rechaza H_0, no se puede en forma automática aceptar H_0 ya que no se conoce el valor del error de tipo II (β).

Por otra parte, fijado α al rechazar H_0, es importante conocer la probabilidad de rechazar H_0 cuando H_0 es falsa ($1 - \beta$). Esta probabilidad se conoce como la potencia de la prueba de hipótesis. La potencia en alguna manera caracteriza la sensibilidad de la prueba de hipótesis para detectar diferencias significativas.

* Ernesto Menéndez. Depto. Matemática Aplicada. Fac. de Matemáticas y Computación. Universidad de la Habana, Cuba. e-mail: ema@matcom.uh.cu
** Luis O. Jamed. Fac. de Ingeniería Química y Ambiental. Universidad Veracruzana. Xalapa, Veracruz, México. e-mail: lojb@prodigy.net.mx

Por la propia definición de la potencia y su interpretación, un análisis de ella es de utilidad en la etapa del diseño estadístico de una investigación para dado el diseño más adecuado (Oehlert y Whitcomb, 2001) determinar el tamaño del efecto o para la determinación de la cantidad de repeticiones del experimento básico. Esta situación se denomina en forma general con el nombre análisis prospectivo de la potencia.
En este trabajo se aborda un estudio de la potencia de las pruebas de hipótesis en el marco del análisis de la varianza (ANOVA), Patnaik P.B.(1949) y Scheffé (1959). Lo novedoso de este trabajo consiste en poner al alcance de los usuarios de la estadística, la metodología del análisis de la potencia con la ayuda de tablas con un soporte computacional actualizado.

2. Potencia de la prueba de hipótesis en el ANOVA

Como el objetivo de este trabajo está enmarcado en el ANOVA, para simplificar la exposición se asume un diseño de experimento completamente al azar. La modelación de la información producida por este diseño es mediante el conocido modelo de clasificación simple, el cual se expresa como:

$$y_{i,j} = \mu + \alpha_i + e_{i,j}$$

Donde $y_{i,j}$ son variables aleatorias observables, independientes y distribuidas según $N(\mu + \alpha_i, \sigma^2)$ para i =1, 2, ..., I y j =1, 2, ..., J_i. Los $e_{i,j}$ son variables aleatorias no observables, independientes y con una distribución de probabilidad $N(0,\sigma^2)$; μ , α_1 , ... , α_I son parámetros desconocidos.

Sea $n = \sum_{i=1}^{I} J_i$, el total de observaciones de la variable aleatoria de interés Y. Nótese que I está determinada por la cantidad de poblaciones Normales que se comparan en la investigación y J_i para i =1, 2, ... , I es la cantidad de observaciones por cada población normal que se compara. En la práctica estas poblaciones Normales que se comparan suelen ser: procesos de elaboración, fármacos aplicables a pacientes, estrategias de comunicación, materiales a utilizar, aplicación de condiciones del proceso, niveles de fertilización, etc. Genéricamente se han denominado tratamientos.
Las hipótesis que se consideran son:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_I = 0$$
$$H_A: \text{Al menos un } \alpha_i \neq 0 \text{ para i =1, 2, ..., I}$$

La regla de decisión para la realización de esta prueba de hipótesis se suele expresar como:

- Rechazar H_0 al nivel α si:

$$\Pr\{F_{\nu 1,\, \nu 2} > F\} = p \leq \alpha \qquad (2.1)$$

donde $F_{\nu 1,\, \nu 2}$ representa una variable aleatoria distribuida según una distribución F con ν_1 y ν_2 grados de libertad y

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{I} J_i \left(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right)^2 \Big/ \nu_1}{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji} \left(y_{i,j} - \bar{y}_{i\bullet}\right)^2 \Big/ \nu_2} \qquad \text{con } \nu_1 = I - 1 \text{ y } \nu_2 = n - I \quad (2.2)$$

El estadístico F de la expresión (2.2), cuando H_0 es verdadera se distribuye como una F central con ν_1 y ν_2 grados de libertad. Para más información se puede consultar a Scheffé(1959), Gibra(1973), Rao(1973), Graybill(1976), Myers y Milton(1991), Harville(1997), Sahai et. al.(2000), McCulloch y Searle(2001).
Si H_0 es falsa, el estadístico F de la expresión (2.2) se distribuye como $F'_{\nu 1,\, \nu 2\, ;\, \lambda}$, lo cual denota una distribución de probabilidad F no central con ν_1 y ν_2 grados de libertad y parámetro de no centralidad λ. Cuando $\lambda = 0$, la $F'_{\nu 1,\, \nu 2\, ;\, 0}$ coincide con la $F_{\nu 1,\, \nu 2}$.
Otra manera de reformular el criterio para rechazar H_0 en lugar de usar la expresión (2.1) es:

- Rechazar H_0 al nivel α si:

$$F \geq F_{\nu 1,\, \nu 2\, ;\, (1-\alpha)} \qquad (2.3)$$

Donde $F_{\nu 1,\, \nu 2\, ;\, (1-\alpha)}$ es el percentil de orden $(1 - \alpha)$ de la distribución $F_{\nu 1,\, \nu 2}$. Es obvio que los criterios para el rechazo dados en (2.1) y (2.3) son equivalentes.
Si H_0 es falsa, tal como se comentó antes, el estadístico F se distribuye como una F no central en lugar de una F central. Por tanto, la probabilidad de que F sea mayor o igual a $F_{\nu 1,\, \nu 2\, ;\, (1-\alpha)}$ se determina usando la distribución F no central. Es decir, la potencia de la prueba de hipótesis al nivel α, está dada por

$$\Pr\{F'_{\nu 1,\, \nu 2\, ;\, \lambda} \geq F_{\nu 1,\, \nu 2\, ;\, (1-\alpha)}\} = 1 - \beta$$

No existe una forma única para denotar el parámetro de no centralidad λ, la forma en que se expresa ha obedecido a la consideración de cada autor. Por ejemplo, Scheffé(1959) estableció mediante su regla 1 que el parámetro de no centralidad, el cual lo representa por δ, es igual a

$$\delta = +\sqrt{\sum_{i=1}^{I} J_i \left(\alpha_i - \bar{\alpha}_\bullet\right)^2 \Big/ \sigma^2} \qquad (2.4)$$

Donde $\bar{\alpha}_\bullet = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji}\alpha_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{I} J_i\alpha_i$, Myers y Milton(1991) consideran a $\lambda = ½\, \delta^2$. En este trabajo se considera a $\lambda = \delta^2$. Por tanto, y en virtud de la expresión (2.4) se tiene

$$\sigma^2\lambda = \sum_{i=1}^{I} J_i\left(\alpha_i - \bar{\alpha}_\bullet\right)^2 \qquad (2.5)$$

Es conocido que al disminuir α aumenta β, lo cual produce que la potencia $1 - \beta$ disminuya. Por otro lado, la potencia aumenta cuando λ crece, y el crecimiento de λ se logra cuando los J_i aumentan. El aumento de los J_i equivale a aumentar n, lo que también provoca un aumento de los grados de libertad de la suma de cuadrados del error (SC_E), $\nu_2 = (n - I)$.

$$SC_E = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{Ji}\left(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}\right)^2$$

Cuyo cuadrado medio (CM_E) es siempre un estimador insesgado de σ^2, esto es

$$E\left[CM_E\right] = E\left[\frac{SC_E}{n - I}\right] = \sigma^2$$

Por tanto, la potencia se puede aumentar, aumentando los grados de libertad de la SC_E , lo cual en última instancia se logra aumentando la cantidad de repeticiones J_i.

3. Análisis prospectivo de la potencia para la determinación de la cantidad de réplicas del experimento.

Con este análisis se puede determinar la cantidad de repeticiones de cada tratamiento dado un valor de α y la diferencia mínima a partir de la cual se desea detectar diferencias significativas entre los tratamientos.

El procedimiento se ilustra con el ejemplo siguiente. Sean I = 5 tratamientos que se desean comparar, α es fija en 0.05. La diferencia mínima a partir de la cual se desea detectar diferencias entre los tratamientos es $\Delta = 10$. Con esta información se desea determinar J, es decir, la cantidad de repeticiones por cada tratamiento es la misma, condición que se hace necesaria para el desarrollo de este trabajo. En esta situación se tiene que

$$\sigma^2\lambda = J\sum_{i=1}^{5}\left(\alpha_i - \bar{\alpha}_\bullet\right)^2 \qquad (3.1)$$

Supongamos que se desea obtener una potencia no menor de 0.95.

De (3.1) se aprecia que λ aumenta si se aumenta J y/o $\sum_{i=1}^{5}\left(\alpha_i - \bar{\alpha}_\bullet\right)^2$.

Sin embargo, al minimizar la suma de cuadrados, la obtención de una potencia $1 - \beta \geq 0.95$ recae absolutamente sobre J si se fija de alguna manera el valor de la suma de cuadrados que aparece en (3.1). Scheffé(1959) propone que la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de los efectos de los tratamientos sea Δ y que los restantes tomen como valor la semisuma de éstos dos. Con ello se logra minimizar (3.1) es decir,

$\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \alpha_3 \leq \alpha_4 \leq \alpha_5$ y que $\alpha_5 - \alpha_1 = \Delta = 10$ y que $\alpha_i = \frac{\alpha_1 + \alpha_5}{2}$ para i = 2, 3, 4

entonces $\bar{\alpha}_\bullet = \frac{J}{n}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i = \frac{J}{IJ}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i = \frac{1}{I}\left[\alpha_1 + \alpha_5 + 3\frac{\alpha_1 + \alpha_5}{2}\right] = \frac{1}{5}\frac{5\left(\alpha_1 + \alpha_5\right)}{2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_5}{2}$

De (3.1) se tiene que

$$\sigma^2\lambda = J\sum_{i=1}^{5}\left(\alpha_i - \bar{\alpha}_\bullet\right)^2 = J\left[\left(\alpha_1 - \frac{\alpha_1 + \alpha_5}{2}\right)^2 + \left(\alpha_5 - \frac{\alpha_1 + \alpha_5}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_5}{2} - \frac{\alpha_1 + \alpha_5}{2}\right)^2\right]$$

$$\sigma^2\lambda = \frac{J}{4}\left[\left(\alpha_1 - \alpha_5\right)^2 + \left(\alpha_5 - \alpha_1\right)^2\right] = \frac{J}{4}\left[2\Delta^2\right] = \frac{J}{2}\Delta^2$$

De donde: $$\lambda = \frac{J}{2}\left(\frac{\Delta^2}{\sigma^2}\right) = \frac{J}{2}\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)^2 \qquad (3.2)$$

En general el valor de σ^2 se desconoce, por lo que la expresión (3.2) no puede evaluarse. En este trabajo se hace la propuesta de considerar Δ en términos de σ. Sea entonces $\Delta = k_0\sigma$, de lo cual (3.2) deviene en:

$$\lambda = \frac{J}{2}\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)^2 = \frac{J}{2}\left(\frac{k_0\sigma}{\sigma}\right)^2 = \frac{J}{2}k_0^2$$

Supongamos que de alguna manera se conoce aunque sea aproximadamente el valor de σ, digamos $\sigma = 2.5$, luego $\Delta = 10 = 4(2.5)$. Esto es $k_0 = 4$ y $\lambda = \frac{J}{2}(4)^2 = 8J$. Además $\nu_1 = I - 1 = 4$, $n = IJ$, $\nu_2 = n - I = I(J - 1) = 5(J - 1)$.

En la tabla 3.1 siguiente se muestran las potencias para $\alpha = 0.05$ para diferentes valores de J.

Tabla 3.1•

Ejemplo ilustrado

J	ν_1	ν_2	$F_{\nu1\,,\,\nu2\,;\,0.95}$	λ	$\Pr\{F'_{\nu1\,,\,\nu2\,;\,\lambda} > F_{\nu1\,,\,\nu2\,;\,0.95}\}$
2	4	5	5.192168	16	0.520692
3	4	10	3.478050	24	0.889638
4	4	15	3.055568	32	0.983006
5	4	20	2.866081	40	0.997959
6	4	25	2.758710	48	0.999794
7	4	30	2.689628	56	0.999982

Como se aprecia para este ejemplo, con un mínimo de 4 repeticiones por tratamiento, se obtienen potencias superiores a 0.95.

En síntesis, puede observarse que el análisis de la potencia contiene cinco elementos que se encuentran relacionados. Dado un modelo de diseño experimental, los cinco elementos son: 1. La diferencia mínima a partir de la cual se desea detectar diferencias entre los tratamientos Δ. 2. La variabilidad inherente de la experimentación σ^2. 3. El número total de réplicas n. 4. El nivel de significación de la prueba. 5. La magnitud mínima deseable de la potencia estadística. Los cinco elementos anteriores conforman un sistema. Este sistema permite determinar el número de réplicas en cada tratamiento, o bién, dado el número de réplicas es posible determinar el tamaño del efecto Δ.

El tamaño del efecto, está relacionado con los objetivos de la investigación específica. El número total de réplicas es un elemento del sistema anterior, el cual contiene consecuencias éticas, económicas y de utilización de recursos (Lenth, 2001a). Una nota adicional de esta sección, es el hecho de evitar caer en la tentación de utilizar ideas tales como potencia observada o potencia retrospectiva obtenidas a partir de la información experimental. Lo anterior, ha sido fuente de obstáculos y trampas en el concepto estadístico de la potencia (Lenth, 2001b) y (Hoenig and Heisey, 2001).

4. Tablas útiles y programa para el cálculo de la potencia

En la sección de anexos, se brindan tablas que expresan la potencia de una prueba de hipótesis en el marco del ANOVA para efectos fijos, donde $k = \Delta/\sigma$. Las tablas 8.1 y 8.2 son para el diseño de un factor completamente aleatorizado. Se adiciona programa en Matlab•• que permite la construcción de tablas similares adicionalmente para el diseño de un factor con bloque aleatorizado y el diseño de dos factores con interacción.

El programa utiliza módulos los cuales el usuario interesado puede continuar ampliando para otros diseños particulares. Los módulos que se presentan en este trabajo son: “poten01.m”, “poten1F.m”, “poten1FB.m” y “poten2FI.m”. Los datos principales de entrada son: 1) Número de niveles o tratamientos que se desean comparar, 2) Número de repeticiones que se desean comparar, 3) Número de desviaciones estándares $k = \Delta/\sigma$ que se desean comparar y permite definir valores alfas dados por el usuario o seleccionar las alfas prefijadas (0.01, 0.05, 0.10). La salida es una matriz con la información y cálculos de las potencias. El módulo principal “poten01.m” es de enlace con los módulos de diseños particulares.

Con el programa para el cálculo de potencia, se efectuaron 243 corridas piloto con las alfas prefijadas. Las pruebas se efectuaron en un computador tipo PC Pentium II de 475 Mhz y 64MB de RAM, La tasa media de (potencias calculadas)/segundo es: 5.1333 pc/s. La raiz cuadrada del cuadrado medio del error es: 0.2618 pc/s. Los valores máximos y mínimos de los ensayos piloto son: 7.7922 pc/s y 3.0801 pc/s. En orden descendente a la tendencia de

• Valores de la potencia obtenidos con software estadístico JMP Release: 5.0 ©2002, SAS Institute Inc. www.jmpdiscovery.com

•• MATLAB Version 5.1.0.421, The MathWorks, Inc.©1997. www.mathworks.com reducir la tasa de cálculo tenemos: el número de valores k solicitados, el valor de la réplica mínima, el número de réplicas solicitadas y por último, el valor del nivel mínimo. El número de niveles solicitados a calcular no reduce significativamente la tasa de cálculo. Es obvio que la información anterior es relativa a la configuración del computador utilizado y a la versión del programa usado.

5. Conclusiones

En la actualidad se disponen de las facilidades que brindan los medios de cómputo. Los usuarios de la estadística de manera individual pueden determinar la cantidad de repeticiones o réplicas necesarias por nivel o tratamiento, factor o interacción según corresponda. Al establecer una potencia mínima que deba alcanzarse dado α y k, tal que $k = \Delta/\sigma$ donde Δ es la cantidad mínima a partir de la cual se desea detectar diferencia significativa. El interesado que de forma sistemática diseñe experimentos puede con el uso del programa en Matlab que se ofrece en este trabajo, confeccionar sus propias tablas, así como agregar nuevos módulos según sus necesidades.

6. Agradecimientos

Los autores agradecen las críticas y sugerencias hechas por los árbitros, que ha permitido mejorar la calidad del contenido, así como la presentación del mismo.

7. Referencias

Gibra, I.N. (1973). “Probability and Statistical Inference for Scientists and Engineers”. Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey

Graybill, F.A. (1976). “Theory and Application of the Linear Model”. Duxbury. USA

Harville D.A. (1997). “Matrix Algebra from a Statistician’s Perspective”. Springer-Verlag New York, Inc.

Hoenig, J.M. and Heisey, D.M. (2001). “The Abuse of Power: The Pervasive Fallacy of Power Calculations in Data Analysis”. The American Statistician, 55, pp. 19-24

JMP Release: 5.0 ©2002, SAS Institute Inc. www.jmpdiscovery.com

Lenth, R.V. (2001a). “Some Practical Guidelines for Effective Sample-Size Determination”. The American Statistician, 55, pp. 187-193.

Lenth, R.V. (2001b). “Two sample-size practices that I don’t recommend”. Department of Statistics, University of Iowa, Iowa City, IA52242. USA. www.stat.uiowa.edu/~rlenth.

MATLAB Version 5.1.0.421, The MathWorks, Inc.©1997. www.mathworks.com

McCulloch C.E. and Searle S.R. (2001). “Generalized, Linear, and Mixed Models”. John Wiley & Sons, Inc.

Myers, R.H. and Milton, J.S. (1991). “A first course in the theory of linear statistical models”. PWS-Kent Publishing Company Boston

Oehlert, G.W.; Whitcomb, P.(2001). “Sizing fixed effects for computing power in experimental designs”. School of Statistics, University of Minnesota. USA. www.stat.umn.edu. Stat-Ease, Inc. www.statease.com.

Patnaik, P.B. (1949). “The noncentral χ^2 and F-distributions and their approximations”. Biometrika, Vol. 36, pp. 202-232

Pearson, E.S. and Hartley, H.O. (1951). “Charts of the power function of the analysis of variance tests, derived from the noncentral F-distribution”. Biometrika, Vol. 38, pp. 112-130

Rao, C.R. (1973). “Linear Statistical Inference and its Applications”. John Wiley & Sons. New York

Sahai, H.; Ojeda, M.M. y Macedo, J.M.(2000). “Manual de distribuciones χ^2, t y F centrales y no centrales”. Textos universitarios, Universidad Veracruzana. Xalapa Ver. México

Scheffé, H. (1959). “The Analysis of Variance”. John Wiley & Sons. New York

8. Anexos

Tabla 8.1
Diseño de un factor aleatorizado, I = 2,3

			Valores de la potencia*(100)		
I	J	k	α = 0.01	α = 0.05	α = 0.10
2.0000	2.0000	1.0000	1.9802	9.5202	18.1564
2.0000	2.0000	2.0000	4.8628	21.8307	38.4525
2.0000	2.0000	3.0000	9.4801	38.7400	61.7245
2.0000	2.0000	4.0000	15.5702	56.4514	80.3159
2.0000	2.0000	5.0000	22.8023	71.9181	91.6287
2.0000	3.0000	1.0000	3.9568	15.8791	27.0608
2.0000	3.0000	2.0000	15.6856	46.2641	64.5281
2.0000	3.0000	3.0000	37.7777	78.2554	90.9800
2.0000	3.0000	4.0000	63.3896	94.7938	98.8811
2.0000	3.0000	5.0000	83.2471	99.2776	99.9336
2.0000	4.0000	1.0000	6.6041	22.3188	35.0187
2.0000	4.0000	2.0000	31.3033	65.6876	80.1547
2.0000	4.0000	3.0000	68.7527	93.8936	98.0600
2.0000	4.0000	4.0000	92.3579	99.6157	99.9462
2.0000	4.0000	5.0000	99.0421	99.9917	99.9996
2.0000	5.0000	1.0000	9.7328	28.6295	42.2399
2.0000	5.0000	2.0000	47.6935	79.0542	89.1585
2.0000	5.0000	3.0000	87.4152	98.4702	99.6038
2.0000	5.0000	4.0000	98.9842	99.9766	99.9976
2.0000	5.0000	5.0000	100.0000	100.0000	100.0000
3.0000	2.0000	1.0000	1.7479	8.2970	15.8414
3.0000	2.0000	2.0000	4.3159	18.5062	32.3482
3.0000	2.0000	3.0000	9.3084	34.9143	54.7598
3.0000	2.0000	4.0000	17.0040	54.1777	75.4416
3.0000	2.0000	5.0000	27.0932	71.8621	89.3060
3.0000	3.0000	1.0000	3.1268	12.6832	22.1925
3.0000	3.0000	2.0000	13.0153	38.0895	54.7771
3.0000	3.0000	3.0000	35.0312	71.2863	85.2260
3.0000	3.0000	4.0000	63.2117	92.2144	97.5723
3.0000	3.0000	5.0000	85.0568	98.8251	99.8082
3.0000	4.0000	1.0000	4.9312	17.3282	28.3031
3.0000	4.0000	2.0000	25.6910	55.9631	71.1483
3.0000	4.0000	3.0000	63.8737	89.8054	95.8206
3.0000	4.0000	4.0000	91.1395	99.1553	99.8175
3.0000	4.0000	5.0000	99.0021	99.9767	99.9977
3.0000	5.0000	1.0000	7.0928	22.1140	34.1914
3.0000	5.0000	2.0000	39.9111	70.1508	82.2521
3.0000	5.0000	3.0000	83.4080	96.8292	98.9214
3.0000	5.0000	4.0000	98.5619	99.9275	99.9882
3.0000	5.0000	5.0000	100.0000	100.0000	100.0000

Tabla 8.2

Diseño de un factor aleatorizado, I = 4,5

			Valores de la potencia*(100)		
I	J	k	α = 0.01	α = 0.05	α = 0.10
4.0000	2.0000	1.0000	1.6533	7.7855	14.8697
4.0000	2.0000	2.0000	4.0842	16.9803	29.5283
4.0000	2.0000	3.0000	9.3372	33.0393	51.2465
4.0000	2.0000	4.0000	18.1930	53.1697	72.9117
4.0000	2.0000	5.0000	30.4564	72.2046	88.1922
4.0000	3.0000	1.0000	2.7641	11.2979	20.0280
4.0000	3.0000	2.0000	11.6217	33.9058	49.5184
4.0000	3.0000	3.0000	33.3132	67.1001	81.3649
4.0000	3.0000	4.0000	62.9158	90.4934	96.4966
4.0000	3.0000	5.0000	85.9825	98.5172	99.6862
4.0000	4.0000	1.0000	4.1889	15.0728	25.1411
4.0000	4.0000	2.0000	22.6094	50.3705	65.5302
4.0000	4.0000	3.0000	60.6459	86.7819	93.8872
4.0000	4.0000	4.0000	90.2258	98.7333	99.6638
4.0000	4.0000	5.0000	98.9600	99.9605	99.9948
4.0000	5.0000	1.0000	5.8973	19.0420	30.2042
4.0000	5.0000	2.0000	35.3639	64.4233	77.3625
4.0000	5.0000	3.0000	80.4838	95.3578	98.1936
4.0000	5.0000	4.0000	98.2092	99.8679	99.9730
4.0000	5.0000	5.0000	100.0000	100.0000	100.0000
5.0000	2.0000	1.0000	1.5934	7.4721	14.2841
5.0000	2.0000	2.0000	3.9066	15.9419	27.6776
5.0000	2.0000	3.0000	9.2463	31.5479	48.6889
5.0000	2.0000	4.0000	18.8016	52.0692	70.8720
5.0000	2.0000	5.0000	32.5377	72.0123	87.1976
5.0000	3.0000	1.0000	2.5390	10.4615	18.7171
5.0000	3.0000	2.0000	10.6047	31.0529	45.9006
5.0000	3.0000	3.0000	31.6924	63.8210	78.2706
5.0000	3.0000	4.0000	62.0521	88.9638	95.4961
5.0000	3.0000	5.0000	86.1482	98.2140	99.5570
5.0000	4.0000	1.0000	3.7336	13.6957	23.1823
5.0000	4.0000	2.0000	20.3814	46.3596	61.3731
5.0000	4.0000	3.0000	57.8163	84.1735	92.1121
5.0000	4.0000	4.0000	89.2125	98.3006	99.4878
5.0000	4.0000	5.0000	98.8663	99.9415	99.9906
5.0000	5.0000	1.0000	5.1634	17.1333	27.6734
5.0000	5.0000	2.0000	32.0048	60.0651	73.4754
5.0000	5.0000	3.0000	77.8440	93.9424	97.4339
5.0000	5.0000	4.0000	97.8260	99.7959	99.9520
5.0000	5.0000	5.0000	100.0000	100.0000	100.0000

Módulo principal de enlace “Poten01.m”

```
function poten01 = poten01
%Este programa calcula la potencia de diferentes diseños de ANOVA.
%Diseño de un factor completamente aleatorizado se denota como "1Factor".
%Diseño de un factor con bloque aleatorizado se denota como "1Factor1Bloque".
%Diseño factorial de 2 factores e interacción se denota como "2Factores1Interacción".
%Utiliza módulos de enlace con este módulo principal, para su ejecución es necesario que
%los 4 módulos "poten01.m poten1F.m poten1FB.m y poten2FI.m", se ubiquen en el subdirectorio
%del ambiente MATLAB que es: \MATLAB\bin.
%La variable k representa el número de desviaciones estándares en que se ubica el parámetro de no-centralidad.
format compact
dis = input ('Dar 0 =>Salir, 1 =>1Factor, 2 =>1Factor1Bloque, 3 =>2Factores1Interacción: ');
disp ('________________________________________________________________________________');
if dis==0;disp ('Salir del Programa');
elseif dis==1;poten1F
elseif dis==2;poten1FB
elseif dis==3;poten2FI
else disp ('DEBE DAR 0,1,2 o 3: Volver a ejecutar poten01');
end
```

Módulo “poten1F.m” para diseño de un factor aleatorizado.

```
function poten1F = poten1F
%Las variables a,b,c,d,e y f son variables de trabajo que toman valores según se requiera.
%Las variables vectores nivector,repvector,kvector y alfvector almacenan la información
%dada por el usuario, niveles, réplicas, k´s y alfas respectivamente.
%Las variables niv,rep,kvec y alf son las longitudes de los vectores respectivos.
%El resultado final de este módulo es la matriz c que contiene la información y los
%cálculos de las potencias.
format compact;disp('Diseño de un factor, completamente aleatorizado');a=0;b=0;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<1,b<2)
  a=input('Dar No. de niveles a comparar >=1: ');b=input('Dar el nivel mínimo >=2: ');
  if or(a<1,b<2);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
    nivector=[b:b+a-1];niv=length(nivector);end
end;a=0;b=0;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<1,b<2)
  a=input('Dar No. de réplicas a comparar >=1: ');b=input('Dar réplica mínima >=2: ');
  if or(a<1,b<2);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
    repvector=[b:b+a-1];rep=length(repvector);end
end;a=0;b=0;c=10;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<.01,b<.01)
  a=input('Dar la k mínima a comparar >=.01: ');b=input('Dar incremento de k >=.01: ');
  if or(a<.01,b<.01);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
    while or(c<a,c>5);c=input('Dar la k máxima a comparar <=5: ');
      if or(c<a,c>5);disp('DEBE SER MAYOR O IGUAL A kmin HASTA 5:');c=10;else;
        kvector=[a:b:c];kvec=length(kvector);end
end;end;end
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
d=input('Dar 0 => Alfas prefijadas (.01 .05 .10) ó 1 => Secuencia por Usuario: ');
if d==1;a=input('Dar la alfa mínima a comparar >=.001: ');
  b=input('Dar el incremento de alfa >=.001: ');c=input('Dar la alfa máxima a comparar <=.50: ');
  alfvector=[a:b:c];alf=length(alfvector);else;
  alfvector=[.01 .05 .10];alf=3;end
disp ('¡¡FAVOR DE ESPERAR, SE ENCUENTRA CALCULANDO LOS VALORES DE LA POTENCIA!!');
disp ('________________________________________________________________________________');
```

```
if d==1;alfvector
end
disp ('___________________________________________________________________________________');
disp ('    Nivel:    Réplicas:     k:        Valores de la potencia*(100):');
if d~=1;disp('                         alfas=.0100   .0500    .1000');
end
disp ('___________________________________________________________________________________');
clear a b c d e;f=0;d=clock;d=3600*d(4)+60*d(5)+d(6);
for i=1:niv;for j=1:rep;for k=1:kvec;lam=(repvector(j)/2)*kvector(k)^2;
  for l=1:alf;a=finv(1-alfvector(l),nivector(i)-1,nivector(i)*(repvector(j)-1));
    if l==1;b=1-ncfcdf(a,nivector(i)-1,nivector(i)*(repvector(j)-1),lam);else;
      b=[b,1-ncfcdf(a,nivector(i)-1,nivector(i)*(repvector(j)-1),lam)];
    end;f=f+1;
  end
    if i==1 & j==1 & k==1;c=[nivector(i),repvector(j),kvector(k),b*100];else;
      a=[nivector(i),repvector(j),kvector(k),b*100];c=[c;a];
    end
end;end;end;e=clock;e=3600*e(4)+60*e(5)+e(6);c
disp ('___________________________________________________________________________________');
a=e-d;disp('Los segundos de cálculo operacional son:');disp(num2str(a));
disp('La tasa (potencias calculadas)/segundo es:');disp(num2str(f/a));return
```

Módulo “poten1FB.m” para el diseño de un factor con bloque aleatorizado.

```
function poten1FB = poten1FB
%Las variables a,b,c,d,e y f son variables de trabajo que toman valores según se requiera.
%Las variables vectores nivector,repvector,kvector y alfvector almacenan la información
%dada por el usuario, niveles, réplicas, k´s y alfas respectivamente.
%Las variables niv,rep,kvec y alf son las longitudes de los vectores respectivos.
%El resultado final de este módulo es la matriz c que contiene la información y los cálculos de las potencias.
%La presencia del bloque, modifica los grados de libertad en el denominador.
format compact;disp('Diseño de un factor con bloque aleatorizado');a=0;b=0;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<1,b<2)
  a=input('Dar No. de niveles a comparar >=1: ');b=input('Dar el nivel mínimo >=2: ');
  if or(a<1,b<2);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
    nivector=[b:b+a-1];niv=length(nivector);end
end;a=0;b=0;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<1,b<2)
  a=input('Dar No. de réplicas a comparar >=1: ');b=input('Dar réplica mínima >=2: ');
  if or(a<1,b<2);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
    repvector=[b:b+a-1];rep=length(repvector);end
end;a=0;b=0;c=10;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<.01,b<.01)
  a=input('Dar la k mínima a comparar >=.01: ');b=input('Dar incremento de k >=.01: ');
  if or(a<.01,b<.01);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
    while or(c<a,c>5);c=input('Dar la k máxima a comparar <=5: ');
      if or(c<a,c>5);disp('DEBE SER MAYOR O IGUAL A kmin HASTA 5:');c=10;else;
        kvector=[a:b:c];kvec=length(kvector);end
end;end;end
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
d=input('Dar 0 => Alfas prefijadas (.01 .05 .10) o 1 => Secuencia: ');
if d==1;a=input('Dar la alfa mínima a comparar >=.001: ');
  b=input('Dar el incremento de alfa >=.001: ');c=input('Dar la alfa máxima a comparar <=.50: ');
  alfvector=[a:b:c];alf=length(alfvector);else;
  alfvector=[.01 .05 .10];alf=3;end
disp ('¡¡FAVOR DE ESPERAR, SE ENCUENTRA CALCULANDO LOS VALORES DE LA POTENCIA!!');
```

```
disp ('____________________________________________________________________________');
if d==1;alfvector
end
disp ('____________________________________________________________________________');
disp ('     Nivel:    Rép/BLQs:     k:       Valores de la potencia*(100):');
if d~=1;disp('                            alfa=.0100     .0500    .1000');end
disp ('____________________________________________________________________________');
clear a b c d e;f=0;d=clock;d=3600*d(4)+60*d(5)+d(6);
for i=1:niv;for j=1:rep;for k=1:kvec;lam=(repvector(j)/2)*kvector(k)^2;
   for l=1:alf;a=finv(1-alfvector(l),nivector(i)-1,(nivector(i)-1)*(repvector(j)-1));
      if l==1;b=1-ncfcdf(a,nivector(i)-1,(nivector(i)-1)*(repvector(j)-1),lam);else;
         b=[b,1-ncfcdf(a,nivector(i)-1,(nivector(i)-1)*(repvector(j)-1),lam)];
      end;f=f+1;
   end
      if i==1 & j==1 & k==1;c=[nivector(i),repvector(j),kvector(k),b*100];else;
         a=[nivector(i),repvector(j),kvector(k),b*100];c=[c;a];
      end
end;end;end;e=clock;e=3600*e(4)+60*e(5)+e(6);c
disp ('____________________________________________________________________________');
a=e-d;disp('Los segundos de cálculo operacional son:');disp(num2str(a));
disp('La tasa (potencias calculadas)/segundo es:');disp(num2str(f/a));return
```

Módulo “poten2FI.m” para el diseño de dos factores con interacción.

```
function poten2FI = poten2FI
format compact;disp('Diseño de dos factores con su interacción');a=0;b=0;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<1,b<2)
   a=input('No. de niveles del factor A para comparar >=1: ');b=input('Nivel mínimo del factor A >=2: ');
   if or(a<1,b<2);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
      nivavector=[b:b+a-1];niva=length(nivavector);end
end;a=0;b=0;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<1,b<2)
   a=input('No. de niveles del factor B para comparar >=1: ');b=input('Nivel mínimo del factor B >=2: ');
   if or(a<1,b<2);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
      nivbvector=[b:b+a-1];nivb=length(nivbvector);end
end;a=0;b=0;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<1,b<2);a=input('Dar No. de réplicas a comparar >=1: ');b=input('Dar réplica mínima >=2: ');
   if or(a<1,b<2);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
      repvector=[b:b+a-1];rep=length(repvector);end
end;a=0;b=0;c=10;
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
while or(a<.01,b<.01);a=input('Dar la k mínima a comparar >=.01: ');b=input('Dar incremento de k >=.01: ');
   if or(a<.01,b<.01);disp('DEBE DAR VALORES CORRECTOS:');a=0;b=0;else;
      while or(c<a,c>5);c=input('Dar la k máxima a comparar <=5: ');
         if or(c<a,c>5);disp('DEBE SER MAYOR O IGUAL A kmin HASTA 5:');c=10;else;
            kvector=[a:b:c];kvec=length(kvector);end
end;end;end
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
d=input('Dar 0 => Alfas prefijadas (.01 .05 .10) o 1 => Secuencia: ');
if d==1;a=input('Dar la alfa mínima a comparar >=.001: ');b=input('Dar el incremento de alfa >=.001: ');
   c=input('Dar la alfa máxima a comparar <=.50: ');alfvector=[a:b:c];alf=length(alfvector);else;
   alfvector=[.01 .05 .10];alf=3;end
disp ('--------------------------------------------------------------------------------');
disp('La primera etapa del programa evalúa los valores de la potencia para interacción AB');
a=input('Pulsar enter para continuar: ');
disp ('¡¡FAVOR DE ESPERAR, SE ENCUENTRA CALCULANDO LOS VALORES DE LA POTENCIA!!');
```

```
disp ('_________________________________________________________________________________');
if d==1;alfvector
end
disp ('_________________________________________________________________________________');
disp ('Niveles A: Niveles B: Réplicas:            k:       Valores de la potencia*(100):');
if d~=1;disp('                                        alfas= .0100          .0500     .1000');end
disp ('_________________________________________________________________________________');
clear a b c d e;f=0;d=clock;d=3600*d(4)+60*d(5)+d(6);
for i=1:niva;for j=1:nivb;for k=1:rep;for l=1:kvec;lam=(repvector(k)/2)*kvector(l)^2;
   for m=1:alf
      a=finv(1-alfvector(m),(nivavector(i)-1)*(nivbvector(j)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1));
      if m==1;b=1-ncfcdf(a,(nivavector(i)-1)*(nivbvector(j)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1),lam);
      else;b=[b,1-ncfcdf(a,(nivavector(i)-1)*(nivbvector(j)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1),lam)];
      end;f=f+1;
   end;if i==1 & j==1 & k==1 & l==1;c=[nivavector(i),nivbvector(j),repvector(k),kvector(l),b*100];else;
         a=[nivavector(i),nivbvector(j),repvector(k),kvector(l),b*100];c=[c;a];end
end;end;end;end;e=clock;e=3600*e(4)+60*e(5)+e(6);c
a=e-d;disp('Los segundos de cálculo operacional son:');disp(num2str(a));
disp('La tasa (potencias calculadas)/segundo es:');disp(num2str(f/a));
disp ('_________________________________________________________________________________');
disp ('La segunda etapa del programa evalúa los valores de la potencia para el factor A');
a=input('Pulsar enter para continuar: ');
disp ('¡¡FAVOR DE ESPERAR, SE ENCUENTRA CALCULANDO LOS VALORES DE LA POTENCIA!!');
disp ('_________________________________________________________________________________');
disp ('Niveles A: Niveles B: Réplicas:            k:       Valores de la potencia*(100):');
disp ('_________________________________________________________________________________');
clear a b c d e;f=0;d=clock;d=3600*d(4)+60*d(5)+d(6);
for i=1:niva;for j=1:nivb;for k=1:rep;for l=1:kvec;lam=(nivbvector(j)*repvector(k)/2)*kvector(l)^2;
   for m=1:alf;a=finv(1-alfvector(m),(nivavector(i)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1));
      if m==1;b=1-ncfcdf(a,(nivavector(i)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1),lam);else;
        b=[b,1-ncfcdf(a,(nivavector(i)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1),lam)];end;f=f+1;
   end;if i==1 & j==1 & k==1 & l==1;c=[nivavector(i),nivbvector(j),repvector(k),kvector(l),b*100];else;
         a=[nivavector(i),nivbvector(j),repvector(k),kvector(l),b*100];c=[c;a];end
end;end;end;end;e=clock;e=3600*e(4)+60*e(5)+e(6);c
a=e-d;disp('Los segundos de cálculo operacional son:');disp(num2str(a));
disp('La tasa (potencias calculadas)/segundo es:');disp(num2str(f/a));
disp ('_________________________________________________________________________________');
disp('La tercera etapa final, evalúa los valores de la potencia para el factor B');
a=input('Pulsar enter para continuar: ');
disp('¡¡FAVOR DE ESPERAR, SE ENCUENTRA CALCULANDO LOS VALORES DE LA POTENCIA!!');
disp ('_________________________________________________________________________________');
disp ('Niveles A: Niveles B: Réplicas:            k:       Valores de la potencia*(100):');
disp ('_________________________________________________________________________________');
clear a b c d e;f=0;d=clock;d=3600*d(4)+60*d(5)+d(6);
for i=1:niva;for j=1:nivb;for k=1:rep;for l=1:kvec;lam=(nivavector(i)*repvector(k)/2)*kvector(l)^2;
   for m=1:alf;a=finv(1-alfvector(m),(nivbvector(j)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1));
      if m==1;b=1-ncfcdf(a,(nivbvector(j)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1),lam);else;
        b=[b,1-ncfcdf(a,(nivbvector(j)-1),nivavector(i)*nivbvector(j)*(repvector(k)-1),lam)];end;f=f+1;
   end;if i==1 & j==1 & k==1 & l==1;c=[nivavector(i),nivbvector(j),repvector(k),kvector(l),b*100];else;
         a=[nivavector(i),nivbvector(j),repvector(k),kvector(l),b*100];c=[c;a];end
end;end;end;end;e=clock;e=3600*e(4)+60*e(5)+e(6);c
disp ('_________________________________________________________________________________');
a=e-d;disp('Los segundos de cálculo operacional son:');disp(num2str(a));
disp('La tasa (potencias calculadas)/segundo es:');disp(num2str(f/a));return
```